



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA

**INFLUENCIA DE LA ALEATORIEDAD  
DE LAS PROPIEDADES  
ESTRUCTURALES EN LA RESPUESTA  
SÍSMICA ESTOCÁSTICA DE UN  
EDIFICIO DE MÚLTIPLES PISOS**

**ÁNGELA MARÍA CHAMORRO ERAZO**

Informe de Actividad de Graduación para optar al Grado de  
Magíster en Ingeniería Estructural y Geotécnica

Profesor Supervisor:  
**DIEGO LÓPEZ-GARCÍA**

Santiago de Chile, abril, 2020.

A mi familia y a Marcelo, que me han  
acompañado y alentado tanto.

## **AGRADECIMIENTOS**

Un agradecimiento a los gobiernos de Chile y Japón por otorgarme la beca KIZUNA, brindándome la oportunidad de pertenecer a este programa de estudios que me ha llenado de satisfacción profesional y personal.

A la Escuela de Ingeniería Estructural y Geotécnica que, desde su coordinación y profesorado, siempre mostraron conocimiento, compromiso y dedicación para ofrecernos un programa de alta calidad, que además de los conocimientos académicos, enfatizó la ética y honor en cada proyecto realizado, aspectos que son tan importantes para el ejercicio profesional. Le agradezco especialmente al profesor Diego López- García por su disposición y colaboración para la elaboración de este proyecto.

A mi familia por su acompañamiento y a Marcelo que me ha dado su apoyo incondicional en todo momento. A mis amigos y compañeros que encontré en este recorrido.

## INDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS .....	iii
INDICE DE TABLAS .....	vi
INDICE DE FIGURAS.....	vii
RESUMEN .....	xi
ABSTRACT.....	xii
I. INTRODUCCION.....	13
I.1. Objetivos .....	15
I.1.1. Objetivo General.....	15
I.1.2. Objetivo Específicos .....	15
II. ESTRUCTURA DE ESTUDIO MODELO DETERMINISTA .....	16
II.1. Matriz de Rigidez Lateral.....	17
II.2. Matriz de Masa .....	18
II.3. Propiedades Dinámicas .....	20
II.4. Amortiguamiento.....	21
II.5. Verificación con ETABS.....	22
III. Variables aleatorias.....	24
III.1. Funciones básicas de una variable aleatoria.....	24
III.2. Descriptores de una variable aleatoria. ....	25
III.2.1. Correlación de variables .....	26
III.3. Aleatoriedad en las propiedades estructurales.....	26
IV. DESCRIPCIÓN DE LA EXCITACIÓN SÍSMICA .....	28
IV.1. Simulación de registros sísmicos .....	28

V.	MODELOS DE ESTUDIO Y METODO DE ANALISIS .....	33
V.1.	Modelos de Estudio.....	33
V.2.	Descripción del procedimiento de análisis.....	34
V.2.1.	Método de simulación .....	34
V.2.2.	Análisis Tiempo-Historia Lineal.....	35
V.2.3.	Espectro de pseudo-aceleración de piso.....	36
VI.	PROPIEDADES PROBABILISTICAS DE LA RESPUESTA SISMICA .....	37
VI.1.	Desplazamientos máximos de piso.....	37
VI.2.	Deformaciones máximas de entrepiso .....	45
VI.3.	Aceleraciones máximas de piso .....	54
VI.4.	Análisis de resultados.....	62
VI.4.1.	Influencia en el desplazamiento de techo.....	63
VI.4.2.	Influencia en las aceleraciones absolutas de techo.....	66
VII.	ESPECTROS DE PSEUDO-ACELERACIÓN .....	68
VII.1.	Espectros de pseudo-aceleración Caso A.....	68
VII.2.	Espectros de pseudo-aceleración Caso B.....	72
VII.3.	Espectros de pseudo-aceleración Caso C.....	77
VII.4.	Espectros de pseudo-aceleración Caso D.....	81
VII.5.	Análisis de resultados espectrales .....	86
VIII.	CONCLUSIONES .....	95
IX.	BIBLIOGRAFIA .....	97

## INDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla II-1. Propiedades de los materiales .....	16
Tabla II-2. Carga adicional.....	19
Tabla II-3. Valores Propios. ....	20
Tabla II-4. Vectores Propios.....	21
Tabla II-5. Amortiguamiento modal. ....	21
Tabla II-6. Valores Propios ETABS.....	23
Tabla III-1. Propiedades de las variables aleatorias.....	27
Tabla IV-1. Parámetros de función de modulación. ....	29
Tabla IV-2. Parámetros de banda-ancha.....	30
Tabla IV-4. Parámetros de historia de aceleración. ....	31
Tabla VI-1. Coeficientes de Variación de Desplazamientos. ....	45
Tabla VI-2. Coeficientes de Variación de Deformación. ....	53
Tabla VI-3. Coeficientes de Variación de Desplazamientos. ....	62

## INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura I-1. Funciones de densidad de probabilidad de variables aleatorias de resistencia y carga. ....	13
Figura II-1. Estructura de estudio.....	16
Figura II-2. Numeración de barras y grados de libertad. ....	17
Figura II-3. Formas Modales Estructura Determinística.....	20
Figura II-4. Modelo ETABS.....	22
Figura IV-1. Función de modulación (Pino Guzman, 2010).....	29
Figura IV-2. Función de densidad espectral de potencias banda-ancha (Pino Guzman, 2010).....	30
Figura IV-3. Registro sísmico artificial. ....	31
Figura IV-4. Espectro de Pseudo-Aceleración de base.....	32
Figura VI-1. PDF Desplazamiento Máximo Piso 1.....	38
Figura VI-2. PDF Desplazamiento Máximo Piso 2.....	38
Figura VI-3. PDF Desplazamiento Máximo Piso 3.....	39
Figura VI-4. PDF Desplazamiento Máximo Piso 4.....	39
Figura VI-5. PDF Desplazamiento Máximo Piso 5.....	40
Figura VI-6. PDF Desplazamiento Máximo Piso 6.....	40
Figura VI-7. PDF Desplazamiento Máximo Piso 7.....	41
Figura VI-8. PDF Desplazamiento Máximo Piso 8.....	41
Figura VI-9. Desplazamiento Máximo de Piso - Caso A.....	42
Figura VI-10. Desplazamiento Máximo de Piso - Caso B.....	43
Figura VI-11. Desplazamiento Máximo de Piso - Caso C.....	43
Figura VI-12. Desplazamiento Máximo de Piso - Caso D.....	44
Figura VI-13. Media de Desplazamiento Máximo de Piso.....	44
Figura VI-14. PDF Deformación Máximo Entrepiso 1.....	46
Figura VI-15. PDF Deformación Máximo Entrepiso 2.....	47
Figura VI-16. PDF Deformación Máximo Entrepiso 3.....	47
Figura VI-17. PDF Deformación Máximo Entrepiso 4.....	48

Figura VI-18. PDF Deformación Máximo Entrepiso 5. ....	48
Figura VI-19. PDF Deformación Máximo Entrepiso 6. ....	49
Figura VI-20. PDF Deformación Máximo Entrepiso 7. ....	49
Figura VI-21. PDF Deformación Máximo Entrepiso 8. ....	50
Figura VI-22. Deformación Máximo de Entrepiso -Caso A .....	51
Figura VI-23. Deformación Máximo de Entrepiso -Caso B .....	51
Figura VI-24. Deformación Máximo de Entrepiso -Caso C .....	52
Figura VI-25. Deformación Máximo de Entrepiso -Caso D .....	52
Figura VI-26. Media de Deformación Máximo de Entrepiso.....	53
Figura VI-27. PDF de Aceleración Máximo Piso 1.....	55
Figura VI-28. PDF de Aceleración Máximo Piso 2.....	55
Figura VI-29. PDF de Aceleración Máximo Piso 3.....	56
Figura VI-30. PDF de Aceleración Máximo Piso 4.....	56
Figura VI-31. PDF de Aceleración Máximo Piso 5.....	57
Figura VI-32. PDF de Aceleración Máximo Piso 6.....	57
Figura VI-33. PDF de Aceleración Máximo Piso 7.....	58
Figura VI-34. PDF de Aceleración Máximo Piso 8.....	58
Figura VI-35. Aceleración Máximo de Piso – Caso A. ....	59
Figura VI-36. Aceleración Máximo de Piso – Caso B.....	60
Figura VI-37. Aceleración Máximo de Piso – Caso C.....	60
Figura VI-38. Aceleración Máximo de Piso – Caso D. ....	61
Figura VI-39. Media de Aceleración Máximo de Piso. ....	61
Figura VI-40. Influencia del Módulo de elasticidad en el periodo fundamental.....	63
Figura VI-41. Influencia del periodo en la respuesta de desplazamiento. ....	64
Figura VI-42. Influencia del amortiguamiento en la respuesta de desplazamiento. ....	65
Figura VI-43. Influencia del periodo en la respuesta de aceleración. ....	66
Figura VI-44. Influencia del amortiguamiento en la respuesta de aceleración. ....	67
Figura VII-1. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 1 – Caso A. ....	68
Figura VII-2. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 2– Caso A. ....	69
Figura VII-3. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 3 – Caso A. ....	69

Figura VII-4. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 4 – Caso A. ....	70
Figura VII-5. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 5 – Caso A. ....	70
Figura VII-6. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 6 – Caso A. ....	71
Figura VII-7. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 7 – Caso A. ....	71
Figura VII-8. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 8 – Caso A. ....	72
Figura VII-9. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 1 – Caso B. ....	73
Figura VII-10. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 2 – Caso B. ....	73
Figura VII-11. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 3 – Caso B. ....	74
Figura VII-12. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 4 – Caso B. ....	74
Figura VII-13. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 5 – Caso B. ....	75
Figura VII-14. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 6 – Caso B. ....	75
Figura VII-15. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 7 – Caso B. ....	76
Figura VII-16. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 8 – Caso B. ....	76
Figura VII-17. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 1 – Caso C. ....	77
Figura VII-18. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 2 – Caso C. ....	78
Figura VII-19. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 3 – Caso C. ....	78
Figura VII-20. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 4 – Caso C. ....	79
Figura VII-21. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 5 – Caso C. ....	79
Figura VII-22. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 6 – Caso C. ....	80
Figura VII-23. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 7 – Caso C. ....	80
Figura VII-24. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 8 – Caso C. ....	81
Figura VII-25. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 1 – Caso D. ....	82
Figura VII-26. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 2 – Caso D. ....	82
Figura VII-27. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 3 – Caso D. ....	83
Figura VII-28. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 4 – Caso D. ....	83
Figura VII-29. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 5 – Caso D. ....	84
Figura VII-30. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 6 – Caso D. ....	84
Figura VII-31. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 7 – Caso D. ....	85
Figura VII-32. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 8 – Caso D. ....	85
Figura VII-33. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 1. ....	87

Figura VII-34. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 2 .....	88
Figura VII-35. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 3 .....	89
Figura VII-36. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 4 .....	90
Figura VII-37. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 5 .....	91
Figura VII-38. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 6 .....	92
Figura VII-39. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 7 .....	93
Figura VII-40. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 8 .....	94

## RESUMEN

El análisis de la respuesta sísmica de estructuras es afectado por dos fuentes de incertidumbre: la asociada a la excitación sísmica y la asociada a las propiedades físicas y dinámicas de la estructura. En este estudio, la aleatoriedad de la respuesta sísmica de un edificio de ocho pisos de hormigón armado es evaluada mediante simulaciones de Monte Carlo. Muestras de valores de respuesta son generadas a través de simulaciones numéricas. Se consideran diferentes casos para analizar la importancia relativa de la aleatoriedad de las propiedades físicas (i.e., masa y rigidez) y dinámicas (i.e., amortiguamiento) con diferentes grados de correlación. La excitación sísmica es modelada como un proceso estocástico no estacionario representativo de movimientos de campo lejano registrados en suelo rígido. Se analiza la influencia de la incertidumbre asociada a las propiedades estructurales sobre la respuesta sísmica, y se evalúa el grado de aleatoriedad de cantidades de respuesta relevantes. Se consideraron cuatro casos de aleatoriedad para las propiedades estructurales: propiedades determinísticas (i.e., sin aleatoriedad); propiedades físicas aleatorias sin correlación; propiedades físicas y dinámicas aleatorias sin correlación; y propiedades físicas y dinámicas aleatorias perfectamente correlacionadas. La aleatoriedad asociada a la excitación sísmica es la misma en los cuatro casos. Mediante análisis tiempo historia lineal se evaluaron los desplazamientos de piso, las deformaciones de entrepiso, las aceleraciones de piso y los espectros de piso. Se encontró que cuando no hay correlación entre las distintas propiedades estructurales el amortiguamiento es la única propiedad cuya aleatoriedad es algo relevante. También se encontró que cuando las distintas propiedades estructurales están perfectamente correlacionadas aumenta significativamente la dispersión de los desplazamientos de piso y de las deformaciones de entrepiso. Finalmente, se encontró que cuando las distintas propiedades estructurales están perfectamente correlacionadas se reduce considerablemente el valor medio de los máximos locales de los espectros de piso.

## **ABSTRACT**

The analysis of the seismic response of structures is affected by two sources of uncertainty: the one associated with the earthquake excitation itself, and the one associated with the structural properties (e.g., mass, stiffness and damping). In this study, the randomness of the seismic response of a reinforced concrete multi-story building is evaluated through Monte Carlo simulations. Sample response values are generated through numerical simulations. Different cases are considered to analyze the relative importance of the randomness of mass, stiffness and damping properties and their degree of correlation. The seismic excitation is modeled as a nonstationary stochastic process representative of far-field ground motions recorded on stiff soil. The influence of the uncertainty associated with the structural properties on the seismic response is analyzed, and the degree of randomness of relevant response quantities is evaluated. Four study cases were considered: deterministic (i.e., no randomness of structural properties), random (uncorrelated) mass and stiffness properties, random (uncorrelated) mass, stiffness and damping properties, and random (perfectly correlated) mass, stiffness and damping properties. The randomness associated with the seismic excitation is the same in all four cases. Different response quantities (peak floor displacement, peak interstory drift, peak floor acceleration and floor spectrum) were evaluated through linear response history analysis. It was found that when the structural properties are uncorrelated the damping property is the only one whose randomness is somewhat relevant. It was also found that when the structural properties are perfectly correlated there is a significant increase in dispersion of peak floor displacements and interstory drifts. Finally, it was found that when the structural properties are perfectly correlated there is a significant decrease in mean values of local maxima of floor spectra.

## I. INTRODUCCION

En la ingeniería sísmica hay un persistente interés por considerar tanto las fuerzas como la resistencia estructural desde un ámbito probabilístico, motivado por las múltiples causas estocásticas y la incertidumbre presente en las variables que controlan el diseño.

En la actualidad existen dos metodologías de diseño que se emplean principalmente: Diseño por Esfuerzos Admisibles (ASD) y Diseño por Factores de carga y resistencia (LRFD). Ambas buscan por medio de factores de seguridad y coeficientes de modificación, respectivamente, proporcionar un factor de confiabilidad estructural que represente valores bajos de probabilidad de falla. Lo que los dos métodos tienen en común, es que sus cálculos parten de asumir un valor nominal, diferente de la media, que sobrestimando la variable aleatoria de carga y subestimando la variable aleatoria de resistencia (Figura I-1), pretende prever cualquier incertidumbre en el comportamiento real de sus funciones de densidad de probabilidad. Si bien estos métodos introducen de forma explícita o implícita, conceptos y parámetros probabilísticos en los códigos de diseño empleados en la práctica frecuente, resultan insuficientes para conocer de manera clara la respuesta estructural en términos probabilísticos.

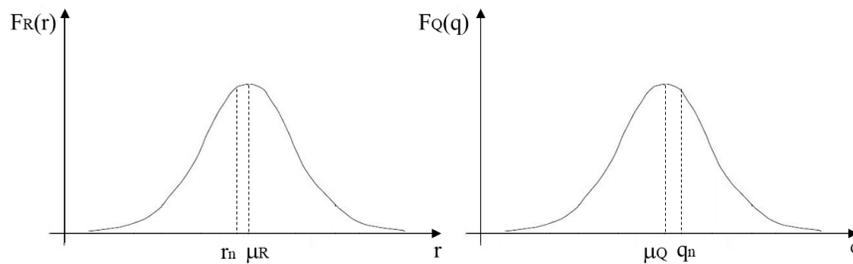


Figura I-1. Funciones de densidad de probabilidad de variables aleatorias de resistencia y carga.

La ingeniería estructural ha dispuesto de varios métodos, con el propósito de estudiar el comportamiento de las respuestas sísmicas probabilísticas, que se han clasificado en dos grupos: Analíticos y Pseudo-Estadísticos.

Los métodos Analíticos se han obtenido combinando teorías probabilísticas y de dinámica estructural para hallar soluciones directas, simples y de alta eficiencia de cálculo. Una subclasificación son los análisis probabilísticos de estructuras aleatorias, para esto los métodos más usados son: método de expansión de serie ortogonal, método de elementos finitos estocásticos, método de perturbación de elementos finitos estocásticos, método de elementos finitos estocásticos de Neumann, el método de elementos finitos estocásticos espectrales, entre otros, que buscan generalizar el procedimiento de los problemas estocásticos para su simplificación; otra subclasificación es el método de análisis no probabilístico, que busca la respuesta de estructuras inciertas bajo excitación aleatoria, sin conocer detalladamente la información probabilística de las variables de incertidumbre, estos consideran a la excitación sísmica como estacionaria o no estacionaria (Wang, et al., 2010), (Jian & Yanping, 2017) y (Śniady, et al., 2008). Varios autores han propuesto métodos recursivos que combinan estas dos subcategorías para ampliar los procedimientos que consideren la doble aleatoriedad (Li & Liao, 2001)

El método Pseudo-Estadístico es también conocido como el método Monte Carlo, que busca generar muestras artificiales por medio de la solución de múltiples problemas con datos aleatorios de sus variables. La ventaja de este método es que puede manejar sistemas grandes y que involucren un número mucho mayor de variables aleatorias. Además, es ampliamente usado para la verificación de los métodos analíticos propuestos.

De los estudios realizados se evidencia el interés de proponer metodologías de análisis que consideren la doble aleatoriedad presente en la estructura, dadas por las características estocásticas de las fuerzas de excitación y por la incertidumbre de las propiedades estructurales tales como geometría, materiales y amortiguamiento, que en la mayoría de los problemas prácticos es correcto asumir que son variables estadísticamente independientes. Esto surge del reconocer que la incertidumbre en los parámetros estructurales tiene

influencia en la respuesta sísmica estocástica y pueden llegar a ser determinantes para la seguridad de las estructuras.

En este trabajo se busca determinar la influencia de la aleatoriedad de las propiedades estructurales con diferentes hipótesis, en la respuesta sísmica estocástica de un edificio de hormigón armado de múltiples pisos. En el estudio se empleará el método de Monte Carlo, en donde las propiedades estructurales se modelarán como variables aleatorias de las que se conocen las propiedades probabilísticas y la excitación sísmica se modelara como un proceso aleatorio no estacionarios representativo de registros sísmicos de campo lejano.

## **I.1. Objetivos**

### **I.1.1. Objetivo General**

Determinar la influencia de la aleatoriedad de las propiedades estructurales en la respuesta sísmica estocástica de un edificio de múltiples pisos.

### **I.1.2. Objetivo Específicos**

- Obtener la respuesta sísmica estocástica para una edificación con propiedades determinísticas.
- Obtener la respuesta sísmica estocástica para una edificación con propiedades físicas aleatorias independientes.
- Obtener la respuesta sísmica estocástica para una edificación con propiedades físicas y dinámicas aleatorias independientes.
- Obtener la respuesta sísmica estocástica para una edificación con propiedades físicas y dinámicas aleatorias perfectamente correlacionadas.
- Identificar las propiedades probabilísticas de la respuesta sísmica estocásticas de los casos de estudio.

## II. ESTRUCTURA DE ESTUDIO MODELO DETERMINISTA

La estructura de estudio es un marco plano de hormigón armado, extraído de un edificio de 8 pisos y 3 vanos en cada dirección; diseñado con las especificaciones técnicas del ACI 318-14, NCh 433 y los decretos DS60 y DS61 del 2011, para la ciudad de Concepción, sobre un suelo tipo C. Los valores nominales de diseño en dimensiones, secciones y propiedades del material se muestran en la [Figura II-1](#) y en la [Tabla II-1](#).

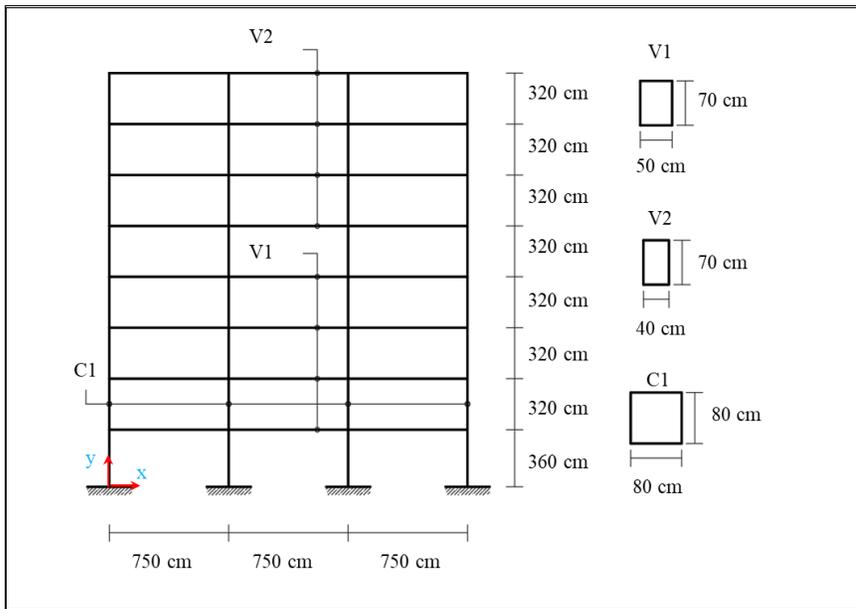


Figura II-1. Estructura de estudio.

Tabla II-1. Propiedades de los materiales.

Hormigon G30		
$f_c$	0.30	Tonf/cm <sup>2</sup>
Modulo de elasticidad	261.54	Tonf/cm <sup>2</sup>
Peso específico W	2.5.E-06	Tonf/cm <sup>3</sup>

Con formato: Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

Con formato: Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

Con formato: Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

Con formato: Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

El marco cuenta con 56 elementos del tipo axial-flexural con 6 grados de libertad (GDLs) locales por elemento y 108 GDLs en la estructura. A continuación, se presenta la nomenclatura usada en la numeración de las barras y los GDLs.

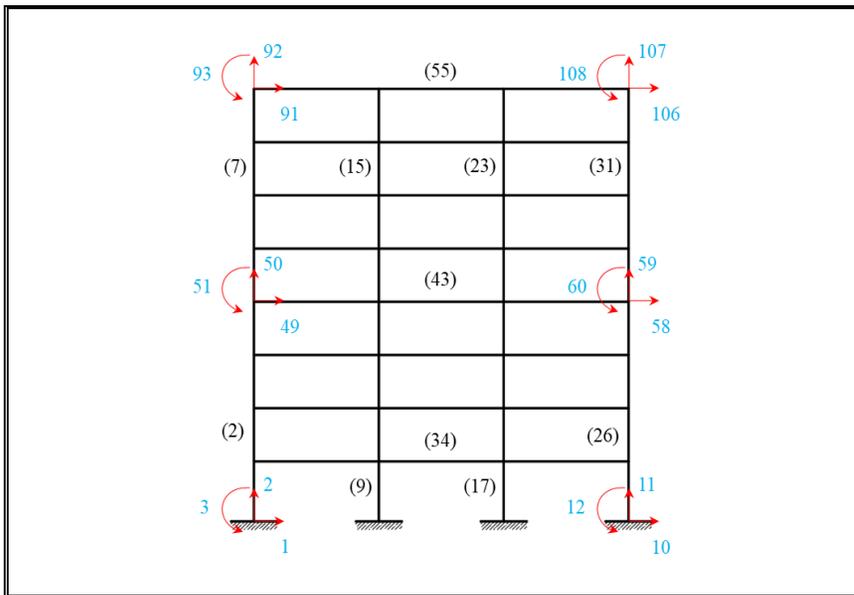


Figura II-2. Numeración de barras y grados de libertad.

### II.1. Matriz de Rigidez Lateral

Conocidas las propiedades geométricas y de resistencia, se usó el método de *Rigidez Directa* para ensamblar la matriz de rigidez local de cada elemento, en la matriz de rigidez global de la estructura, acorde a sus vectores de incidencia.

La relación entre los desplazamientos globales  $u$  y locales  $v$ , resulta de la Ecuación (II-1)(II-4), donde  $T$  es la matriz de transformación para el cambio de base.

$$v = T u \quad (II-1)$$

Donde:

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

$$T = \begin{bmatrix} S & \text{zeros}(3,3) \\ \text{zeros}(3,3) & S \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad S = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez del elemento en coordenadas globales resulta:

$$k_G^e = T^T k_L^e T \quad (\text{II-2})$$

$$K_G(a, a) = K_G(a, a) + k_G^e \quad (\text{II-3})$$

Donde  $a$  son los vectores de influencia del elemento  $e$  y  $k_L^e$  es la matriz de rigidez local, considerando solo deformaciones flexurales.

$$k_L^e = \begin{bmatrix} AE/L & 0 & 0 & -AE/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -AE/L & 0 & 0 & AE/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix}$$

El marco presenta diafragma rígido en los entrepisos y sabiendo que la excitación sísmica se presenta en la dirección horizontal  $x$ , se realiza una condensación estática, de la matriz de rigidez reducida (sin los GDLs restringidos), respecto a los GDLs traslacionales, en donde se encuentran las masas a excitar (Ecuación (II-4)(II-4)). Se halla la matriz de rigidez lateral, conformada de 8 GDLs, uno por piso.

$$K_L = K_{ii} - K_{i\check{c}} K_{\check{c}\check{c}}^{-1} K_{\check{c}i} \quad (\text{II-4})$$

Donde  $i$  representa los GDLs traslacionales y  $\check{c}$  son los demás grados de libertad sin restricción.

## II.2. Matriz de Masa

La masa proporcionada por los elementos ( $m_e$ ) y las cargas adicionales ( $m_{D+0.25L}$ ), se concentró directamente en los 8 GDLs traslacionales, generando una matriz de masa diagonal (Ecuación (II-5)(II-5)).

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

$$M_L(p, p) = m^p \quad (\text{II-5})$$

Donde  $p$  es el número de piso que varía de 1 hasta 8 y  $m^p$  es la masa por piso, calculada como se muestra a continuación:

$$m^p = m_e^p + m_{D+0.25L}^p$$

$$m_e^p = \sum_{vig=1}^{n_{vig(p)}} m_{e\ vig} + \sum_{col=1}^{n_{col(p)}} \frac{m_{e\ col}}{2} + \sum_{col=1}^{n_{col(p+1)}} \frac{m_{e\ col}}{2}$$

Donde la masa de cada elemento depende del peso de su material, sección y longitud (Ecuación [\(II-6\)](#)); siendo  $n_{vig(p)}$  el número de vigas en el piso  $p$ ,  $n_{col(p)}$  número de columnas en el piso  $p$  y  $n_{col(p+1)}$  el número de columnas en el piso  $p+1$ . La masa de las columnas se distribuye en cada piso por aferencia. La gravedad se tomó con un valor de  $981 \text{ cm/sg}^2$  y el peso específico se muestra en la [Tabla II-1](#).

$$m_e = \frac{WA}{g} L \quad (\text{II-6})$$

La carga adicional se conforma por la carga muerta de piso más el 25% de la carga viva.

Tabla II-2. Carga adicional.

Piso	$D^p$ (Tonf)	$L^p$ (Tonf)	$m_{D+0.25L}^p$ (Tonf $\text{seg}^2/\text{cm}$ )
1	96.30	42.18	0.108982
2	96.30	42.18	0.108982
3	96.30	42.18	0.108982
4	96.30	42.18	0.108982
5	96.30	42.18	0.108982
6	96.30	42.18	0.108982
7	96.30	42.18	0.108982
8	84.37	16.87	0.090340

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

### II.3. Propiedades Dinámicas

Se calculan los periodos y formas modales de la estructura resolviendo el problema de valores propios entre la matriz de masa y rigidez.

$$K_L \phi = w^2 M_L \phi$$

Tabla II-3. Valores Propios.

