



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS NUMÉRICO DEL EFECTO DE
LAS CONDICIONES DE BORDE EN LA
DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE
DEFORMACIONES PLÁSTICAS EN
DISIPADORES DE ENERGÍA
METÁLICOS TIPO TADAS: PROPUESTAS
PARA AUMENTAR LA RESISTENCIA A
FATIGA DE BAJO CICLADO**

EDUARDO ENMANUEL PUMA ALVAREZ

Informe de Actividad de Graduación para optar al Grado de
Magíster en Ingeniería Estructural y Geotécnica

Profesor Supervisor:

JOSÉ LUIS ALMAZÁN CAMPILLAY

Santiago de Chile, Agosto, 2020.

A mis padres y a mi hermano que,
aunque estuvieron lejos siempre
creyeron en mí y estuvieron
pendientes alentando mis pasos.

AGRADECIMIENTOS

Agradecimiento especial a mi profesor supervisor José Luis Almazán por las asesorías y la oportunidad de involucrarme en este proyecto con el que he podido aplicar lo aprendido y aprender más allá del magíster, así también al equipo de trabajo, Sergio, Nicolás, etc. Que brindaron las pautas importantes de partida y en el camino.

A los profesores del magíster que dieron su mejor cátedra y asesoría, a las coordinadoras Elena y Ana María por la paciencia y ayuda constante durante estos dos años, y a los amigos y compañeros, que conocí en Chile y que hicieron más amena mi estadía.

A mis compañeros de casa con los que tuve el soporte emocional durante los 2 años de fuertes jornadas de estudios.

A mis amigos de Perú que me alentaron y dejaron muchos buenos deseos para no decaer ante el largo camino.

A mis amigos ing. Omart Tello, ing. Sebastián Romaní y al Programa de becas Pronabec en Perú por el apoyo para acceder a la beca que me permitió estudiar en el extranjero.

INDICE GENERAL

Pág.

DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
INDICE DE TABLAS	vii
INDICE DE FIGURAS.....	viii
RESUMEN.....	xiii
ABSTRACT	xiv
I. INTRODUCCIÓN	15
I.1 Antecedentes	16
I.2 Realidad problemática.....	16
I.3 Objetivos	17
I.3.1 Objetivo general	17
I.3.2 Objetivos específicos.....	17
II. BASES TEÓRICAS	18
II.1 Plasticidad para metales	18
II.1.1 Criterio de fluencia.....	19
II.1.1.1Criterio de fluencia de Von Mises	19
II.1.2 Regla de flujo	22
II.1.3 Reglas de endurecimiento	24
II.1.4 Modelos de plasticidad para metales.....	24
II.1.4.1Modelo isotrópico	25
II.1.4.2Modelo cinemático.....	30
II.1.4.2.1 Efecto Bauschinger	35
II.1.4.2.2 Ratchetting and Shakedown.....	36
II.1.4.3Modelos combinados	38
II.1.4.3.1 Modelo combinado Cinemático e Isotrópico no lineales.....	38
II.2 Disipadores de energía metálicos.....	40
II.2.1 Added Damping – Added Stiffness Systems (ADAS).....	41

II.2.2	Triangular Added Damping Added Stiffness (TADAS) Systems	42
II.3	MEF y ANSYS.....	44
II.3.1	Método de elementos finitos	44
II.3.2	Ansys.....	46
III.	CALIBRACIÓN DE MODELO DE PLASTICIDAD Y MODELO DE ELEMENTOS FINITOS USADO	48
III.1	Propiedades de materiales	48
III.2	Calibración de modelo de plasticidad	49
III.2.1	Calibración con ensayo uniaxial externo	49
III.2.2	Calibración con ensayo de disipador S-Tadas	61
III.3	Ajuste de parámetros generales de ANSYS y análisis comparativo push-over en SAP2000.....	64
III.3.1	Sensibilidad de modelos a simular ante largas deformaciones	65
III.3.2	Verificación mediante análisis push-over en Sap2000	68
III.4	Precisión y convergencia de los modelos de EF en Ansys	70
III.4.1	Parámetros de evaluación de precisión de modelo numérico	70
III.4.2	Parámetros de evaluación de método numérico y resultados	72
IV.	SIMULACION DE MODELOS.....	73
IV.1	Comparación de modelos equivalentes Tadas Pedal, Oreja y Normal	73
IV.1.1	Equivalencia de modelos.....	73
IV.1.2	Cinemática y equilibrio de dispositivos Tadas	77
IV.1.2.1	Cinemática y equilibrio Tadas Normal	77
IV.1.2.1.1	Comportamiento Cinemático	77
IV.1.2.1.2	Equilibrio de fuerzas	81
IV.1.2.2	Cinemática y equilibrio Tadas Pedal y Orejas.....	83
IV.1.2.2.1	Comportamiento Cinemático	83
IV.1.2.2.2	Equilibrio de fuerzas	90
IV.2	Cambio de ancho de base Tadas Pedal y Normal	91
IV.3	Cambio de posición inicial de fuerza de empuje en Tadas Pedal	94
IV.4	Análisis efecto 3D en alabeo y concentraciones en modelos Tadas	95
IV.5	Cambio en tipo de apoyo en la base de Tadas Pedal y Normal	99
V.	COMPARACIÓN DE RESULTADOS	101
V.1	Equivalencia Tadas Pedal, Oreja y Normal	101

V.1.1	Resultados globales.....	101
V.1.2	deformaciones plásticas locales	106
V.1.3	Distribución de deformaciones plásticas.....	110
V.1.4	Deformaciones plásticas acumuladas.....	113
V.2	Cambio de ancho de base Tadas-Pedal y Normal $\mu = 0$	115
V.2.1	Resultados globales.....	115
V.2.2	Deformaciones plásticas locales	117
V.3	Cambio de posición inicial de fuerza de empuje en Tadas-Pedal	121
V.4	Cambio en tipo de apoyo en la base de Tadas-Pedal y Normal	125
VI.	CONCLUSIONES.....	128
	bibliografía	132
	A N E X O S.....	134
	Anexo A : curvas strain-stress en puntos de control	135

INDICE DE TABLAS

Pág.

Tabla III-1 Tabla de propiedades (de ensayo monotónico) de material AISI 304.....	48
Tabla III-2 Algunos datos de ensayo monotónico de material AISI 304.....	48
Tabla III-3 Datos de acero inoxidable de ensayo uniaxial referencial.....	50
Tabla III-4 Datos de modelo para simulación uniaxial de calibración	51
Tabla III-5 Parámetros calibrados para modelo cinemático.....	52
Tabla III-6 Parámetros calibrados para modelo isotrópico	52
Tabla III-7 Parámetros calibrados para modelo cinemático NL Chaboche	55
Tabla III-8 Datos de las curvas para calibración método manual Chaboche	57
Tabla III-9 Parámetros calibrados modelo cinemático NL Chaboche + isotrópico NL.....	59
Tabla III-10 Código APDL para definir material combinado en Ansys Workbench	60
Tabla III-11 Datos de dispositivo de ensayo de tesis referencial.....	61
Tabla III-12 Datos modelo numérico en Ansys Workbench.....	62
Tabla III-13 Parámetros calibrados modelo cinemático NL Chaboche + isotrópico NL....	63
Tabla III-14 Datos modelo para Sap2000	68
Tabla III-15 Valores recomendados de Skewness en Ansys Workbench.....	70
Tabla III-16 Valores de factor “C” de element quality en Ansys Workbench.....	71
Tabla IV-1 Parámetros calibrados modelo cinemático NL Chaboche + isotrópico NL	76
Tabla IV-2 Datos de modelo Tadas-Normal en Ansys Workbench.....	91
Tabla IV-3 Datos de modelo Tadas-Pedal en Ansys Workbench.....	91
Tabla IV-4 Parámetros calibrados modelo cinemático NL Chaboche + isotrópico NL	92
Tabla IV-5 Datos modelo en Ansys Workbench de Tadas-Pedal para 3 posiciones	94
Tabla IV-6 Parámetros calibrados modelo cinemático NL Chaboche + isotrópico NL	95
Tabla V-1 Diferencia en cantidad de ε_p que toma cada lado de la placa disipadora.....	109

INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura I-1: Principales tipos de sistemas de protección sísmica	15
Figura II-1 Criterio de fluencia de Von Mises, superficie cilíndrica inclinada.....	22
Figura II-2 Regla de flujo plástico, donde se evidencia $Q\sigma \neq F\sigma$	23
Figura II-3 Endurecimiento isotrópico, visto en dirección eje de cilindro.....	24
Figura II-4 Endurecimiento isotrópico vectorialmente	27
Figura II-5 Modelo isotrópico bilineal	28
Figura II-6 Modelo isotrópico multilíneal.....	28
Figura II-7 Modelo isotrópico no lineal con regla de Voce	29
Figura II-8 Deformación total como suma de la elástica y la plástica	31
Figura II-9 Modelo cinemático bilineal	32
Figura II-10 Modelo cinemático multilíneal	32
Figura II-11 Modelo cinemático no lineal.....	34
Figura II-12 Esquema del efecto Bauschinger	35
Figura II-13 Efecto Bauschinger no puede ser representado por un solo modelo	36
Figura II-14 Efecto Ratchetting.....	37
Figura II-15 Efecto Shakedown	37
Figura II-16 Modelo combinado cinemático e isotrópico	40
Figura II-17 Histéresis disipador metálico	41
Figura II-18 Disipador ADAS y su curva de histéresis.....	41
Figura II-19 Disipador TADAS tradicional	42
Figura II-20 Diagrama de equilibrio disipador TADAS	43
Figura III-1 Curva esfuerzo deformación AISI 304.....	49
Figura III-2 Patrón de cargas (izq.) y curva de histéresis (der.) de ensayo referencial.....	50
Figura III-3 elemento cubo de simulación de 1x1x1mm	51
Figura III-4 Curvas de calibración	51
Figura III-5 Patrones de carga para modelo cinemático (izq.) e isotrópico (der.)	53
Figura III-6 Curvas calibradas resultantes, isotrópica y cinemática BL y ML	53

