

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE ESCUELA DE INGENIERÍA

ANALISIS SISMICO DE UN EDIFICIO CON IRREGULARIDAD DE RIGIDEZ Y MASA EN ALTURA

CARLOS ALBERTO MONCADA DELGADO

Informe de Actividad de Graduación para optar al Grado de Magíster en Ingeniería Estructural y Geotécnica

Profesor Supervisor:

MATIAS HUBE GINESTAR

Santiago de Chile, Mayo, 2015.

(A mis tres hijos, que son el verdadero motivo de todo lo que hago, por ellos y para ellos...)

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a toda mi familia y amigos, de manera muy especial a mi esposa Loreto y a mis hijos, Juan Pablo, Gabriela y Clara, por la paciencia y comprensión cuando me ausenté de casa para estudiar y para asistir a clases, pero principalmente por creer en mí, y apoyarme durante todo este proceso.

También quiero agradecer a mis padres, Fabiola y Enrique por darme el apoyo necesario para volver a estudiar, por encontrar en ellos siempre una ayuda en los momentos más complejos.

Quiero agradecer al profesor Matías Hube y a la coordinadora del programa Elena Cornejo, por tener la paciencia para esperar y atenderme siempre con la mejor disposición, y por empujarme constantemente a terminar este trabajo.

Por último, quiero agradecer al proyecto Fondecyt #11121581 y al Centro Nacional de Investigación para la Gestión Integrada de Desastres Naturales CONICYT/FONDAP/15110017.

INDICE GENERAL

		Pág
DEI	DICATORIA	ii
AGI	RADECIMIENTOS	iv
IND	DICE DE TABLAS	vi
IND	DICE DE FIGURAS	viii
RES	SUMEN	X
I.	INTRODUCCION	12
II.	MARCO TEORICO	14
	II.1 Contribución Modal a la Respuesta Sísmica	
	II.3 Análisis Modal espectral	
III.	DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA	19
IV.	MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	24
	IV.1 Materiales	29
	IV.2 Matriz de rigidez	29
	IV.3 Matriz de masa	32
V.	ANALISIS DE RESULTADOS	34
	V.1 Periodos, participación de masas y formas modales	35
	V.1 Contribución Estática	39
	V.2 Contribución dinámica	43
	V.3 Análisis modal espectral	49
VI	CONCLUSIONES	52
BIB	LIOGRAFIA	54
ANI	EXOS	55

INDICE DE TABLAS

Påg.
Tabla IV-1: Propiedades de los materiales que conforman los modelos
Tabla IV-2: Matriz de flexibilidad modelo 1
Tabla IV-3: Matriz de flexibilidad modelo 2
Tabla IV-4: Matriz de flexibilidad modelo 3
Tabla IV-5: Matriz de rigidez modelo 1
Tabla IV-6: Matriz de rigidez modelo 2
Tabla IV-7: Matriz de rigidez modelo 3
Tabla IV-8: Matriz de masas modelo 1
Tabla IV-9: Matriz de masas modelo 2
Tabla IV-10: Matriz de masas modelo 3
Tabla V-1: Comparación de los periodos y la participación de masa de cada modo de vibrar
Tabla V-2: Periodos y vector de formas modales modelo 1
Tabla V-3: Periodos y vector de formas modales modelo 2
Tabla V-4: Periodos y vector de formas modales modelo 3
Tabla V-5: Valores de R* y R**
Tabla V-6: Coodenadas espectrales de los tres modelos
Tabla V-7: Matriz δij Modelo 1 con un amortiguamiento de 5% del crítico49

Tabla	V-8: Matriz	δij Modelo	2 con un	amortiguamiento	de 5%	del crítico	49
Tabla	V-9: Matriz	δij Modelo	3 con un	amortiguamiento	de 5%	del crítico	49

INDICE DE FIGURAS

Pág.
Figura II-1: Variación de R* en función del periodo T* (To= 0.4seg)
Figura III-1: Planta de estructuras esquemáticas niveles -2 y -1
Figura III-2: Planta de estructuras esquemáticas niveles +1, +2 y +321
Figura III-3: Corte A-A indicado en las figuras 1 y 2
Figura III-4: Imagen del edificio durante la construcción de los niveles subt 22
Figura III-5: Imagen del edificio durante la construcción
Figura IV-1: Planta de estructuras modelo idealizado del edificio n2 y -1 25
Figura IV-2: Planta de estructuras modelo idealizado del edificio n. +0, +1 y +2 26
Figura IV-3: Vista 3D del modelo 1 (Base y Torre)
Figura IV-4: Modelo de elementos finitos de los pisos superiores modelo 2 y 3 28
Figura IV-5: Esquema de la aplicación de carga unitaria y deformaciones
Figura V-1: Formas modales Modelo 1
Figura V-2: Formas modales Modelo 2
Figura V-3: Formas modales Modelo 3
Figura V-4: Factores de contribución modal acomulada para el modelo 1 para Vb,
Vup, Mb y Uup40
Figura V-5: Factores de contribución modal acomulada para el modelo 2 para Vb,

Vup, Mb y Uup41
Figura V-6: Factores de contribución modal acomulada para el modelo 3 para Vb,
Vup, Mb y Uup42
Figura V-7: E Espectros reducidos, coordenadas espectrales y factores de reducción
R* y R**44
Figura V-8: Contribución estática y dinámica acumulada modelo 146
Figura V-9: Contribución estática y dinámica acumulada modelo 247
Figura V-10: Contribución estática y dinámica acumulada modelo 348
Figura V-11: Corte por piso combinado metodo CQC modelos 1, 2 y 3 50
Figura V-12: Deformacion relativa de entrepiso modelos 1, 2 y 351

RESUMEN

En el presente trabajo se analiza la contribución modal estática y dinámica a la respuesta sísmica elástica de un edificio con una importante irregularidad de masa y rigidez en altura. El edificio está compuesto por dos niveles subterráneos de hormigón armado con muros perimetrales que transmiten esfuerzo de corte y contienen el empuje lateral del terreno y tres niveles superiores de marcos rígidos de acero y losa colaborante. La configuración estructural presenta una alta rigidez lateral y masa concentrada en los niveles subterráneos (Base), en contraste con la estructura superior de acero (torre), más flexible y con menor superficie, lo que genera la discontinuidad. Para entender el comportamiento del edificio y la influencia de la discontinuidad sobre el diseño de la torre se realizará un análisis y comparación de 3 modelos: Un modelo del edificio completo y dos modelos de la torre directamente sobre el terreno. Los modelos de la torre difieren en la condición de apoyo en la base de las columnas, un modelo considera un empotramiento y el otro un apoyo simple. Para estos tres modelos se compara la contribución modal dinámica y estática de cada modo, específicamente, se evalúa el esfuerzo de corte en la base de cada uno de los modelos, el momento volcante en una línea de columnas, el corte basal en el último piso y la deformación lateral en el último piso. El análisis sísmos se realiza con los espectros de aceleración incluidos en el DS 61 y los requerimientos de diseño incluidos en la NCh 433. De este estudio se concluye que para el ejemplo de diseño expuesto la aplicación de los espectros de aceleraciones contenidos en las normas de referencia da como resultado una sobreestimación de la demanda sísmica calculada para los niveles de la torre.

ABSTRACT

The static and dynamic modal contribution to the elastic seismic response of a building with large irregular mass and stiffness is analyzed in this study. The building consists of two reinforced concrete underground levels with perimeter walls that transmit, and three upper levels of momento resisting steel frames with a composite slab. The structural configuration features high lateral stiffness and mass concentration in the basement levels (Base), in contrast to the more flexible and smaller surface from the steel superstructure (tower), which generates the discontinuity.