Modo	T (seg)	w (1/rad)
1	0.967	6.495
2	0.319	19.676
3	0.177	35.483
4	0.121	51.767
5	0.092	68.144
6	0.074	84.429
7	0.063	99.766
8	0.056	112.223

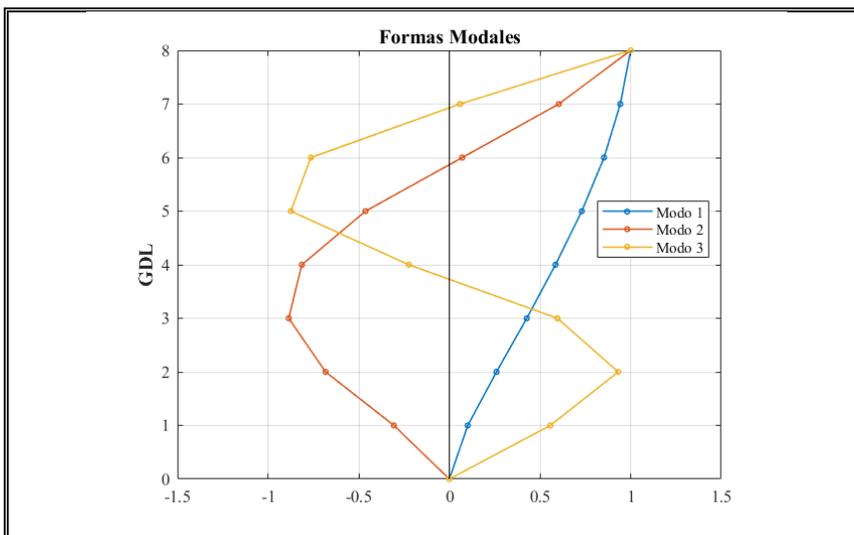


Figura II-3. Formas Modales Estructura Determinística.

Tabla II-4. Vectores Propios.

GDL	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\phi_4$	$\phi_5$	$\phi_6$	$\phi_7$	$\phi_8$
1	0.102	-0.305	0.557	-0.850	0.974	1.000	0.842	-0.538
2	0.260	-0.683	0.932	-0.833	0.220	-0.509	-0.940	0.825
3	0.427	-0.886	0.596	0.338	-0.963	-0.525	0.539	-0.995
4	0.586	-0.814	-0.223	1.000	-0.036	0.960	0.153	1.000
5	0.731	-0.462	-0.874	0.164	1.000	-0.349	-0.770	-0.884
6	0.853	0.071	-0.764	-0.942	-0.201	-0.649	1.000	0.658
7	0.943	0.604	0.059	-0.554	-0.911	0.950	-0.754	-0.378
8	1.000	1.000	1.000	0.959	0.728	-0.505	0.317	0.139

#### II.4. Amortiguamiento

La matriz de amortiguamiento se crea con el método de superposición de matrices de amortiguamiento modal. La matriz de amortiguamiento modal es diagonal en correspondencia con la ortogonalidad modal de la ecuación del movimiento, clasificándose como amortiguamiento clásico. Cada modo cuenta con el amortiguamiento generalizado (Ecuación (II-7)(II-7)), en donde la fracción de amortiguamiento se tomó como  $\xi=0.05$ , característico de las estructuras de hormigón armado (Chopra, 2014).

$$C_n = 2 \xi w_n M_n \quad (II-7)$$

Donde  $M_n$  corresponde a la masa modal.

Tabla II-5. Amortiguamiento modal.

Modo	$\xi_n$ (%)	$M_n$ (Tonf seg <sup>2</sup> /cm)	$C_n$ (Tonf seg/cm)
1	5.000	0.521	0.339
2	5.000	0.503	0.990
3	5.000	0.552	1.958
4	5.000	0.666	3.447
5	5.000	0.625	4.257
6	5.000	0.610	5.152
7	5.000	0.614	6.121
8	5.000	0.645	7.233

Debido a la ortogonalidad de la matriz de amortiguamiento modal, se calcula la matriz de amortiguamiento en forma inversa a la diagonalización.

$$C_L = \text{inv}(\Phi^T) C \text{inv}(\Phi)$$

Finalmente, la ecuación del movimiento se escribe mediante el equilibrio de fuerzas que actúan sobre las masas cuando se mueve en la dirección  $x$ , expresada en coordenadas relativas a la base.

$$M_L \ddot{u}_r + C_L \dot{u} + K_L u = -M_L^{-1} r \ddot{u}_g(t)$$

#### II.5. Verificación con ETABS.

Se crea un modelo de elementos finitos en el programa ETABS con la finalidad de verificar las propiedades dinámicas calculadas en la sección II.3. La configuración del modelo en cuanto a geometría, secciones, materiales y masas adicionales corresponden a las indicadas con anterioridad en el presente capítulo.

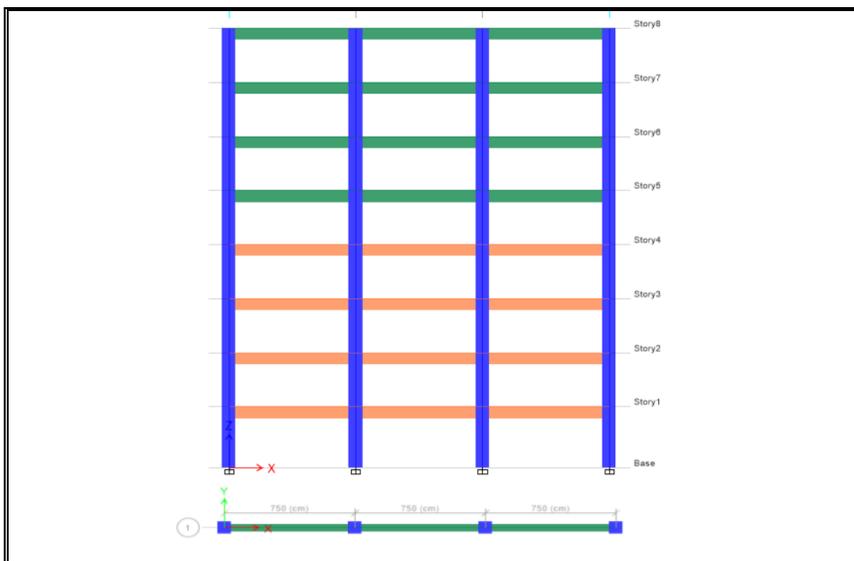


Figura II-4. Modelo ETABS.

En cada elemento se modificó el aporte de las deformaciones por corte haciéndolo cero. La masa de los elementos se asigna automáticamente con cada uno de ellos y el programa lo distribuye por aferencia a cada nivel de piso, semejante con lo antes realizado; por ultimo las masas adicionales se aplicaron en los nodos de cada entrepiso (Tabla II-2<sup>↑</sup>Tabla II-2<sup>↑</sup>).

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

Tabla II-6. Valores Propios ETABS.

<b>Modo</b>	<b>T (seg)</b>	<b>w (1/rad)</b>
<b>1</b>	0.954	6.586
<b>2</b>	0.308	20.378
<b>3</b>	0.162	38.827
<b>4</b>	0.102	61.514
<b>5</b>	0.070	90.097
<b>6</b>	0.052	121.466
<b>7</b>	0.044	143.394
<b>8</b>	0.041	152.896

La diferencia entre periodos fundamentales es de 1.34 %, la cual es aceptable.

### III. VARIABLES ALEATORIAS

El fenómeno de aleatoriedad es aquel que tiene más de un resultado probable, y que además no es posible predecir. Una variable aleatoria es la representación real del evento aleatorio que se enmarca en un espacio muestral; en el caso de la ingeniería todo evento ya se constituye por sí mismo como una variable real.

Las variables aleatorias cuentan con una distribución que determina el comportamiento de sus propiedades probabilísticas. Las más comunes en las variables estructurales son la distribución uniforme, normal (Gaussiana) y lognormal. Sin embargo, se sabe que las respuestas sísmicas del sistema no tienen una distribución específica y se clasifica como desconocida.

A continuación, se presentan las propiedades probabilísticas que se usaron en el desarrollo de este trabajo.

#### III.1. Funciones básicas de una variable aleatoria.

##### a) Función de probabilidad acumulada

La función de probabilidad acumulada CDF (Cumulative Distribution Function) se define como la probabilidad de que la variable  $X$  tome valores menores o iguales a un valor  $x$  especificado. Definida entre un rango de cero a uno.

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

##### b) Función de densidad de probabilidad

La función de densidad de probabilidad PDF (Probability Density Function) corresponde a la primera derivada de CDF. Con PDF se puede apreciar cualitativamente la distribución de una variable, su valor medio y la dispersión.

Cuando se cuenta con variables que tienen una distribución desconocida, como es el caso de la respuesta sísmicas de una estructura, el PDF se puede estimar por medio

de histogramas normalizados, sin embargo, debido a que la distribución de la respuesta es una distribución “con cola” (i.e., los valores de densidad de probabilidad tienden a cero cuando los valores de la variable tienden a cero o a infinito) es posible usar el comando *ksdensity* de MATLAB.

$$[f, \hat{x}] = \text{ksdensity}(x) \quad (\text{III-1})$$

### III.2. Descriptores de una variable aleatoria.

Cuando las variables no tienen una distribución conocida se hace una estimación de sus descriptores de la siguiente manera.

#### a) Media

La estimación de la media se calcula con la Ecuación (III-2)(III-2). Se usó el comando *mean* de MATLAB, que es equivalente.

$$\tilde{\mu}_x = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N} \quad (\text{III-2})$$

$$\tilde{\mu}_x = \text{mean}(x) \quad (\text{III-3})$$

#### b) Desviación estándar

La estimación de la desviación estándar se calcula con la Ecuación (III-4)(III-4). Se usó el comando *std* de MATLAB, que es equivalente.

$$\tilde{\sigma}_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \tilde{\mu}_x)^2}{N - 1}} \quad (\text{III-4})$$

$$\tilde{\sigma}_x = \text{std}(x) \quad (\text{III-5})$$

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

c) Coeficiente de variación

El coeficiente de variación es adimensional y se define como la razón entre la desviación estándar y la media. Se considera que valores menores a 0.1 tienen una baja dispersión, mientras que valores mayores a 0.4 tienen una dispersión muy alta.

$$V_x = \frac{\tilde{\sigma}_x}{\tilde{\mu}_x} \quad (\text{III-6})$$

### III.2.1. Correlación de variables

La correlación es una medida que determina el grado de covariación lineal (varían conjuntamente) que tienen dos o más variables; la correlación  $\rho$  puede ser causal o fortuita y se mide en una escala de -1 a 1, donde la correlación positiva indica que varían en el mismo sentido y negativa en sentidos opuestos;  $\rho=0$  indica que las variables son independientes y no existe relación lineal entre ellas (Vinuesa, 2016).

### III.3. Aleatoriedad en las propiedades estructurales

En la materialización de la estructura existen factores constructivos que proporcionan variaciones en los valores nominales usados en el diseño. Para el caso de las estructuras de hormigón armado la formaleta y la fundición generan variación en las secciones de los elementos, mientras que la dosificación y el curado del hormigón generan variación en sus resistencias.

La fracción de amortiguamiento modal en estructuras se ha determinado por medio de ensayos dinámicos, con perturbaciones menores a las sísmicas, en los que se ha registrado que ésta varía según la intensidad de la fuerza de excitación, el sistema estructural y el modo. Esta variable es la que presenta mayor varianza por las incertidumbres en la información recopilada hasta el momento (Chopra, 2014).

Las variables que se consideran aleatorias se muestran en la [Tabla III-1](#) y [Tabla III-4](#). La geometría del marco, asociada a la longitud de los elementos, se consideró

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

determinística en todo momento. Las variables se consideran de distribución Normal, los valores nominales corresponden a la media ( $\mu$ ) y los coeficientes de varianza ( $V$ ) se adoptaron de (Gidaris & Taflanidis, 2015). El cálculo de la desviación estándar ( $\sigma$ ) se calculó despejando la Ecuación (III-6(III-6)).

Comentado [DL1]: Completar

Con formato: Fuente: Sin Negrita

Con formato: Fuente: Sin Negrita

Tabla III-1. Propiedades de las variables aleatorias.

Variable	$\mu$	V	$\sigma$
E Modulo de elasticidad	261.540 Tonf/cm <sup>2</sup>	0.1	26.154 Tonf/cm <sup>2</sup>
b <sub>V1</sub> Base viga V1	50 cm	0.1	5 cm
b <sub>V2</sub> Base viga V2	40 cm	0.1	4 cm
h <sub>V</sub> Altura vigas V1 y V2	70 cm	0.1	7 cm
b <sub>C</sub> Base columna C	80 cm	0.1	8 cm
h <sub>C</sub> Alltura columna C	80 cm	0.1	8 cm
$\xi$ Amortiguamiento	0.05 -	0.3	0.015 -
m <sub>1</sub> Masa adicional piso 1 a 7	0.10898 Tonf seg <sup>2</sup> /cm	0.1	0.01090 Tonf seg <sup>2</sup> /cm
m <sub>2</sub> Masa adicional piso 8	0.09034 Tonf seg <sup>2</sup> /cm	0.1	0.00903 Tonf seg <sup>2</sup> /cm

#### IV. DESCRIPCIÓN DE LA EXCITACIÓN SÍSMICA

En los últimos años se han recopilado y analizado datos de diferentes tipos de excitación, tales como fuerzas, desplazamientos y contenido frecuencial; este último ha servido para clasificar la aleatoriedad de esta variable en términos de su energía en un rango de frecuencias, llamado PSD (Power Spectral Density), lo cual se ha usado ampliamente para la creación de registros sísmicos artificiales (Maymon, 2008),

La metodología para la creación de registros sísmicos artificiales, usada para el desarrollo de este trabajo, fue implementada por el profesor supervisor **Diego López-García** en su Tesis Doctoral (López-García, 2004). A continuación, se muestran las funciones seleccionadas y el procedimiento.

##### IV.1. Simulación de registros sísmicos

La excitación sísmica es modelada como un proceso aleatorio Gaussiano estacionario con media cero  $\ddot{U}_g(t)$ , cuya función de densidad espectral de potencia se definió como:

$$S_{\ddot{U}_g}(t, \omega) = [f_e(t)]^2 S_g(\omega) \quad (\text{IV-1})$$

En donde  $f_e(t)$  es la función de modulación en el tiempo propuesta por (Saragoni & Hart, 1974) y calibrada por (Boore, 1983) y se define así:

$$f_e(t) = a t^2 e^{-c t} \quad (\text{IV-2})$$

Donde:

$$a = \left( \frac{e}{\varepsilon T_D} \right)^b \quad (\text{IV-3})$$

$$b = \frac{\varepsilon \ln \eta}{1 + \varepsilon (\ln \varepsilon - 1)} \quad (\text{IV-4})$$

$$c = \frac{b}{\varepsilon T_D} \quad (\text{IV-5})$$

**Comentado [DL2]:** Hay que incluir esta referencia en la bibliografía. La referencia es:

Lopez-Garcia D (2004): Separation distance necessary to prevent seismic pounding between adjacent structures. PhD Dissertation, Department of Civil, Structural & Environmental Engineering, University at Buffalo, State University of New York (Buffalo, USA).

que hay que convertir al format adoptado en tu trabajo.

**Comentado [DL3]:** Referencia incorrecta. La referencia correcta es:

Boore DM. Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra. Bulletin of the Seismological Society of America 1983;73(6A):1865-94.

que hay que convertir al format adoptado en tu trabajo.

Siendo  $T_D$  la duración de la excitación,  $\eta$  y  $\varepsilon$  son constantes que definen la forma de la función. Para este trabajo los valores usados se muestran en la [Tabla IV-1](#) ~~Tabla IV-1~~.

Tabla IV-1. Parámetros de función de modulación.

$T_D$ (seg)	$\eta$	$\varepsilon$
30	0.05	0.2

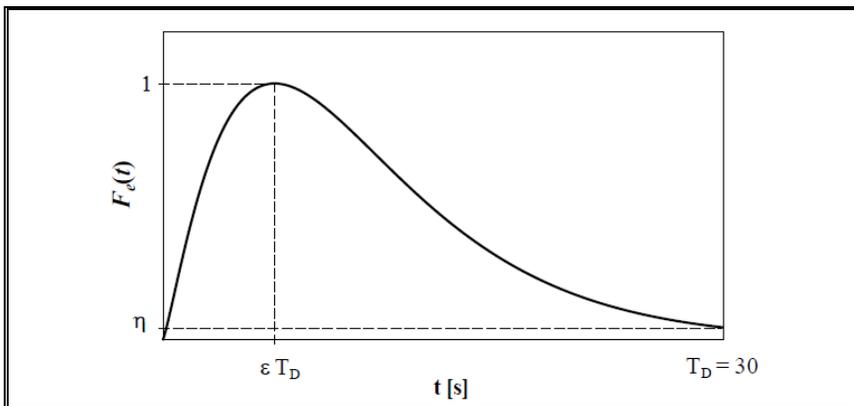


Figura IV-1. Función de modulación (Pino Guzman, 2010).

$S_g(\omega)$  es una función de densidad espectral de potencias y se obtiene del modelo Kanai-Tajimi modificado (Clough & Penzien, 1993) definido así:

$$S_g(\omega) = \left[ \frac{\omega^4}{(\omega_f^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_f^2 \omega^2 \omega_f^2} \right] \left[ \frac{\omega_g^4 + 4\xi_g^2 \omega^2 \omega_g^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_g^2 \omega^2 \omega_g^2} \right] S_0 \quad (\text{IV-6})$$

Donde  $S_0$  es un factor de intensidad,  $\xi_g$  y  $\omega_g$  son parámetros de control de contenido frecuencial y,  $\xi_f$  y  $\omega_f$  son parámetros de filtro que hacen que  $S_g(\omega)$  tienda a cero cuando  $\omega$  lo hace, tal como se ha observado en la función de densidad espectral de potencias de registros sísmicos reales. Los parámetros se clasifican en dos grupos; banda-ancha seleccionados de recomendaciones hechas en la literatura (Soong &

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

Grigoriu, 1993), y banda-angosta que se presenta en lugares con capas gruesas de suelo blandos, valores seleccionados de las derivaciones del análisis del sismo de México en 1985 (Valles & Reinhorn, 1997). Los valores usados en este caso de estudio se muestran en la [Tabla IV-2](#)~~Tabla IV-2;Error! No se encuentra el origen de la referencia.~~

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

Tabla IV-2. Parámetros de banda-ancha.

$\omega_g$ (rad/seg)	$\xi_g$	$\omega_r$ (rad/seg)	$\xi_r$	$S_0$ (cm <sup>2</sup> /seg <sup>3</sup> )
12.50	0.60	2.00	0.70	200.00

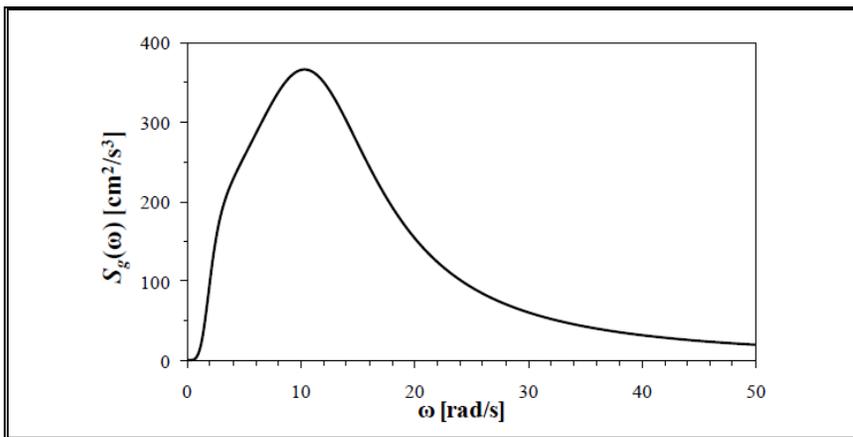


Figura IV-2. Función de densidad espectral de potencias banda-ancha (Pino Guzman, 2010).

Finalmente, se simulan historias de aceleración en el suelo definidas así (Soong & Grigoriu, 1993):

$$\ddot{u}_g(t) = f_e(t) \sum_{k=1}^{n_\omega} \sqrt{2S_g(\omega_k)\Delta\omega} (A_k \cos(\omega_k t) + B_k \sin(\omega_k t)) \quad (\text{IV-7})$$

Donde  $\Delta\omega = \omega_c/n_\omega$  siendo  $\omega_c$  la frecuencia de corte,  $\omega_k = (k - 0.5)$  y  $A_k, B_k$  son variables aleatorias gaussianas estándar independientes, creadas para cada historia de aceleración. Las historias de aceleración se crean con un paso de tiempo constante igual a 0.005 seg.

Tabla IV-3. Parámetros de historia de aceleración.

$\omega_c$ (rad/seg)	Banda-Ancha
	$n_\omega$
300	1500

Con simulación Monte Carlo se generan 1000 muestras de historiales de aceleración del terreno,  $\ddot{u}_g(t)$ , para el proceso  $\ddot{U}_g(t)$  de banda ancha. Para fines ilustrativos se muestra un registro sísmico artificial y además, se crean los espectros de pseudo-aceleración para cada uno de ellos, con un rango de periodos  $T=0:0.01:4$  segundos y con un factor de amortiguamiento  $\xi=5\%$  característico de las estructuras de hormigón armado.

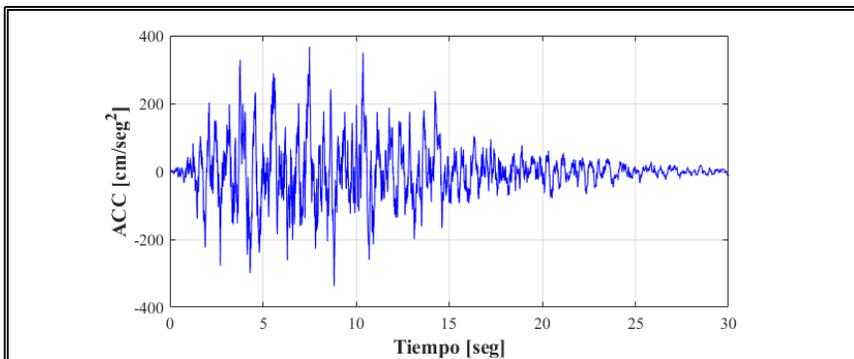


Figura IV-3. Registro sísmico artificial.

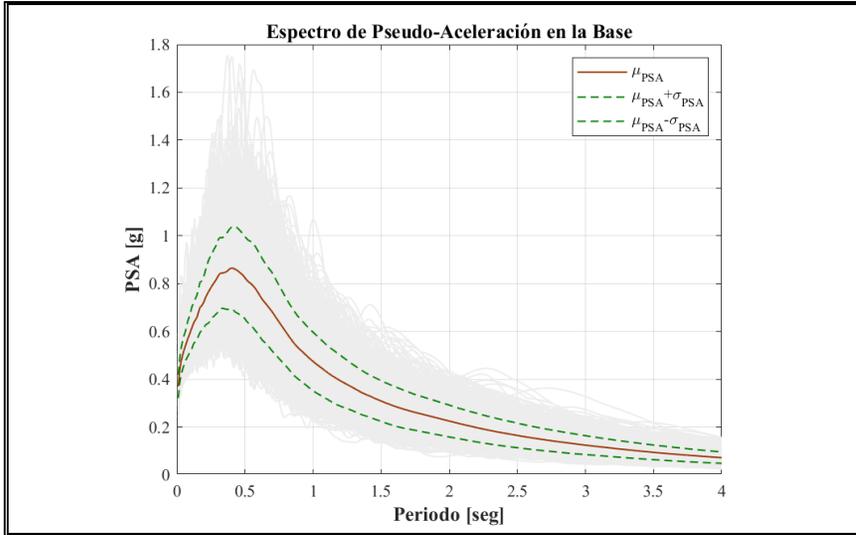


Figura IV-4. Espectro de Pseudo-Aceleración de base.

## V. MODELOS DE ESTUDIO Y METODO DE ANALISIS

En la evaluación de la influencia de la aleatoriedad de las propiedades estructurales en la respuesta sísmica estocástica, se proponen cuatro casos de estudio, con diferentes variables aleatorias y grados de correlación. Cada caso se sometió a  $N=1000$  registros sísmicos artificiales, por lo que para cada variable aleatoria se requirió la simulación de  $N$  valores representativos.

### V.1. Modelos de Estudio

#### CASO A.

Las propiedades físicas y dinámicas de la estructura se consideraron determinísticas, usando sus respectivos valores nominales de diseño.

Se cuenta con una única estructura de análisis que se sometió a  $N$  registros sísmicos.

#### CASO B

Las propiedades físicas de la estructura se consideraron aleatorias con correlación  $\rho=0$ ; esto quiere decir que: para los 56 elementos estructurales se realizó una simulación de las dimensiones de su sección y de su módulo de elasticidad ( $b$ ,  $h$  y  $E$ ); y para los 8 pisos se realizó una simulación de la masa adicional ( $m_{D+0.25L}^P$ ); un total de 176 variables aleatorias independientes. El amortiguamiento de la estructura se considera determinístico.

En la simulación se crearon  $N$  estructuras de análisis, donde cada una se sometió a un registro sísmico.

#### CASO C

Ídem al Caso B, exceptuando que el amortiguamiento se consideró aleatorio con correlación  $\rho=0$  entre modos; esto quiere decir que para los 8 modos se realizó una simulación de su fracción de amortiguamiento ( $\xi$ ); un total de 184 variables aleatorias independientes.

En la simulación se crearon N estructuras de análisis, donde cada una se sometió a un registro sísmico.

#### **CASO D**

Las propiedades físicas y dinámicas de la estructura se consideraron aleatorias con correlación  $\rho=1$ ; esto quiere decir que su variación se da conjuntamente en el mismo sentido. En total se crean 9 variables aleatorias dependientes.

En la simulación se crearon N estructuras de análisis, donde cada una se sometió a un registro sísmico.

#### **V.2. Descripción del procedimiento de análisis**

El estudio se realizó en el programa MATLAB, y su desarrollo en cada caso de estudio se dividió en tres etapas:

- Pre-Procesamiento: Se hallaron los valores representativos de la variable aleatoria de cada caso, con los que se construyeron las ecuaciones de movimiento estructural.
- Procesamiento: Se realizó un análisis Tiempo-Historia Lineal con un integrador de orden cero para obtener la respuesta sísmica estructural.
- Post-Procesamiento: Se procedió a calcular: espectros de pseudo aceleración, funciones de densidad de probabilidad y descriptores probabilísticos de cada variable de respuesta.

##### **V.2.1. Método de simulación**

El método Monte Carlo es una técnica para simular números aleatorios representativos de una variable que previamente fue estudiada y de la que se conoce su distribución y descriptores de probabilidad. Es usado para resolver problemas estocásticos, donde las variables pertenecen a la información de entrada y sus resultados se obtienen

directamente por una función conocida o indirectamente si no es posible establecer una relación explícita entre las variables básicas y la respuesta (Decker, 1991).

Se usó el comando *normrnd* en MATLAB, para crear N valores, asociados a los descriptores probabilísticas de cada variable con distribución normal (Ecuación ~~(V-1)~~(V-1)).

$$x = \text{normrnd}(\mu_x, \sigma_x, N, 1) \quad (\text{V-1})$$

Cuando las variables son dependientes ( $\rho=1$ ), inicialmente se realiza una simulación para N valores con una distribución normal estándar ( $\mu=0$  y  $\sigma=1$ , ver Ecuación ~~(V-2)~~(V-2), para posteriormente con los descriptores de cada variable generara resultados representativos y perfectamente correlacionados entre sí (Ecuación ~~(V-3)~~(V-3)).

$$z = \text{normrnd}(0,1, N, 1) \quad (\text{V-2})$$

$$x = \mu_x + z \sigma_x \quad (\text{V-3})$$

### V.2.2. Análisis Tiempo-Historia Lineal

Se realizó un análisis Tiempo-Historia Lineal; las ecuaciones de movimiento se resolvieron con el método de integración Mantenedor de orden cero (Z.O.H) en el espacio de estado. Inicialmente se transforma la ecuación del movimiento a un sistema de primer orden asociado a las variables de estado (Ecuaciones ~~(V-4)~~(V-4) y ~~(V-5)~~(V-5)).