Figura III-7 Curvas para calibración en deformaciones plásticas ϵ_p	54
Figura III-8 Calibración modelo cinemático NL Chaboche con herramienta Ansys.....	55
Figura III-9 Curva calibrada modelo cinemático NL Chaboche	56
Figura III-10 Método de calibración manual modelo cinemático NL Chaboche	57
Figura III-11 Detalle de calibración de una sola curva en ϵ_p	58
Figura III-12 Gráfico de ajuste modelo Chaboche contra los datos referenciales	59
Figura III-13 Modelo calibrado combinación cinemática NL Chaboche + isotrópica NL .	60
Figura III-14 Datos ensayo referencial para calibración (Valdebenito, 2017).....	61
Figura III-15 Modelo de EF de calibración en Ansys Workbench	62
Figura III-16 Curva de histéresis resultante de modelo calibrado	63
Figura III-17 Modelo para prueba largas deformaciones.....	65
Figura III-18 Resultado de no considerar largas deformaciones.....	66
Figura III-19 Curva de ensayo sin largas deformaciones y fricción $\mu = 0.05$	66
Figura III-20 Resultado considerar largas deformaciones	67
Figura III-21 Curva de ensayo con largas deformaciones y sin fricción	68
Figura III-22 Datos de constitutiva strain-stress en Sap2000	68
Figura III-23 Resultado Pushover (monotónico NL) en sap2000	69
Figura III-24 Comparación Ansys y Pushover en verificación largas deformaciones.....	69
Figura IV-1 De izquierda a derecha: Tadas-Normal, Tadas-Pedal y Tadas-Oreja	73
Figura IV-2 Detalle longitud de deslizamiento en Tadas-Pedal para compatibilización....	74
Figura IV-3 Configuración de los 3 modelos evaluados compatibilizados	74
Figura IV-4 Detalle de elementos modelados como rígidos en amarillo.....	75
Figura IV-5 Patrón de desplazamientos creciente.....	76
Figura IV-6 Diagrama de equilibrio Tadas-Normal.....	77
Figura IV-7 Diagrama de equilibrio en posición deformada Tadas-Normal	78
Figura IV-8 Equilibrio en deformada para integración de curva y altura Tadas-Normal ...	79
Figura IV-9 Evolución de k_{prom} en función a la derivada $f'z$ en Tadas-Normal.....	80
Figura IV-10 Diagrama de cuerpo libre en ida (izq.) y reversa (der.) Tadas-Normal	81
Figura IV-11 Efecto en Tadas-Normal con fricción y sin largas deformaciones.....	82

Figura IV-12 Efecto de la cinemática Tadas-Normal en apoyo con fricción.....	82
Figura IV-13 Equilibrio en deformada para integración de curva y altura, Tadas-Pedal ...	83
Figura IV-14 Evolución de k_{prom} respecto a la derivada $f'z'$ en Tadas-Pedal caso ideal .	84
Figura IV-15 Equilibrio en deformada Tadas-Pedal considerando desfase “r”	85
Figura IV-16 Equilibrio asumiendo deformada como curva de circunferencia.....	87
Figura IV-17 Gráfica 3D de la evolución del factor de momento distribuido “q”	88
Figura IV-18 Curvas de variación de “q” para diferentes “e” vs. ángulo de curvatura	88
Figura IV-19 Factor de momento distribuido “q” para diferentes “r0” y $dH = 40\text{mm}$	89
Figura IV-20 Factor de momento distribuido “q” para diferentes “dH” y $r0 = 15\text{mm}$	89
Figura IV-21 Curvas de variación de “q” para diferentes “e” vs. ángulo de curvatura	90
Figura IV-22 Patrón de desplazamientos incrementales	92
Figura IV-23 Incremento de ancho de base de $b=100$ a $b=150\text{mm}$ en Tadas-Normal	93
Figura IV-24 Incremento de ancho de base de $b=100$ a $b=150\text{mm}$ en Tadas-Pedal.....	93
Figura IV-25 Cambio de posición de fuerza de empuje $r=19$, $r=14$ y $r=9\text{mm}$	94
Figura IV-26 Patrón de desplazamientos incrementales	95
Figura IV-27 Alabeo y concentraciones laterales de ϵ_p en los 3 modelos	96
Figura IV-28 Corte en zona crítica de alabeo y concentraciones laterales de ϵ_p	96
Figura IV-29 Identificación de zonas de expansión y contracción que producen alabeo ...	97
Figura IV-30 Modelo placa rectangular verifica efecto alabeo no depende de sección	98
Figura IV-31 Esfuerzos aumentan en zonas alabeadas y plano neutro se curva.....	98
Figura IV-32 Modelo Tadas-Normal con cambio geométrico de apoyo apernado.....	99
Figura IV-33 Modelo Tadas-Pedal con cambio geométrico de apoyo apernado.....	99
Figura IV-34 Detalle de cambio de geometría en apoyo (arriba) para Tadas-Normal	100
Figura IV-35 Detalle de cambio de geometría en apoyo (arriba) para Tadas-Pedal.....	100
Figura V-1 Comparación histéresis F-D tres tipos de Tadas, fricción $\mu = 0.20$	101
Figura V-2 Máximas deformaciones plásticas $\epsilon_{p\text{máx}}$ con fricción $\mu = 0.20$	102
Figura V-3 Comparación energía disipada caso con fricción $\mu = 0.20$	102
Figura V-4 Comparación histéresis F-D tres tipos de Tadas, sin fricción	103
Figura V-5 Comparación endurecimiento de T-Normal y ablandamiento T-Pedal.....	104

Figura V-6 Máximas deformaciones plásticas $\epsilon_{pm\acute{a}x}$ caso sin fricción.....	105
Figura V-7 Comparación energía disipada, caso sin fricción	105
Figura V-8 Deformaciones plásticas en Tadas-Normal para $t = 371$	106
Figura V-9 Deformaciones plásticas en Tadas-Pedal para $t = 371$	106
Figura V-10 Deformaciones plásticas en Tadas-Oreja para $t = 371$	107
Figura V-11 Deformaciones plásticas en Tadas-Normal para $t = 331$	107
Figura V-12 Deformaciones plásticas en Tadas-Pedal para $t = 331$	108
Figura V-13 Deformaciones plásticas en Tadas-Oreja para $t = 331$	108
Figura V-14 Distribución de ϵ_p en toda la placa de Tadas-Normal para $t = 371$	110
Figura V-15 Distribución de ϵ_p solo en los lados de Tadas-Normal para $t = 371$	110
Figura V-16 Distribución de ϵ_p en toda la placa de Tadas-Pedal para $t = 371$	111
Figura V-17 Distribución de ϵ_p solo en los lados Tadas-Pedal para $t = 371$	111
Figura V-18 Distribución de ϵ_p en toda la placa de Tadas-Oreja para $t = 371$	112
Figura V-19 Distribución de ϵ_p solo en los lados Tadas-Oreja para $t = 371$	112
Figura V-20 Deformaciones plásticas acumuladas ϵ_p en lados A y B de Tadas-Normal	113
Figura V-21 Deformaciones plásticas acumuladas ϵ_p en lados A y B de Tadas-Oreja....	113
Figura V-22 Deformaciones plásticas acumuladas ϵ_p en lados A y B de Tadas-Pedal....	114
Figura V-23 Histéresis F-D de Tadas-Normal sin fricción para anchos de base “B”	115
Figura V-24 Máximas ϵ_p en Tadas-Normal sin fricción, para anchos de base “B”	115
Figura V-25 Histéresis F-D de Tadas-Pedal sin fricción para anchos de base “B”	116
Figura V-26 Máximas ϵ_p en Tadas-Pedal sin fricción, para anchos de base “B”	116
Figura V-27 Deformaciones plásticas T-Normal, $\mu = 0$, anchos de base “B”, $t = 371$..	117
Figura V-28 Deformaciones plásticas T-Pedal, $\mu = 0$, anchos de base “B”, $t = 371$	118
Figura V-29 Deformaciones plásticas T-Normal, $\mu = 0$, anchos de base “B”, $t = 331$..	119
Figura V-30 Deformaciones plásticas T-Pedal, $\mu = 0$, anchos de base “B”, $t = 331$	120
Figura V-31 Posiciones iniciales en T-Pedal y sus $\epsilon_{pm\acute{a}x}$ en patrón de desplazamientos	121
Figura V-32 Deformaciones plásticas ϵ_p para $r_0 = 19\text{mm}$ en T-Pedal	121
Figura V-33 Deformaciones plásticas ϵ_p para $r_0 = 14\text{mm}$ en T-Pedal	122
Figura V-34 Deformaciones plásticas ϵ_p para $r_0 = 9\text{mm}$ en T-Pedal.....	122

Figura V-35 Evolución de factor de momento distribuido “q” en $dH = 40\text{mm}$	123
Figura V-36 Deformaciones plásticas acumuladas para $r0 = 19\text{mm}$ en T-Pedal.....	124
Figura V-37 Deformaciones plásticas acumuladas para $r0 = 19\text{mm}$ en T-Pedal.....	124
Figura V-38 Deformaciones plásticas acumuladas para $r0 = 19\text{mm}$ en T-Pedal.....	124
Figura V-39 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo tradicional en Tadas-Normal	125
Figura V-40 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo modificado en Tadas-Normal	125
Figura V-41 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo tradicional en Tadas-Pedal....	126
Figura V-42 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo modificado en Tadas-Pedal...	126
Figura V-43 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo soldado en Tadas-Pedal	126
Figura V-44 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo soldado modificado T-Pedal.	127

RESUMEN

En este trabajo se investiga tres tipos de disipadores del tipo TADAS: “Normal”, “Pedal” y “Oreja”, con el objetivo de mejorar su comportamiento referente a la fatiga ante pocos ciclos, tomando como parámetro de medición a la deformación plástica ϵ_p la cual está directamente relacionada, buscando reducir los valores máximos con una mejor distribución.

Para esto se calibra el modelo de plasticidad que represente adecuadamente el comportamiento del material utilizado, acero inoxidable AISI 304 y comportamiento histerético ante cargas cíclicas (efecto Bauschinger); optando por el modelo combinado cinemático no lineal (Chaboche) e isotrópico no lineal para mejor ajuste.

Se investiga sobre el comportamiento de cada dispositivo desde la cinemática y el equilibrio de fuerzas para una adecuada caracterización y entendimiento de los resultados.

La implementación numérica del método de elementos finitos se realiza por medio del software Ansys Workbench 15.0 y comandos adicionales en APDL para combinación del material. Se analizan 4 puntos principales:

1. Comparación entre los 3 tipos de Tadas propuestos y compatibilizados, encontrando similitud entre Tadas-Pedal y Tadas-Oreja, el comportamiento del dispositivo Tadas-Pedal empieza con su mayor rigidez y reduciéndose llegando a un umbral de fuerza máxima; mientras que el Tadas-Normal fue lo contrario y generando mayor fuerza y ϵ_p pero menor energía de disipación que los otros dos.
Se encontró que el Tadas-Normal (tradicional) reparte de forma menos eficiente el ϵ_p en sus lados, teniendo diferencias de 14% más en uno que en otro contra 4% de los Tadas-Pedal y Tadas-Oreja.
2. Comparación por el cambio del ancho de la base, lo cual evidencia un incremento de ϵ_p máximas casi proporcionales a la magnitud del cambio.
3. Evaluación del cambio en la posición inicial de la fuerza de empuje en el dispositivo Tadas-Pedal. Se encuentra mucha importancia en la posición del empuje, pudiendo mejorar la distribución de ϵ_p con el acercamiento extremo libre, con la recomendación de permanecer dentro del triángulo.
4. Cambio de forma en el apoyo empotrado de la base, que disminuye las ϵ_p en la base.

ABSTRACT

In this work three types of metallic dampers of the TADAS type are investigated: "Normal", "Pedal" and "Oreja", with the goal of improving their behavior relative to low cycle fatigue, taking as a measurement parameter the plastic deformation ϵ_p which is directly related, trying to reduce the maximum values with better distribution.