To understand the influence of the vertical irregularity on the behavior the building and on the design of the tower, the comparison of three models is performed: A model of the entire building and two models of the steel tower supported directly on the ground. The latter models differ on the support provided at the base of the columns: One model considers a fixed support and the other model a pinned support. For these three models, dynamic and static modal contribution of the response are compared for the base shear,, the overturning base moment in a line of columns, the story shear in the upper story, and the roof displacement story. The modal spectrum analysis is performed with the pseudo-acceleration spectra in DS 61 and with design requirements in NCh 433. It is concluded that, for the analized structure, applying the pseudo-acceleration spectra of DS 61 result in an overestimation of the design forces in the tower.

I. INTRODUCCION

Este trabajo tiene como objetivo evaluar el comportamiento sísmico de un edificio con irregularidad de rigidez y masa en altura. Para lograr este objetivo, se efectúa un análisis de la contribución modal, dinámica y estática, de un modelo de elementos finitos elaborado a partir de un edificio de cinco niveles. El edificio es una estructura real, emplazado en la ciudad de Viña del mar. Éste tiene dos niveles de subterráneos para estacionamiento estructurados con muros, losas y vigas de hormigón armado, y tres niveles superiores estructurados con marcos rígidos de acero y losa colaborante. La irregularidad de rigidez y masa se genera debido a que los niveles subterráneos que conforman la base se estructuran mediante un muro perimetral de 25cm de espesor, diseñado para tomar las cargas provenientes del empuje lateral del terreno, lo que genera una configuración estructural muy rígida en estos niveles, en contraposición, los 3 niveles superiores que conforman la torre se estructuran mediante una configuración de marcos rígidos de acero, muy flexible y de menor masa. En el modelo cada uno de los niveles subterráneos de la base tiene una superficie en planta de 320 m², los tres niveles de la torre tienen una superficie de 60 m² por piso.

Para efectuar el análisis sísmico se utilizan tres modelos. Estos modelos corresponden a una simplificación del edificio real que consiste en hacerlos simétricos en planta, eliminar las perforaciones de acceso vehicular a los subterráneos y un ajuste de las medidas en planta para evitar excentricidades. El objetivo de estas simplificaciones es analizar un modelo sencillo del edificio que considera la respuesta de los niveles subterráneos estructurados en forma de caja. Los modelos serán analizados solo en el sentido transversal del edificio. El primer modelo considera el edificio completo, el segundo modelo considera

solo la torre con las columnas empotradas en su base y el tercer modelo considera solo la torre con las columnas simplemente apoyadas en su base. El objetivo de hacer tres modelos es comparar los resultados que se obtienen de un análisis modal espectral. Los modelos de la torre simplemente apoyada y empotrada en la base se efectúan para simular los casos extremos de la condición real de conexión de la torre con los niveles subterráneos, condición intermedia entre un apoyo simple y un empotramiento. En consecuencia, para los modelos de la torre podemos decir que suponemos que la base cumple una función similar a una fundación, transmitiendo el sismo hacia las columnas del edificio.

En este trabajo se analiza como incide la utilización del periodo con mayor masa traslacional en el cálculo de R*, coeficiente de reducción del espectro elástico, y se estima el aporte de cada modo en la respuesta. Para evaluar los tres modelos se comparará el aporte estático y dinámico de cada modo, y la respuesta total combinando los modos con el método CQC. Específicamente se compara el corte en la base de cada modelo (**Vb**), el momento volcante en la base (**Mb**), el corte en el último piso (**Vup**) y el desplazamiento de techo (**Uup**).

II. MARCO TEORICO

El análisis modal espectral consiste en desacoplar la ecuación general de movimiento de una estructura en múltiples grados de libertad en sistemas de un grado de libertad, la ecuación (2.1) muestra la ecuación general de movimiento de un oscilador de múltiples grados de libertad sometido a una aceleración del suelo en la base.

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = -M \iota \ddot{u}_g(t)$$
(2.1)

Para lograr desacoplar la ecuación se definen una serie de ecuaciones de movimiento de un GDL, la respuesta máxima se obtiene de la combinación del aporte de todos los modos.

La contribución estática y dinámica de los modos no se puede determinar a través del factor de participación modal, es necesario introducir la expansión definida por Chopra (1995), esta expansión permite obtener la contribución dinámica y estática de cada modo sobre un elemento estructural.

II.1 Contribución Modal a la Respuesta Sísmica

Al desacoplar la ecuación de movimiento general 2.1, mediante los modos de vibrar, se obtiene la ecuación 2.2 de un grado de libertad asociada al modo n, en coordenadas nodales qn:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = -\Gamma n \, \ddot{u}_g(t) \tag{2.2}$$

La ecuación de movimiento de un sistema de un grado de libertad, con la misma masa, frecuencia y amortiguamiento, representada por la ecuación 2.2 sometida a una excitación sísmica se presenta en la ecuación 2.3.

$$\ddot{D}_n(t) + 2\zeta \omega_n \dot{D}_n(t) + \omega_n^2 D_n(t) = -\ddot{u}_g(t) \tag{2.3}$$

De (2.2) y (2.3) se obtiene (2.4):

$$q_n(t) = \Gamma_n D_n(t) \tag{2.4}$$

A partir de la solución de $D_n(t)$ de la ecuación 2.3 y utilizando la ecuación 2.4 el vector de desplazamientos nodales asociado a cada modo resulta:

$$u_n(t) = \emptyset_n q_n(t) = \Gamma_n \emptyset_n D_n(t)$$
(2.5)

En esta ecuación, $u_n(t)$ es la contribución del modo n al vector de desplazamientos nodales. El vector de fuerzas laterales equivalentes asociadas al modo n en cada instante de tiempo es:

$$f_n(t) = K u_n(t) = K \Gamma_n \otimes_n D_n(t)$$
(2.6)

Por otro lado, la ecuación estacionaria de movimiento es:

$$K \, \emptyset_n = \omega_n^2 \, M \, \emptyset_n \tag{2.7}$$

Remplazando 2.7 en 2.6 se obtiene:

$$f_n(t) = \omega_n^2 M \Gamma_n \, \emptyset_n \, D_n(t) \tag{2.8}$$

El vector de "fuerzas" aplicadas a la ecuación general de movimiento (Ec. 2.1) se define como (Chopra, 1995):

$$S = M \iota \tag{2.9}$$

Usando la expansión modal del vector "fuerzas" se define:

$$S_n = M \, \emptyset_n \, \Gamma_n \tag{2.10}$$

La palabra fuerzas esta entre comillas ya que el vector tiene unidades de masa.

Remplazando la ecuación 2.10 en la ecuación 2.8, el vector de fuerzas laterales equivalentes se puede escribir como:

$$f_n(t) = S_n \,\omega_n^2 \,D_n(t) \tag{2.11}$$

Además se tiene que:

$$S = \Sigma S_n \tag{2.12}$$

Usando el vector de fuerzas laterales equivalentes de 2.11, se puede obtener la respuesta modal de cualquier parámetro de la estructura.