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{i}(t) \quad (\text{V-4})$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{V-5})$$

Posteriormente para resolver la ecuación para todos los instantes de tiempo se hace una integración en el tiempo discreto por medio del mantenedor de orden cero (Ecuación ~~(V-6)~~(V-6)).

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

$$z(t_i + 1) = G z(t_i) + H_0 i(t_i) \quad (V-6)$$

Donde:

$$G = e^{A\Delta t}$$

$$H_0 = A^{-1}(G - I)B$$

### V.2.3. Espectro de pseudo-aceleración de piso

El espectro de pseudo-aceleración es la respuesta máxima de estructuras de un grado de libertad entre un rango de periodos. En este caso se usó un rango de periodos  $T=0:0.01:4$  segundos, generados a partir de historias de aceleración absoluta en cada piso de la estructura, usando amortiguamiento  $\xi=2\%$  asociado al amortiguamiento en los elementos no estructurales.

Los espectros se calculan resolviendo la ecuación del movimiento, por medio de la integración exacta para los  $T$  y  $\xi$  indicados, normalizados respecto a la gravedad.

## VI. PROPIEDADES PROBABILISTICAS DE LA RESPUESTA SISMICA

De las historias de desplazamiento y aceleración de piso, obtenidas de cada análisis Tiempo-Historia Lineal, se extrajeron los valores representativos en cada caso, de las siguientes variables de interés: desplazamiento máximo de piso, deformación máxima de entrepiso y aceleración máxima de piso.

Conocidos los valores representativos, se procedió con la estimación de las propiedades probabilísticas de estas variables de distribución desconocida, con el fin de identificar en su comportamiento, la influencia de las propiedades estructurales aleatorias en la respuesta sísmica estocástica.

### VI.1. Desplazamientos máximos de piso

En esta sección se analizó la variable aleatoria de los máximos valores de desplazamientos de piso, donde para cada realización están dados por:

$$u_p(n) = \max|u_p^n(t)| \quad (\text{VI-1})$$

Donde  $p$  es el número de piso y  $n$  varía de 1 a 1000, asociado al número de simulaciones totales  $N$ .

Con los valores hallados se crearon las curvas de función de densidad de probabilidad (Ecuación (III-1)(4H-4)). De estos resultados se aprecia, como era de esperar, que los desplazamientos van incrementando desde el primer piso al último; pero, además, se ve en la distribución, que a medida en que crece el valor medio así mismo lo hace la desviación estándar, razón por la cual a mayor altura de piso las curvas tienden a tener menos amplitud y a abarcar mayores valores probables.

También se observa particularmente que: en el caso C, la amplitud de las funciones disminuye levemente respecto al caso A y B, lo que se podría interpretar como un incremento en la desviación estándar; mientras que en el caso D se aprecia que el rango de valores probables aumenta en tendencia a valores de mayor magnitud, dispersando aún más los descriptores probabilísticos.

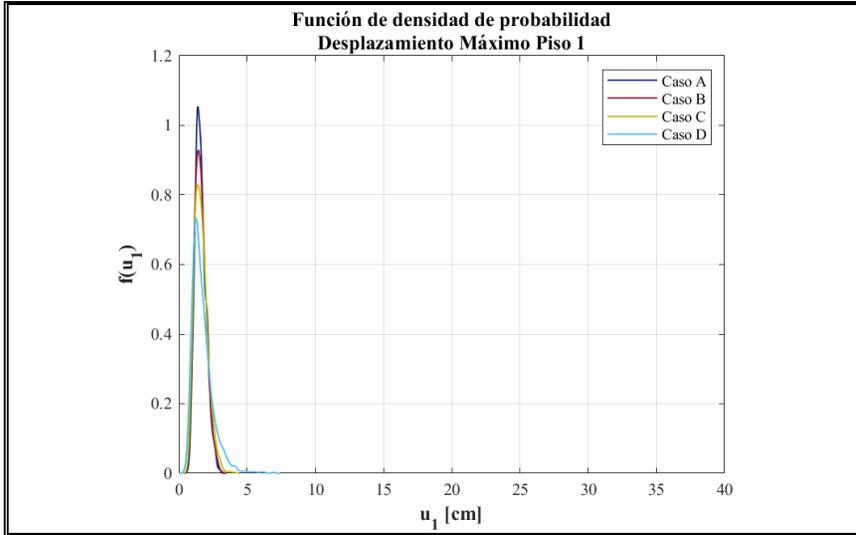


Figura VI-1. PDF Desplazamiento Máximo Piso 1.

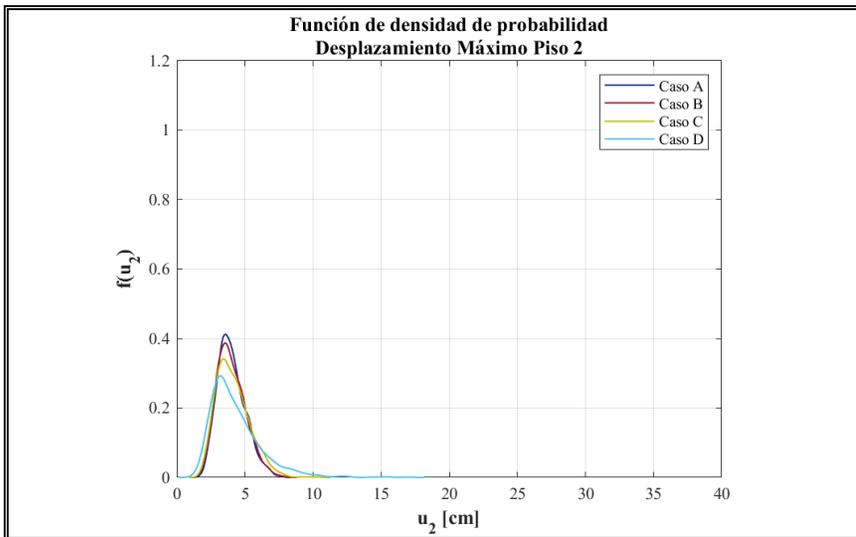


Figura VI-2. PDF Desplazamiento Máximo Piso 2.

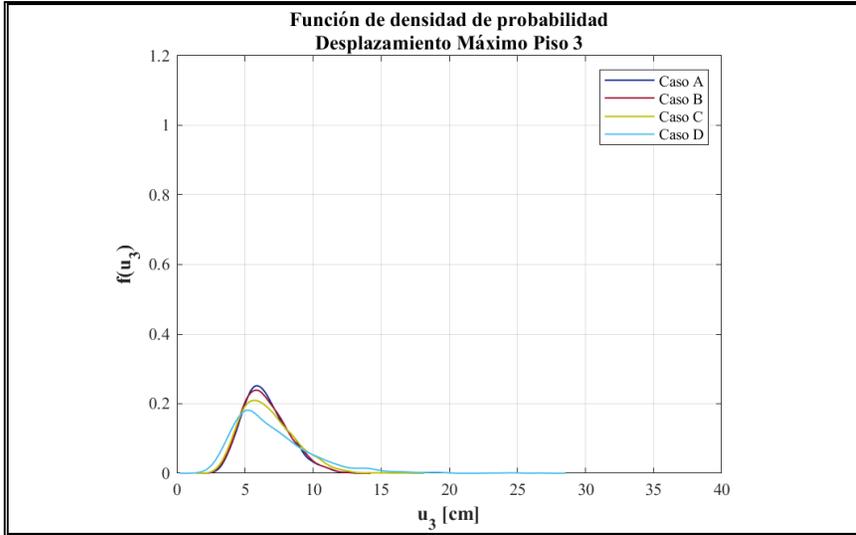


Figura VI-3. PDF Desplazamiento Máximo Piso 3.

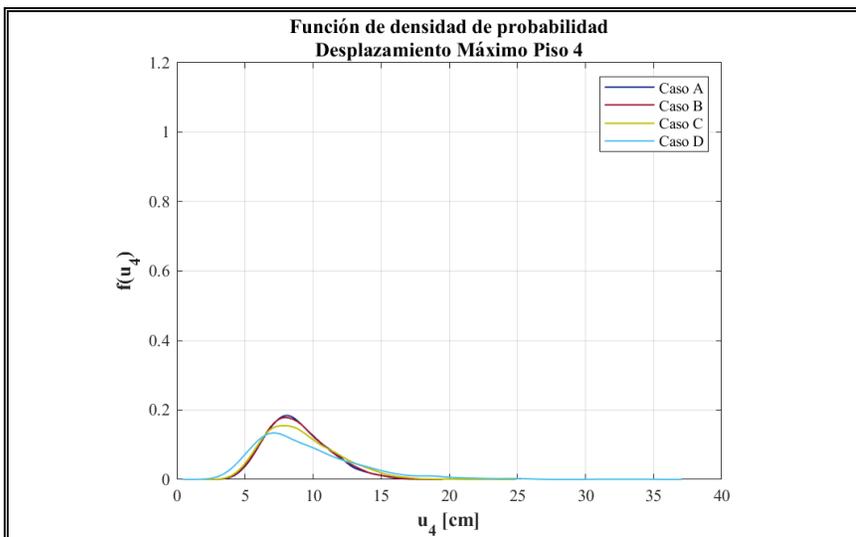


Figura VI-4. PDF Desplazamiento Máximo Piso 4.

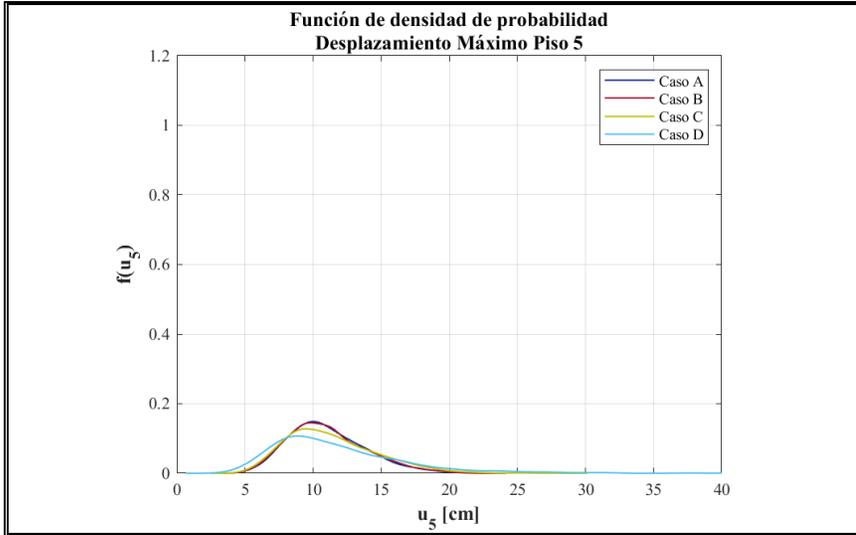


Figura VI-5. PDF Desplazamiento Máximo Piso 5.

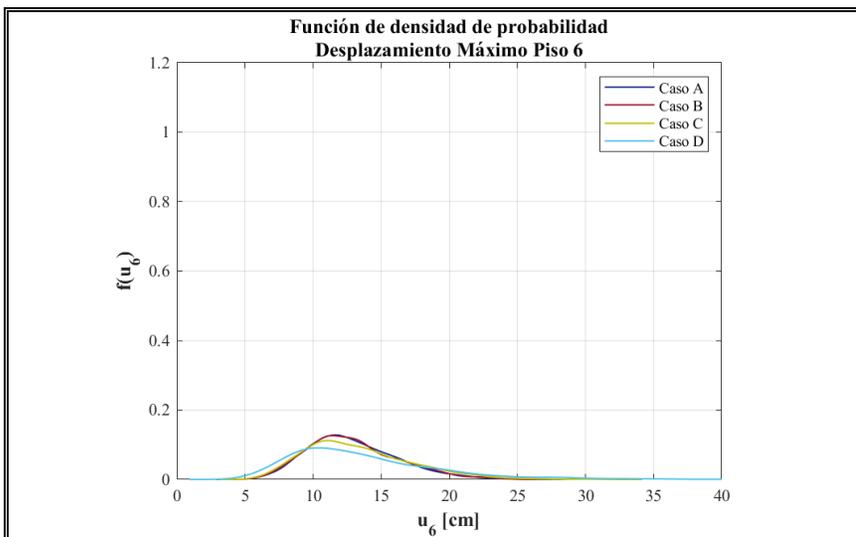


Figura VI-6. PDF Desplazamiento Máximo Piso 6.

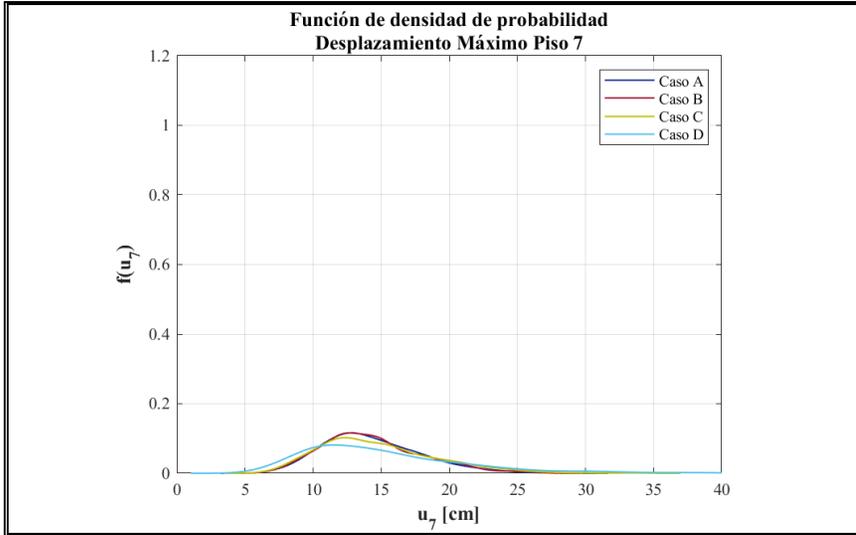


Figura VI-7. PDF Desplazamiento Máximo Piso 7.

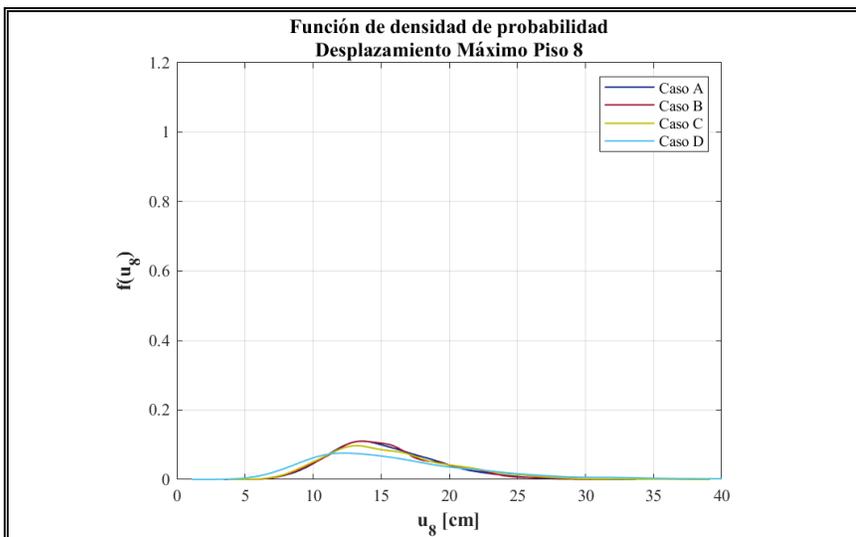


Figura VI-8. PDF Desplazamiento Máximo Piso 8.

Adicionalmente, con los mismos valores hallados se calcula la media y la desviación estándar (Ecuaciones (III-3) y (III-5)), y se grafican en altura para cada caso de análisis. Aquí se corrobora que la media y la desviación estándar son directamente proporcionales, con lo que existe un rango mayor probable de datos a medida en que se avanza en altura. Se aprecia cualitativamente que el caso C y D, tienen mayor desviación estándar que posiblemente genere un incremento de la media, siendo así se podría pensar que también se incrementa respecto a la media de los demás casos, tal como se había apreciado en las funciones de densidad.

Se grafica conjuntamente la media en altura de cada caso (Figura VI-13), observando que en los casos C y D estos valores son de mayor magnitud, especialmente en el último caso.

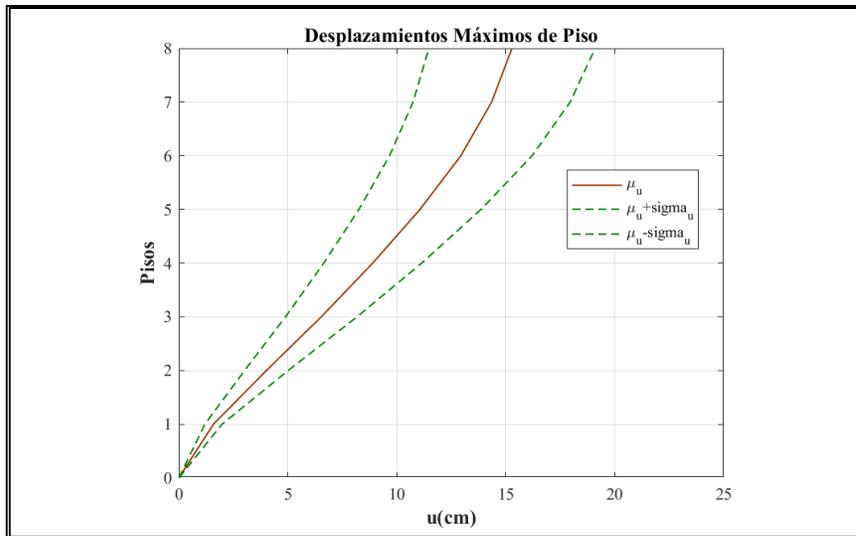


Figura VI-9. Desplazamiento Máximo de Piso - Caso A.

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

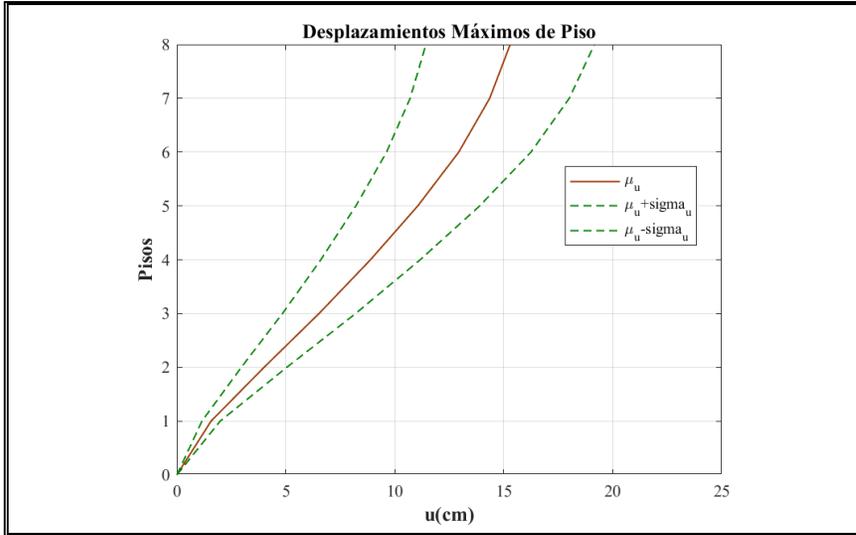


Figura VI-10. Desplazamiento Máximo de Piso - Caso B.

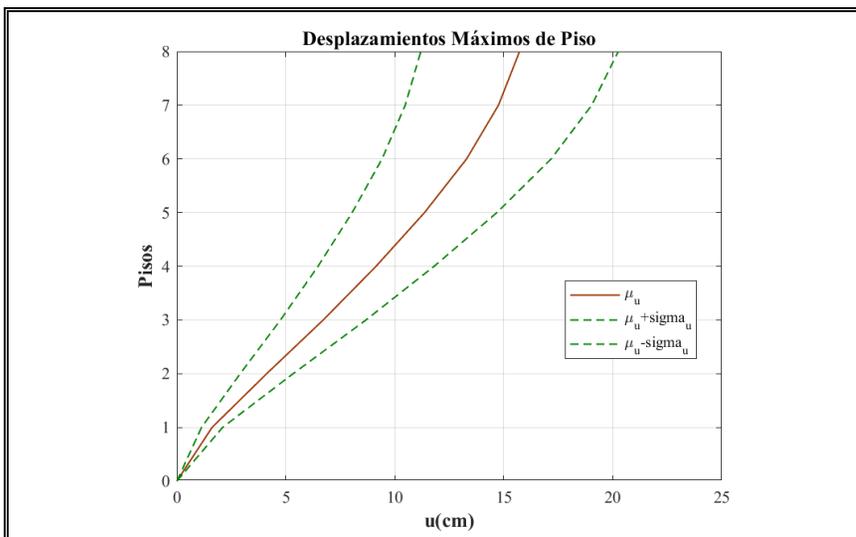


Figura VI-11. Desplazamiento Máximo de Piso - Caso C.

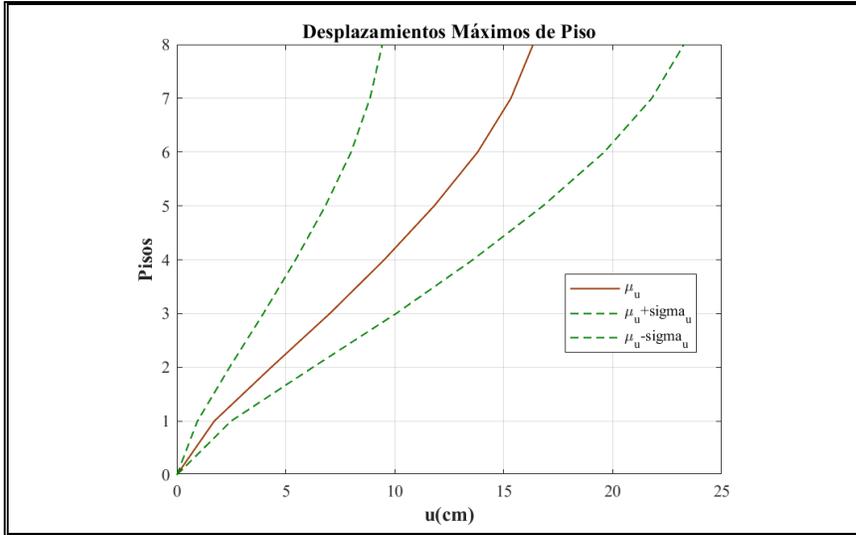


Figura VI-12. Desplazamiento Máximo de Piso - Caso D.

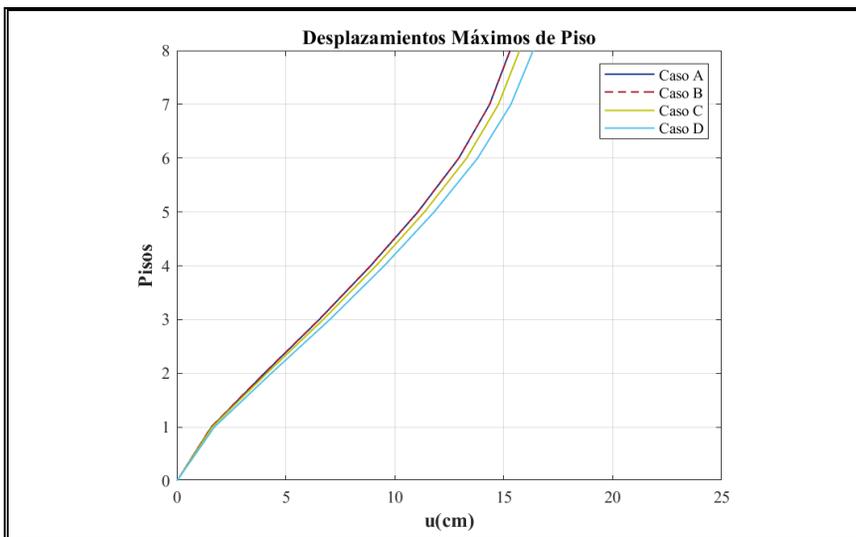


Figura VI-13. Media de Desplazamiento Máximo de Piso.

Conocido el valor de la media y la desviación estándar se calcula el coeficiente de variación (Ecuación (III-6)(H-6)), que, al tener un comportamiento de distribución similar por caso, por piso varían en un rango muy corto. En el caso A y B se encuentran en el orden de 0.25, en el caso C alrededor de 0.29 y en el caso D de 0.43. En general estos coeficientes son muy altos, lo que nos hace entender que estas variables son de gran dispersión para análisis sísmicos estocásticos, sin embargo, se puede notar el incremento que existe para los casos C y D, en donde se puede analizar que al introducir el amortiguamiento como una variable aleatoria, el crecimiento de la media y su desviación estándar pierden simetría, dándole mayor probabilidad a un pequeño rango de valores, mientras la desviación abarca un rango mucho mayor, lo que se traduce en mayor dispersión y por ende valores más altos de coeficientes de variación.

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

Tabla VI-1. Coeficientes de Variación de Desplazamientos.

Coeficientes de Variación de Desplazamiento de Piso								
Caso	1	2	3	4	5	6	7	8
A	0.247	0.249	0.251	0.253	0.253	0.253	0.251	0.250
B	0.266	0.261	0.257	0.257	0.257	0.256	0.254	0.253
C	0.299	0.295	0.295	0.291	0.292	0.292	0.290	0.288
D	0.449	0.441	0.434	0.428	0.423	0.421	0.422	0.423

## VI.2. Deformaciones máximas de entrepiso

En esta sección se analizó, la variable aleatoria de los máximos valores de deformación de entrepiso, donde para cada realización los valores máximos están dados por:

$$\delta_p(n) = \max |u_p^n(t) - u_{p-1}^n(t)| \quad (\text{VI-2})$$

Donde p es el número de piso y n varía de 1 a 1000, asociado al número de simulaciones totales N.

Con los valores hallados se crearon las curvas de función de densidad de probabilidad (Ecuación (III-1)(H-1)). De estos resultados se aprecia que los valores máximos están

concentrados en los pisos intermedios, que al tener igual tendencia que la variable de desplazamiento, es ahí en donde se presentan las curvas de menor amplitud y mayor desviación, con rangos de valores probables que se desplazan a la derecha en las abscisas; posteriormente a mayor altura, estas deformaciones disminuyen alcanzando valores menores a los del primer nivel, este comportamiento está relacionado con el sistema estructural que se analiza y el número de pisos.

En esta variable analizada, se observa que en cada piso la amplitud de la función de densidad es diferente si se comparan todos los casos de análisis, especialmente en el caso C y D, en donde tiende a abarcar un rango de valores probables mayor, con tendencia a aumentar la magnitud, pero a su vez con bajas probabilidades de ocurrencia, creando curvas notablemente asimétricas.

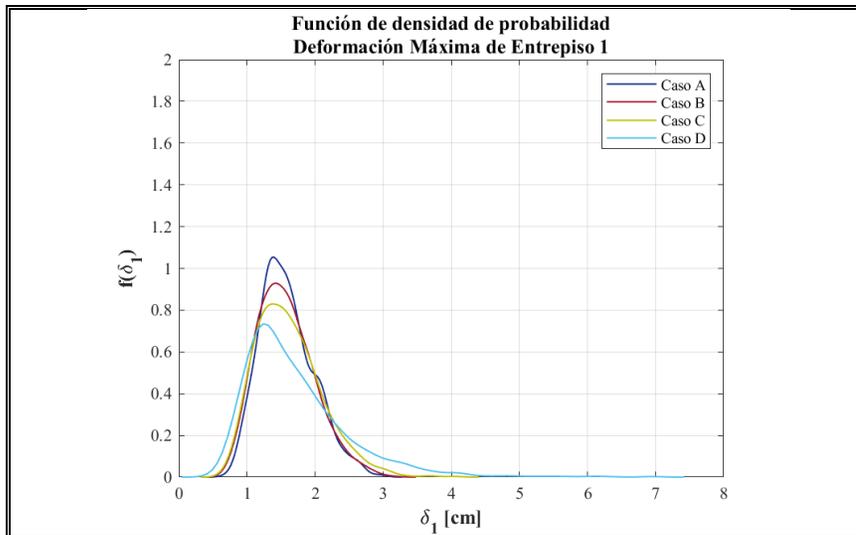


Figura VI-14. PDF Deformación Máximo Entrepiso 1.