For this, the plasticity model that represents the behavior of the material used, AISI 304 stainless steel and the hysterical behavior under cyclic loads (Bauschinger effect) is calibrated; opting for the nonlinear combined kinematic (Chaboche) and isotropic model for better fit.

The behavior of each device is investigated from the kinematics and the balance of forces for an adequate characterization and understanding of the results.

The numerical implementation of the finite element method is carried out by means of the Ansys Workbench 15.0 software and additional commands in APDL to combine the material. 4 main points are analyzed:

1. Comparison between the 3 types of Tadas proposed and made compatible, finding similarity between Tadas-Pedal and Tadas-Oreja, the behavior of the Tadas-Pedal device begins with its greater rigidity and is reduced reaching a maximum force threshold; while the Tadas-Normal was the opposite and generating more force and ϵ_p but less dissipation energy than the other two.
It was found that the Tadas-Normal (traditional) distributes the ϵ_p in its sides less efficiently, having differences of 14% more in one than in the other against 4% of the Tadas-Pedal and Tadas-Oreja.
2. Comparison by the change in the width of the base, which shows an increase in maximum ϵ_p almost proportional to the magnitude of the change.
3. Evaluation of the change in the initial position of the pushing force on the Tadas-Pedal device. Much importance is found in the position of the thrust, being able to improve the distribution of ϵ_p with the free extreme approach, with the recommendation to stay within the triangle.
4. Change of shape in the recessed support of the base, which reduce the ϵ_p in the base.

I. INTRODUCCIÓN

Uno de los grandes retos de la ingeniería estructural sigue siendo lidiar con las fuerzas de la naturaleza en lo referente a sus efectos en las estructuras construidas y utilizadas por la sociedad. Con el fin de limitar sus efectos, en las últimas 4 décadas se viene poniendo énfasis en el desarrollo de lo que se conoce como “Sistemas de protección sísmica”, los cuales se pueden dividir en “Sistemas de aislamiento sísmico”, “Sistemas pasivos de disipación de energía”, “Sistemas activos de disipación de energía” y “Sistemas semiactivos de disipación de energía” (además están los híbridos como los HMD que son producto de una combinación), (Christopoulos and Filiatrault, 2006).

Dentro de estos “Sistemas de protección sísmica”, uno de los más utilizados a nivel mundial debido a su eficiencia, economía a largo plazo y practicidad de aplicación (tanto en estructuras nuevas como ya construidas) son los “Sistemas Pasivos de Disipación de Energía”. Dentro de los cuales encontramos a los “Sistemas Histeréticos”, cuyas propiedades dependen del desplazamiento, y que a su vez se subdividen en “Metálicos” y “Friccionales”. Los primeros disipan energía por plastificación del material.

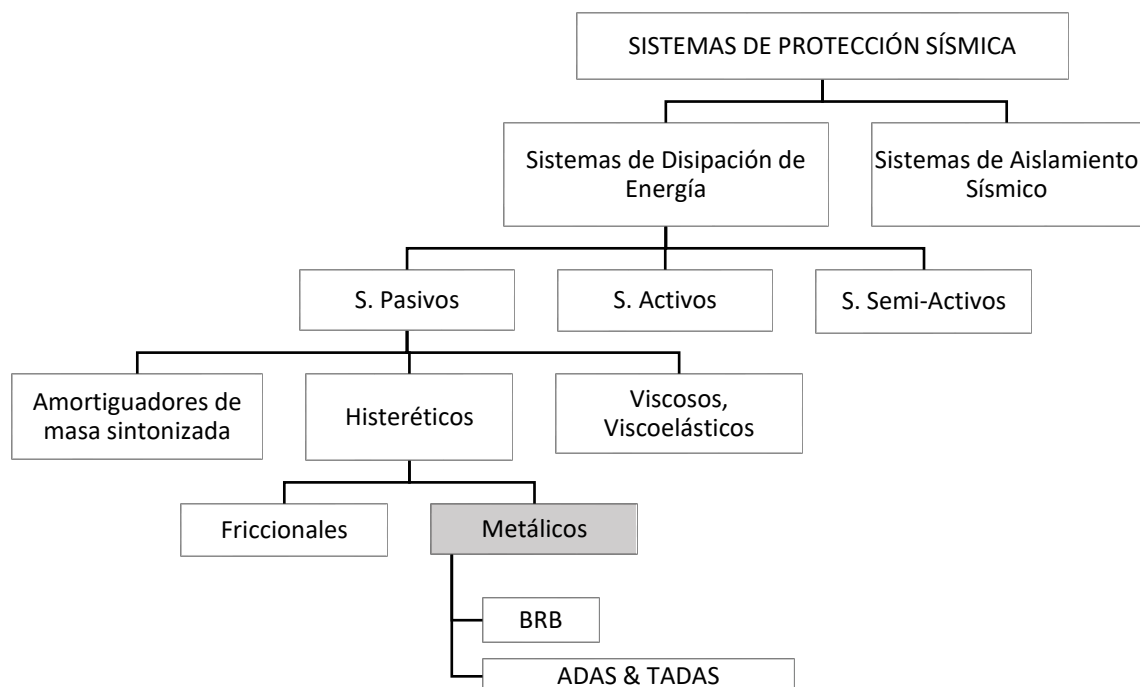


Figura I-1: Principales tipos de sistemas de protección sísmica

I.1 Antecedentes

Los primeros disipadores metálicos fueron experimentados e implementados en Nueva Zelanda y Japón (Soong and Spencer, 2002, p. 4); dos de los más estudiados disipadores histeréticos metálicos son los disipadores ADAS (Added Damping and Added Stiffness) y los TADAS (Triangular Added Damping Added Stiffness). Los disipadores ADAS fueron una creación patentada por la “Bechtel Power Corporation” en Estados Unidos y empezaron a conocerse con experimentos como los realizados en la Universidad de California en Berkeley (Whittaker *et al.*, 1991), mientras que los disipadores TADAS surgieron producto de una variación de los ADAS desarrollado mediante ensayos en Taiwan (Keh-Chyuan Tsai *et al.*, 1993), usando placas metálicas triangulares.

Desde los primeros ensayos con los disipadores TADAS se pudo comprobar su efectividad en la disipación de la energía bajo comportamiento estable ante varios ciclos y con una considerable baja degradación, aunque con mayor dificultad y cuidado en la fabricación, este dispositivo tiene la ventaja de no verse afectado por efectos de la gravedad a comparación de los ADAS, ya que los TADAS solo están verticalmente empotrados en la base triangular de la placa (Christopoulos and Filiatrault, 2006).

I.2 Realidad problemática

En los últimos años se vienen requiriendo innovaciones en estos disipadores histeréticos metálicos con el fin de mejorar su eficiencia, reducción de costos y aumento de durabilidad, debido a que las expectativas de duración, seguridad y serviciabilidad de las construcciones se han extendido también para equipos, servicios y productos. En los últimos años ha habido un reconocimiento paulatino que muchas fallas por fatiga ocurren a tensiones mayores para un número de ciclos de carga mucho menor, lo que dio origen a la expresión “fatiga de bajo ciclo”. La fatiga de bajo ciclo se encuentra frecuentemente asociada con la existencia de tensiones de origen térmico. Dado que estas tensiones térmicas surgen como consecuencia de la expansión térmica de los materiales, es fácil ver que en estos casos el fenómeno se encuentra controlado por deformación más que por tensión (Vedia and Svoboda, 2002).

I.3 Objetivos

I.3.1 Objetivo general

Encontrar características geométricas que mejoren la distribución de deformaciones plásticas y reduzcan la concentración de estas, proyectando mayor resistencia ante fatiga de bajos ciclos, mediante la simulación numérica por computadora basada en análisis de elementos finitos

I.3.2 Objetivos específicos

- a) Caracterizar el comportamiento en cinemática y equilibrio de cada modelo Tadas propuesto.
- b) Calibrar el modelo de plasticidad a utilizar, de acuerdo a las propiedades de los materiales y ensayos referenciales, de tal forma de incluir los efectos más relevantes y conocidos en la plastificación de metales ante cargas cíclicas (efecto baushinger).
- c) Incluir casos con y sin fricción por roce entre superficies para una evaluación la sensibilidad de cada modelo.
- d) Simular y comparar los modelos de disipadores propuestos, e identificar características geométricas que distribuyan de forma más homogénea las deformaciones plásticas equivalentes, de tal forma de que estas no se concentren en pequeñas zonas, minimizando el valor máximo de las deformaciones plásticas producto de esta mejor distribución, permitiendo al dispositivo resistir movimientos que incurran en mayores desplazamientos y proyectando una mayor resistencia ante la fatiga.

II. BASES TEÓRICAS

II.1 Plasticidad para metales

Hasta la actualidad se han desarrollado muchos y muy variados modelos del comportamiento esfuerzo-deformación para metales; dentro de estos, se puede diferenciar dos grandes grupos:

- Independientes de la tasa de deformación (velocidad)
- Dependientes de la tasa de deformación

Para este trabajo se enfocará solamente a los modelos independientes de la tasa de deformación o velocidad de deformación, ya que por ejemplo una carga (o desplazamiento) aplicada lentamente, que genere una tasa de deformación del orden de 10^{-2} a 10^{-3} por segundo puede ser considerada una carga cuasiestática y en general cargas que no afecten significativamente el esfuerzo de fluencia ni la ductilidad, que en casos con incremento de la tasa de carga (y de tasa de deformación) se incrementa y disminuye respectivamente (Khan and Huang, 1995).

Para este trabajo además, se están tomando en cuenta las siguientes consideraciones importantes:

- Elasticidad isotrópica
- Incompresibilidad en la zona plástica
- Independencia de fluencia respecto a esfuerzos hidrostáticos

Estas consideraciones se ha verificado que experimentalmente se ajustan adecuadamente a la mayoría de metales, especialmente a los de acero y acero inoxidable utilizados en este trabajo (Lemaitre and Chaboche, 1990)

De los modelos de plasticidad más conocidos y utilizados para metales están los siguientes:

II.1.1 Criterio de fluencia

Dependiendo del comportamiento del material analizado respecto a la distinción de zona elástica y plástica en la curva de esfuerzo-deformación, en el caso de los metales existen dos grandes grupos, los que se evidencia un punto de fluencia que delimita muy bien estas dos zonas y los que no evidencian punto de fluencia debido a que estas dos zonas no están bien diferenciadas, por ejemplo en el caso del aluminio aunque para estos casos generalmente se adopta un esfuerzo de fluencia convencional a 0.2% en la descarga (Khan and Huang, 1995). El objetivo de un criterio de fluencia es de predecir el inicio de la fluencia (paso de zona elástica a zona de plastificación) en el material en el campo 3D debido a los esfuerzos combinados que se producen.

En este trabajo, los materiales estudiados (metales) presentan punto de fluencia definido, para los que existen diferentes criterios de fluencia.