Para el caso del análisis modal espectral las ecuaciones son atemporales, en este caso la ecuación 2.3 está sometida a una pseudo aceleración (Sa) proveniente del espectro de diseño empleado, en consecuencia, el desplazamiento máximo es Sd en lugar de Dn(t). Generalizando para el análisis modal espectral, la respuesta modal de cualquier parámetro se puede calcular utilizando la ecuación 2.13:

$$r_n = r_{st} \, \bar{r}_n \, R_{dn} \tag{2.13}$$

Con:

r_{st}: Respuesta estática al vector de "fuerzas aplicadas" S.

 R_{dn} : Contribución dinámica a la respuesta modal.

 \bar{r}_n : Factor de contribución modal.

$$\bar{r}_n = \frac{r_n^{st}}{r_{st}} \tag{2.14}$$

nst: Respuesta modal estática

De esta manera es posible conocer el grado de participación, tanto estática como dinámica, de cada uno de los modos a una respuesta determinada.

El análisis modal espectral de este trabajo se realiza con el espectro contenido en el DS61. Para el análisis sísmico se escogió suelo tipo C y zona sísmica 3 a partir del proyecto del edificio real. Se consideró un amortiguamiento del 5% del crítico, para la reducción del espectro elástico y el posterior cálculo de las deformaciones de entrepiso se utiliza un factor de modificación de la respuesta estructural Ro=11 valido para marcos rígidos especiales. El espectro elástico reducido representa el espectro inelástico de diseño, el que es escalado para que el corte basal de diseño no supere los límites Cmáx y Cmín. Para este trabajo los modelos 1 y 2 debieron ser escalados para no superar el corte máximo. La reducción del espectro se efectúa de acuerdo a la ecuación (2.15).

$$R^* = 1 + \frac{T^*}{0,10 \ T_0 + \frac{T^*}{R_0}}$$

(2.15)

T*: Periodo propio de la estructura con mayor participación de masa.

To: Parámetro que depende del tipo de suelo.

En la figura II-1 se aprecia como varia el valor de R* en función del periodo propio de la estructura.

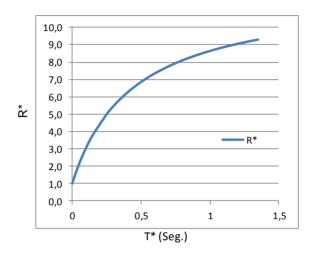


Fig. II-1: Variación de R* en función del periodo T* (To= 0.4seg)

II.3 Análisis Modal espectral

El análisis modal espectral consiste en evaluar la respuesta estática y dinámica de cada modo de vibrar, una vez que obtenemos el aporte de cada modo se deben combinar los modos, para este trabajo la combinación se efectúa mediante el método CQC. El resultado del análisis modal espectral entrega un valor máximo probable, atemporal, de los parámetros de interés, por lo tanto las fuerzas obtenidas en este análisis no satisfacen el equilibrio estático de la estructura. La ecuación (2.16) define la matriz de acoplamiento modal para el método CQC.

$$\rho i j = \frac{8 \zeta^2 \ \beta^{\frac{3}{2}}}{(1+\beta)(1-\beta)^2 + 4 \zeta^2 \beta (1+\beta)} \tag{2.16}$$

$$\beta = \frac{Ti}{Tj} \tag{2.17}$$

$$ro = \sqrt{\Sigma_i \Sigma_j \rho_{ij} r_{io} r_{jo}}$$
 (2.18)

III. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

En este capítulo se describe la estructuración y el diseño sísmico del edificio original, en el capítulo siguiente se explican las consideraciones para la estructuración de los tres modelos simplificados analizados en este trabajo.

La estructura consta de 5 niveles y aproximadamente 1500m², dos niveles subterráneos de hormigón armado con muros de entibación de 25 cm en todo el perímetro de la estructura, losas de 15 cm y tres niveles superiores de inferior área producto de las restricciones del plan regulador de la ciudad de Viña del Mar. Estos tres pisos están estructurados en base a marcos rígidos y losa colaborante. La Figura III-1, III-2 y III-3 muestran las plantas tipo y una elevación del edificio. La Figura III-4 muestra una fotografía durante la construcción.

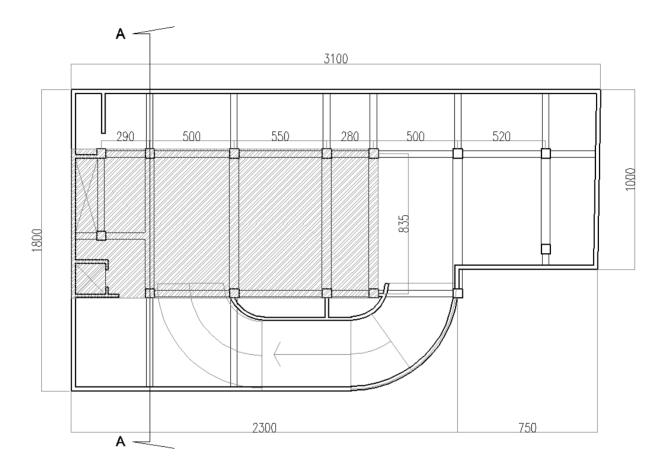


Figura III-1: Planta de estructuras esquemática, niveles subterráneos -2 y -1 del edificio. La zona achurada corresponde a la proyección de los niveles superiores (cotas en cm).

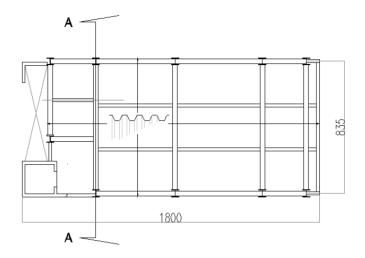


Figura III-2: Planta de estructuras esquemática Niveles +1, +2 y +3 (cotas en cm)

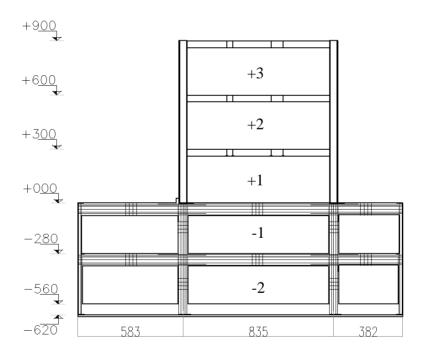


Figura III-3: Corte A-A indicado en las figuras 1 y 2 (cotas en cm)



Figura III-4: Imagen del edificio durante la construcción de los niveles subterráneos (12/09/2014).

El edificio se encuentra fundado sobre arena, la entibación corresponde a un muro berlinés y una zona con pilas de entibación. Debido a la irregularidad del muro berlinés y las pilas usadas como entibación, los muros de subterráneos hormigonados contra terreno resultan en un espesor variable y en general superior a los 25 cm especificados en el proyecto, la figura III-5 muestra una zona en que el muro quedó construido de 40 cm de espesor. Esto implica que lo niveles subterráneos serán más rígidos que lo considerado en el cálculo estructural.



Figura III-5: Imagen del edificio durante su construcción (12/09/2014).

El diseño sísmico del edificio fue efectuado sin tomar en cuenta la restricción lateral que confiere el terreno a los niveles subterráneos, esta consideración es conservadora y supone que en el caso de existir excavaciones en los terrenos vecinos, por obras de construcción de subterráneos u obras públicas, la estructura se mantendrá estable.