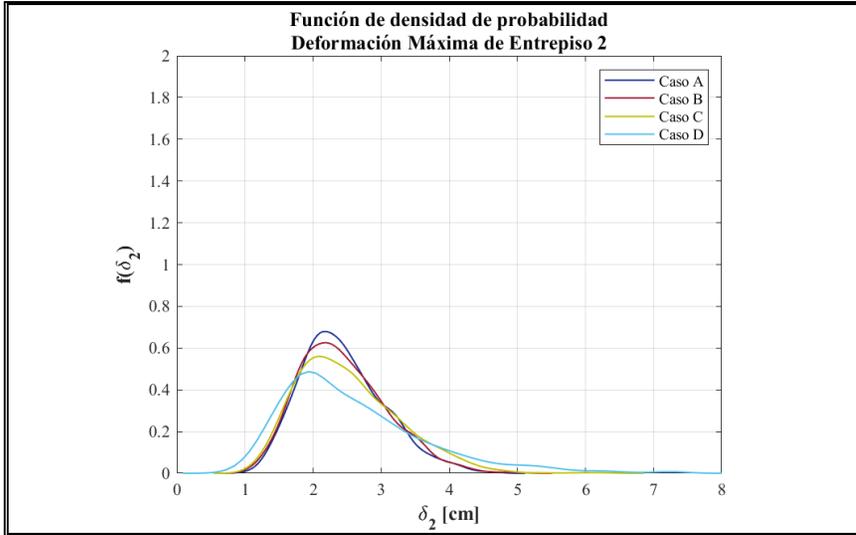


Figura VI-15. PDF Deformación Máximo Entrepiso 2.

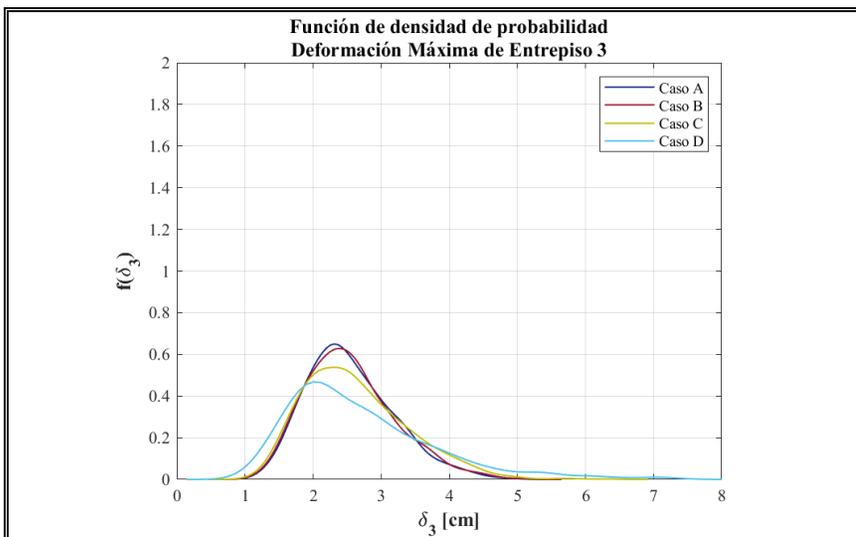


Figura VI-16. PDF Deformación Máximo Entrepiso 3.

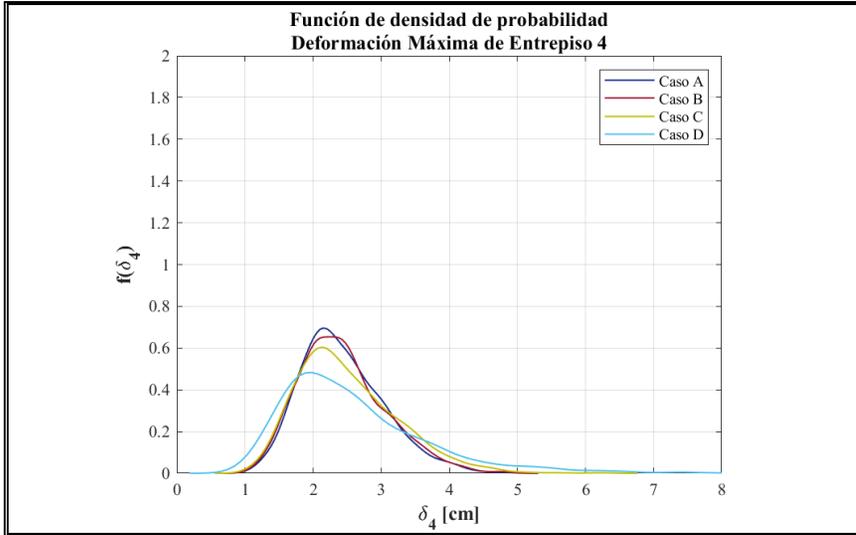


Figura VI-17. PDF Deformación Máximo Entrepiso 4.

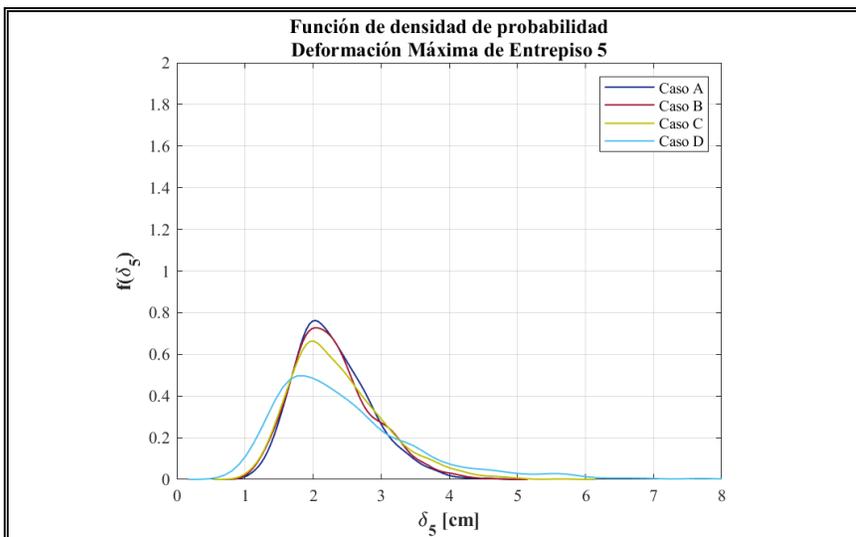


Figura VI-18. PDF Deformación Máximo Entrepiso 5.

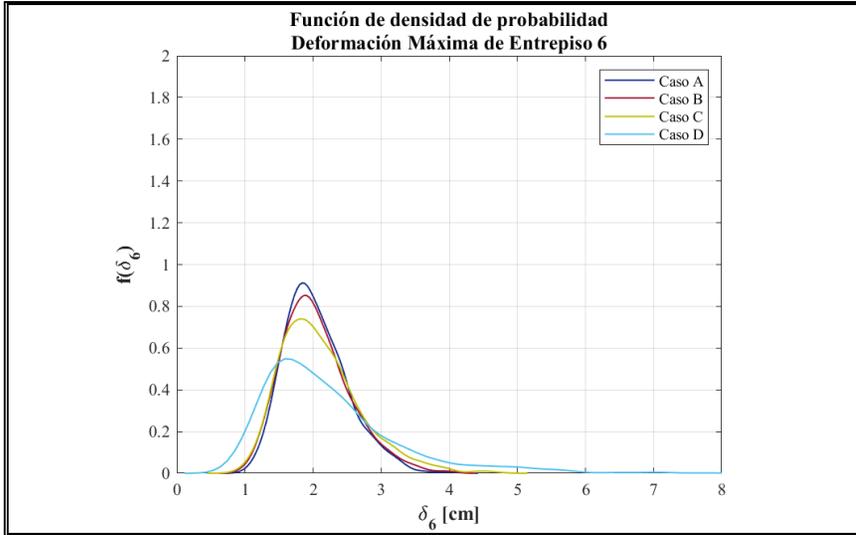


Figura VI-19. PDF Deformación Máximo Entrepiso 6.

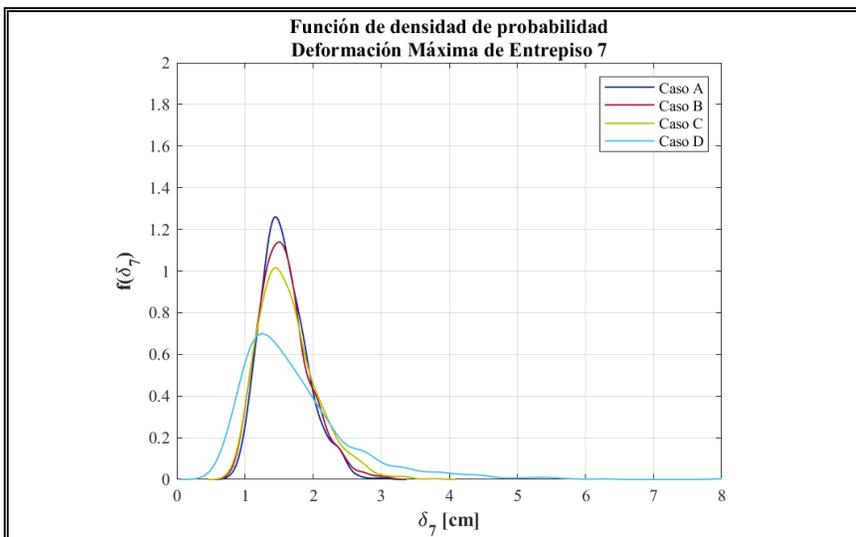


Figura VI-20. PDF Deformación Máximo Entrepiso 7.

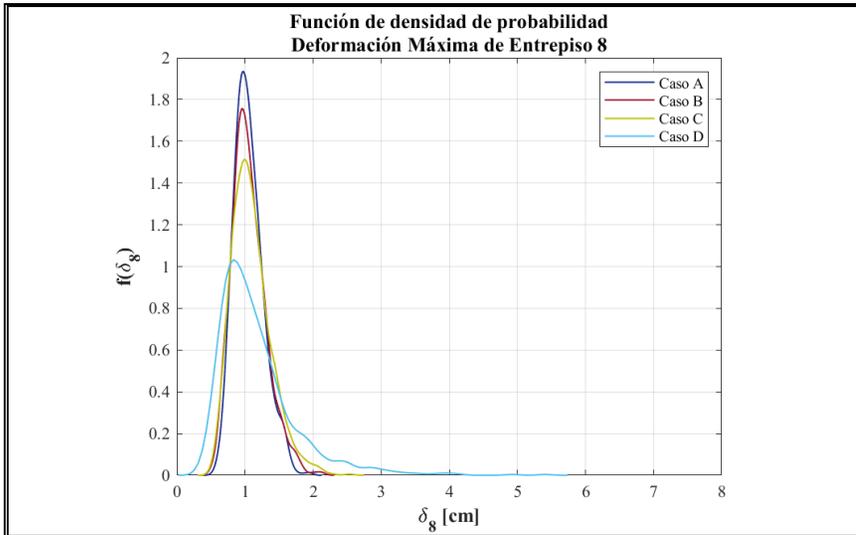


Figura VI-21. PDF Deformación Máximo Entrepiso 8.

Adicionalmente, con los mismos valores hallados se calcula la media y la desviación estándar (Ecuaciones (III-34) y (III-5)), y se grafican en altura para cada caso de análisis, en unidades porcentuales al ser normalizadas con la altura de entrepiso (Derivas). Aquí se corrobora que las mayores deformaciones ocurren en los pisos intermedios y que estos grandes valores están acompañados de altas desviaciones, por lo tanto, el rango de valores probables aumenta en los niveles centrales y se acorta en los extremos superior e inferior. Se aprecia cualitativamente que el caso C y D, tienen mayor desviación estándar y mayores valores de media respecto a los casos A y B, tal como se había apreciado en las funciones de densidad.

Se grafica conjuntamente la media en altura de cada caso (Figura VI-26), observando que en los casos C y D estos valores son de mayor magnitud, especialmente en el último caso.

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

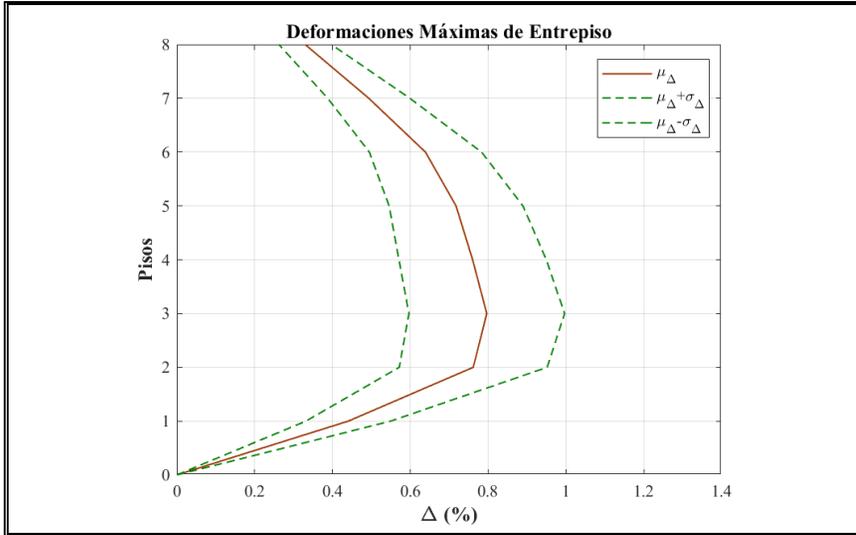


Figura VI-22. Deformación Máximo de Entrepiso -Caso A

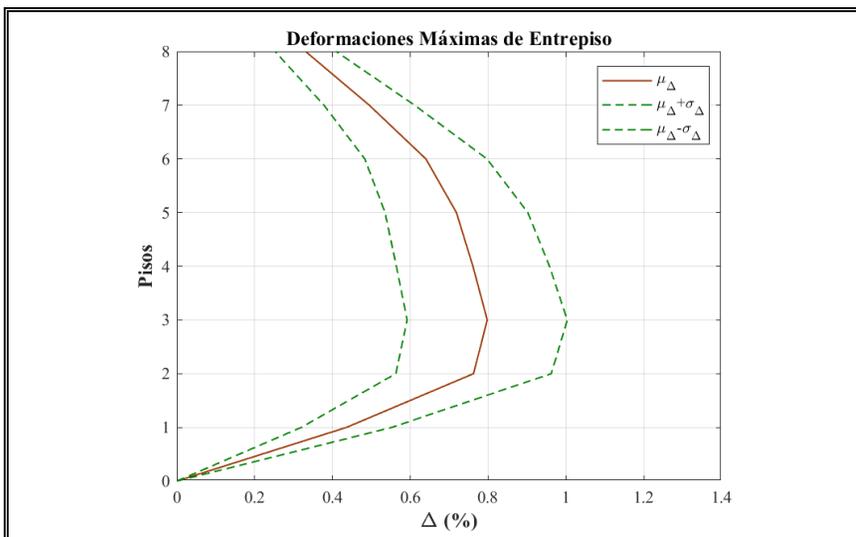


Figura VI-23. Deformación Máximo de Entrepiso -Caso B

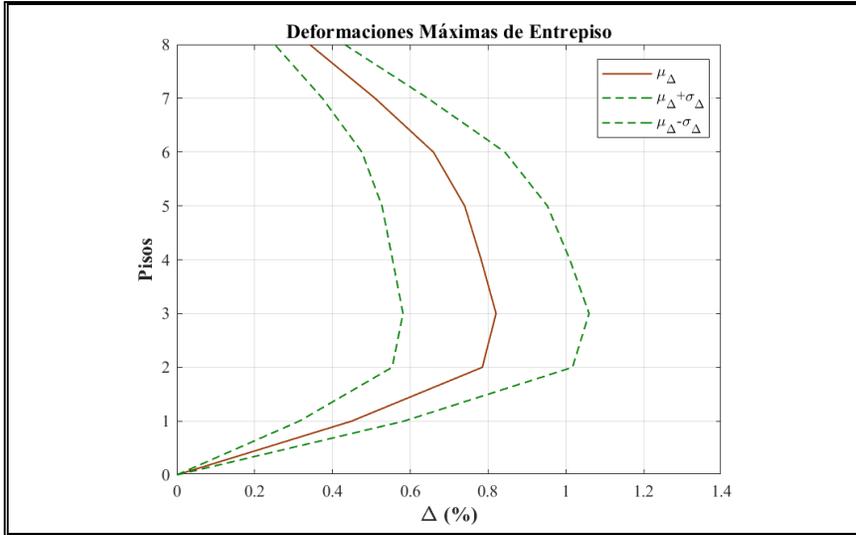


Figura VI-24. Deformación Máximo de Entrepiso -Caso C

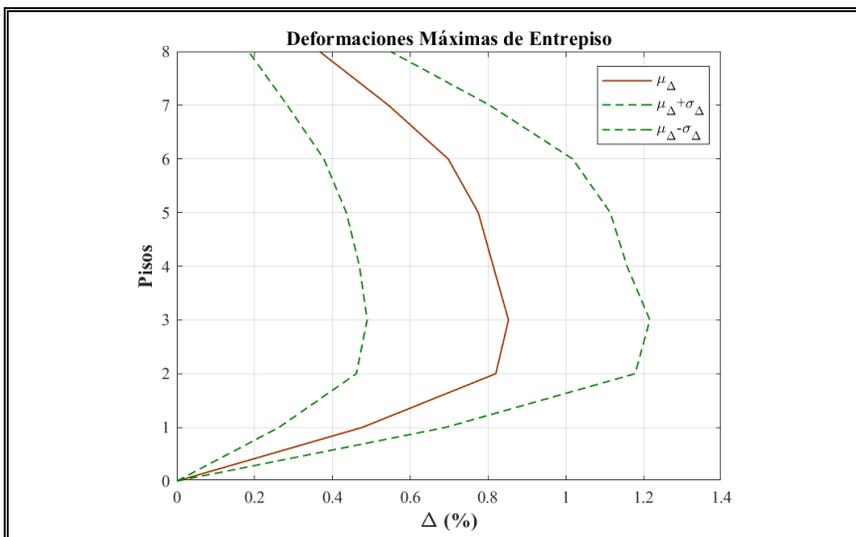


Figura VI-25. Deformación Máximo de Entrepiso -Caso D

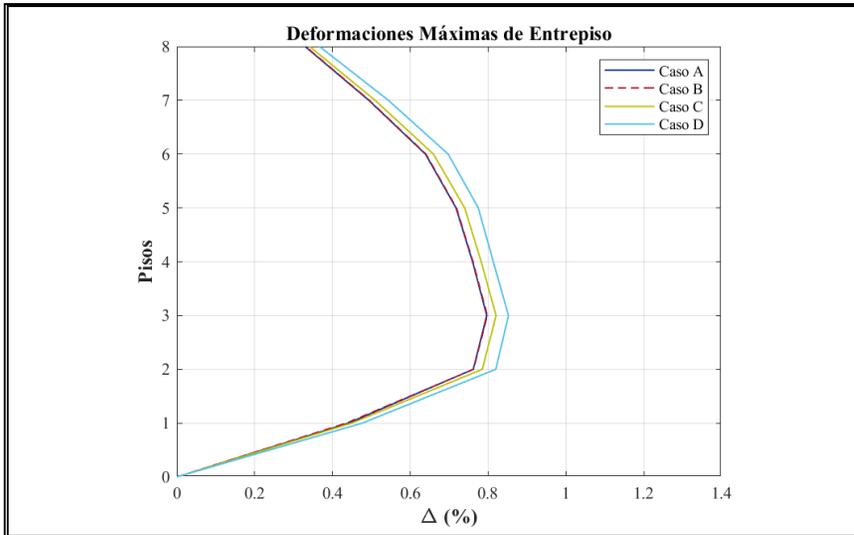


Figura VI-26. Media de Deformación Máximo de Entrepiso.

Conocido el valor de la media y la desviación estándar se calcula el coeficiente de variación (Ecuación [\(III-6\(III-6\)\)](#)), que, al tener un comportamiento de distribución similar por caso, por piso varían en un rango muy corto. En el caso A y B se encuentran en el orden de 0.25, en el caso C alrededor de 0.29 y en el caso D de 0.43. Los valores de coeficientes de variación son similares a los de la variable de desplazamiento, de magnitudes altas, donde especialmente para los casos C y D los valores reflejan una asimetría en las funciones de densidad, dándole mayor probabilidad a un pequeño rango de valores, mientras la desviación abarca un rango mucho mayor, lo que arroja mayor dispersión y por ende valores más altos de coeficientes de variación.

Tabla VI-2. Coeficientes de Variación de Deformación.

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

Coeficientes de Variacion de Deformaciones de Entrepiso								
Caso	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>A</b>	0.247	0.250	0.251	0.249	0.240	0.226	0.214	0.205
<b>B</b>	0.266	0.262	0.258	0.259	0.255	0.245	0.236	0.237
<b>C</b>	0.299	0.295	0.291	0.291	0.287	0.279	0.266	0.263
<b>D</b>	0.449	0.437	0.426	0.423	0.438	0.458	0.478	0.497

### VI.3. Aceleraciones máximas de piso

En esta sección se analizó la variable aleatoria de los máximos valores absolutos de las historias de aceleración de piso, PFA (Peak Floor Accelerations), donde para cada realización, los valores máximos están dados por:

$$PFA_p(n) = \max|\ddot{u}_p^n(t)| \quad (VI-3)$$

Donde p es el número de piso y n varía de 1 a 1000, asociado al número de simulaciones totales N.

Con los valores hallados se crearon las curvas de función de densidad de probabilidad (Ecuación ~~(III-1)~~(III-1)). De estos resultados se aprecia, que las aceleraciones incrementan en altura, por lo que las funciones de densidad tienden a comportarse como las asociadas a la variable de desplazamiento, solo que, con mayor atenuación entre niveles, es decir su amplitud decrece en menor proporción, relacionándose con que los valores no incrementan en mayor medida su rango probable y por ende su desviación estándar no es tan abrupta de un piso a otro.

Particularmente en esta variable, los casos C y D, se comportan muy similarmente a los casos A y B, conservando iguales amplitudes y rangos de valores probables, por lo que se cree que esta variable no se ve mayormente alterada por la variabilidad del factor de amortiguamiento de la estructura y el periodo.

Además, en todas las curvas de todos los casos se observa que, en altura esta pierde levemente su simetría, aumentando el rango de valores probables en magnitudes mayores en las abscisas, con baja probabilidad de ocurrencia. Esta alteración se debe a una propiedad común entre todos los casos de estudio.

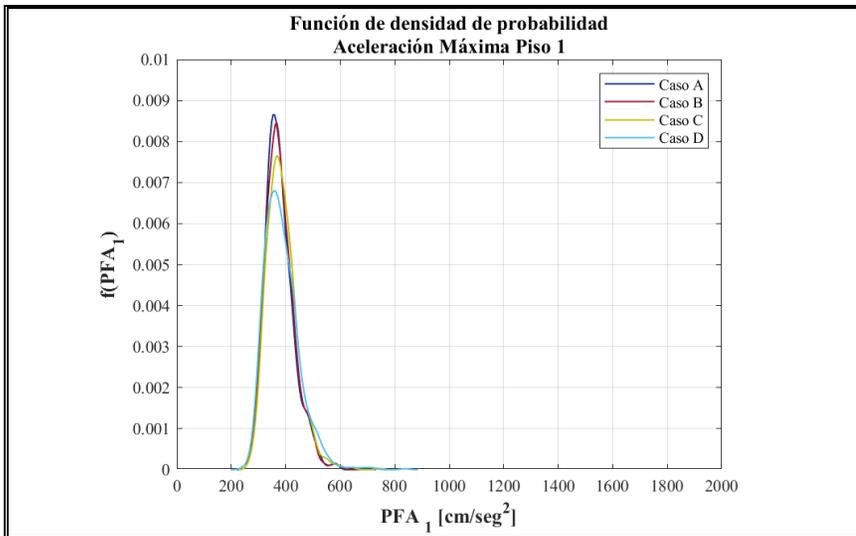


Figura VI-27. PDF de Aceleración Máximo Piso 1.

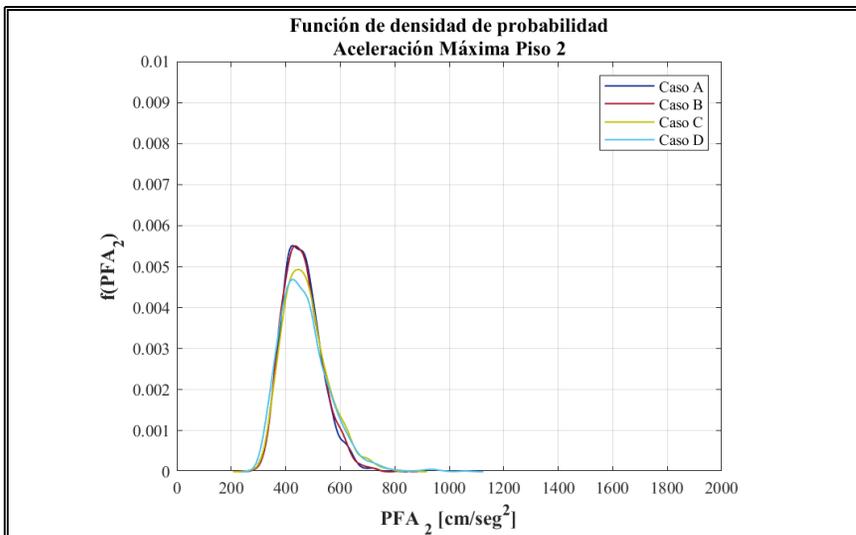


Figura VI-28. PDF de Aceleración Máximo Piso 2.

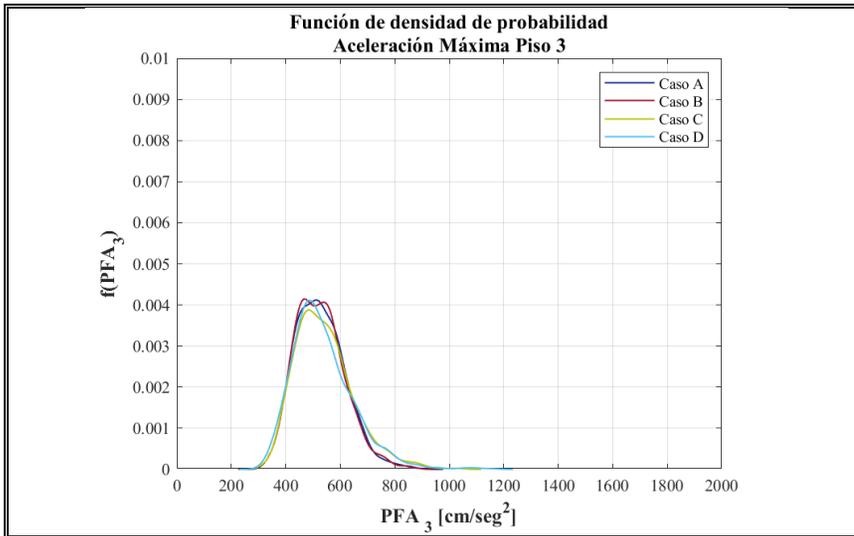


Figura VI-29. PDF de Aceleración Máximo Piso 3.

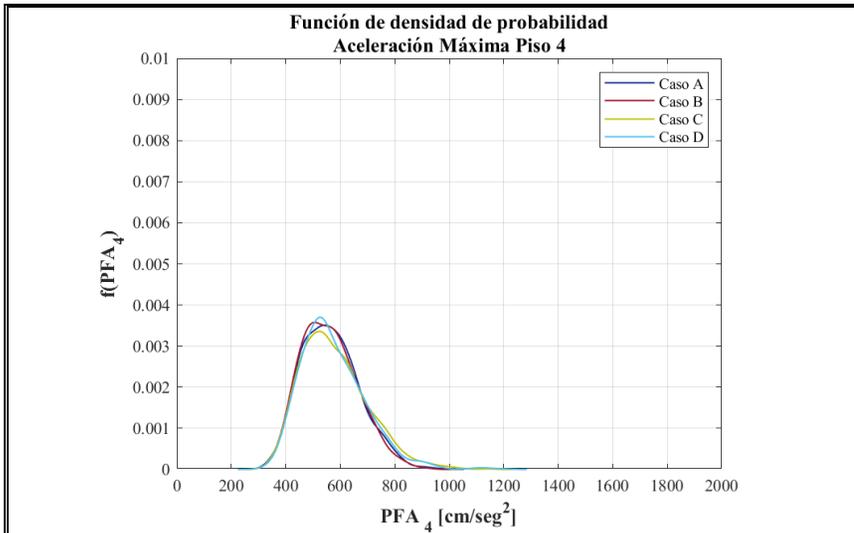


Figura VI-30. PDF de Aceleración Máximo Piso 4.