Para citar algunos aplicados a metales se tienen:

- Criterio de fluencia de Von Mises (materiales isotrópicos)
- Criterio de fluencia de Tresca (materiales isotrópicos)
- Criterio de fluencia de Hill (materiales ortotrópicos)

Para citar algunos otros aplicados a materiales porosos (sensibles al cambio de presión hidrostática):

- Criterio de fluencia de Mohr-Coulomb
- Criterio de fluencia de Drucker-Prager

En este trabajo los modelos usados se basarán solo en el criterio de fluencia de Von Mises, el cual es lo suficientemente preciso para el comportamiento de estos metales.

II.1.1.1 Criterio de fluencia de Von Mises

Este criterio, el cual algunos autores le atribuyen a 3 autores Maxwell-Huber-Von Mises (Khan and Huang, 1995), asume que la fluencia se producirá cuando la segunda invariante de los esfuerzos desviatorios J'_2 alcance un valor crítico k^2 :

$$f = J'_2 - k^2 \geq 0 \quad \text{función de fluencia de material}$$

$$J'_2 = \frac{1}{2} S_{ij} : S_{ij} = \frac{1}{2} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) \quad \text{y} \quad k = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$$

$$f_{(S)} = \left(\frac{3}{2} S_{ij} : S_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} - \sigma_Y \geq 0$$

También presentado de forma extendida como la función de la superficie de esfuerzo de fluencia:

$$f_{(S)} = \sqrt{\frac{3}{2} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)} - \sigma_Y \geq 0$$

O en su forma equivalente en esfuerzos principales:

$$f_{(\sigma)} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} - \sigma_Y \geq 0$$

$$f_{(\sigma)} = \sigma_{e(\sigma)} - \sigma_Y \geq 0$$

Lo cual tiene su justificación al igualar la energía de los esfuerzos desviatorios del caso general 3D con la energía del esfuerzo desviatorio de una prueba uniaxial como se puede ver a continuación (Lee, 2014):

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} : \text{Esfuerzo hidrostático}$$

$$\{\sigma\} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_1 - p & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - p & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - p \end{pmatrix}$$

$$\{S\} = \begin{pmatrix} S_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 0 & S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 - p & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - p & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - p \end{pmatrix}$$

Para caso de esfuerzo uniaxial cuando llega a fluencia:

$$\begin{pmatrix} \sigma_Y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}\sigma_Y & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}\sigma_Y & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}\sigma_Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sigma_Y & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}\sigma_Y & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}\sigma_Y \end{pmatrix}$$

$$\{\sigma^y\} = \{p^y\} + \{S^y\}$$

$$\{\varepsilon\}_{\sigma^y} = \frac{\sigma_Y}{E} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{pmatrix} \quad \{\varepsilon\}_{p^y} = \frac{(1-2\nu)\sigma_Y}{3E} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La energía debida al esfuerzo total e hidrostático respectivamente:

$$W_{\sigma^y} = \frac{1}{2} \{\sigma^y\} \cdot \{\varepsilon\}_{\sigma^y} = \frac{\sigma_Y^2}{2E}$$

$$W_{p^y} = \frac{1}{2} \{p^y\} \cdot \{\varepsilon\}_{p^y} = \frac{(1-2\nu)\sigma_Y^2}{6E}$$

Por lo tanto, la energía del esfuerzo desviatorio:

$$W_{S^y} = W_{\sigma^y} - W_{p^y} = \frac{(1+\nu)\sigma_Y^2}{3E}$$

Para caso de esfuerzos 3D:

$$\{\varepsilon\}_\sigma = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2) \end{pmatrix}$$

$$\{\varepsilon\}_p = \frac{(1-2\nu)p}{E} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La energía debida al esfuerzo total e hidrostático respectivamente:

$$W_\sigma = \frac{1}{2} \{\sigma\} \cdot \{\varepsilon\}_\sigma = \frac{[\sigma_1(\sigma_1 - \nu\sigma_2 - \nu\sigma_3) + \sigma_2(\sigma_2 - \nu\sigma_3 - \nu\sigma_1) + \sigma_3(\sigma_3 - \nu\sigma_1 - \nu\sigma_2)]}{2E}$$

$$W_p = \frac{1}{2} \{p\} \cdot \{\varepsilon\}_p = \frac{3(1-2\nu)p^2}{2E}$$

Por lo tanto, la energía del esfuerzo desviatorio:

$$W_S = W_\sigma - W_p = \frac{(1+\nu)}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

Se dice entonces que, si esta energía de los esfuerzos desviatorios 3D combinados supera la energía de fluencia para el caso 1D, entonces se produce la fluencia del material:

$$\frac{(1+\nu)}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \geq \frac{(1+\nu)\sigma_Y^2}{3E}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \geq \sigma_Y$$

A esta expresión además se le conoce como esfuerzo efectivo o esfuerzo equivalente de Von Mises:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

Y derivado de la expresión anterior, a este otro se le conoce como deformación efectiva o equivalente de Von Mises:

$$\varepsilon_e = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{2} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]}$$

(considerando que el módulo de Poisson $\nu = 0.5$)

O en direcciones X, Y y Z:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2 + 6(\sigma_{XY}^2 + \sigma_{YZ}^2 + \sigma_{XZ}^2)]}$$

$$\varepsilon_e = \frac{1}{1 + \nu} \sqrt{\frac{1}{2} [(\varepsilon_X - \varepsilon_Y)^2 + (\varepsilon_Y - \varepsilon_Z)^2 + (\varepsilon_Z - \varepsilon_X)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{XY}^2 + \gamma_{YZ}^2 + \gamma_{XZ}^2)]}$$

El criterio de Von Mises gráficamente se puede representar en el espacio de los esfuerzos principales como una superficie cilíndrico inclinada con eje en la recta $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$:

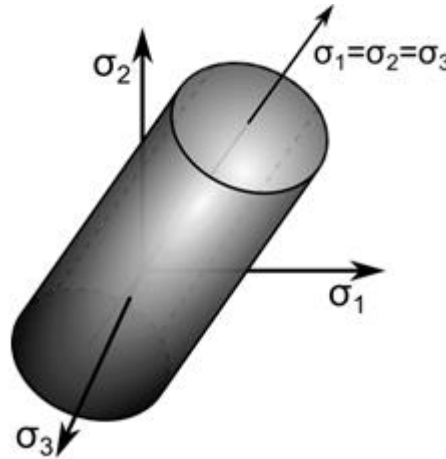


Figura II-1 Criterio de fluencia de Von Mises, superficie cilíndrica inclinada

II.1.2 Regla de flujo

Llamada también ley de flujo, es la forma en que evoluciona la deformación plástica del material respecto a los esfuerzos sometidos.

Teóricamente se plantea que la tasa de deformación es proporcional y va en la misma dirección que la función de potencial plástico (Khan and Huang, 1995):

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial Q_{(\sigma)}}{\partial \sigma}$$

$d\varepsilon^p$: Tasa de flujo plástico

$Q_{(\sigma)}$: Potencial plástico

$d\lambda$: Factor de proporcionalidad (positivo)

En general determinar exactamente la función de potencial plástico sigue siendo un tema abierto y para materiales como la mayoría de metales se asume que la función de potencial plástico es la misma que la función de fluencia (Khan and Huang, 1995):

$$Q_{(\sigma)} = F_{(\sigma)}$$

La cual se describe en la sección siguiente, reglas de endurecimiento.

Experimentalmente se ha demostrado que la función de fluencia se asemeja, pero no es necesariamente igual a la función de potencial plástico:

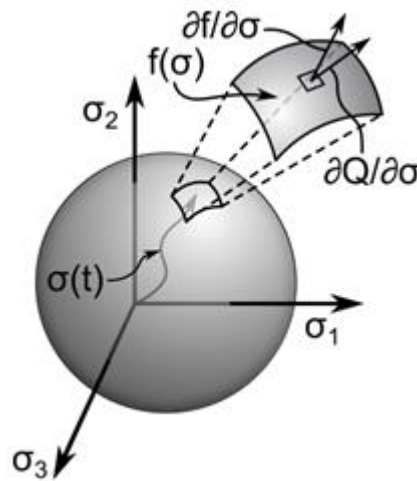


Figura II-2 Regla de flujo plástico, donde se evidencia $Q_{(\sigma)} \neq F_{(\sigma)}$

Como se puede advertir, el vector de derivadas parciales de la función fluencia es normal a la superficie de esta función, mientras que las derivadas parciales de la función potencial plástico, es decir la tasa de flujo plástico no es necesariamente normal; sin embargo, como se mencionó, para el caso de la mayoría de metales se asume $Q_{(\sigma)} = F_{(\sigma)}$, con una adecuada precisión numérica, a estos casos de equivalencia se le conoce como regla de

flujo asociada, y en los casos donde se debe considerar $Q_{(\sigma)} \neq F_{(\sigma)}$ se dice que tiene una regla de flujo no asociada (Khan and Huang, 1995).

II.1.3 Reglas de endurecimiento

Se le conoce como regla o ley de endurecimiento a la regla que rige el cambio en el criterio de fluencia en el tiempo. En la mayoría de metales generalmente esta regla se manifiesta en forma de endurecimiento o “hardening” del material lo cual quiere decir que luego de pasar el punto de fluencia, el material no plastifica perfectamente, sino que mantiene cierta pendiente en el gráfico $\varepsilon - \sigma$ en un ensayo de carga monotónica, lo cual hace variar también el límite de fluencia en tracción y compresión en cargas cíclicas.

Por ejemplo, se puede tener una regla de endurecimiento isotrópico, que sumado a un criterio de fluencia de Von Mises, cuya superficie de fluencia es de forma de cilindro inclinado, se puede visualizar en la dirección del eje del cilindro el siguiente gráfico:

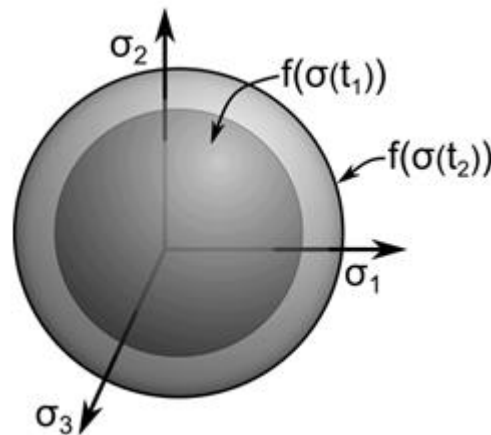


Figura II-3 Endurecimiento isotrópico, visto en dirección eje de cilindro

II.1.4 Modelos de plasticidad para metales

En forma general, los modelos de plasticidad para metales requieren de los 3 componentes teóricos vistos previamente para definir el comportamiento del modelo:

- a) Criterio de fluencia
- b) Regla de flujo

c) Regla de endurecimiento

La formulación de cada una de estas combinadas a su vez ha sido desarrollada de tal forma que en cada punto durante la deformación se cumpla con los siguientes principios generales:

- Conservación de masa
- Conservación de la energía (1er ley de termodinámica)
- Conservación del momento linear
- Conservación del momento angular

Además, para el planteamiento de los modelos de endurecimiento en la teoría de elasticidad clásica, se deben tener presentes las siguientes condiciones (Khan and Huang, 1995):

- Continuidad: Se refiere a que las cargas neutras no producen deformación plástica, esto está referido a la rotación de los ejes principales como cargas neutras y como los modelos de endurecimiento está referidos respecto a las invariantes de los esfuerzos y deformaciones principales, si estos no cambian, se mantiene el mismo estado de deformación plástica.
- Unicidad: Se refiere a que, entregado una infinitesimal carga sobre la superficie de un cuerpo, el resultado de esfuerzo y deformación debe ser uno solo:

$$d\sigma: d\varepsilon^p > 0$$

- Irreversibilidad: Se refiere a que el incremento del trabajo plástico debe ser siempre positivo:

$$\sigma: d\varepsilon^p > 0$$

- Consistencia: Se refiere a que, durante una deformación plástica, las cargas que partieron desde un estado de deformación deben llegar a otro estado de deformación (pasar de una superficie de fluencia a otra).