IV. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

En este trabajo se propone un modelo de elementos finitos similar al edificio expuesto como caso de cálculo pero con simplificaciones que se exponen a continuación:

- a) Se opta por hacer un modelo simétrico, para evitar excentricidades de masa y rigidez.
- b) Se eliminan perforaciones de acceso a estacionamiento y cajas de escala.
- c) Se modifican las dimensiones generales del modelo, se opta por una altura de entrepiso de 3m pareja en todos los niveles.
- d) En el edificio real se usaron varios tipos de vigas y columnas, espesores de muro distintos en primer y segundo nivel del subterráneo y distintos espesores de losa para los subterráneos y los pisos superiores. El modelo de elementos finitos considera solo un tipo de viga, un tipo de columna, un solo espesor de muro subterráneo y un solo espesor de losa.

Las simplificaciones se efectúan para generar un modelo idealizado del edificio, y se desarrolla un modelo en tres dimensiones para considerar adecuadamente la rigidez lateral de los subterráneos que se genera por la estructuración en forma de caja.

El modelo de elementos finitos se analiza solamente en el sentido transversal del edificio y se compara para 3 casos, por lo que finalmente se trabaja sobre los 3 modelos que se describen a continuación:

Modelo 1: Modelo del edificio completo (Base + Torre), dimensionado de acuerdo a los requerimientos de la norma chilena NCh 433.

- **Modelo 2**: Modelo del edificio que solo considera la torre con su base empotrada.
- **Modelo 3:** Modelo del edificio que solo considera la torre con su base apoyada.

La figura IV-1 muestra una planta típica del edificio en los niveles de la base, la figura IV-2 muestra una planta típica para los niveles de la torre.

La figura IV-1 muestra la planta de estructuras para los 2 niveles subterráneos, la figura IV-2 muestra la planta de estructuras para los 3 niveles superiores.

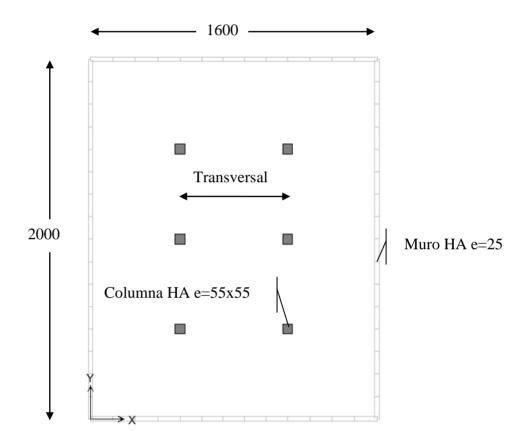


Figura IV-1: Planta de estructuras modelo idealizado del edificio niveles -2 y -1 (cotas en cm).

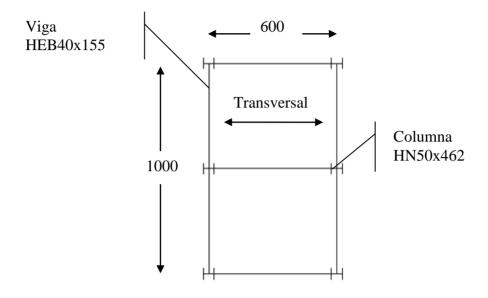


Figura IV-2: Planta de estructuras modelo idealizado del edificio niveles +0, +1, +2 (cotas en cm).

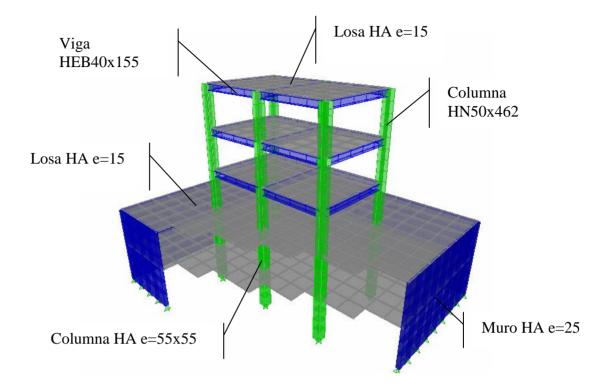


Figura IV-3: Vista 3D del modelo 1 (Base y Torre), en el dibujo se elimina parte de las losas y muros para mostrar las columnas de hormigón de los pisos subterráneos.

El modelo de elementos finito fue elaborado en el software ETABS V8, considera elementos tipo Shell para modelar los muros de subterráneo y las losas, y elementos tipo Frame para las columnas y vigas. En la tabla IV-1 se resumen las características de los elementos utilizados en los modelos.

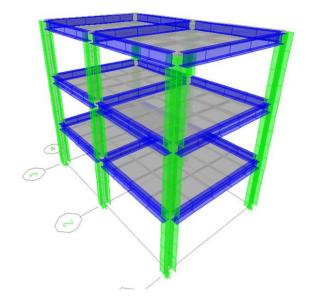


Figura IV-4: Modelo de elementos finitos de los pisos superiores, modelo 2 y modelo 3 (Torre).

IV.1 Materiales.

Para modelar las estructuras de acero se utilizan propiedades características de un acero A42-27ES de producción nacional con una elasticidad de 2.1E6 Kgf/cm² y un módulo de Poisson de 0,3. Para el hormigón armado se utiliza una elasticidad de 2.14E5 Kgf/cm² y un módulo de Poisson de 0.2, las propiedades de los perfiles de acero y elementos de hormigón utilizados se muestran en la tabla IV-1.

Tabla IV-1. Propiedades de los materiales que conforman los modelos

Niveles superiore	de acero (Torre)						
Elemento	Descripcion	A (cm ²)	lxx (cm⁴)	lyy (cm ⁴)			
Columna	HN 50x462	191,52	55871,01	10807,2			
Viga	HEB 400x155	588	265900	104202,16			
Niveles inferiores	Niveles inferiores de hormigon (Base)						
Elemento	Descripcion	A (cm²)	e (cm)				
Columna	C 55x55	3025	-				
Muro perimetral	M 25		25				

IV.2 Matriz de rigidez

Para calcular los factores de contribución modal es necesario obtener la matriz de rigidez de las estructuras. Para esto se utilizó el modelo de elementos finitos desde donde se obtuvo la matriz de flexibilidad, la cual posteriormente se invierte para obtener la matriz de rigidez. Esta matriz se obtiene aplicando cargas unitarias a cada nivel del edificio (Figura IV-5). El detalle de cómo se obtiene la matriz de flexibilidad se explica a continuación.

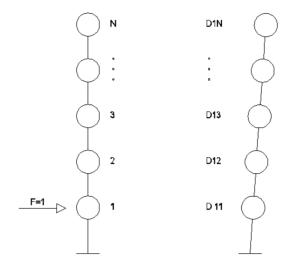


Figura IV-5: Esquema de la aplicación de carga unitaria y deformaciones.

El procedimiento para armar la matriz de flexibilidad consiste en aplicar una carga unitaria en un solo nivel del edificio y registrar las deformaciones en todos los niveles. Como ejemplo D12 corresponde a la deformación en el segundo nivel a raíz de una carga unitaria en el primer nivel. Aplicando esta fuerza en todos los niveles es posible armar la matriz de flexibilidad de i x j, donde el valor de i corresponde al nivelo de aplicación de la carga unitaria y el valor de j corresponde al nivel de la deformación medida. La matriz de flexibilidad resulta cuadrada y se muestra en la ecuación 4.1.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} D & 11 & \cdots & D1j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Di1 & \cdots & Dij \end{bmatrix}$$

$$(4.1)$$

En las tablas IV-2, IV-3 y IV-4 se muestran las matrices de flexibilidad en la dirección transversal de los tres modelos, las matrices de rigidez se muestran en las tablas IV-5, IV-6 y IV-7.