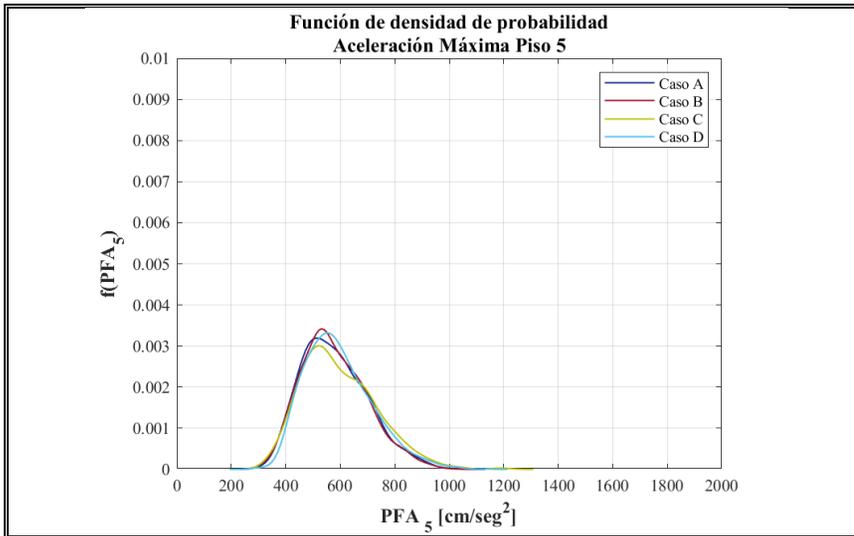


Figura VI-31. PDF de Aceleración Máximo Piso 5.

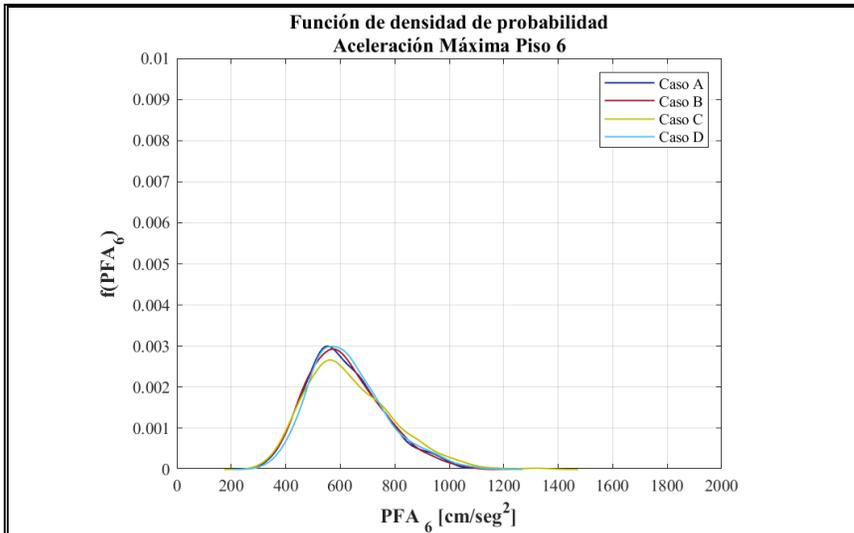


Figura VI-32. PDF de Aceleración Máximo Piso 6.

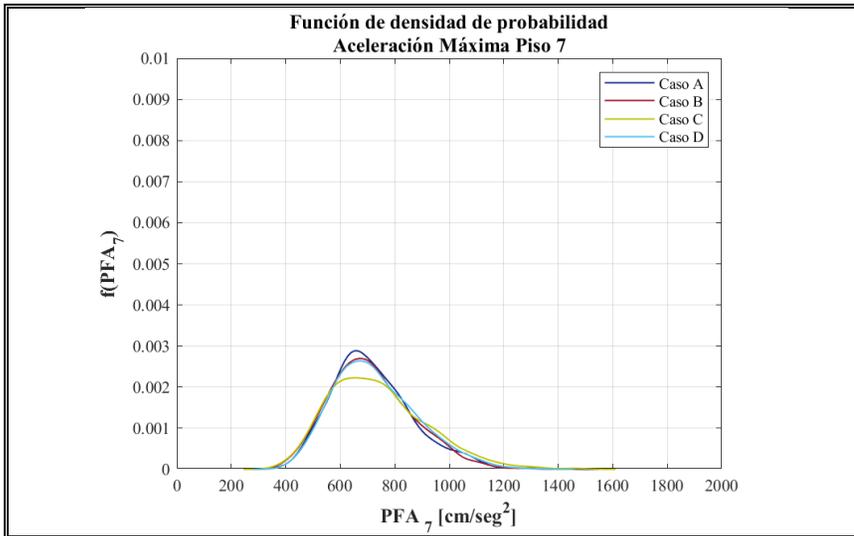


Figura VI-33. PDF de Aceleración Máximo Piso 7.

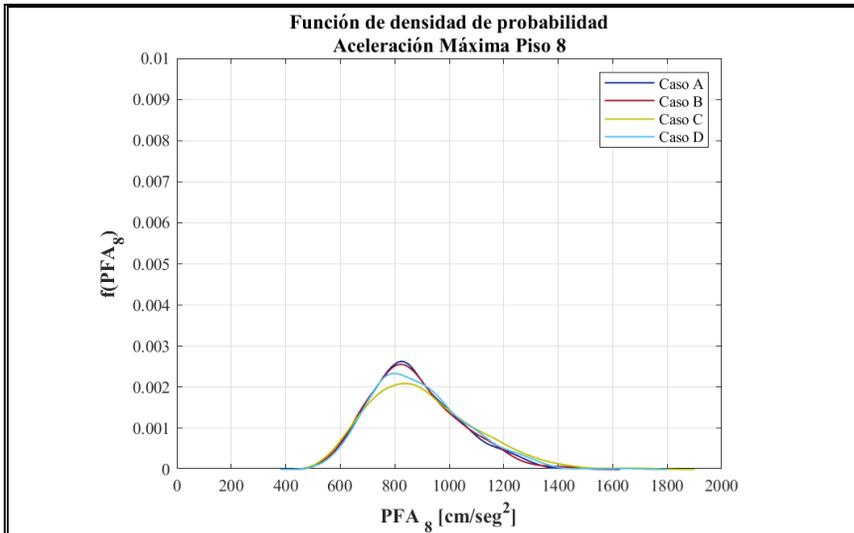


Figura VI-34. PDF de Aceleración Máximo Piso 8.

Adicionalmente, con los mismos valores hallados se calcula la media y la desviación estándar (Ecuaciones ~~(III-3)~~(III-3) y ~~(III-5)~~(III-5)), para posteriormente normalizarlos con la media de las máximos valores de las historias de aceleración de suelo PGA; con lo que se busca apreciar la amplitud del output de aceleración de piso respecto al input en el suelo, graficándolos en altura para cada caso de análisis. De cada registro sísmico artificial, los valores máximos están dados por:

$$PGA(n) = \max|\ddot{u}_g^n(t)| \quad (VI-4)$$

Donde n varía de 1 a 1000, asociado al número de simulaciones totales N.

En estos gráficos se aprecia que la aceleración aumenta por piso, con incrementos menores a los observados en los desplazamientos; esto mismo se refleja en la desviación estándar, que no sufre incrementos bruscos y son muy similares en los cuatro casos de análisis, esto podría deberse a que las curvas mantienen una distribución semejante. Se grafica conjuntamente la media en altura de cada caso (~~Figura VI-39~~Figura VI-39).

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

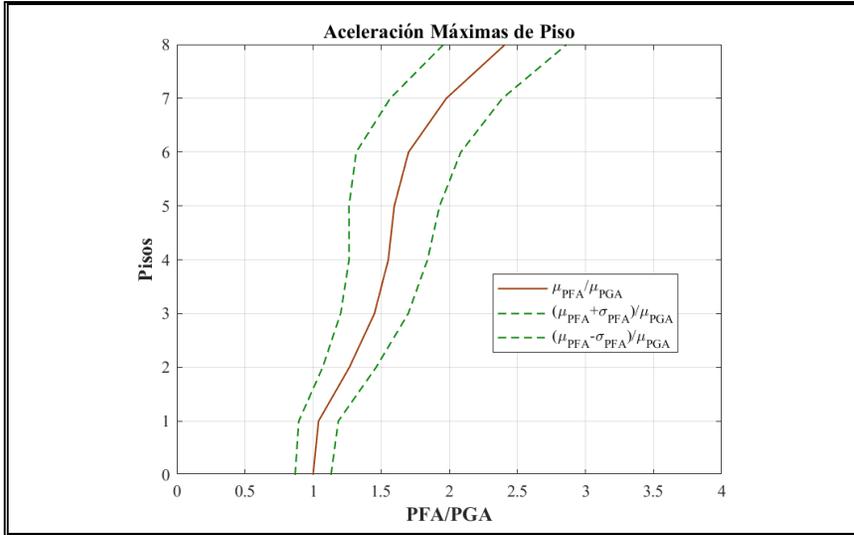


Figura VI-35. Aceleración Máximo de Piso – Caso A.

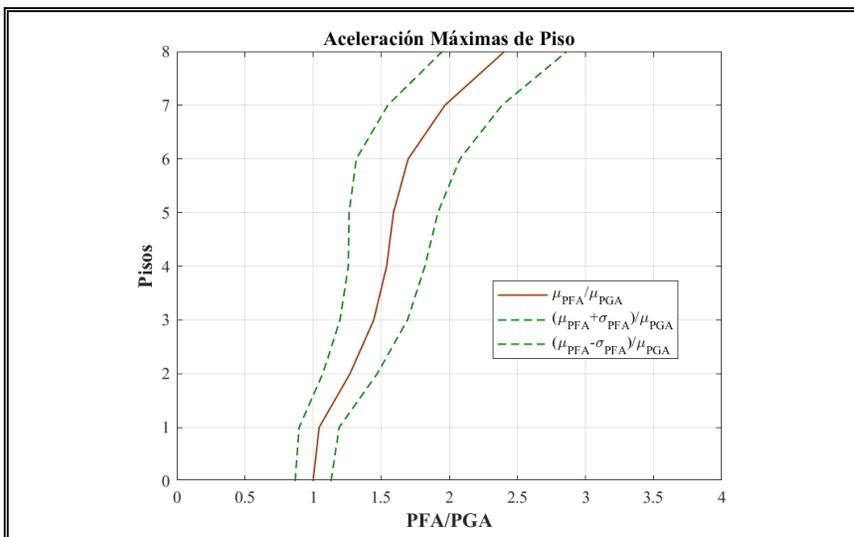


Figura VI-36. Aceleración Máximo de Piso – Caso B.

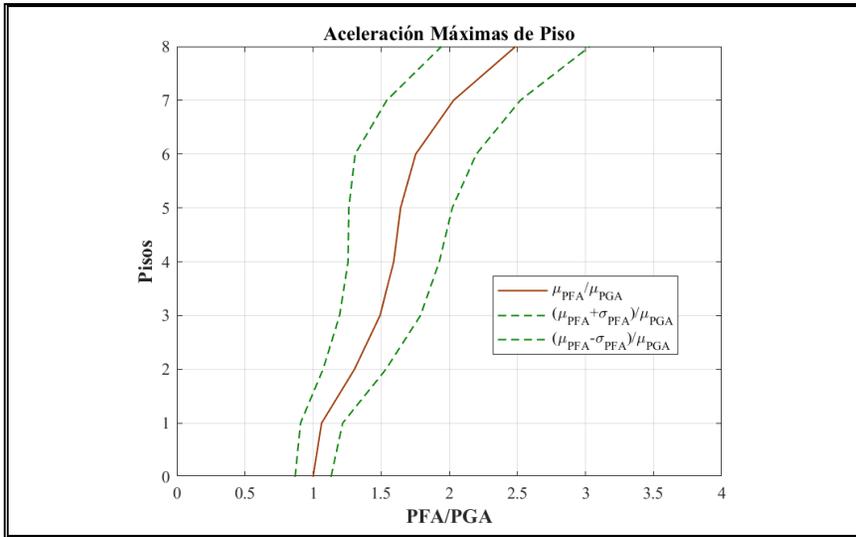


Figura VI-37. Aceleração Máximo de Piso – Caso C.

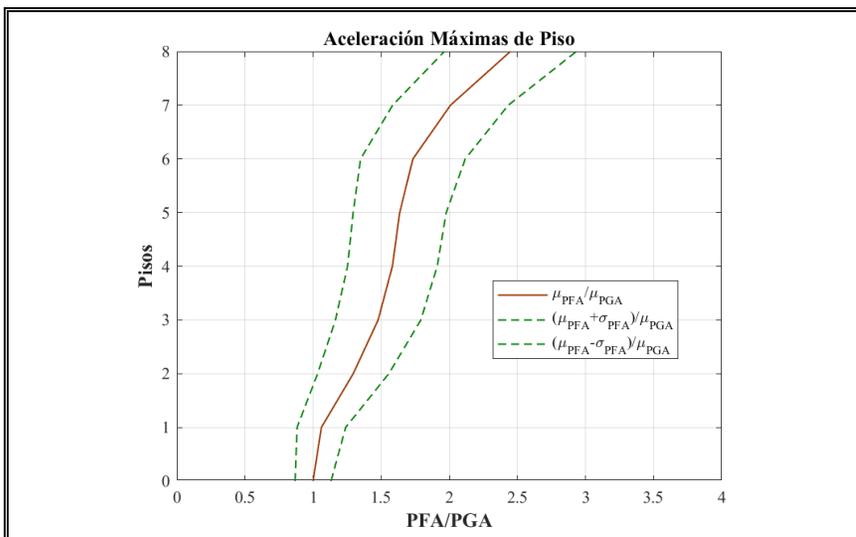


Figura VI-38. Aceleração Máximo de Piso – Caso D.

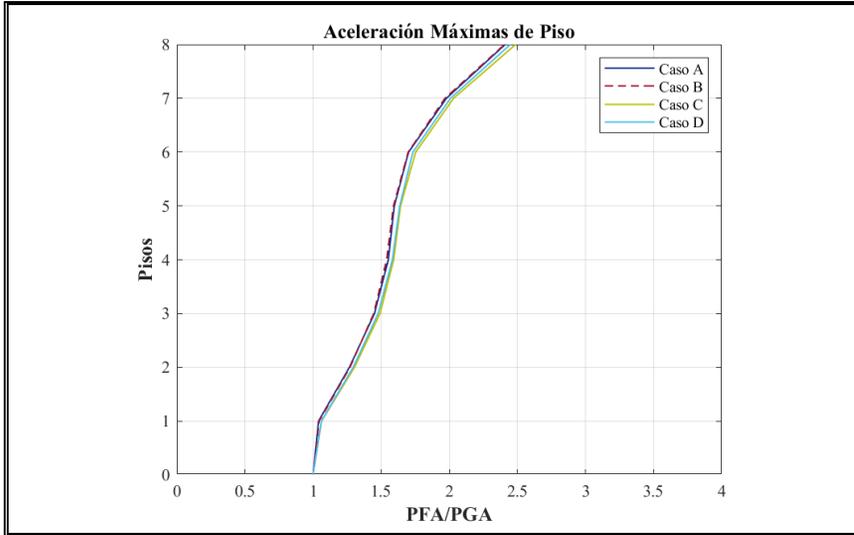


Figura VI-39. Media de Aceleración Máximo de Piso.

Debido a que la distribución de las funciones de densidad en todos los casos fue muy similar, es razonable que los coeficientes de variación den entre un mismo rango.

En los resultados se aprecia que el coeficiente de variación varía en mayor proporción con relación a la altura, esto puede deberse a que la distribución en sus funciones de densidad crezca a la derecha de las abscisas en mayor medida para los pisos intermedios- superiores; llegando a valores máximos  $V=0.22$  aproximadamente, que presentan menor dispersión que las otras variables analizadas.

Tabla VI-3. Coeficientes de Variación de Desplazamientos.

Coeficientes de Variación de Aceleración de Piso								
Caso	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>A</b>	0.140	0.155	0.171	0.185	0.208	0.226	0.208	0.188
<b>B</b>	0.141	0.157	0.171	0.182	0.205	0.224	0.213	0.190
<b>C</b>	0.146	0.177	0.199	0.210	0.231	0.254	0.241	0.219
<b>D</b>	0.168	0.202	0.212	0.208	0.209	0.222	0.211	0.198

#### VI.4. Análisis de resultados

En la sección anterior se realizó un análisis del comportamiento de las propiedades probabilísticas de las variables de interés en cada caso. En esta sección se ampliará la discusión estudiando la influencia de las variables aleatorias en la respuesta de la estructura. Para este propósito se toma en consideración el periodo fundamental de la estructura pues es el que tiene mayor participación de masa en la respuesta, y el amortiguamiento del modo uno correspondiente. En las respuestas sísmicas se considera el desplazamiento y aceleración de techo.

En primer lugar, se analizó la influencia de la variación de las propiedades físicas de la estructura, representadas por el módulo de elasticidad, en el periodo fundamental (~~Figura VI-40~~~~Figura VI-40~~). Aquí se encontró que cuando las propiedades estructurales son variables aleatorias independientes, el periodo varió en un rango menor respecto de la estructura determinística, pues existe cierta compensación entre las mismas; debido a que los casos B y C cuentan con variables aleatorias independientes, las estructuras de análisis tienen los mismos periodos fundamentales. Esto no ocurre cuando las variables son dependientes con una correlación  $\rho=1$ , pues al ser positiva todas varían en el mismo sentido, lo que provoca aumento o disminución de rigidez y masa, variando el periodo en un rango más amplio. Como era de esperar, esta variación no es lineal y una menor rigidez flexibiliza la estructura más de lo que puede este mismo rango, en el sentido opuesto, rigidizarla.

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

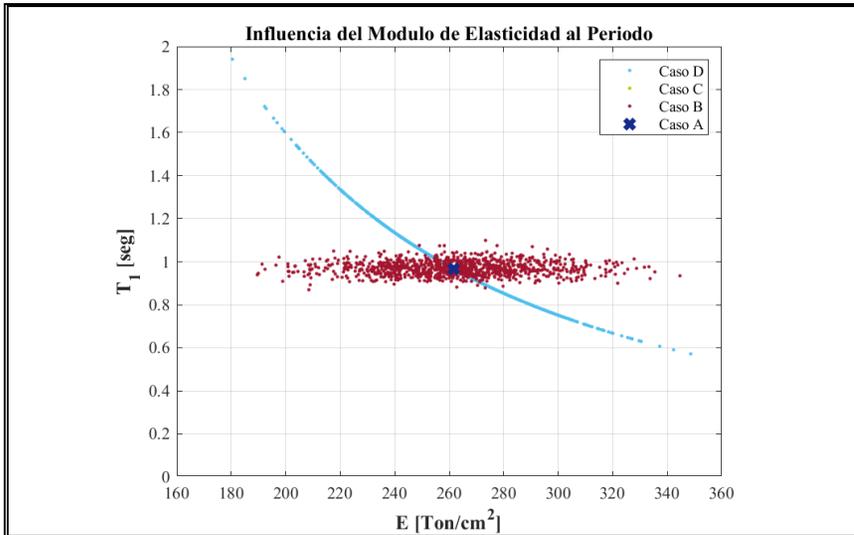


Figura VI-40. Influencia del Módulo de elasticidad en el periodo fundamental.

Enseguida se estudia la influencia de las variables aleatorias en las respuestas de interés, tomando como referencia el caso A que representa la respuesta sísmica estocástica con estructura determinística.

#### VI.4.1. Influencia en el desplazamiento de techo

En el gráfico de desplazamientos de techo versus periodo fundamental (Figura VI-41) se observa que: en el caso B se halla en el mismo rango de valores probables que el caso A, de lo que se concluye que la variación de las propiedades físicas de la estructura no altera la respuesta sísmica estocástica; en los casos B y C, donde las estructuras de análisis contaban con los mismos periodos, el caso C cuenta con valores de desplazamiento mayores, por lo que se podría concluir que en el caso de las variables aleatorias independientes, es el amortiguamiento el que tiene mayor influencia sobre esta variable de respuesta; por otro lado, en el caso D se observa que a pesar de que se amplía el rango de periodos, en su mayoría caen en el rango de la respuesta comprendida por el caso A, siendo pocos los casos de

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

estructuras flexibles que aumentan su respuesta; sin embargo no se puede medir la influencia del periodo dentro de la respuesta sísmica estocástica, pues no se cuenta con el mismo caso que considere un amortiguamiento determinístico o como variable independiente.

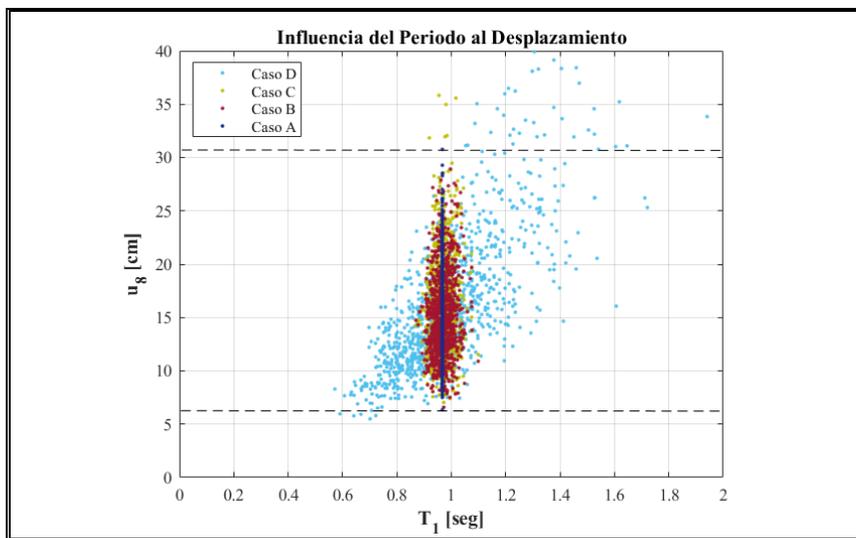


Figura VI-41. Influencia del periodo en la respuesta de desplazamiento.

En el gráfico de desplazamiento de techo versus amortiguamiento modal del primer modo (Figura VI-42), se observa que: en el caso D se aprecia una relación no lineal, donde un menor amortiguamiento puede producir mayores desplazamientos que un rango opuesto disminuirlos, pero esta tendencia está claramente relacionada con el periodo de la estructura, porque para este caso se disminuye el amortiguamiento y además se adiciona flexibilidad, resultando que en esta condición los valores probables de la variable de respuesta salgan del límite del caso A. En el caso C, que se conoce que mantiene un periodo cercano al determinístico, se ve que los resultados se vuelven más dispersos pero con una leve tendencia a aumentar los desplazamientos en mayor proporción cuando el

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

amortiguamiento es bajo, por lo que se halla que esta propiedad dinámica introduce una relación no lineal entre amortiguamiento y desplazamiento de techo, el cual se sale del rango de respuestas del caso A, pero en menor medida del caso D.

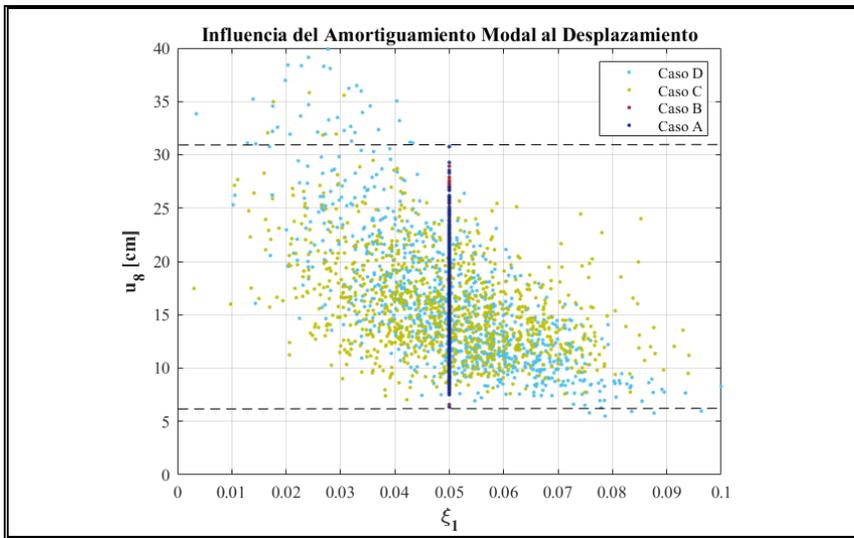


Figura VI-42. Influencia del amortiguamiento en la respuesta de desplazamiento.

De lo dicho anteriormente se resume que: la relación entre la aleatoriedad del amortiguamiento y el desplazamiento de techo es no lineal, en el sentido de que los desplazamientos se incrementan en mayor medida cuando alcanza valores de amortiguamiento menores a la media. Además, estos efectos no lineales son amplificables cuando simultáneamente la edificación cuenta con propiedades físicas y dinámicas aleatorias perfectamente correlacionadas.

#### VI.4.2. Influencia en las aceleraciones absolutas de techo

En esta variable de respuesta se encuentra que la variación de la rigidez de la estructura y del amortiguamiento no afectan en gran medida la respuesta sísmica estocástica.

En el gráfico de aceleración absoluta del techo versus el periodo ([Figura VI-43](#)), se aprecia que: como los casos B y C tienen igual periodo, el caso C presenta valores de PFA que salen del límite superior de los resultados del caso A, por lo que se concluye que es mayor la influencia del amortiguamiento, tal como se observó en el análisis de la respuesta del desplazamiento. En el caso D se ve cómo la mayor parte de las respuestas se hallan dentro del límite, siendo que la flexibilización de la estructura no la afecta tanto como lo hace para los desplazamientos.

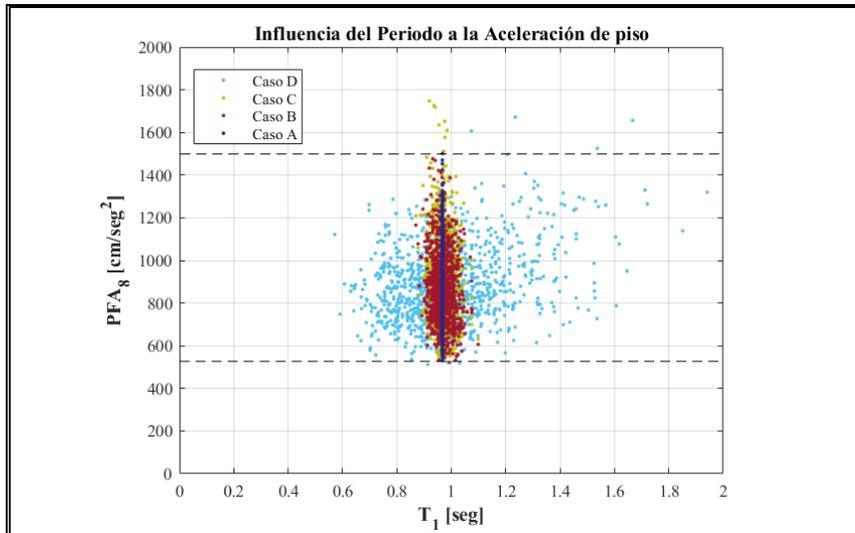


Figura VI-43. Influencia del periodo en la respuesta de aceleración.

En el siguiente gráfico se ve cómo la variación del amortiguamiento se hace más dispersa y no se genera una curva de comportamiento tan clara como la que se tenía en la [Figura VI-41](#), aun así prevalece el hecho de que los amortiguamientos bajos incrementan las respuestas sobre el límite superior, pero en este caso lo hacen en menor medida.