II.1.4.1 Modelo isotrópico

Este modelo empieza contemplando una elasticidad isotrópica, mientras que la evolución de la superficie de esfuerzos está gobernada por un valor escalar (no vectorial) el cual puede

ser el trabajo plástico disipado “ W_p ” o la deformación plástica acumulada “ p ” (Khan and Huang, 1995). El comportamiento plástico está definido por:

- a) Criterio de fluencia de Von Mises, pero aumentando la fuerza termodinámica $R_{(p)}$

$$f_{(S,R)} = \left(\frac{3}{2} S_{ij} : S_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} - \sigma_Y - R_{(p)} \geq 0$$

$$f_{(\sigma,R)} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} - \sigma_Y - R_{(p)} \geq 0$$

$$f_{(\sigma,R)} = \sigma_{e(\sigma)} - \sigma_Y - R_{(p)} \geq 0$$

$$f_{(\sigma,R)} = \sigma_{e(\sigma)} - R_{(p)} - \sigma_Y \geq 0$$

- b) Regla de flujo

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial Q_{(\sigma)}}{\partial \sigma} = d\lambda \frac{\partial f_{(\sigma,R)}}{\partial \sigma}$$

Además, como se plantea que la función de la superficie de esfuerzos sea: $f(\sigma, R)$, según la hipótesis de la formulación de plasticidad asociada:

$$dp = -d\lambda \frac{\partial f_{(\sigma,R)}}{\partial R}$$

Donde $dp = \left(\frac{2}{3} d\varepsilon^p : d\varepsilon^p \right)^{1/2} = d\varepsilon_e^p$ es el incremento de la deformación plástica acumulada, la cual es un valor numérico real positivo, a diferencia del incremento de deformación $d\varepsilon^p$ que es un tensor.

- c) Regla de endurecimiento

Mientras se utilice el criterio de fluencia de Von Mises, se podrá utilizar “ R ” en función de “ p ” o de “ W_p ” ya que bajo este criterio ambos quedan relacionados debido a $dW_p = \int \sigma_e d\varepsilon_e^p = \int \sigma_e dp$. Para este trabajo, la regla de endurecimiento isotrópico se plantea que el incremento de esfuerzo de fluencia “ $R_{(p)}$ ” crezca respecto al parámetro “ p ” el cual está definido como la deformación acumulada:

$$p = \int_0^\tau \left(\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{(\tau)}^p : \dot{\varepsilon}_{(\tau)}^p \right)^{1/2} d\tau = \varepsilon_e^p$$

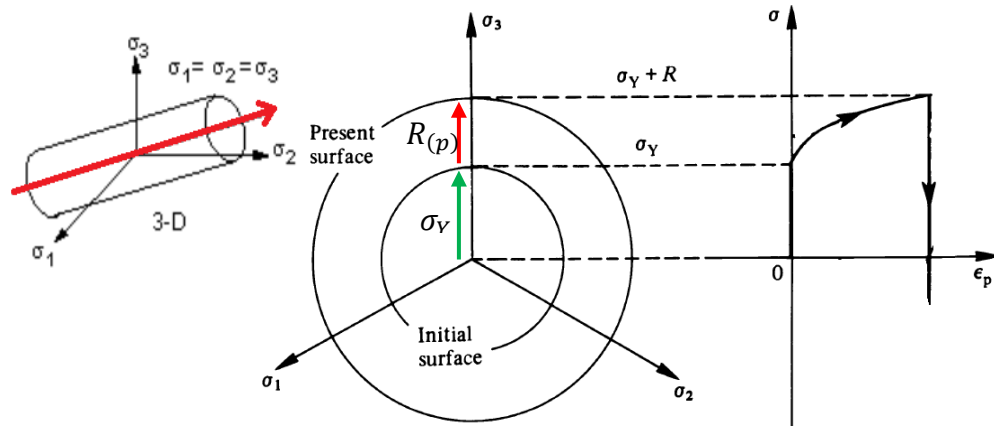


Figura II-4 Endurecimiento isotrópico vectorialmente

Para obtener explícitamente la regla de endurecimiento isotrópico (lineal o no lineal), se expresará como la ecuación de Prandtl-Reuss (Lemaitre and Chaboche, 1990):

$$\text{Usando } dp = -d\lambda \frac{\partial f(\sigma, R)}{\partial R}$$

$$\text{Se deriva la función de fluencia: } \frac{df}{dR} = \frac{d(\sigma_e - R - \sigma_Y)}{dR} \geq 0$$

$$\text{Verificando de las 2 ecuaciones anteriores: } \frac{df}{dR} = -1 \rightarrow dp = d\lambda$$

$$\text{Además que: } df_{(\sigma)} = d\sigma_e - R' dp = 0 \rightarrow dp = d\lambda = H(f) \frac{d\sigma_e}{R'}$$

$$\text{Se deriva la función de fluencia: } \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} \rightarrow \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{3}{2} \frac{S}{\sigma_e}$$

$$\text{Donde recordando: } \sigma_e = \left(\frac{3}{2} S : S \right)^{1/2}, S = \text{esfuerzos desviatorios principales}$$

Luego:

$$d\epsilon^p = d\lambda \frac{\partial f_{(\sigma, R)}}{\partial \sigma}$$

Obtenemos la ecuación de Prandtl-Reuss para endurecimiento isotrópico:

$$d\epsilon^p = \frac{3}{2} H(f) \frac{\langle d\sigma_e \rangle}{R'} \frac{S}{\sigma_e}$$

Donde:

$H(f)$ = función Heaviside step (0 si $f < 0$, 1 si $f \geq 0$)

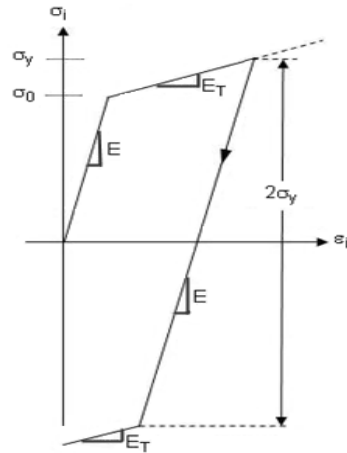
$\langle d\sigma_e \rangle$ = función que vale 0 si $d\sigma_e < 0$ y $d\sigma_e$ si $d\sigma_e \geq 0$

R' = derivada de la función de esfuerzo plástico respecto a “p”

Podemos mencionar algunos de los modelos más conocidos de endurecimiento isotrópico, los cuales solo varían en cómo se define $R_{(p)}$.

- Endurecimiento isotrópico bilineal

$$R_{(p)} = E_T p$$



Donde:

E_T = módulo tangente

$$dp = d\varepsilon_e^p$$

Para esfuerzo uniaxial:

$$dp = d\varepsilon^p$$

$$p = \varepsilon^p$$

Figura II-5 Modelo isotrópico bilineal

- Endurecimiento isotrópico multilíneal

En este caso, se definen módulos tangentes por intervalos, manteniendo el esfuerzo máximo alcanzado como el de fluencia y la última pendiente en plastificación al momento de revertir la carga.

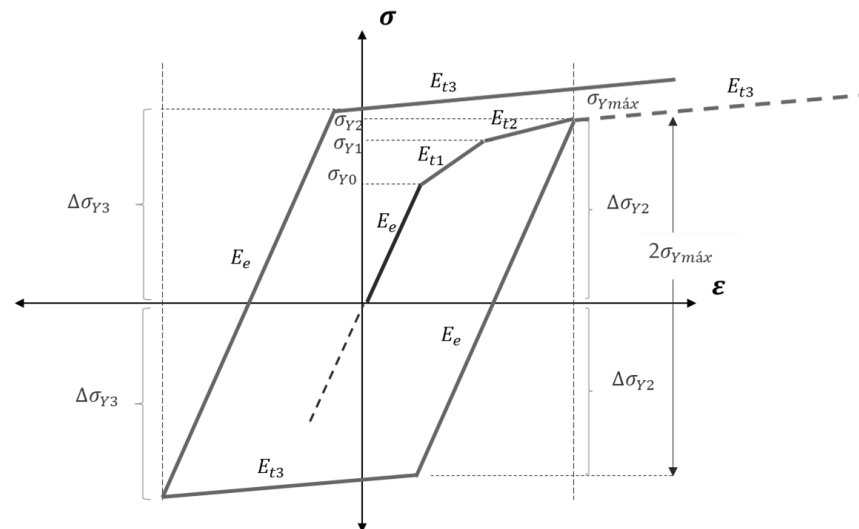


Figura II-6 Modelo isotrópico multilíneal

- Endurecimiento isotrópico no lineal

Una de las ecuaciones más conocidas para modelar este tipo de endurecimiento es la de Voce, la cual es parecida a la bilineal pero con una saturación exponencial adherida.