Tabla IV-2. Matriz de flexibilidad modelo 1. Por 10^{-8} (m)

0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
0.04	0.09	0.12	0.13	0.14
0.04	0.12	6.05	9.56	11.55
0.04	0.13	9.56	19.44	25.63
0.04	0.14	11.55	25.63	39.48

Tabla IV-3. Matriz de flexibilidad modelo 2. Por 10⁻⁸ (m)

2.62	4.46	5.48
4.46	11.79	16.47
5.48	16.47	28.46

Tabla IV-4. Matriz de flexibilidad modelo 3. Por 10⁻⁸ (m)

13.33	20.45	24.41
20.45	35.66	44.73
24.41	44.73	61.91

Tabla IV-5. Matriz de rigidez modelo 1. Por 10⁸ (Kgf/m)

45.069	-20.195	0.178	-0.075	0.022
-20.195	20.574	-0.582	0.242	-0.039
0.178	-0.582	0.890	-0.648	0.162
-0.075	0.242	-0.648	0.831	-0.351
0.022	-0.039	0.162	-0.351	0.206

Tabla IV-6. Matriz de rigidez modelo 2. Por 10⁸ (Kgf/m)

1.205	-0.688	0.166
-0.688	0.835	-0.351
0.166	-0.351	0.206

Tabla IV-7. Matriz de rigidez modelo 3. Por 10⁸ (Kgf/m)

0.748	-0.630	0.160
-0.630	0.829	-0.351
0.160	-0.351	0.207

IV.3 Matriz de masa

Para armar las matrices de masa de los modelos se dispuso de un peso sísmico igual a 1Tonf/m^2 , tanto en los subterráneos como en los pisos superiores, luego este valor se divide por la gravedad para obtener la masa sísmica en unidades correctas. Las matrices de masa se muestran en las tablas IV-8, IV-9 y IV-10.

Tabla IV-8. Matriz de masas modelo 1. (Kgf s2/m)

32630.918	0	0	0	0
0	32630.918	0	0	0
0	0	6118.297	0	0
0	0	0	6118.297	0
0	0	0	0	6118.297

Tabla IV-9. Matriz de masas modelo 2. (Kgf s2/m)

6118.297	0	0	
0	6118.297	0	
0	0	6118.297	

Tabla IV-10. Matriz de masas modelo 3. (Kgf s2/m)

6118.297	0	0
0	6118.297	0
0	0	6118.297

Como se aprecia en las matrices de masa, las masas de los tres niveles superiores del modelo 1 (Tabla IV-8) son iguales a las masas de los otros dos modelos., Adicionalmente se aprecia que la masa por piso de los pisos inferiores del modelo 1, es 5.33 veces superior a la masa de los niveles superiores debido a la mayor superficie en planta de estos niveles.

V. ANALISIS DE RESULTADOS

Este capítulo muestra los resultados obtenidos del análisis sísmico. Los modelos de elementos finitos fueron utilizados para extraer la matriz de rigidez, sin embargo el análisis sísmico fue efectuado mediante una planilla Excel. Adicionalmente, el modelo de elementos finitos sirve para extraer la respuesta del edificio en cualquier elemento luego de la aplicación del vector Sn del modo a analizar.

V.1 Periodos, participación de masas y formas modales.

En la tabla V-1 se muestran los periodos propios de cada modo de vibrar y el porcentaje de participación de modal. La tabla muestra la comparación de los periodos y la participación modal de los modelos 1, 2 y 3.

Tabla V-1. Comparación de los periodos y la participación de masa de cada modo de vibrar.

	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
Modo	T(seg.)	% Part. Masa	% Part. Masa Acumulado	T(seg.)	% Part. Masa	% Part. Masa Acumulado	T(seg.)	% Part. Masa	% Part. Masa Acumulado
1	0.384	19.4	19.4	0.310	78.9	78.9	0.507	90.7	90.7
2	0.089	4.5	23.9	0.076	16.8	95.7	0.098	8.1	98.8
3	0.040	27.6	51.5	0.037	4.3	100	0.040	1.2	100
4	0.036	42.7	94.2						
5	0.015	5.8	100	·					

Analizando los periodos obtenidos de los tres modelos, se desprende que el modo 1 del modelo 1 corresponde al periodo natural del primer modo de la torre. Este modo tiene un porcentaje de participación modal de solo 19.4%. Para este mismo modelo, el modo 2 corresponde al segundo modo normal de la torre y tienen un porcentaje de participación modal de 4.5%. En la tabla V-1 se aprecia que el primer y segundo modo del modelo 1 tiene periodos similares a los de los modelos 2 y 3. Esto confirma que la situación de apoyo de la torre sobre los subterráneos se puede idealizar como una situación intermedia entre una base empotrada y una simplemente apoyada.

En la tabla V-2, V-3 y V-4 se describen los vectores de formas modales, en la figura V-1, V-2 y V-3 se muestra una representación de las formas modales.

Tabla V-2. Periodos y vector de formas modales modelo 1.

Pisos	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
T(seg)	0.384	0.089	0.040	0.036	0.015
-2	-1.37E-05	-1.21E-04	1.46E-03	2.29E-03	-4.82E-03
-1	-4.52E-05	-3.08E-04	2.79E-03	3.92E-03	2.72E-03
1	-3.35E-03	-8.80E-03	6.78E-03	-5.37E-03	-2.60E-04
2	-7.02E-03	-5.98E-03	-7.50E-03	4.70E-03	1.23E-04
3	-1.01E-02	7.05E-03	2.88E-03	-1.59E-03	-2.89E-05

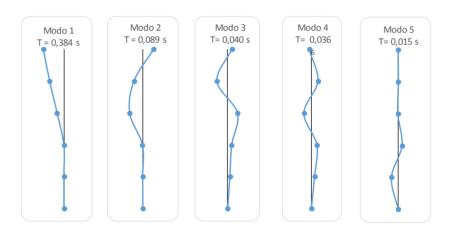


Figura V-1: Formas modales Modelo 1.

Tabla V-3. Periodos y vector de formas modales modelo 2.

Pisos	Modo 1	Modo 2	Modo 3
T(seg)	0.310	0.076	0.037
1	2.36E-03	7.97E-03	-9.71E-03
2	6.63E-03	7.61E-03	7.85E-03
3	1.07E-02	-6.49E-03	-2.73E-03

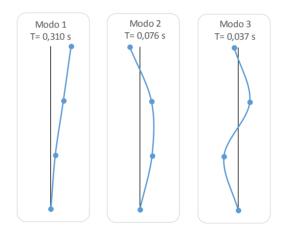


Figura V-2: Formas modales Modelo 2.

Tabla V-4. Periodos y vector de formas modales modelo 3.

Pisos	Modo 1	Modo 2	Modo 3
Т	0.507	0.098	0.040
1	4.14E-03	8.90E-03	-8.19E-03
2	7.30E-03	5.06E-03	9.19E-03
3	9.64E-03	-7.66E-03	-3.45E-03

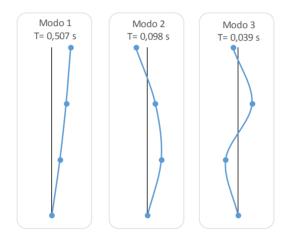


Figura V-3: Formas modales Modelo 3.