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

**Con formato:** Fuente: Sin Negrita, Revisar la ortografía y la gramática

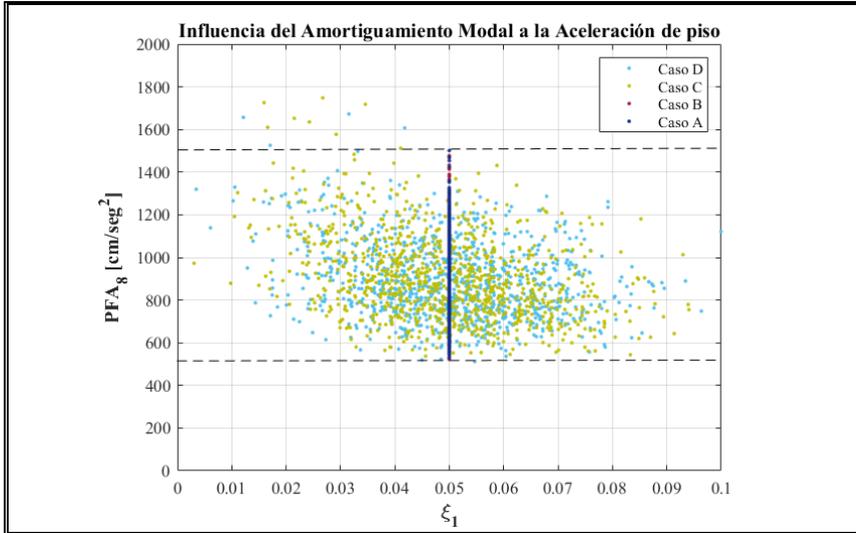


Figura VI-44. Influencia del amortiguamiento en la respuesta de aceleración.

## VII. ESPECTROS DE PSEUDO-ACELERACIÓN

De las historias de aceleración absoluta de piso, se crean los espectros pseudo aceleración, que representan el nivel de aceleración de piso ante un evento sísmico, a los que se verán sometidos los elementos no estructurales acorde a su rigidez, los cuales en este estudio se consideraron siempre con un amortiguamiento de  $\xi=2\%$ .

### VII.1. Espectros de pseudo-aceleración Caso A

Se calcula la media y la desviación estándar de los espectros obtenidos para cada periodo considerado. Se encuentra que la amplitud espectral aumenta en altura, siendo predominante para los pisos inferiores una resonancia en la respuesta asociada al segundo periodo estructural  $T_2 = 0.312$  seg, pero es a partir del piso cuatro en donde comienza a predominar la respuesta asociada al periodo fundamental  $T_1 = 0.967$  seg, llegando a una amplitud media máxima de 5.47 g.

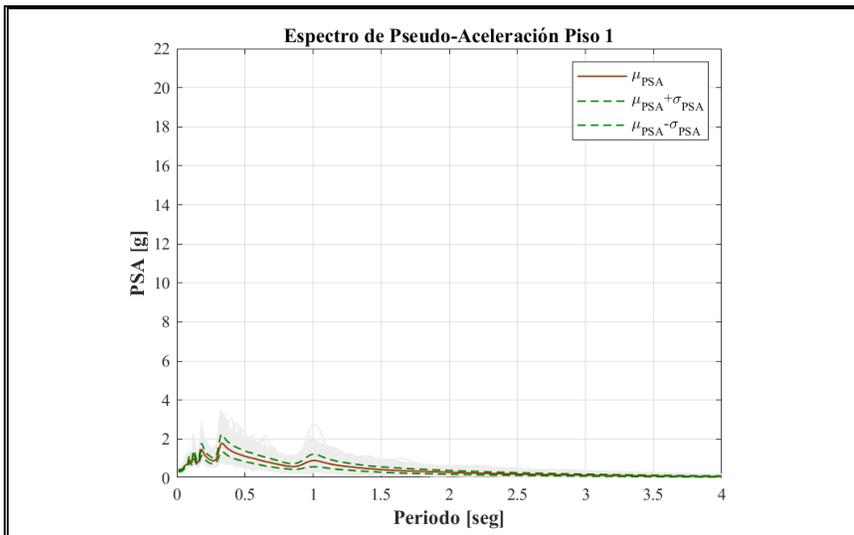


Figura VII-1. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 1 – Caso A.

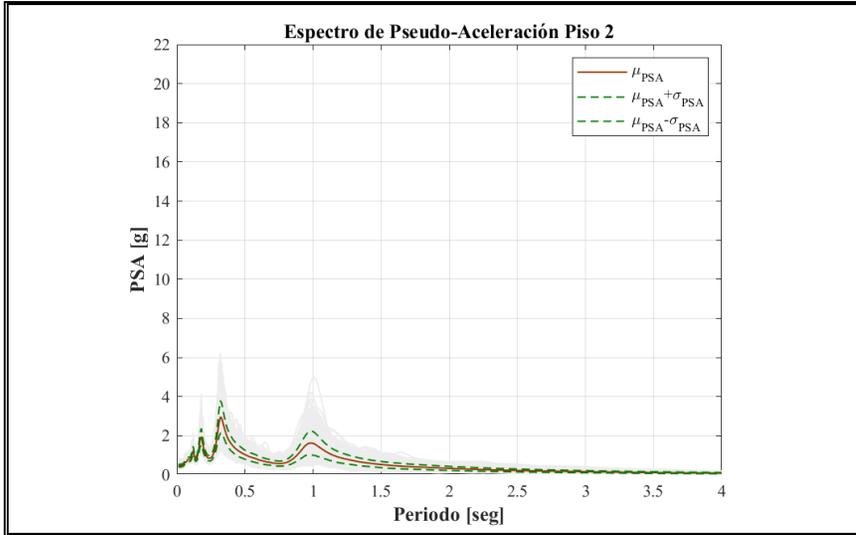


Figura VII-2. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 2– Caso A.

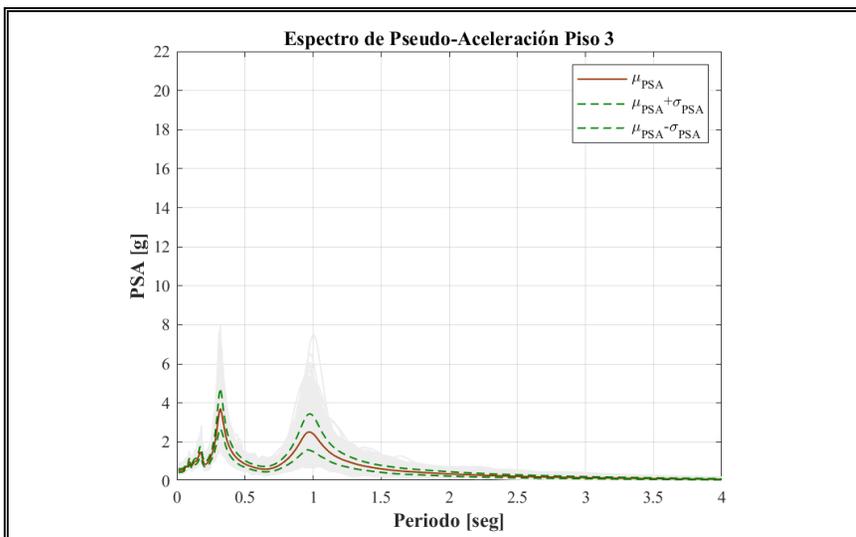


Figura VII-3. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 3 – Caso A.

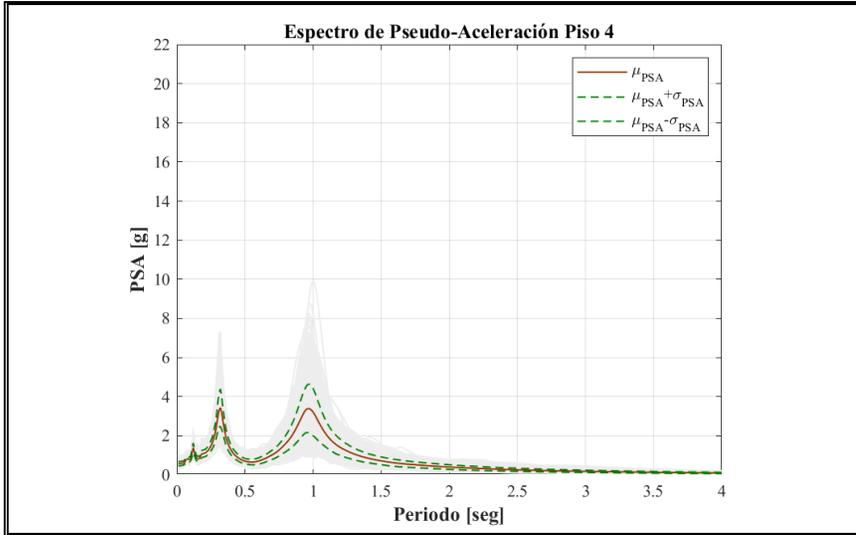


Figura VII-4. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 4 – Caso A.

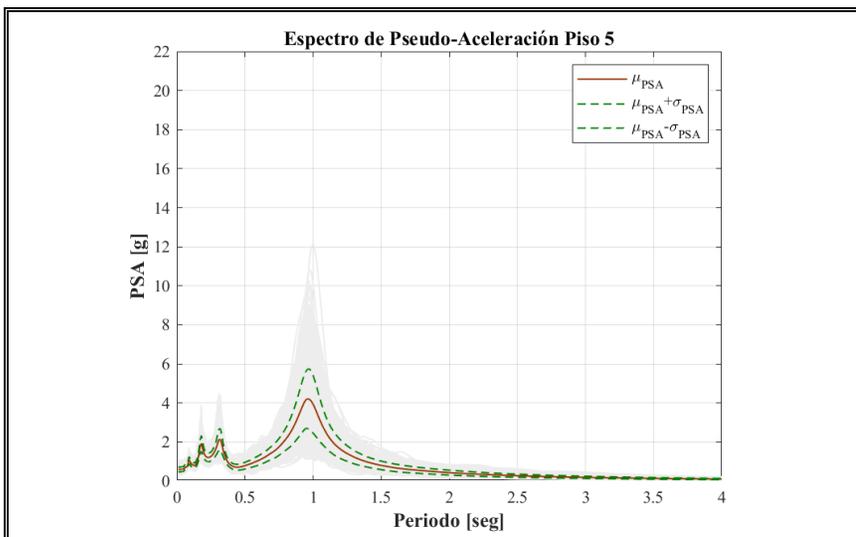


Figura VII-5. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 5 – Caso A.

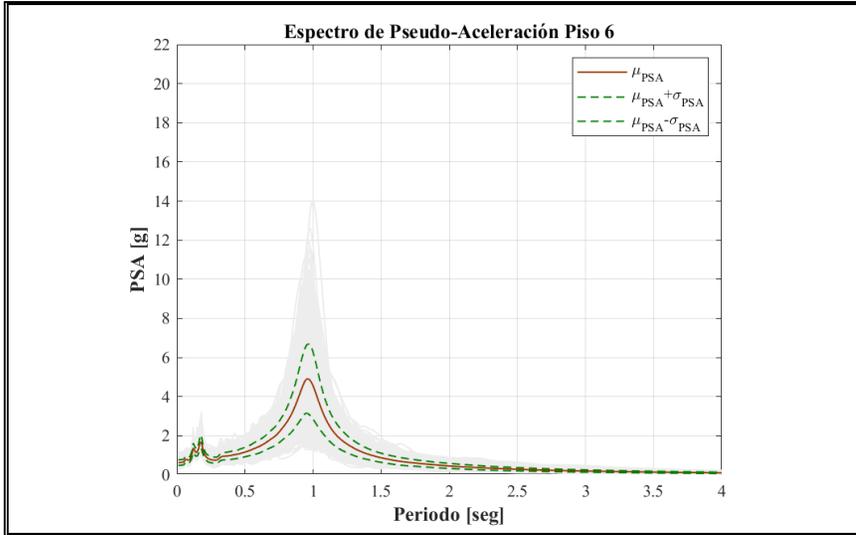


Figura VII-6. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 6 – Caso A.

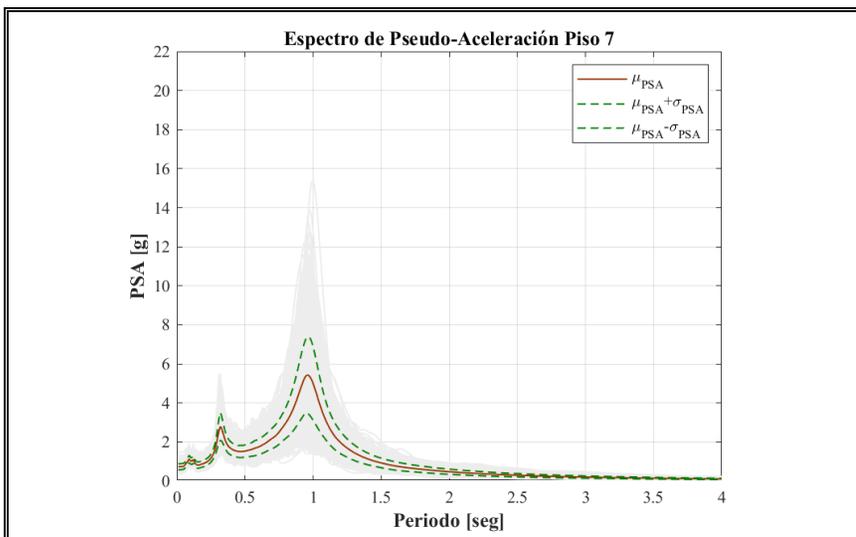


Figura VII-7. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 7 – Caso A.

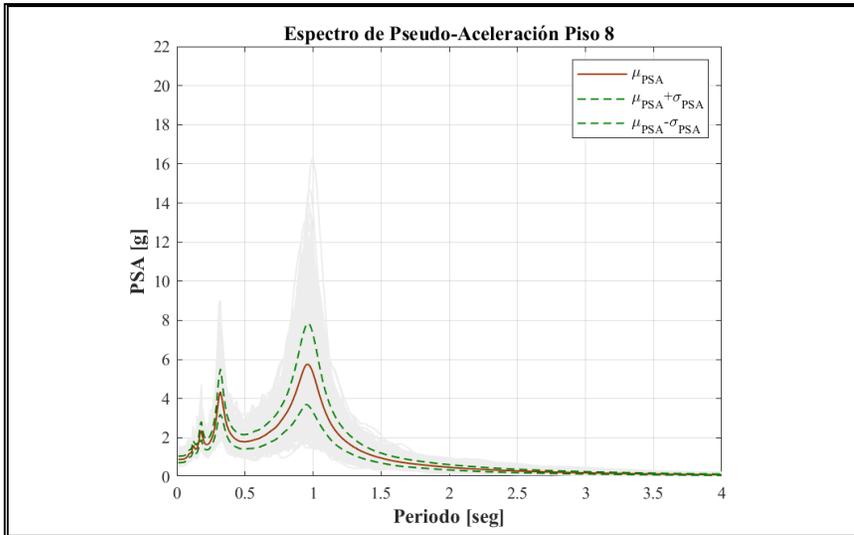


Figura VII-8. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 8 – Caso A.

## VII.2. Espectros de pseudo-aceleración Caso B

Se calcula la media y la desviación estándar de los espectros obtenidos para cada periodo considerado. En estos resultados se encuentra que el comportamiento es similar al caso A, pues el espectro de cada simulación tiene resonancia del piso 1 al 3 respecto al segundo periodo de la estructura, mientras que del piso 4 en adelante lo hace para el periodo fundamental. Debido a que las propiedades físicas estructurales son variables aleatorias, se vio en el capítulo VI que el periodo varia en un rango muy corto respecto del periodo fundamental determinístico, por lo que si cada espectro es resonante respecto a los periodos de la estructura, se genera una curva de menor amplitud que abarca un rango mayor de periodos.

Los gráficos hallados, en cuanto a media y desviación estándar son muy similares a los del caso A, al igual que la tendencia cualitativa de la envolvente de los espectros de cada simulación, esto puede deberse a que las historias de aceleración al igual que sus PFA no se ven afectados por las variables físicas aleatorias.

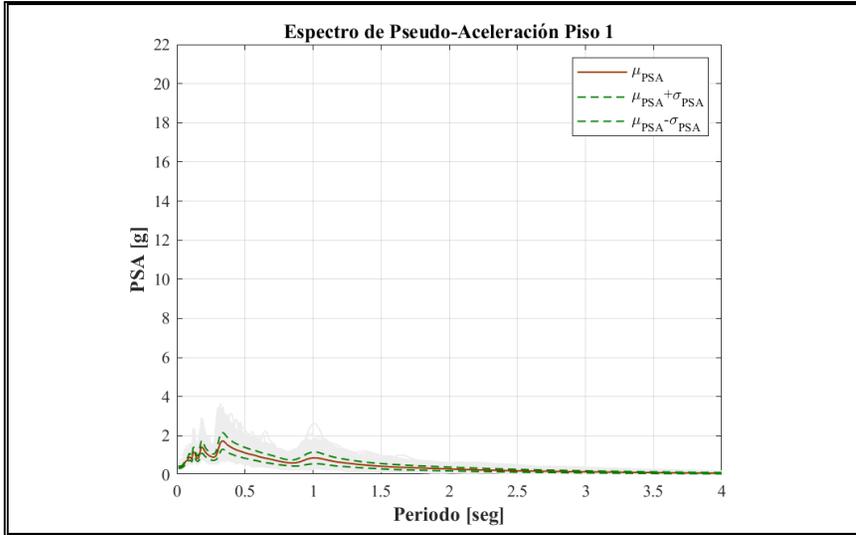


Figura VII-9. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 1 – Caso B.

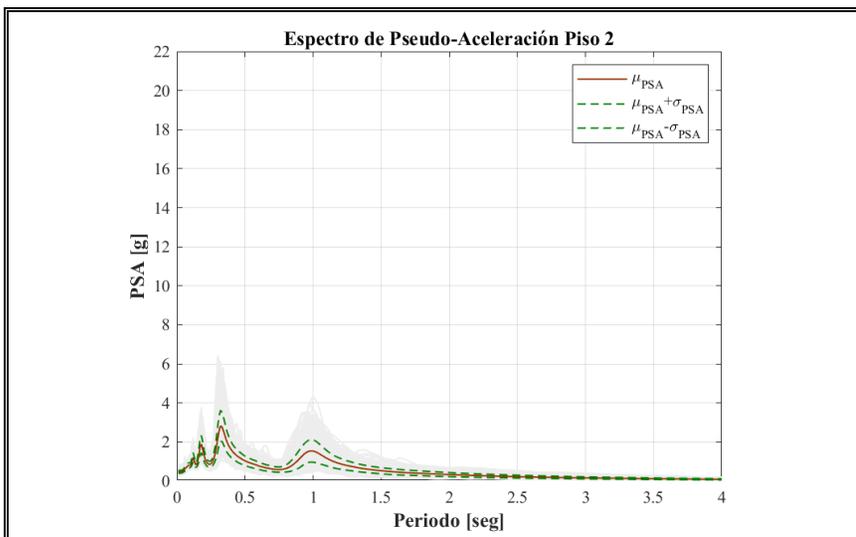


Figura VII-10. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 2 – Caso B.

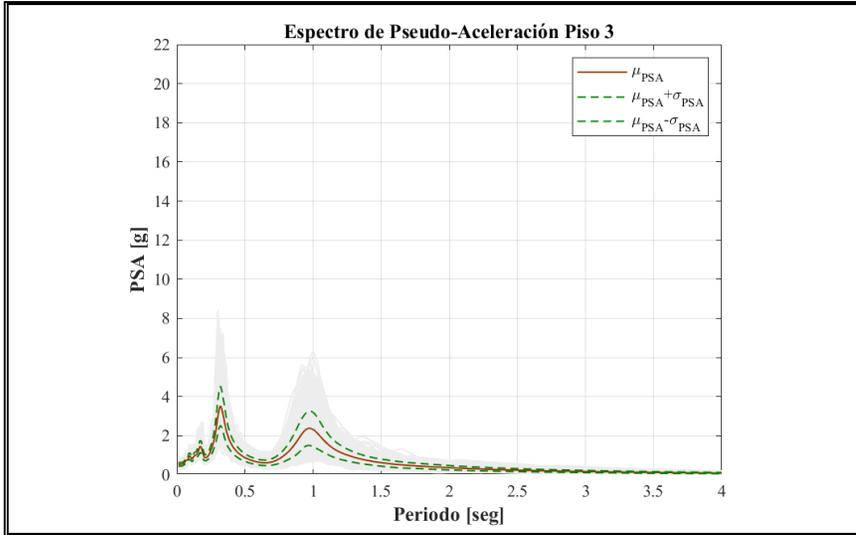


Figura VII-11. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 3 – Caso B.

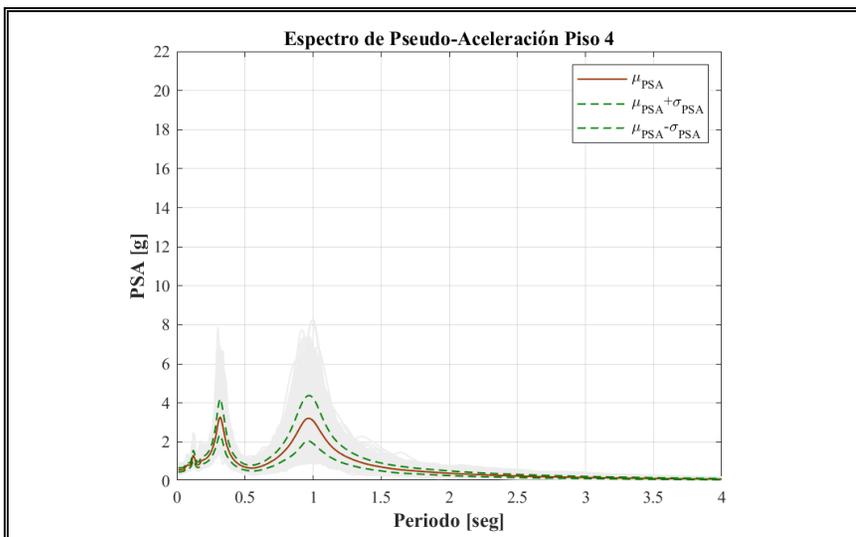


Figura VII-12. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 4 – Caso B.

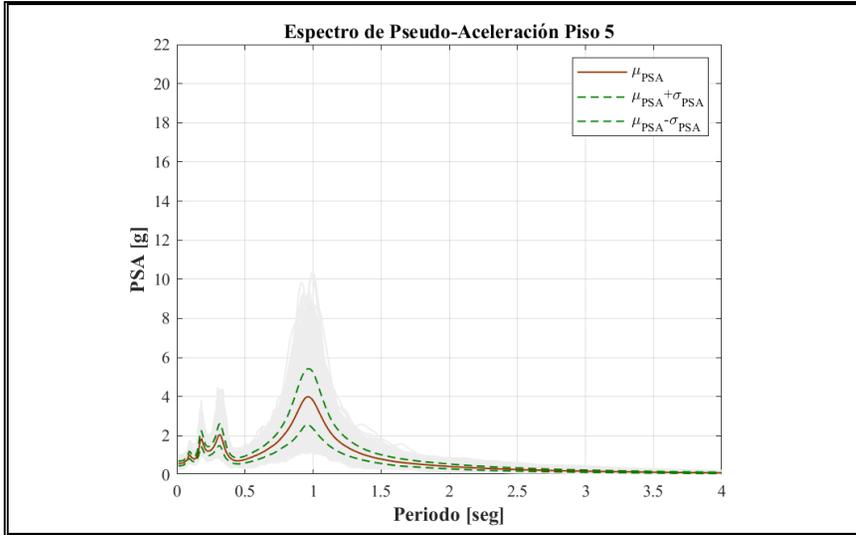


Figura VII-13. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 5 – Caso B.

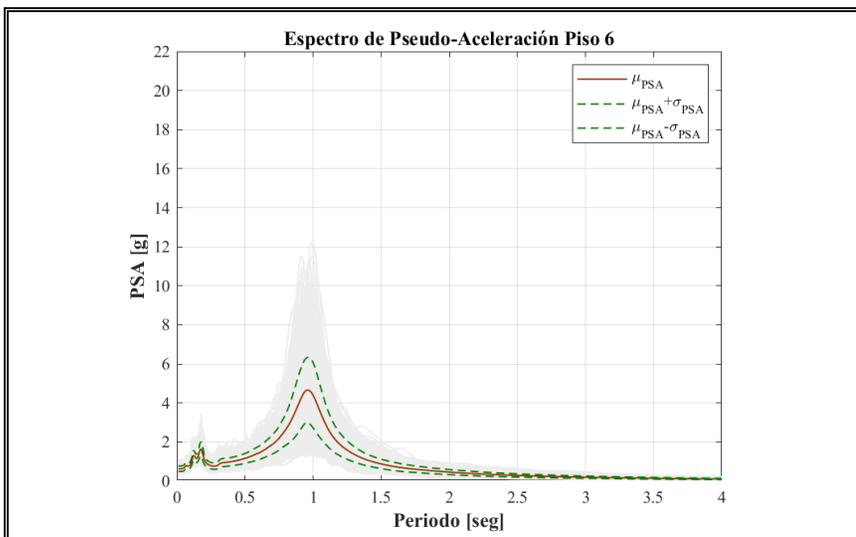


Figura VII-14. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 6 – Caso B.

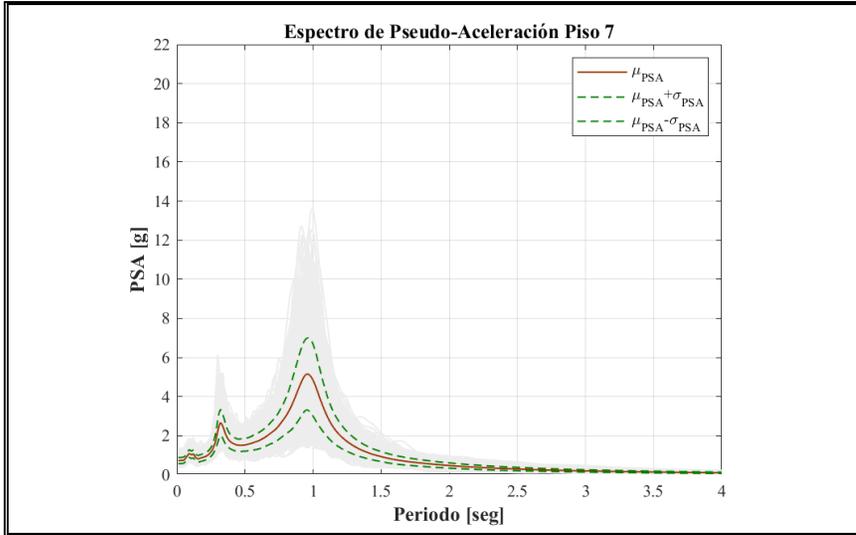


Figura VII-15. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 7 – Caso B.

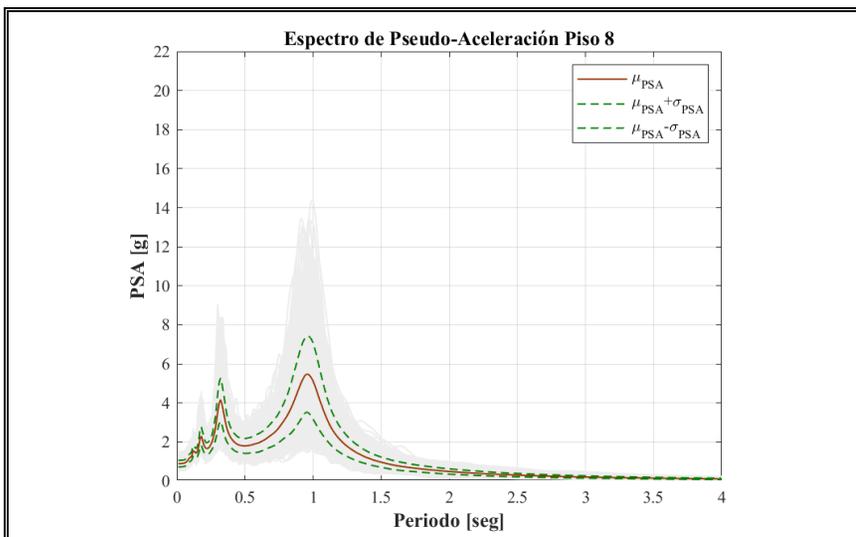


Figura VII-16. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 8 – Caso B.