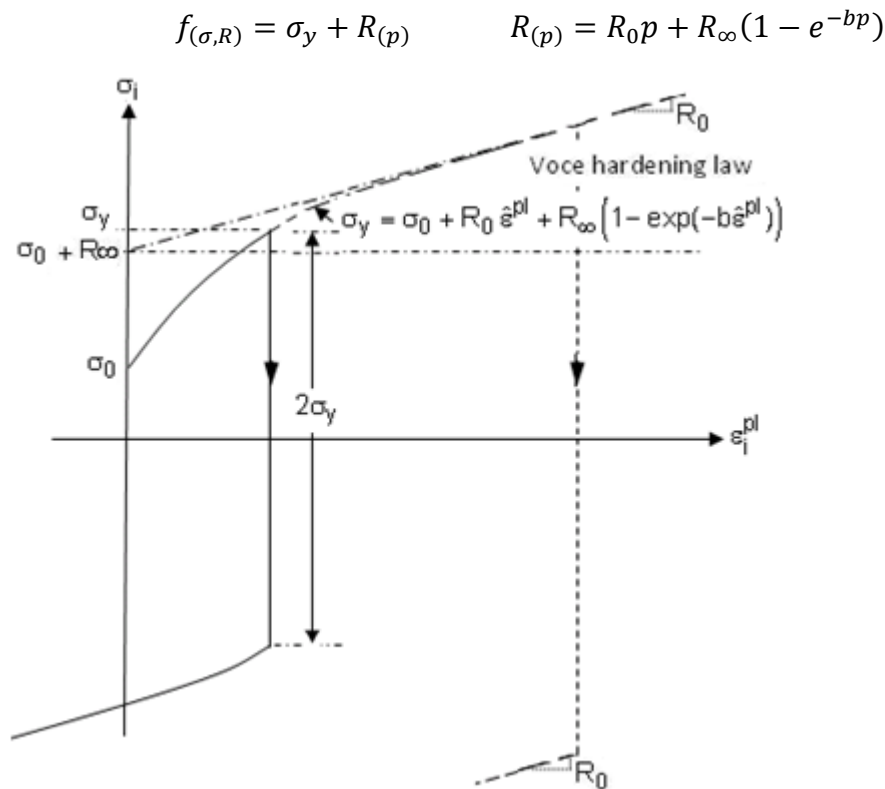


Figura II-7 Modelo isotrópico no lineal con regla de Voce

Donde la parte que provoca el crecimiento propiamente es $R_0 p + R_\infty(1 - e^{-bp})$

- R_∞ : valor que interseca al eje de abscisas la pendiente de la curva cuando ε_e^p tiende al infinito
- b : Factor que define la concavidad de la curva en la interface de inicio de ε_e^p
- R_0 : Factor que define la pendiente límite cuando ε_e^p tiende a valores grandes

II.1.4.2 Modelo cinemático

Este modelo también empieza contemplando elasticidad isotrópica. Este modelo se basa en la idealización de que durante el proceso de carga y deformación plástica, la superficie de fluencia se traslada en el espacio de esfuerzos y tanto su forma y tamaño no se modifican. En comparación con el concepto isotrópico, el concepto del modelo cinemático es uno de los modelos que mejor representa el comportamiento cíclico, especialmente en lo referente al efecto Bauschinger en la compresión y tensión uniaxial (Khan and Huang, 1995).

- a) Criterio de fluencia de Von Mises, pero aumentando la fuerza termodinámica $R_{(p)}$

$$f_{(S,X')} = \left(\frac{3}{2} (S - X')_{ij} : (S - X')_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} - \sigma_Y \geq 0$$

$$f_{(\sigma,X)} = \sqrt{\frac{1}{2} (\sigma - X)_{ij} : (\sigma - X)_{ij}} - \sigma_Y \geq 0$$

$$f_{(\sigma,X)} = \sigma_{e(\sigma-X)} - \sigma_Y \geq 0$$

Donde $\mathbf{X}$: esfuerzo (vectorial) que se traslada el centro de la superficie de fluencia en el espacio de los esfuerzos.

- b) Regla de flujo

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial Q_{(\sigma,X)}}{\partial \sigma} = d\lambda \frac{\partial f_{(\sigma,X)}}{\partial \sigma}$$

Además, como se plantea que la función de la superficie de esfuerzos sea: $f(\sigma, X)$, según la hipótesis de la formulación de plasticidad asociada:

$$dX = -d\lambda \frac{\partial f_{(\sigma,X)}}{\partial X}$$

Donde $dp = \left(\frac{2}{3} d\varepsilon^p : d\varepsilon^p \right)^{1/2} = d\varepsilon_e^p$ es el incremento de la deformación plástica acumulada, la cual es un valor numérico real positivo, a diferencia del incremento de deformación $d\varepsilon^p$ que es un tensor.

c) Regla de endurecimiento

En este punto, dependiendo del tipo de modelo cinemático utilizado, se tendrá:

- Endurecimiento cinemático bilineal

$$dX = \frac{2}{3} C d\varepsilon^p$$

$$\sigma_e - C d\varepsilon^p - \sigma_Y \geq 0$$

Donde el factor C para el caso bilineal:

$$C = \left(\frac{E \cdot E_t}{E - E_t} \right)$$

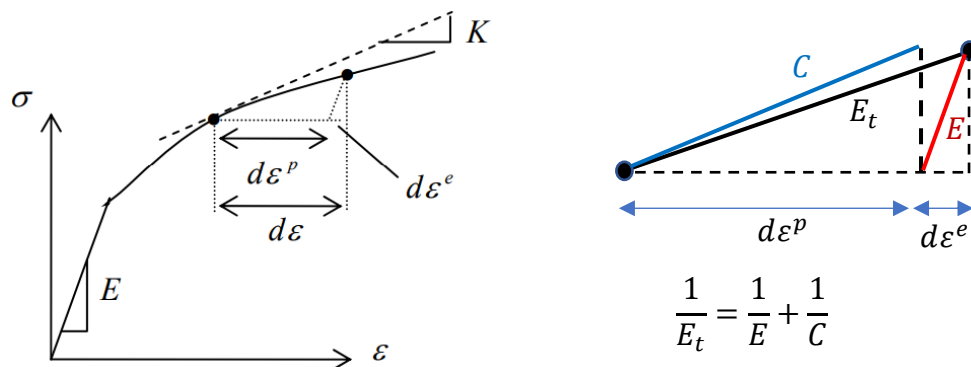


Figura II-8 Deformación total como suma de la elástica y la plástica

Nota:

El factor 2/3 es debido a que el vector de esfuerzos de traslado “X” está en esfuerzos desviatorios.

Finalmente se nota que el incremento de esfuerzo (desviatorio) de traslado del centro de la superficie de fluencia es directamente proporcional a una pendiente equivalente llamado módulo plástico (c), el cual difiere del módulo tangente visto en el gráfico $\sigma - \varepsilon$ ya que este módulo afecta directamente a la deformación plástica y no a la total. Luego de la fluencia, todo incremento de deformaciones ($d\varepsilon$) se compone de deformación elástica y deformación plástica: $d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p$.

Para el caso de tensión y compresión uniaxial, se tiene la simplificación:

$$f_{(\sigma, X)} = |\sigma - X| - \sigma_Y = 0$$

$$dX = C d\varepsilon^p \rightarrow X = C \varepsilon^p$$

$$\sigma = X \pm \sigma_Y \rightarrow \sigma = C \varepsilon^p \pm \sigma_Y$$

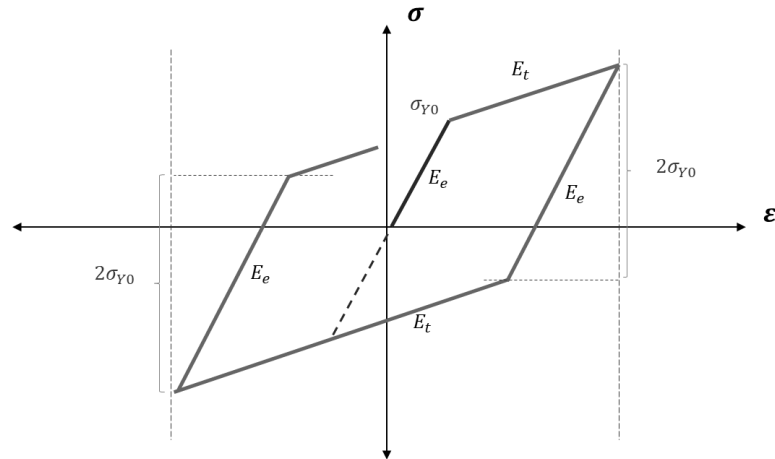


Figura II-9 Modelo cinemático bilineal

- Endurecimiento cinemático multilinear

Similar al caso bilineal, pero se tienen varias pendientes luego de la fluencia, además de que durante la carga revertida los respectivos esfuerzos de fluencia se duplican según la figura siguiente.

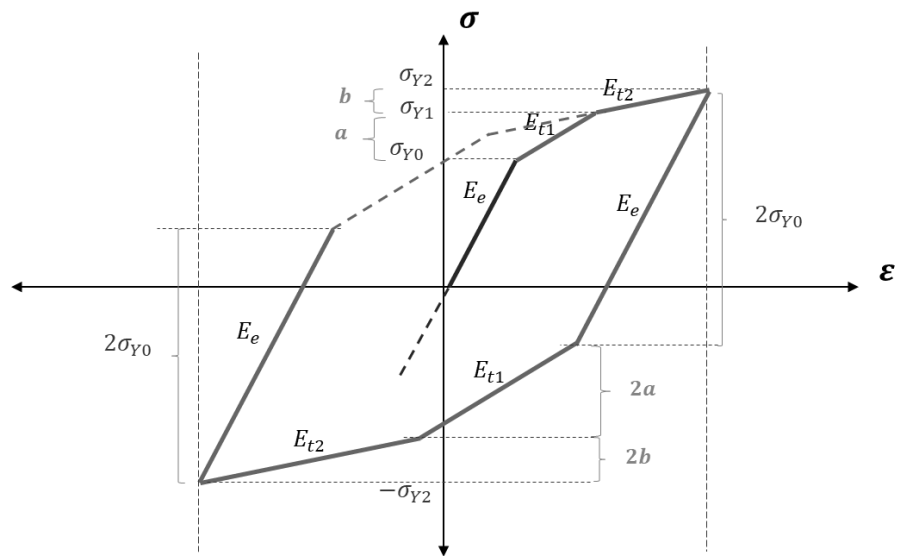


Figura II-10 Modelo cinemático multilinear

- Endurecimiento cinemático No lineal

Para este caso, dentro de los modelos no lineales existentes, se tomará el “Modelo cinemático no lineal de Chaboche”, el cual tiene la siguiente regla de endurecimiento:

$$dX = \frac{2}{3} C d\varepsilon^p - \gamma X dp$$

Donde: $dp = \left(\frac{2}{3} d\varepsilon^p : d\varepsilon^p\right)^{1/2} = d\varepsilon_e^p$

Además, C y γ son coeficientes característicos del material

Donde, si se aplica para el caso de esfuerzo uniaxial, se tiene:

$$f_{(\sigma, \alpha)} = |\sigma - \alpha| - \sigma_Y = 0$$

$$d\alpha = C d\varepsilon^p - \gamma \alpha |d\varepsilon^p|$$

Donde σ y α son esfuerzos uniaxiales (no desviatorios). Luego se quita el valor absoluto reemplazando por un coeficiente de signo $\varphi = \pm 1$ para tener:

$$d\alpha = (C - \gamma \alpha \varphi) d\varepsilon^p$$

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{d\alpha}{(C - \gamma \alpha \varphi)} = \int_{\varepsilon^p_0}^{\varepsilon^p} d\varepsilon^p$$

$$\alpha = \varphi \frac{C}{\gamma} + \left(\alpha_0 - \varphi \frac{C}{\gamma}\right) e^{-\varphi \gamma (\varepsilon^p - \varepsilon^p_0)}$$

$$\sigma = \alpha + \varphi \sigma_Y$$

Para $\varphi = 1$, y valores iniciales igual a cero:

$$\alpha = \frac{C}{\gamma} (1 - e^{-\gamma \varepsilon^p})$$

$\sigma = \sigma_Y + \frac{C}{\gamma} (1 - e^{-\gamma \varepsilon^p})$	o	$\sigma = \sigma_Y + \frac{C}{\gamma} \tanh(\gamma \varepsilon^p)$
--	---	--