En la figura V-1 se aprecia que para los modos 1 y 2, del modelo con subterráneos, los niveles de la base se deforman muy poco respecto a los niveles de la torre. El modo 3 muestra una deformada de la base correspondiente a su primera forma modal, acoplada con la deformación de la torre en una tercera forma modal. El modo 4 es muy similar al modo 3, con una pequeña diferencia en el periodo propio. Para el modo 5 se aprecia la segunda forma modal de la base mientras la torre permanece prácticamente inmóvil y desacoplada de la base.

V.1 Contribución Estática

Para obtener la contribución modal estática de algún parámetro de interés es necesario obtener la expansión modal del vector fuerzas equivalentes Sn, este vector representa una fuerza pero tiene unidades de masa. En la ecuación 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4 se muestran la dependencia entre el vector de fuerzas equivalentes y el esfuerzo de corte basal, el esfuerzo de corte del último piso, el momento volcante basal y el desplazamiento de techo. Para obtener el desplazamiento de techo definimos un vector $i^T = \{0, 0, 0, 1\}$.

$$V_{bn}^{st} = \sum_{j=1}^{N} S_n(j) \tag{5.1}$$

$$V_{upn}^{st} = S_n(n) (5.2)$$

$$M_{bn}^{st} = \sum_{j=1}^{N} h_n S_n(j)$$
(5.3)

$$u_{upn}^{st} = k^{-1} \cdot S_n(n) \cdot i \tag{5.4}$$

En la figura V-4, se muestra la contribución modal estática acumulada de los 5 modos para el modelo 1 con subterráneos. La figura muestra que para el esfuerzo de corte basal Vb el primer modo aporta el 19.4% de la contribución estática, mientras el cuarto modo aporta el 42.7% de la contribución estática. Por otro lado para el momento volcante en la base Vb el primer modo aporta el 40% del momento estático, mientras que el cuarto modo aporta el

33%. Para el esfuerzo de corte en el último piso Vup el aporte del primer modo es de 52.4%. Para el desplazamiento de techo el primer modo tiene un aporte de 97.7% del desplazamiento total.

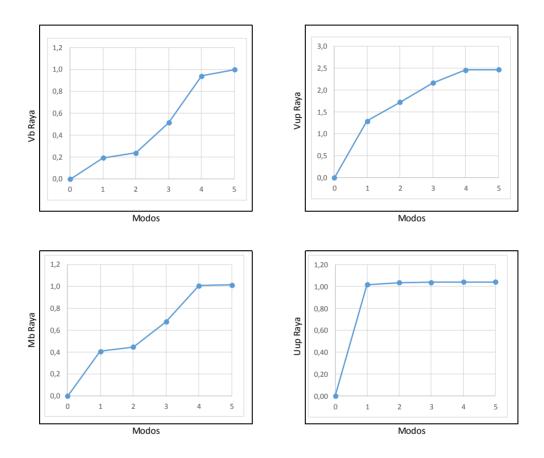


Figura V-4: Factores de contribución modal estática acumulada para el modelo 1 para **Vb**, **Vup**, **Mb** y **Uup**.

La figura V-5 y V-6 muestra la contribución modal estática acumulada para los 3 modos considerados para los modelos 2 y 3, En ambos casos el aporte estático del primer modo resulta considerablemente superior que el aporte de los otros 2 modos considerados.

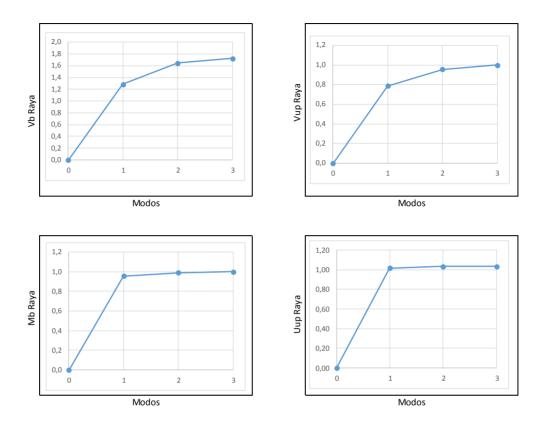


Figura V-5: Factores de contribución modal acumulada para el modelo 2 para **Vb**, **Vup**, **Mb** y **Uup**.

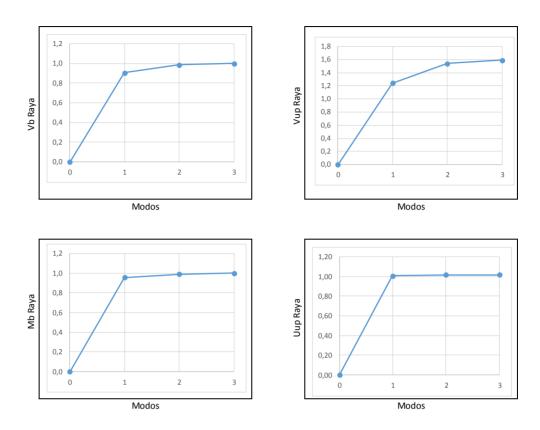


Figura V-6: Factores de contribución modal acumulada para el modelo 3 para **Vb**, **Vup**, **Mb** y **Uup**.

V.2 Contribución dinámica

Para determinar la contribución dinámica de cada modo a la respuesta sísmica se considera el espectro de aceleraciones incluido en el DS61, zona sísmica 3 y suelo tipo C, el espectro de aceleraciones queda definido por las ecuaciones contenidas en el capítulo 6.3.5 de la NCh 433. La figura V-7 se muestra los espectros reducidos para cada uno de los 3 modelos, en la tabla V-6 se muestran las coordenadas espectrales para los 3 modelos. Adicionalmente, se marcan con puntos las coordenadas espectrales para cada uno de los periodos de los tres modelos. Los espectros están reducidos por el factor R*, en el caso que el esfuerzo de corte resultante luego de reducir por R* sea mayor al corte máximo o menor al corte mínimo indicado en la norma NCh 433 se debe utilizar un nuevo factor de reducción que llamaremos R** que se calcula para que el esfuerzo de corte resultante sea igual al corte máximo o mínimo dependiendo del caso. Para nuestro caso los modelos 1 y 2 superaron el valor del corte máximo luego de ser reducidos por R* por lo que debieron ser reducidos por R**. En la tabla V-5 se muestran los factores de reducción R* y R** El cálculo de estos factores se muestra en el ANEXO A.

Tabla V-5. Factores R* y R**

	T(seg)	Modo N°	% Part. Masa	R*	R**
Modelo 1	0,036	4	42,60%	1,83	2,56
Modelo 2	0,31	1	78,80%	5,55	6,28
Modelo 3	0,5	1	90,70%	6,89	-

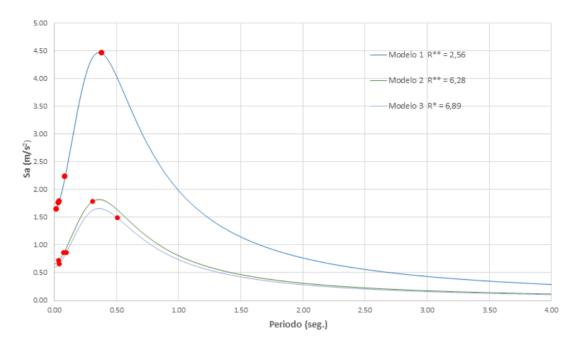


Figura V-7: Espectros reducidos, coordenadas espectrales y factores de reducción R* y R**.

Tabla V-6. Coordenadas espectrales de los tres modelos.