### VII.3. Espectros de pseudo-aceleración Caso C

Se calcula la media y la desviación estándar de los espectros obtenidos para cada periodo considerado. En estos resultados se encuentra que el comportamiento es similar al caso A, pues el espectro de cada simulación tiene resonancia marcada respecto a los periodos estructurales. Debido a que los periodos de las estructuritas de análisis se comportan ídem al caso B, es de esperar que ocurra el mismo fenómeno, sin embargo, se aprecia que la envolvente de espectros para este caso resulta tener mayores amplitudes que las vistas en los dos casos anteriores, y concuerda con los PFA de mayor amplitud hallados en el capítulo anterior.

Entonces, por la variación de los periodos se tiene un efecto de disminución de amplitudes y por el incremento de los PFA se tiene un aumento de la amplitud por lo que cualitativamente la media se compensa y no presenta cambios bruscos respecto a las halladas en el caso A.

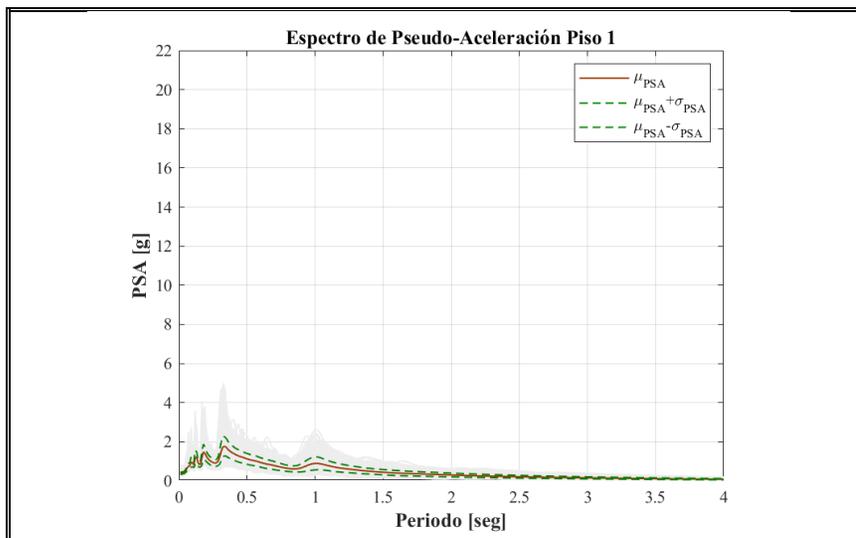


Figura VII-17. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 1 – Caso C.

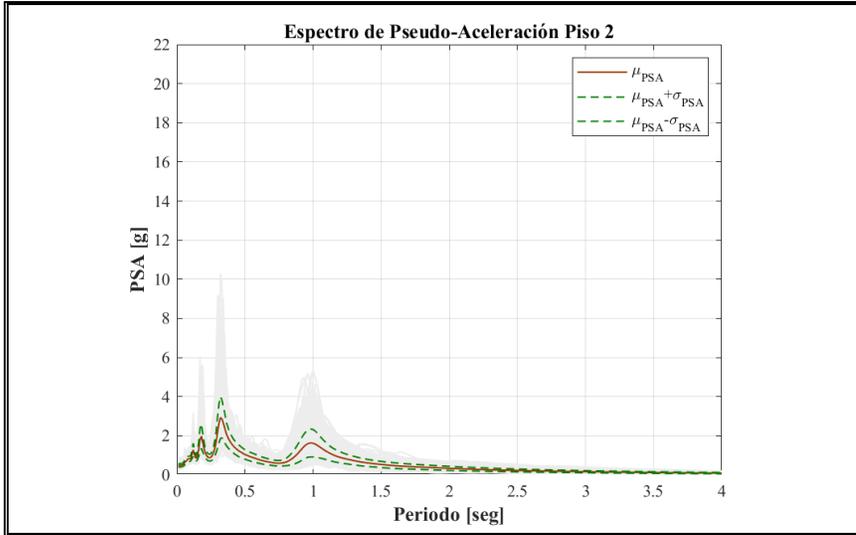


Figura VII-18. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 2 – Caso C.

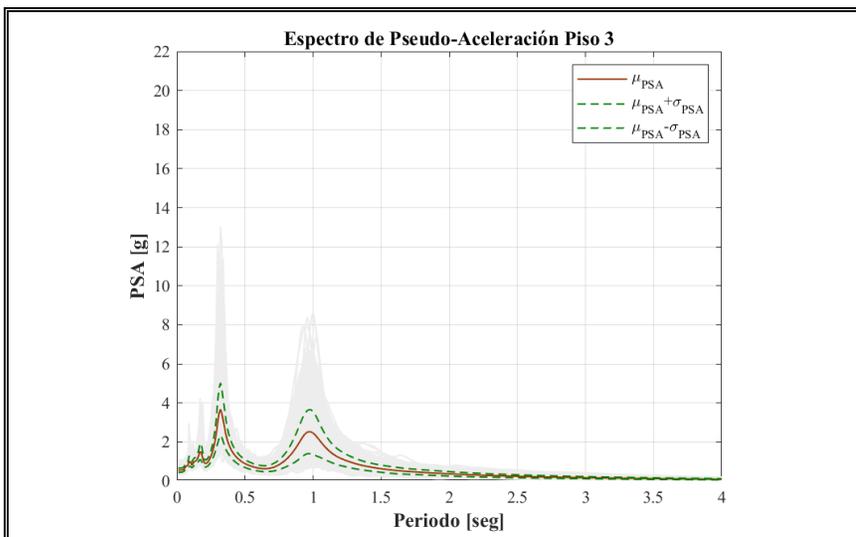


Figura VII-19. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 3 – Caso C.

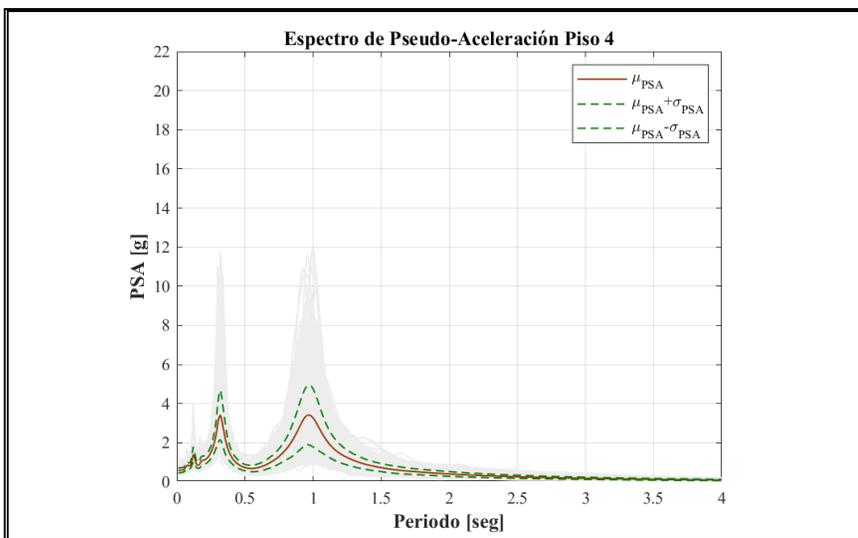


Figura VII-20. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 4 – Caso C.

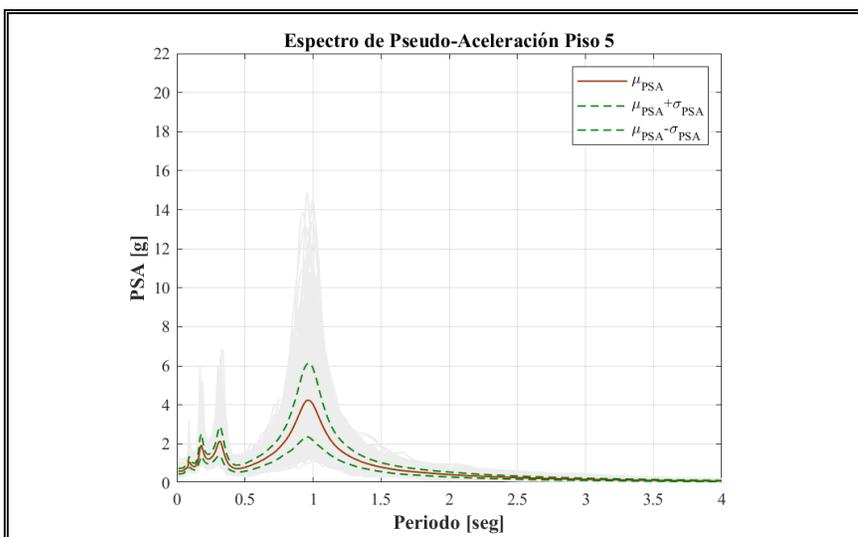


Figura VII-21. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 5 – Caso C.

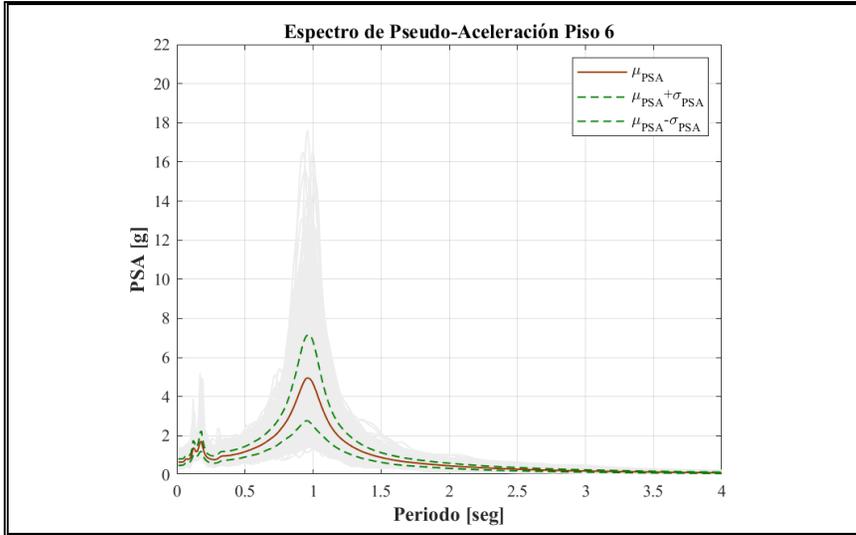


Figura VII-22. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 6 – Caso C.

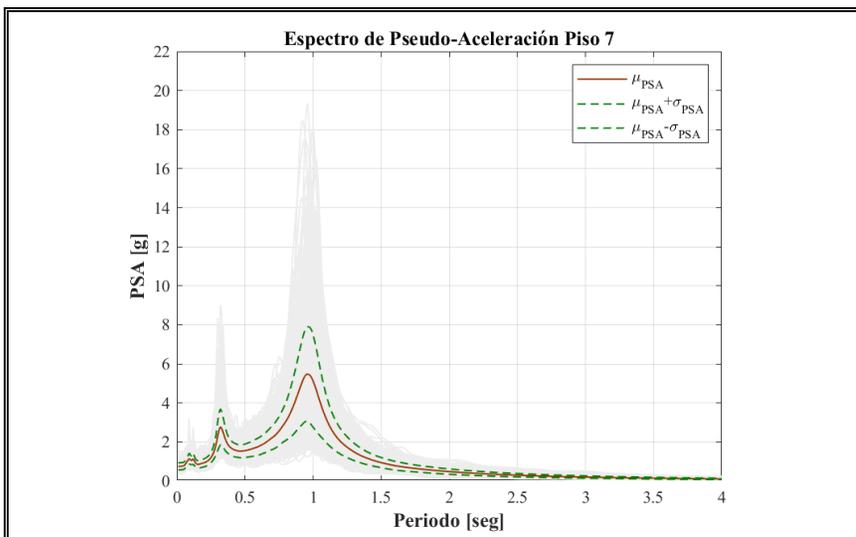


Figura VII-23. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 7 – Caso C.

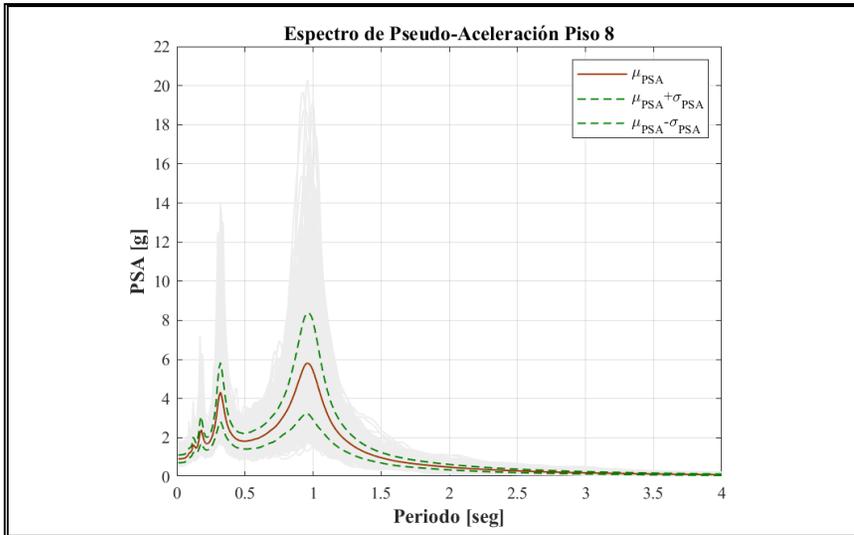


Figura VII-24. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 8 – Caso C.

#### VII.4. Espectros de pseudo-aceleración Caso D

Se calcula la media y la desviación estándar de los espectros obtenidos para cada periodo considerado. En este caso se observa que los espectros igualmente tienden a resonar respecto de los periodos de la estructura de análisis. Sin embargo, se sabe que en este caso el rango de periodos es mucho más amplio, solo para el periodo fundamental entre 0.6 seg y 2.0 seg, razón por la cual se aprecia en la envolvente de espectros de las simulaciones que hay mucha más dispersión en los resultados. La media en este caso no es representativa de las tendencias de las magnitudes esperadas de aceleración.

Además, se observa en la envolvente de amplitudes que son menores a los del caso C, esto puede deberse a que para esta variable se hallaron valores de PFA menores.

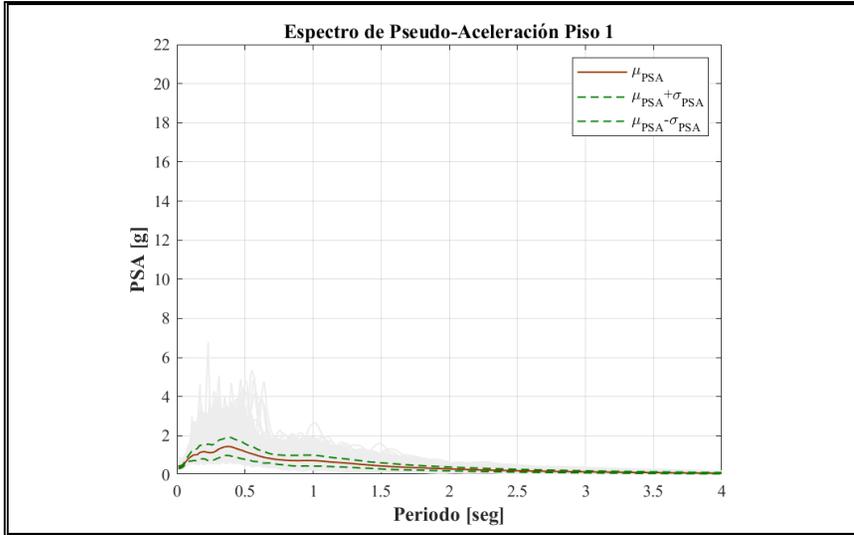


Figura VII-25. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 1 – Caso D.

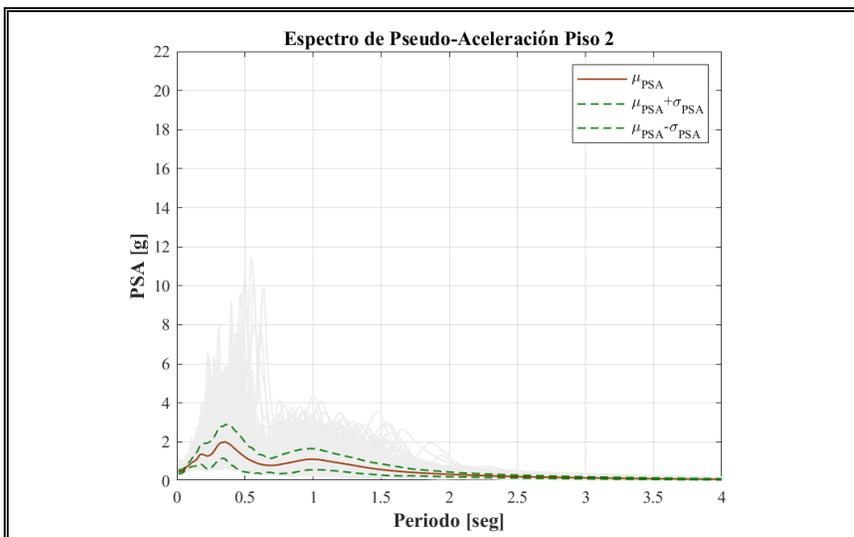


Figura VII-26. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 2 – Caso D.

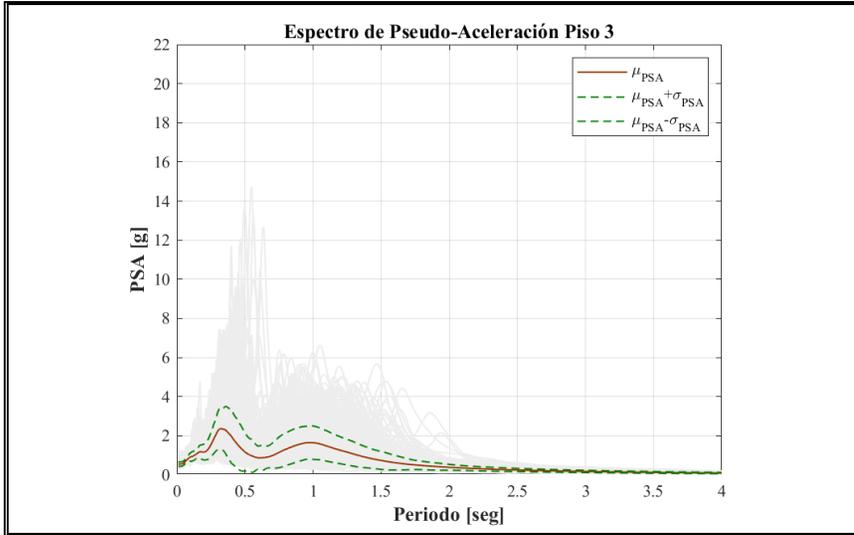


Figura VII-27. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 3 – Caso D.

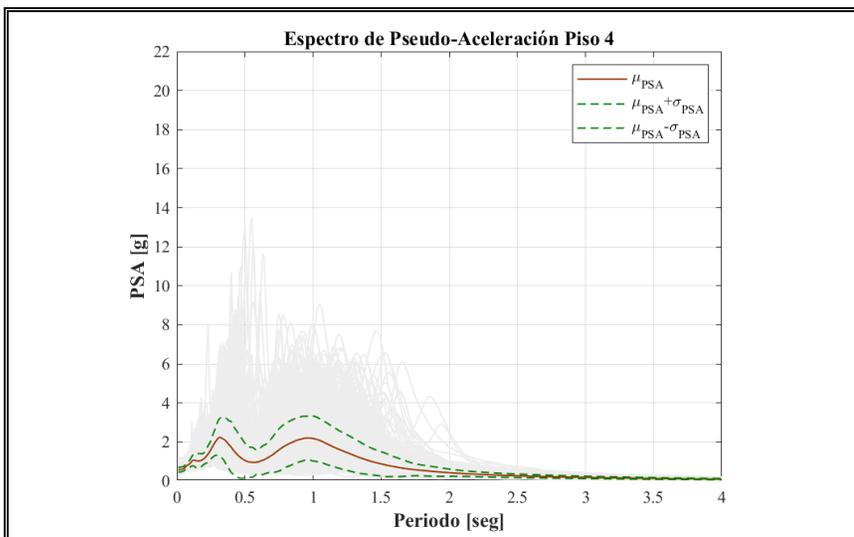


Figura VII-28. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 4 – Caso D.

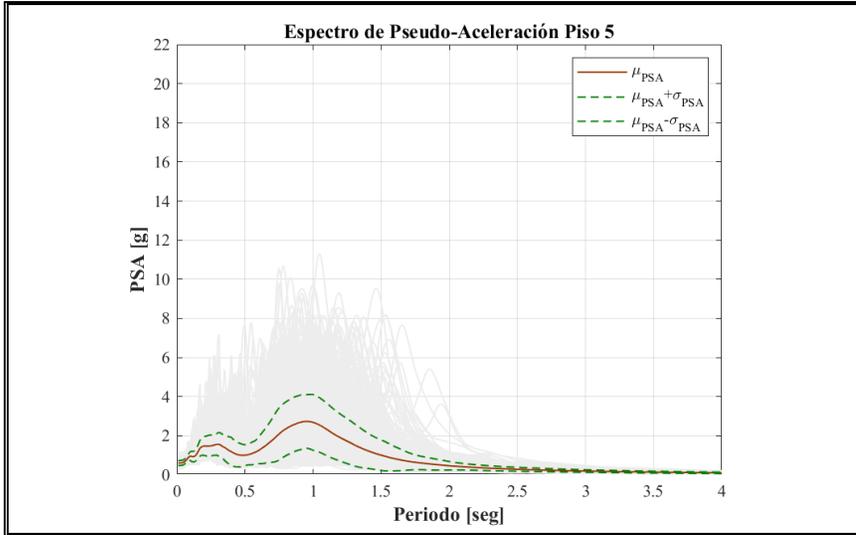


Figura VII-29. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 5 – Caso D.

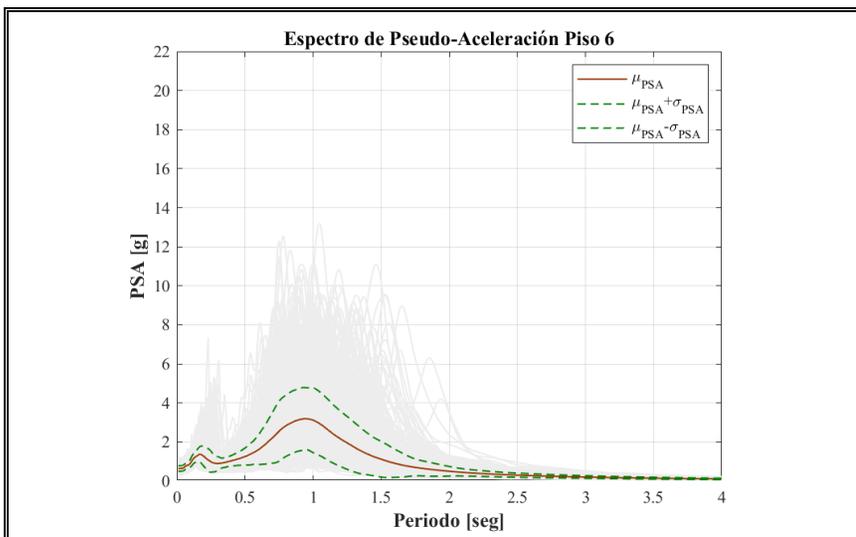


Figura VII-30. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 6 – Caso D.

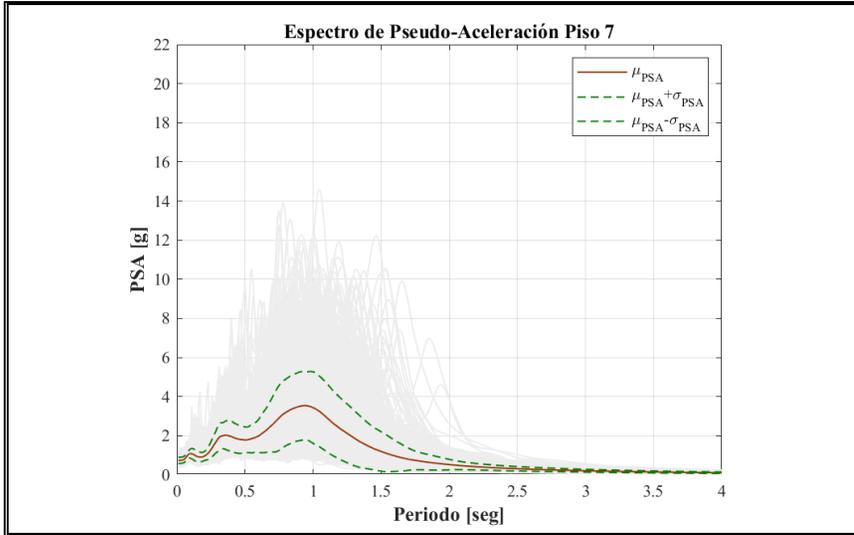


Figura VII-31. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 7 – Caso D.

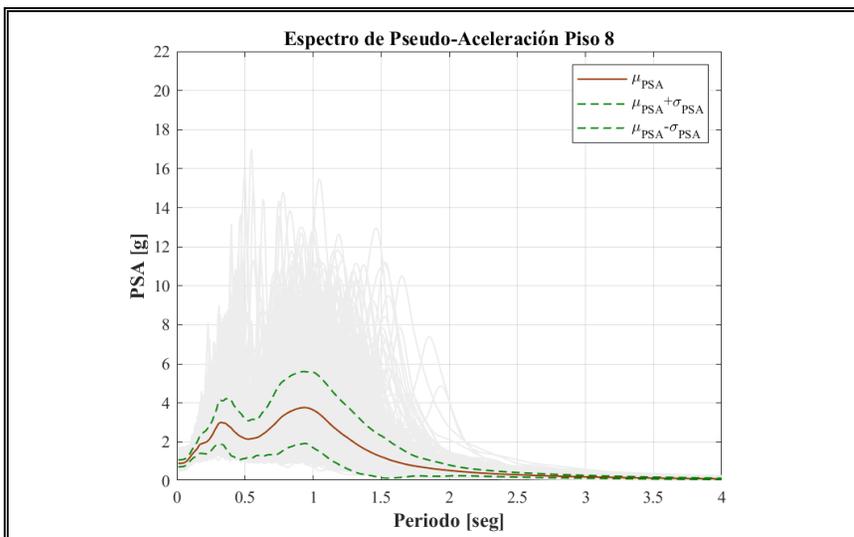


Figura VII-32. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 8 – Caso D.

### **VII.5. Análisis de resultados espectrales**

En esta sección se hace un análisis comparativo de la media de los espectros de pseudo-aceleración en cada piso, para cada caso. Además, al conocer la media y la desviación estándar por periodo, se calculan los coeficientes de variación.

En las gráficas se aprecia que los espectros de los casos A, B y C, son muy similares entre sí, a pesar de que presentan diferencias en sus coeficientes de variación por lo expuesto en la sección anterior, especialmente en el caso C en que al tener simulaciones con mayor amplitud alrededor de los periodos modales primero y segundo de la estructura, aumentaron la desviación en esta zona, que es directamente proporcional al coeficiente de variación. Por otro lado se observa, como era de esperar, que el espectro del caso D presentara una amplitud menor, distribuida en un rango asociados a las variaciones de periodos probables de las estructuras de análisis, pero con grandes consecuencias en los coeficientes de variación, que se incrementan por piso llegando a valores aproximados a 0.85.