(Halama, Sedlk and ofer, 2012)

Existen dos límites importantes en esta formulación cinemática no lineal:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} = C e^{-\gamma \varepsilon^p} \rightarrow \text{pendiente de la curva}$$

$$\lim_{\varepsilon^p \rightarrow 0} (C e^{-\gamma \varepsilon^p}) = C \quad \text{pendiente inicio de fluencia}$$

$$\lim_{\varepsilon^p \rightarrow \infty} \left(\sigma_Y + \frac{C}{\gamma} (1 - e^{-\gamma \varepsilon^p}) \right) = \sigma_Y + \frac{C}{\gamma} \quad \text{superficie de fluencia límite}$$

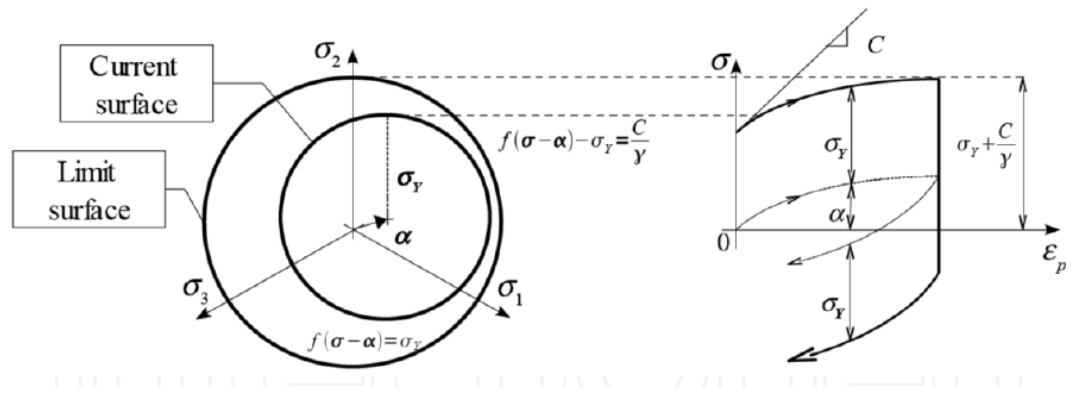


Figura II-11 Modelo cinemático no lineal

Finalmente, el modelo de “Chaboche” permite incluir por superposición ecuaciones con parámetros de correspondientes a la calibración de diferentes ciclos, con el objetivo de ajustar aún mejor la formulación y permitir fenómenos como el “ratchetting” y “shakedown”.

$$X = \sum_{i=1}^n X_i$$

$$dX_i = \frac{2}{3} C_i d\varepsilon^p - \gamma_i X_i dp$$

$$\sigma = \sigma_Y + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\gamma_i} \tanh(\gamma_i \varepsilon^p)$$

Además, considerando la última de las curvas de esfuerzo deformación con el coeficiente $\gamma = 0$, lo que significa la formulación de un modelo cinemático bilineal, se consigue representar la atenuación observada en los ensayos cíclicos de metales “shakedown” al producirse un “ratchetting” por cargas asimétricas debido a que queda $dX_n = \frac{2}{3} C_n d\varepsilon^p$.

$$\sigma = \sigma_Y + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{C_i}{\gamma_i} \tanh(\gamma_i \varepsilon^p) \right) + C_n \varepsilon^p$$

II.1.4.2.1 Efecto Bauschinger

Descubierto por el ingeniero alemán J. Bauschinger en 1886, indica que cargando una barra a tensión más allá de su límite elástico, descargando y volviendo a cargar la barra en la misma dirección aumenta su límite elástico.

Pero si la carga es aplicada en dirección opuesta a la de la primera carga, habrá una reducción en el límite elástico y en algunos casos el comportamiento elástico puede desaparecer, reduciendo así su ductilidad (Molina, 2009).

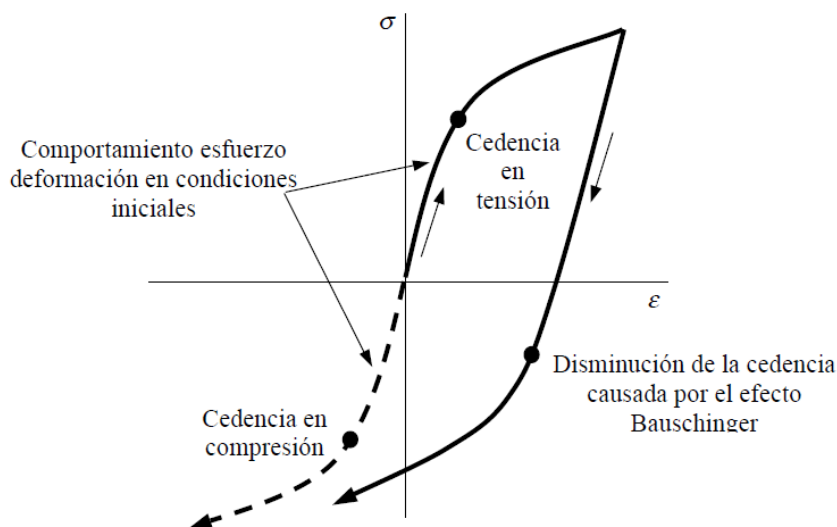


Figura II-12 Esquema del efecto Bauschinger

Hasta la fecha se sabe que la explicación de este fenómeno está en el comportamiento microscópico de los metales, explicado por la teoría de dislocaciones, que básicamente postulan que, durante la deformación de los metales la deformación plástica se produce gracias a desplazamientos de corte entre capas de la red cristalina de átomos del metal, reordenándose dejando lo que se conoce como deformaciones residuales, y al revertir la carga o desplazamiento direccionalmente este reordenamiento hace que el nuevo umbral de cedencia para inicio de la deformación plástica de la carga revertida sea menor debido a las cargas residuales que dejó el movimiento anterior.

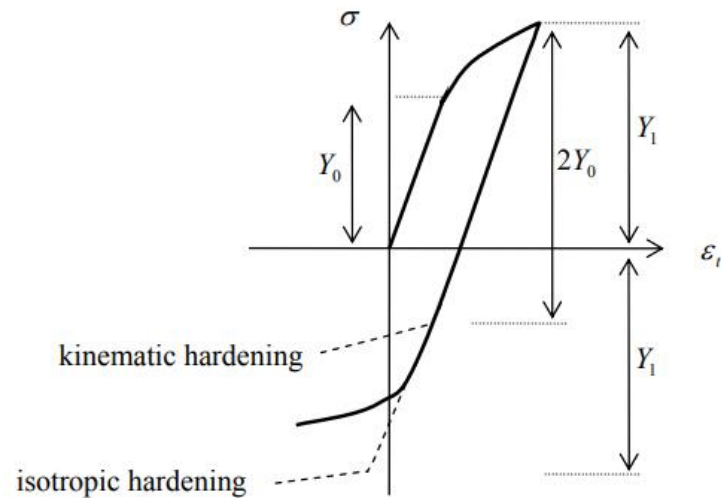


Figura II-13 Efecto Bauschinger no puede ser representado por un solo modelo

Como se puede notar con más detalle, el efecto Bauschinger reduce la amplitud de un modelo isotrópico, y aunque generalmente presenta amplitudes en la reversión mayores o iguales al modelo cinemático, son en general mejor representados macroscópicamente por estos últimos.

II.1.4.2.2 Ratchetting and Shakedown

Estos efectos se presentan típicamente en cargas cíclicas, bajo las siguientes consideraciones:

- **Ratchetting**

Se produce bajo cargas cíclicas no simétricas, y es la acumulación de deformación en la dirección que orienta durante la mayor de las cargas asimétricas.

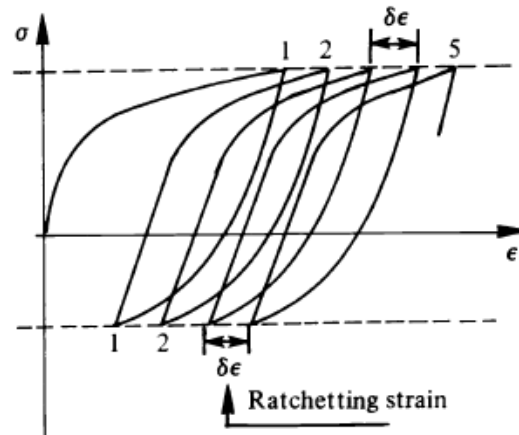


Figura II-14 Efecto Ratchetting

- **Shakedown**

Al igual que el ratchetting, se produce bajo cargas cíclicas asimétricas, y es la atenuación, convergencia o estabilización de los ciclos de histéresis luego de experimentar la acumulación de deformación tipo ratchetting.

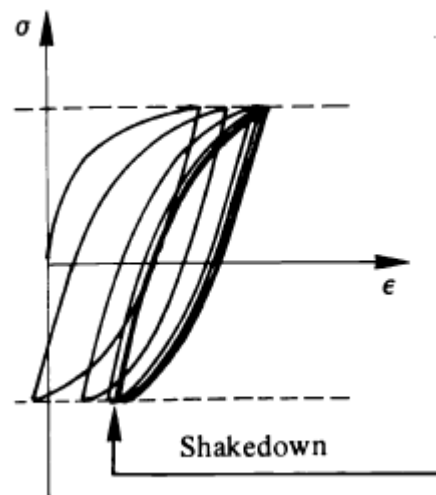


Figura II-15 Efecto Shakedown

II.1.4.3 Modelos combinados

Vistos los resultados de sendos ensayos y comparados con los modelos anteriores, se sabe que ni el modelo isotrópico ni el modelo cinemático pueden representar satisfactoriamente el comportamiento cíclico de los metales, es por ello que se desarrollaron modelos combinados.

Al respecto autores como Drucker, Palgen y Dafalias (1984) indicaron los siguientes requerimientos de modelos cíclicos para metales:

1. Ciclos de esfuerzo no simétricos causarán deformaciones cíclicas o efecto “ratchetting” en la dirección del esfuerzo medio.
2. Ciclos de deformaciones no simétricas causarán relajación progresiva del esfuerzo medio hasta cero.
3. El modelo debe predecir tan precisamente como sea posible la variación del módulo plástico (pendiente) durante cargas cíclicas aleatorias. Esto significa que la ecuación constitutiva debería ser capaz de modelar la transición de la pendiente elástica a plástica.
4. Bajo ciclos de esfuerzos y deformaciones simétricas, el material endurece o se suaviza hacia un estado estabilizado adecuadamente definido con solo endurecimiento cinemático.
5. Extensas cargas plásticas abruma y acaban con muchos, sino todos, de los efectos pasados. No importa cuántos ciclos el material tenga experimentado, su curva esfuerzo-deformación se aproximará a una de las dos líneas límite (superficie límite de fluencia) si la deformación plástica va extensivamente en una dirección. Luego de la convergencia con la línea límite, la curva esfuerzo-deformación aparecerá como si ninguna carga cíclica hubiera ocurrido; en otras palabras, el material olvidará la mayoría de los eventos previos debido a la extensa deformación plástica en una dirección.