	Mod	elo 1	Mod	elo 2	Mod	elo 3
Modos	Tn [seg]	Sa Red	Tn [seg]	Sa Red	Tn [seg]	Sa Red
1	0.380	4.458	0.310	1.789	0.507	1.493
2	0.089	2.234	0.076	0.859	0.098	0.868
3	0.040	1.790	0.037	0.720	0.040	0.664
4	0.036	1.760	-	=	=	-
5	0.015	1.647	-	=	-	-

Las ecuaciones 5.5, 5.6, 5.7 y 5.8 representan la contribución dinámica y estática de los modos de vibrar en la respuesta del edificio, el valor de Sa corresponde a las coordenadas espectrales indicadas en la tabla V-5.

$$V_n = V^{st} \cdot \overline{V_n} \cdot S_a \tag{5.5}$$

$$M_n = M^{st} \cdot \overline{M_n} \cdot S_a \tag{5.6}$$

$$V_{upn} = V_{upn}^{st} \cdot \overline{V_{upn}} \cdot S_a \tag{5.7}$$

$$U_{upn} = U_{upn}^{st} \cdot \overline{U_{upn}} \cdot S_a \tag{5.8}$$

Las figuras V-8, V-9 y V-10 muestran la contribución dinámica y estática acumulada normalizada. Para cada modelo la contribución estática varía dependiendo del parámetro analizado, sin embargo, la contribución dinámica es la misma para todos los parámetros. Para obtener los resultados normalizados el corte basal Vb de cada modo se dividió por el peso sísmico de cada uno de los edificios Pe. Para el momento volcante Mb se dividió el aporte de cada modo por el peso sísmico y la altura del edificio (Pe-He). Para el corte del último piso Vup se dividió el aporte de cada modo por el peso del último piso (Peup). Por último, para el desplazamiento de techo se dividió el aporte de cada modo por la altura total del edificio (Ht). Se aprecia que para el modelo 1 el esfuerzo de corte del modo 1 y el modo 4 presentan el mayor aporte con el 8.9% y 7,7% respectivamente. Para el modelo 2 el modo 1 constituye el mayor aporte con un 14,38% del peso sísmico, el modo 2 y 3 aportan un 1,48% y 0,32% respectivamente. Para el modelo 3 el modo 1 también constituye el mayor aporte con un 13,8% del peso sísmico, los modos 2 y 3 aportan el 0,72% y 0,08% respectivamente.

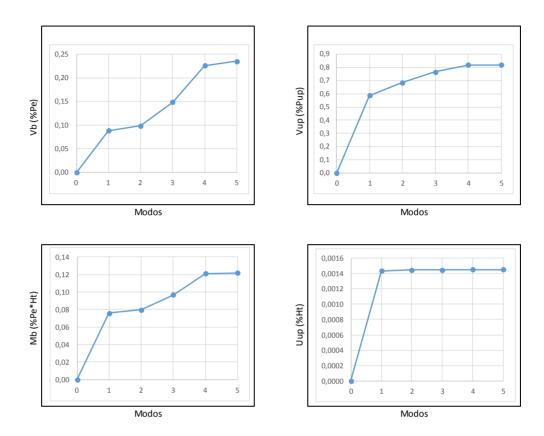


Figura V-8: Contribución estática y dinámica acumulada modelo 1.

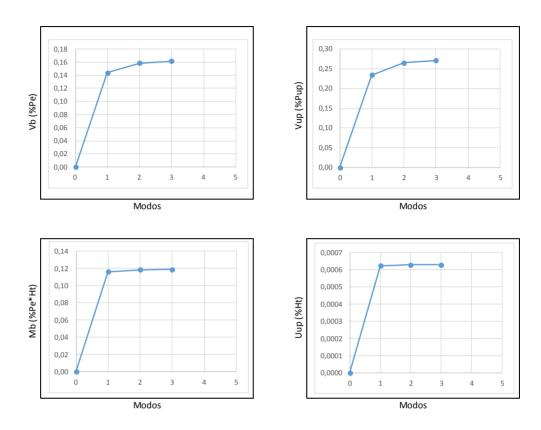


Figura V-9: Contribución estática y dinámica acumulada modelo 2.

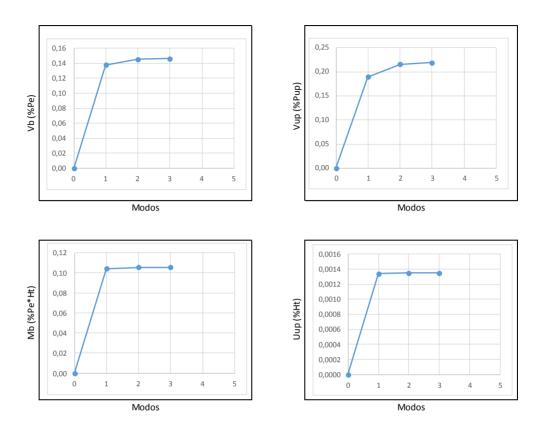


Figura V-10: Contribución estática y dinámica acumulada modelo 3.

V.3 Análisis modal espectral

La tabla V-6, V-7 y V-8 muestra la matriz de acoplamiento modal de acuerdo a la ecuación 2.18 para el modelo 1, 2 y 3, respectivamente. Se observa que estas matrices son simétricas. Para estimar la respuesta modal se utilizó un 5% del amortiguamiento crítico, de acuerdo a lo solicitado en la NCh433.

Tabla V-7. Matriz δij Modelo 1 con un amortiguamiento de 5% del crítico.

1	0.0031	0.0008	0.0006	0.0002
0.0031	1	0.0138	0.0102	0.0017
0.0008	0.0138	1	0.4314	0.0084
0.0006	0.0102	0.4314	1	0.0111
0.0002	0.0017	0.0084	0.0111	1

Tabla V-8. Matriz δij Modelo 2 con un amortiguamiento de 5% del crítico.

1	0.00343	0.00093
0.00343	1	0.01617
0.00093	0.01617	1

Tabla V-9. Matriz δij Modelo 3 con un amortiguamiento de 5% del crítico.

1	0.00218	0.00048
0.00218	1	0.01039
0.00048	0.01039	1

La figura V-11 muestra el esfuerzo de corte de piso para los modelo 1, 2 y 3 estimado mediante el análisis modal espectral. Para el nivel 1, que corresponde a la base de la torre, el esfuerzo de corte es de 100.4 Tonf., para el modelo 2 es 36,5 Tonf. y para el modelo 3 resulta en 34,8 Tonf. Por lo tanto de aplicar el análisis resulta que el esfuerzo de corte en el nivel de la base de la torre para el modelo 1 es 2.75 veces mayor que el modelo 2 y 2.89 veces mayor que el modelo 3. En la figura V-12 se muestra la deformación relativa de entrepiso para cada uno de los modelos, ésta deformación se muestra normalizada por la altura de piso del entrepiso y dividida por 1000. Se observa que para el modelo 1 y el modelo 2 la deformación relativa máxima se alcanza en el nivel 2 del edificio. En cambio, para el modelo 3 la deformación relativa máxima se alcanza en el primer nivel. La deformación relativa máxima del modelo 1 es 0.00259 la del modelo 2 es 0.00074 y la del modelo 3 es 0.00172.

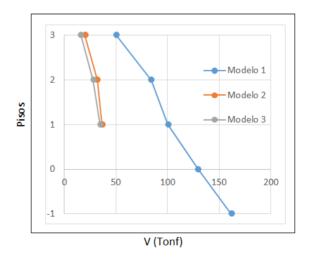


Figura V-11: Esfuerzo de corte por piso, análisis modal espectral, modelos 1, 2 y 3.