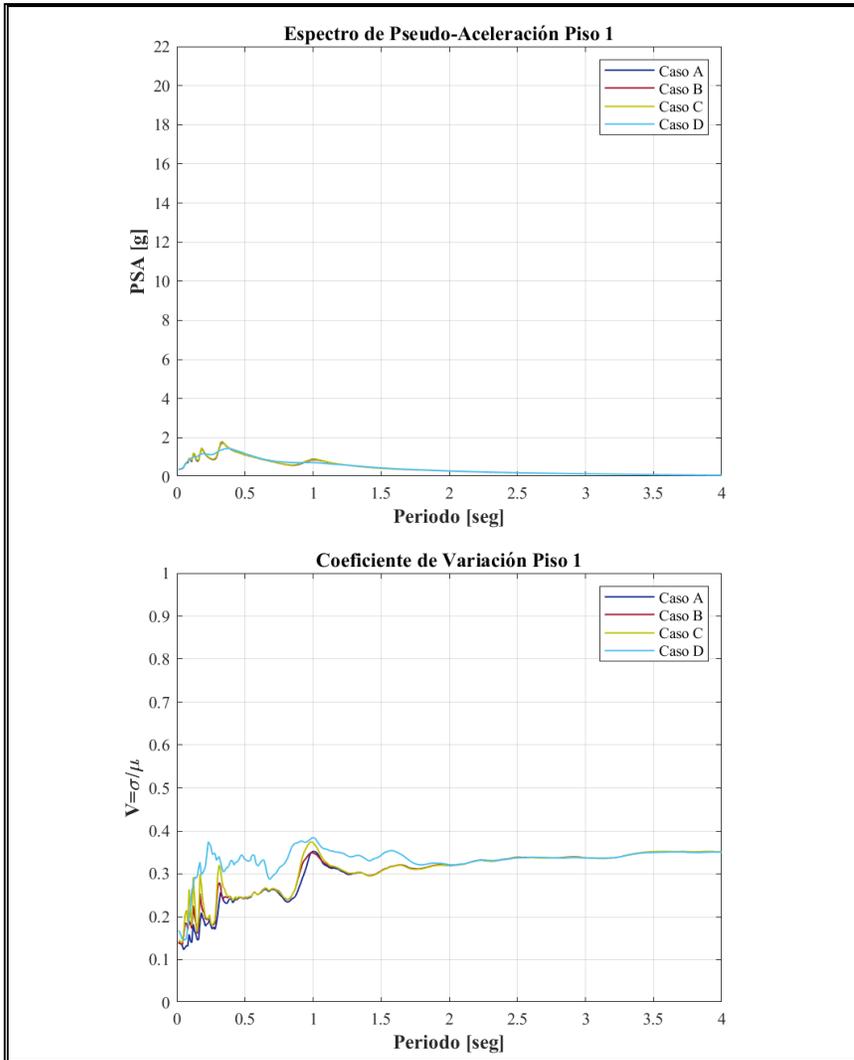


Figura VII-33. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 1

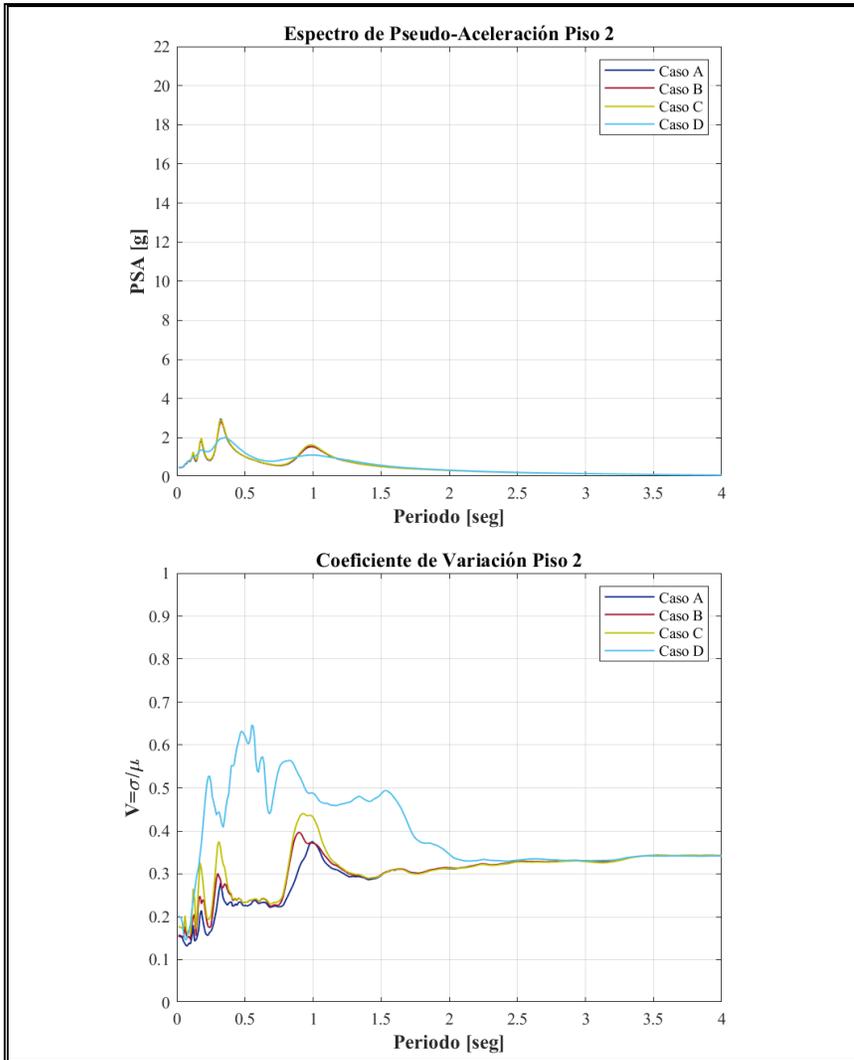


Figura VII-34. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 2

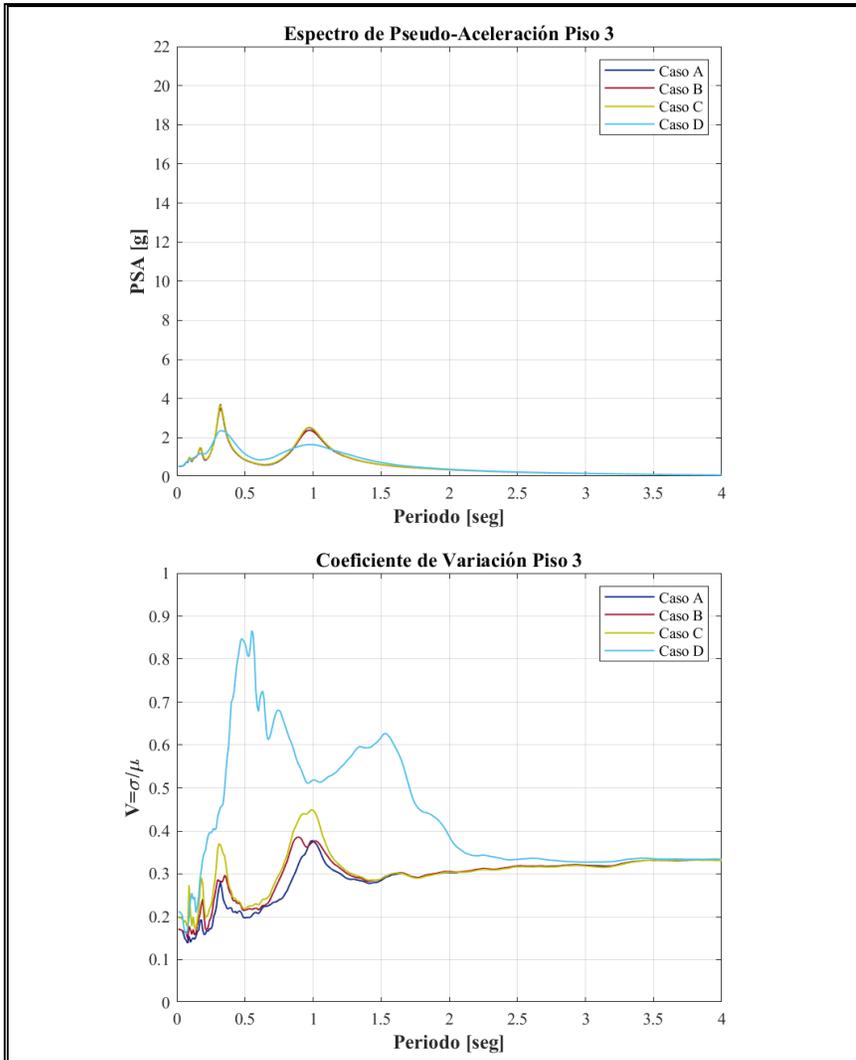


Figura VII-35. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 3

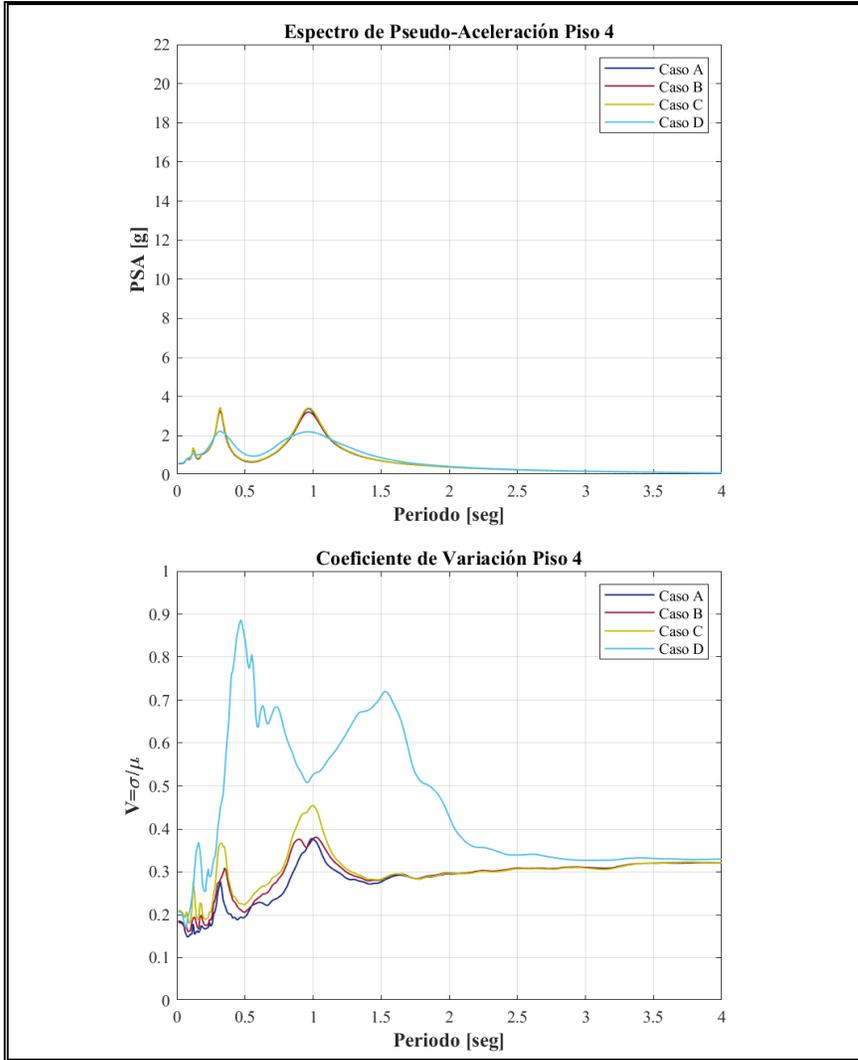


Figura VII-36. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 4

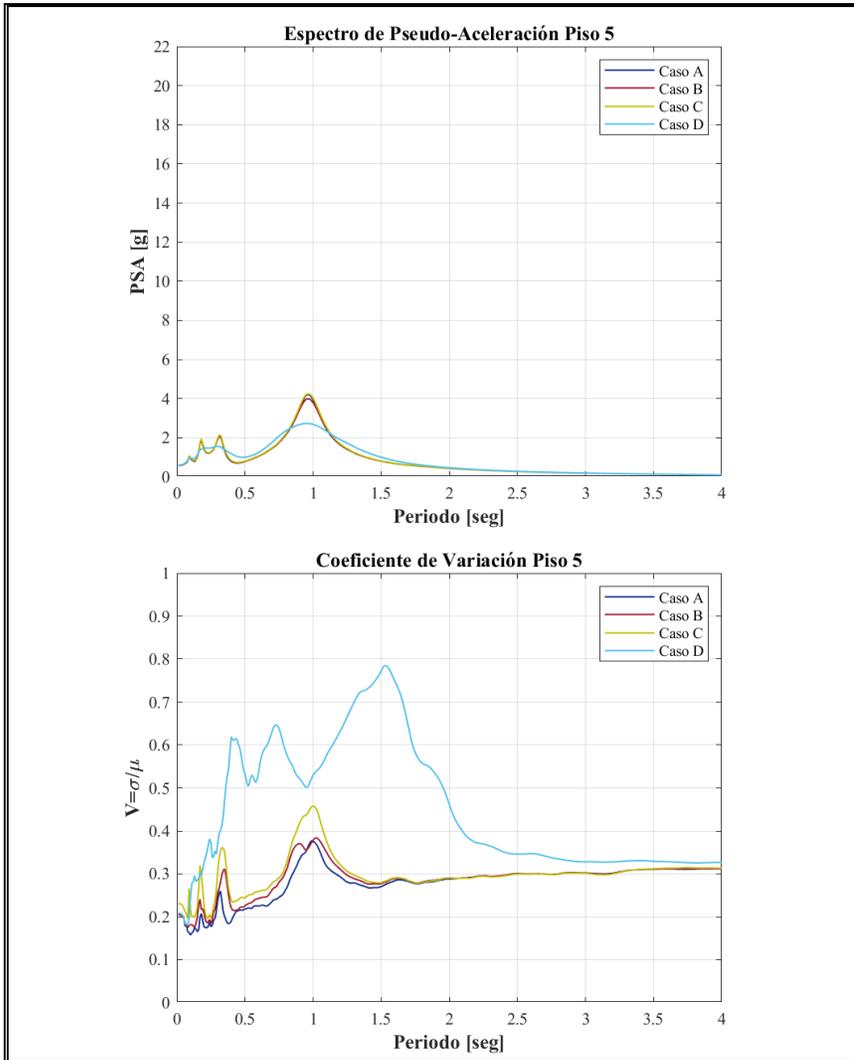


Figura VII-37. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 5

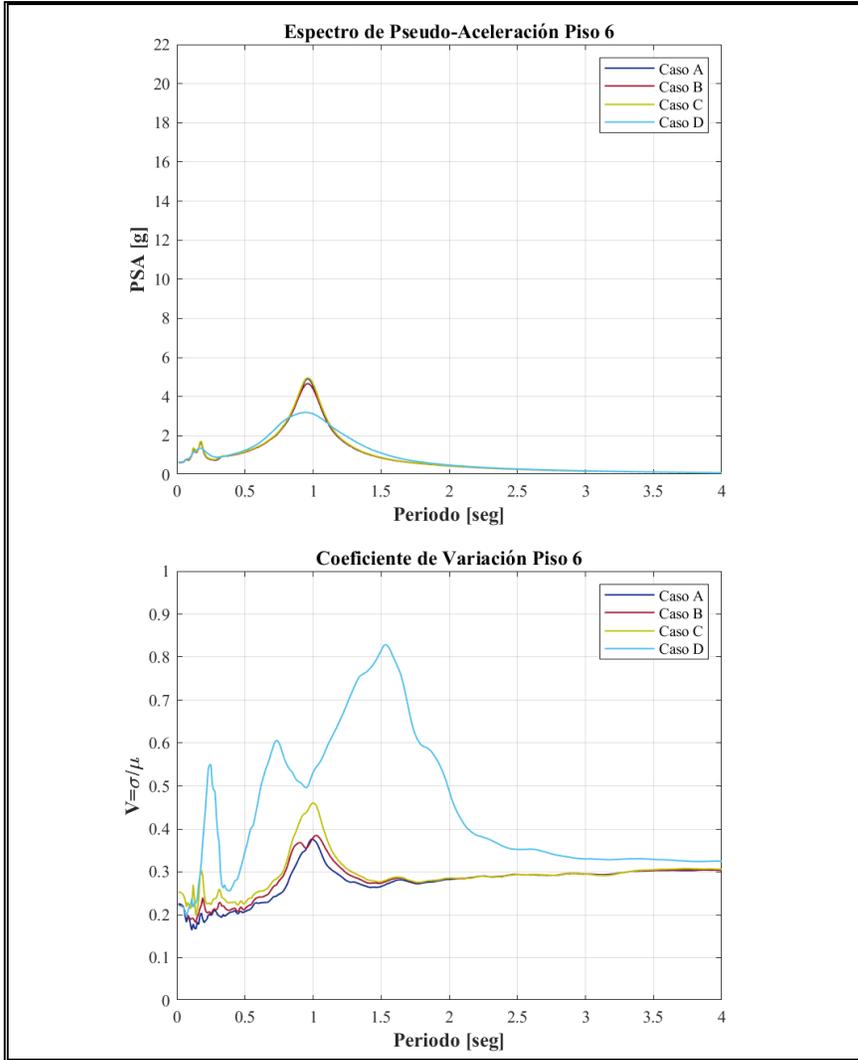


Figura VII-38. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 6

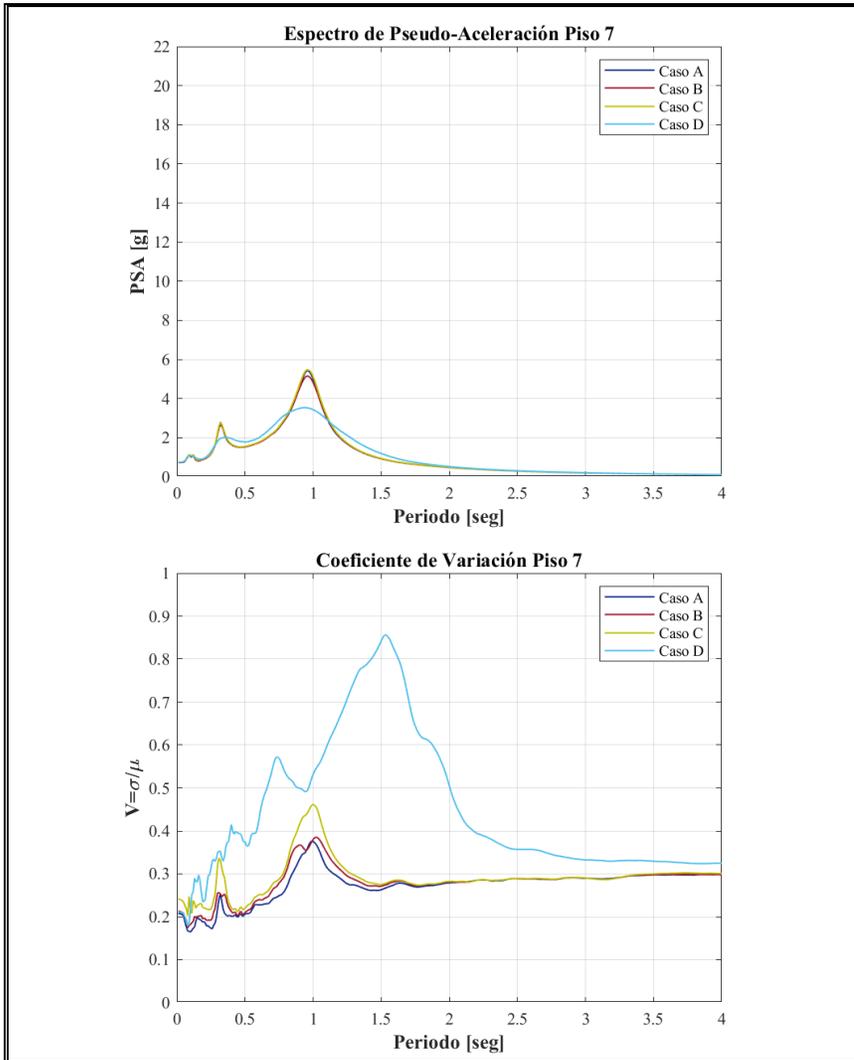


Figura VII-39. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 7

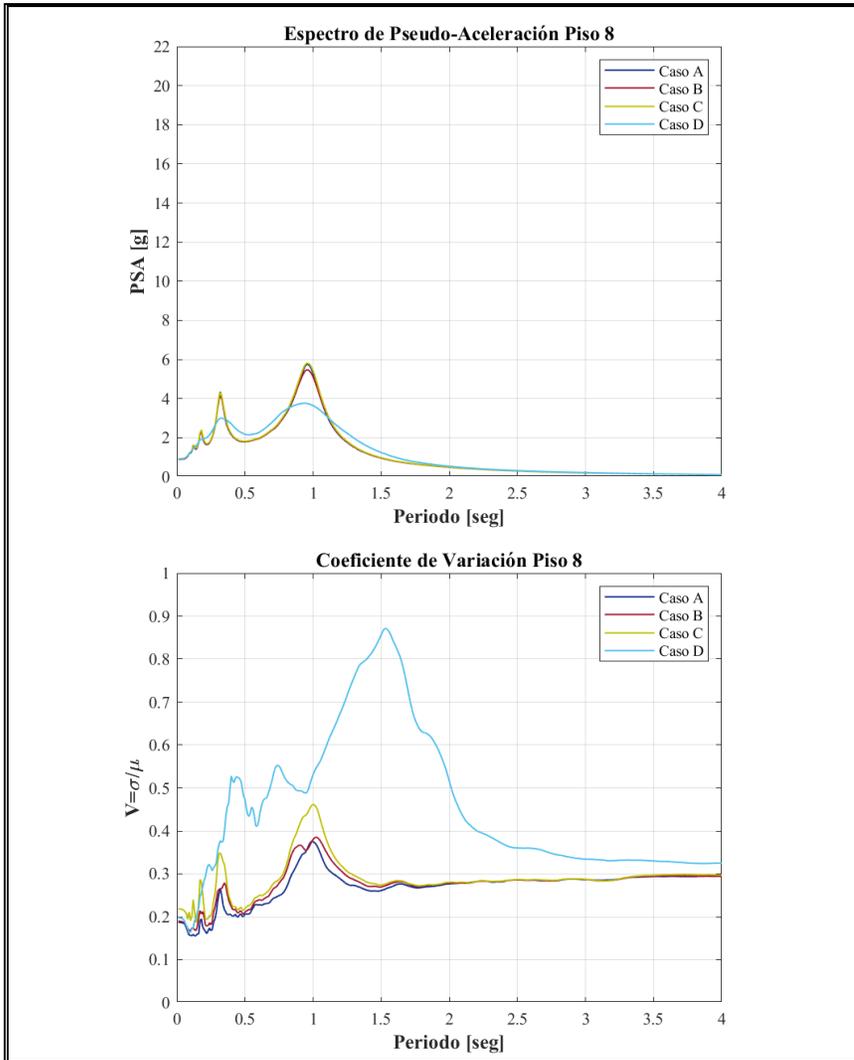


Figura VII-40. Espectro de Pseudo-Aceleración de Piso 8

## VIII. CONCLUSIONES

Los resultados cualitativos de las variables de respuesta se obtuvieron considerando un marco de hormigón resistente a momentos, con una altura media. Los resultados cuantitativos dependieron de las propiedades estructurales particulares del diseño. Por lo tanto, los resultados se compararon respecto del comportamiento de las variables de respuesta del caso A (análisis sísmico estocástico de estructura determinística), con lo que se concluyó sobre la influencia que aportan a la respuesta las diferentes consideraciones de la aleatoriedad en las propiedades estructurales.

De los resultados obtenidos en el caso B, se considera que la incertidumbre de las propiedades físicas de la estructura como variables aleatorias independientes no altera la respuesta sísmica estocástica en ninguna de las variables de interés analizadas. Esta consideración influye en la variación de periodo de la estructura, sin embargo, al ser independientes existen compensaciones entre variables que hace que el rango de periodos no se disperse en gran medida sobre el periodo determinístico. En todo momento, las propiedades probabilísticas de la respuesta estuvieron controladas por la aleatoriedad sísmica.

En el caso C, que considera las propiedades físicas y dinámicas como variables aleatorias independientes, presenta diferencias en algunas variables de respuesta respecto al caso B, que se atribuyen a la influencia del amortiguamiento. Las diferencias se presentan en los desplazamientos y deformaciones, donde se aprecia una relación no lineal entre la respuesta y el amortiguamiento, el cual amplifica los desplazamientos en mayor proporción cuando disminuye que el que los reduce si ocurre en el mismo rango opuesto; esta relación no lineal produce que las funciones de distribución de densidad se vuelvan asimétricas e introduzcan variación en los descriptores probabilistas.

Por otro lado, la variable de aceleración se ve menormente influenciada por la aleatoriedad del amortiguamiento, sin embargo, también a valores bajos de amortiguamiento su respuesta se incrementa, claro está que en menor proporción que la variable de desplazamientos, pero

se refleja en los descriptores probabilísticos. En el caso de los espectros de piso, estos valores mayores de PFA aumentan la respuesta de algunas simulaciones, pero la media se mantiene semejante a la del caso A.

Finalmente, en el caso D se concluye que: la incertidumbre de las propiedades físicas de la estructura como variables aleatorias de correlación perfecta alteran el periodo de la estructura en un rango probable mucho más amplio que el del caso B o C, con mayor tendencia a su flexibilización. Para la variable de respuesta de desplazamiento y deformación, la rigidez de la estructura en conjunto con la variación de amortiguamiento amplificaron los efectos descritos en el caso C, generando densidades de probabilidad mucho más asimétricas, provocando valores medios mayores respecto del caso A con dispersiones altas. Por último el espectro de piso se ve altamente afectado, pues éste está correlacionado con los periodos de la estructura y al tener un amplio rango de periodos la dispersión generada es muy grande.

Con estos resultados se puede concluir que efectivamente la variación de las propiedades estructurales tiene influencia sobre la respuesta sísmica estocástica, sin embargo, las estructuras reales, si bien cuentan con propiedades físicas y dinámicas que tienen incertidumbres, estas no se encuentran con un grado de correlación nulo o perfecto, por eso se podría concluir que el comportamiento sísmico estocástico con propiedades estructurales aleatorias se encuentra entre los comportamientos presentados en los casos C y D.

## IX. BIBLIOGRAFIA

- Boore , D. M., 1983. Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra.. *Bulletin of the Seismological Society of America*, pp. 73(6A):1865-94.
- Chopra, A. K., 2014. *Dinámica de Estructuras*. Cuarta Edición ed. s.l.:Pearson Educación.
- Clough, R. W. & Penzien, J., 1993. *Dynamics of structures*. 2nd ed ed. New York (USA): McGraw-Hill.
- Decker, K. M., 1991. The Monte Carlo method in science and engineering: Theory and application. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* , Volumen 89, pp. 463-483.
- Gidaris, I. & Taflanidis, A. A., 2015. Performance assessment and optimization of fluid viscous dampers through life-cycle cost criteria and comparison to alternative design approaches. *BULLETIN OF EARTHQUAKE ENGINEERING*, 13(4), pp. 1003-1028.
- Jian, F. & Yanping, Z., 2017. Non-stationary random response analysis of structures with uncertain parameters. *Probabilistic Engineering Mechanics*, Volumen 50, pp. 53-63.
- Li, J. & Liao, S., 2001. Response analysis of stochastic parameter structures under non-stationary random excitation. *Computational Mechanics*, 27(1), pp. 61-68.
- López-García , D., 2004. *Separation distance necessary to prevent seismic pounding between adjacent structures*. *PhD Dissertation*.. [Arte] (Department of Civil, Structural & Environmental Engineering, University at Buffalo, State University of New York (Buffalo, USA)).
- Maymon, G., 2008. *Structural Dynamics and Probabilistic Analyses for Engineers*. s.l.:Butterworth-Heinemann.
- Pino Guzman, C. C., 2010. *Respuesta sísmica de aceleración máxima de piso y espectros de pseudo-aceleración de piso en edificios estructurados con marcos de acero*. *Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería*.. [Arte] (Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica, Pontificia Universidad Católica de Chile).
- Saragoni, G. R. & Hart, G. C., 1974. Simulation of artificial earthquakes. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Volumen 2(3), pp. 249-67.
- Śniady, P., Adamowski, R., Kogut, G. & Zielichowski, W., 2008. Spectral stochastic analysis of structures with uncertain parameters. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 23(1), pp. 76-83.

Soong, T. T. & Grigoriu, M., 1993. *Random vibration of mechanical and structural systems*. Englewood Cliffs (USA): Prentice-Hall.

Valles, R. E. & Reinhorn, A. M., 1997. *Evaluation, prevention and mitigation of pounding effects in buildings structures. Technical report no.*, Buffalo, USA: NCEER-97-0001, National Center for Earthquake Engineering Research.

Vinuesa, P., 2016. *Tema 8 - Correlació: Teoría y Práctica UNAM*, s.l.: s.n.

Wang, F., Zhao, Y. & Lin, J., 2010. Stochastic Response Analysis of Structures with Random Properties Subject to Stationary Random Excitation. *Engineering, Science, Construction, and Operations in Challenging Environments*.