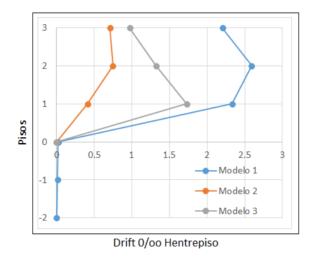


Figura V-12: Deformación relativa de entrepiso, análisis modal espectral, modelos 1, 2 y

3.

VI CONCLUSIONES

En este trabajo se hizo un análisis dinámico de una estructura irregular. Las principales conclusiones de este estudio son las siguientes.

- 1) El edificio completo muestra claramente dos modos de vibrar principales que tienen los mayores aportes estáticos y dinámicos de los parámetros estudiados. Uno de los modos se puede asociar claramente al movimiento de la base (modo 4) y otro a la torre (Modo 1). El modo 4 tiene una participación de masa de 42.7% que representa un 54.7% de la masa de la base. El modo 1 tiene una participación de masa de 19.4% que representa un 88,4% de la masa de la torre. En consecuencia, la masa que participa en el primer modo es prácticamente la totalidad de la masa de la torre. Adicionalmente las frecuencias de los modos 1, 2 y 3 del modelo 1 son muy similares a las frecuencias de los modos 1, 2 y 3 de los modelos 2 y 3.
- 2) Analizar el edificio sin considerar los niveles subterráneos implica una reducción muy importante en el espectro de respuesta del DS61. Esta reducción se debe a que el espectro de aceleraciones se encuentra escalado por R*, valor que depende de la frecuencia propia del modo con mayor participación de masa, para el modelo 1 R*=1.83, para el modelo 2 R*=5,55 y para el modelo 3 R*=6,89.
- 3) Es lógico pensar que el hecho de que los niveles subterráneos sean tan rígidos implica que la base traspasa como cuerpo rígido el movimiento del terreno hacia

los niveles superiores del edificio. Esta situación no se encuentra bien abordada por la NCh433 y el DS61, actualmente el resultado de aplicar los requerimientos normativos redunda en un aumento del esfuerzo de corte en los niveles superiores. Comparando el modelo 1 con el modelo 2, el corte aumenta 2.75 veces y al compararlo con el modelo 3 aumenta 2.89. Con este aumento tan importante en el esfuerzo de corte probablemente el edificio resultará antieconómico en sus niveles superiores, por lo que no se recomienda la aplicación de la NCh 433 y el DS61 en edificios con irregularidades de masa y rigidez como las expuestas en este trabajo. Para evitar el sobredimensionamiento de los niveles de la torre en situaciones equivalentes al caso de ejemplo se recomienda diseñar la torre y la base con dos espectros de respuesta. Para el diseño de la torre utilizar un espectro reducido por R* calculado con la frecuencia propia con mayor participación de masa de la torre. Para el diseño de la base utilizar un espectro reducido por R* calculado con la frecuencia con mayor participación de masa de la base.

BIBLIOGRAFIA

CHOPRA. ANIL K. (1995) Dynamics of Structures: Theory and Applications to earthquake Engineering.

INSTITUTO NACIONAL DE NORMALIZACIÓN (2009). Diseño Sísmico de Edificios NCh 433-96. Mod 2009.

MINISTERIO DE VIVIENDA Y URBANISMO (2011). Decreto Supremo 61. Diseño Sísmico de Edificios. Santiago, Chile.

AGUIRRE. C, CARVAJAL. J. (2012) Diseño de edificios de acero estructurados en base a marcos rígidos especiales.

PERALTA, M. (2013) Contribución modal a la respuesta sísmica elástica de muros de hormigón Armado. Informe de actividad de graduación para optar al grado de Magister en Ingeniería estructural y Geotécnica. Escuela de Ingeniería, P. Universidad Católica de Chile, Chile.

HUBE, M. (2013). Diseño Sismoresistente Avanzado. Apuntes de clases. Universidad Católica de Chile. Chile

ANEXOS

ANEXO A

Calculo de espectro reducido de acuerdo a la NCh 433 y al DS 61.

Modelo 1

Parámetros Nch 433 of 96 mod 2009:

Dirección X

R 7

Marcos especiales SMF

Parámetro que depende del tipo de suelo DS N°61

To 0,4

Periodos con mayor masa traslacional equivalente

T*x (seg) 0,036 (etabs)

Factores de reducción de la respuesta NCh 433:

$$R^* = 1 + \frac{T^*}{0.10 \, T_o + \frac{T^*}{R_o}}$$

R*x 1,83

Parámetros:

I	1,0	
Ao/g	0,4	
S	1,05	
P/g (Kg/cm/s2)	840,0	(etabs)
g (cm/s2)	981,0	
P (Ka)	824040 0	

Corte basal mínimo DS N°61:

Cmin	0,07
Qmin (Kg)	57682,8

Corte basal máximo NCh 433:

Dir X	
Cmax	0,15
O (Ka)	101100 0

Cortes basales elásticos:

Qelasx (Kg) 310035,6 (etabs)

Cortes basales reducidos:

Qred = Qelas/R**

Qredx (Kg) 121133,9

Factores de reducción R:

R*x	-
R**x	2,56

Modelo 2

Parámetros Nch 433 of 96 mod 2009:

Dirección X

R	7	Marcos especiales SMF
R₀	11	

Parámetro que depende del tipo de suelo DS N°61:

To 0,4

Periodos con mayor masa traslacional equivalente:

T*x (seg)	0,31	(etabs

Factores de reducción de la respuesta NCh 433:

$$R^* = 1 + \frac{T^*}{0.10 \, T_o + \frac{T^*}{R_o}}$$

R*v	5 55

Parámetros:

I	1,0	
Ao/g	0,4	
S	1,05	
P/g (Kg/cm/s2)	180,0	
g (cm/s2)	981,0	
P (Kg)	176580,0	

(etabs)

Corte basal mínimo DS N°61:

Cmin	0,07
Qmin (Ka)	12360 6

Corte basal máximo NCh 433:

Dir X

Cmax	0,15
Qmax (Kg)	25957,3

Cortes basales elásticos:

Cortes basales reducidos:

Factores de reducción R:

R*x	-
R**x	6,28

Modelo 3

Parámetros Nch 433 of 96 mod 2009:

Dirección X

R	7	Marcos especiales SMF
R₀	11	

Parámetro que depende del tipo de suelo DS N°61:

То	0,4

Periodos con mayor masa traslacional equivalente:

T*x (sea)	0.51	(etabs)
ix(seg)	0,51	(etabs)

Factores de reducción de la respuesta NCh 433:

Factores de reducción d
$$R^* = 1 + \frac{T^*}{0.10 \ T_o + \frac{T^*}{R_o}}$$

R*x	6.89

Parámetros:

I	1,0
Ao/g	0,4
S	1,05
P/g (Kg/cm/s2)	180,0
g (cm/s2)	981,0
P (Kg)	176580,0

(etabs)

Corte basal mínimo DS N°61:

1	Cmin	0,07
	Qmin (Kg)	12360.6

Corte basal máximo NCh 433:

Dir X

Cmax	0,15
Qmax (Kg)	25957,3

Cortes basales elásticos:

		_
Qelasx (Kn)	171385 0	(etahs)

Cortes basales reducidos:

 $Qred = Qelas/R^*$

Qredx (Kg)	24884,0

Qred = Qelas/R**

Factores de reducción R:

R*x	6,89
R**x	_