II.1.4.3.1 Modelo combinado Cinemático e Isotrópico no lineales

Se hacen uso de ambos modelos, los cuales son ciertamente compatibles en la medida que el modelo cinemático como modelo base brinda la forma considerando el efecto

Bauschinger, mientras que el modelo isotrópico brinda un incremento del radio de la superficie de fluencia, entonces esta se desplaza y además crece en tamaño.

- a) Criterio de fluencia de Von Mises, pero aumentando la fuerza termodinámica $R_{(p)}$

$$f_{(S,X',R')} = \left(\frac{3}{2} (S - X')_{ij} : (S - X')_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} - \sigma_Y - R_{(p)} \geq 0$$

$$f_{(\sigma,X,R)} = \sqrt{\frac{1}{2} (\sigma - X)_{ij} : (\sigma - X)_{ij}} - \sigma_Y - R_{(p)} \geq 0$$

$$f_{(\sigma,X,R)} = \sigma_{e(\sigma-X)} - \sigma_Y - R_{(p)} \geq 0$$

Donde:

$\mathbf{X}$: esfuerzo (vectorial) que se traslada el centro de la superficie de fluencia en el espacio de los esfuerzos.

El incremento isotrópico viene por: $\mathbf{R}_{(p)} = R_0 p + R_\infty (1 - e^{-bp})$

- b) Regla de flujo

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial Q_{(\sigma,X,R)}}{\partial \sigma} = d\lambda \frac{\partial f_{(\sigma,X,R)}}{\partial \sigma}$$

Además, como se plantea que la función de la superficie de esfuerzos sea: $f(\sigma, X)$, según la hipótesis de la formulación de plasticidad asociada:

$$dp = -d\lambda \frac{\partial f_{(\sigma,X,R)}}{\partial R} \quad dX = -d\lambda \frac{\partial f_{(\sigma,X,R)}}{\partial X}$$

Donde $dp = \left(\frac{2}{3} d\varepsilon^p : d\varepsilon^p \right)^{1/2} = d\varepsilon_e^p$ es el incremento de la deformación plástica acumulada, la cual es un valor numérico real positivo, a diferencia del incremento de deformación $d\varepsilon^p$ que es un tensor.

- c) Regla de endurecimiento

En este punto, dependiendo del tipo de modelo cinemático utilizado, se tendrá:

Endurecimiento cinemático bilineal

$$dX = \frac{2}{3} C d\varepsilon^p - \gamma X dp$$

$$\sigma = \sigma_Y + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\gamma_i} \tanh(\gamma_i \varepsilon^p) + R(p)$$

$$\sigma = \sigma_Y + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\gamma_i} \tanh(\gamma_i \varepsilon^p) + R_0 p + R_\infty (1 - e^{-bp})$$

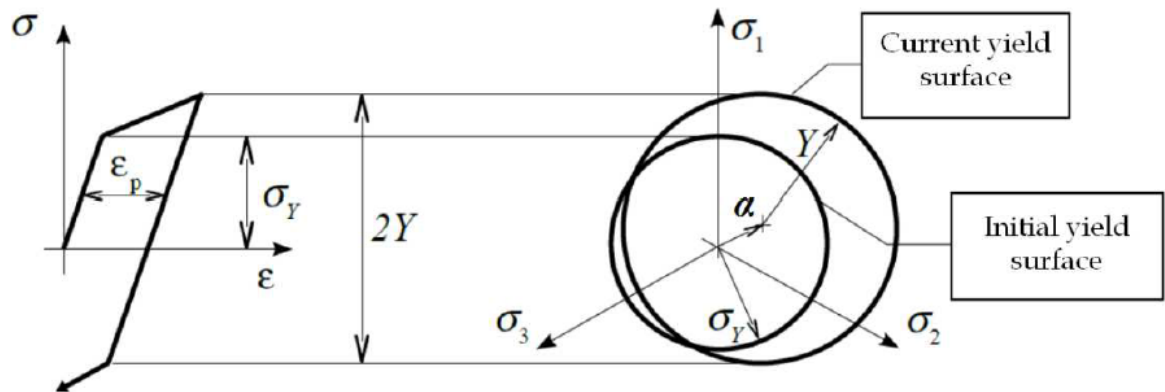


Figura II-16 Modelo combinado cinemático e isotrópico

II.2 Disipadores de energía metálicos

Luego de que los esfuerzos en metales como el acero estructural sobrepasen σ_Y , el material plastifica y exhibe una meseta de fluencia, si el material es extendido más allá este registra una fase de endurecimiento de deformación y desarrolla mayores esfuerzos que el σ_Y .

Como se mencionó anteriormente, en algunos metales se presenta esta meseta de fluencia y en otros no, pero bajo cargas cíclicas esta meseta tiende a desaparecer luego del primer ciclo, así como se muestra en la figura.

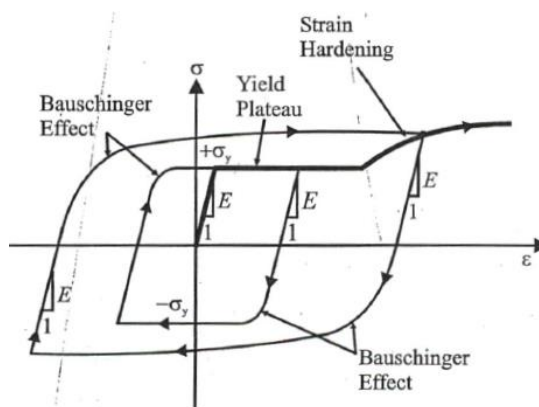


Figura II-17 Histéresis disipador metálico

Por cada ciclo, el área encerrada bajo la curva esfuerzo-deformación corresponde a la energía histerética disipada por unidad de volumen que se irradia como calor y es irre recuperable.

Es esta habilidad de los metales como el acero, para experimentar un gran número de ciclos inelásticos antes de la falla, y por lo tanto disipar gran cantidad de energía viene siendo usada para desarrollar disipadores histeréticos, los cuales son diseñados para fluir cuando la estructura a la que estén conectados se deforme (Christopoulos and Filiatrault, 2006).

II.2.1 Added Damping – Added Stiffness Systems (ADAS)

Originalmente manufacturados por Bechtel Corporation es una evolución de los primeros X-plate dispositivos usado como disipadores soportados por sistema de tubos. La geometría de los ADAS incorpora varias placas de fluencia interconectadas en serie.

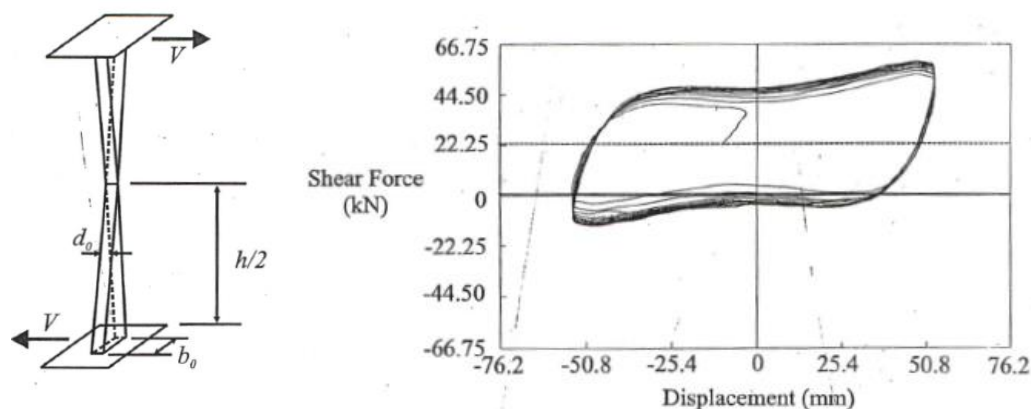


Figura II-18 Disipador ADAS y su curva de histéresis

Con una geometría optimizada conformada por dos placas triangulares unidas en el vértice al centro de altura; muchos ensayos realizados al respecto indican que los ADAS son capaces de sostener 100 ciclos de carga a una deformación correspondiente a tres veces la deformación de fluencia medida d_y sin signos de degradación; basado en lo cual se estima que los disipadores ADAS pueden ser usados de forma segura para picos de desplazamiento de hasta 10 veces d_y (Christopoulos and Filiatrault, 2006).

II.2.2 Triangular Added Damping Added Stiffness (TADAS) Systems

Tsai et al. En 1993 desarrollaron esta variación de del sistema ADAS usando placas disipadores metálicas triangulares. Las placas triangulares TADAS son rígidamente soldadas o unidas mecánicamente a una placa superior, pero son simplemente conectadas a una base ranurada.

La principal ventaja de los dispositivos TADAS es que este no es afectado por las cargas de gravedad debido a los agujeros ranurados en la placa base; además ninguna rotacional restricción es requerida en las conexiones. La construcción de los dispositivos TADAS es sin embargo más complicada que la de dispositivos ADAS. Los experimentos muestran que la respuesta histerética de los TADAS es muy estable y repetible sin fuerte degradación (Christopoulos and Filiatrault, 2006).

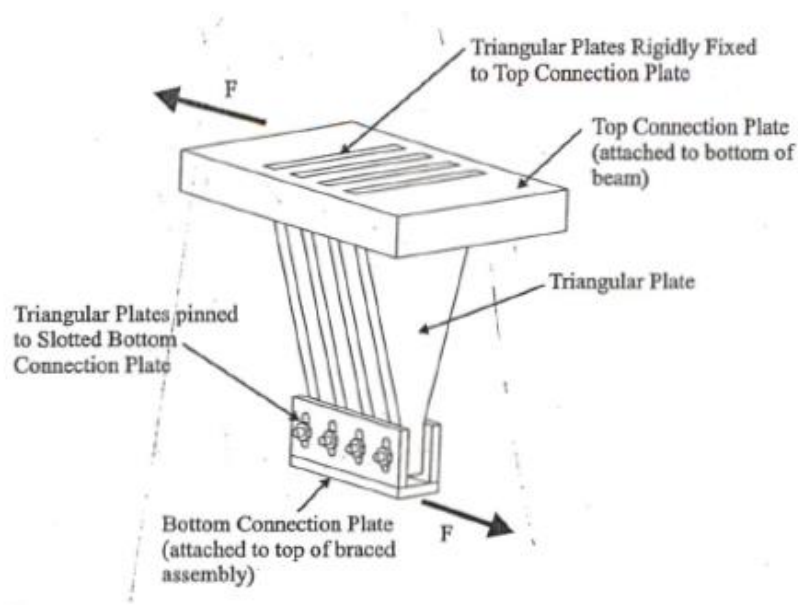


Figura II-19 Disipador TADAS tradicional

Además, ya que en este trabajo se centra alrededor de este tipo de dispositivo, se muestran las ecuaciones teóricas de su comportamiento mecánico a pequeñas deformaciones:

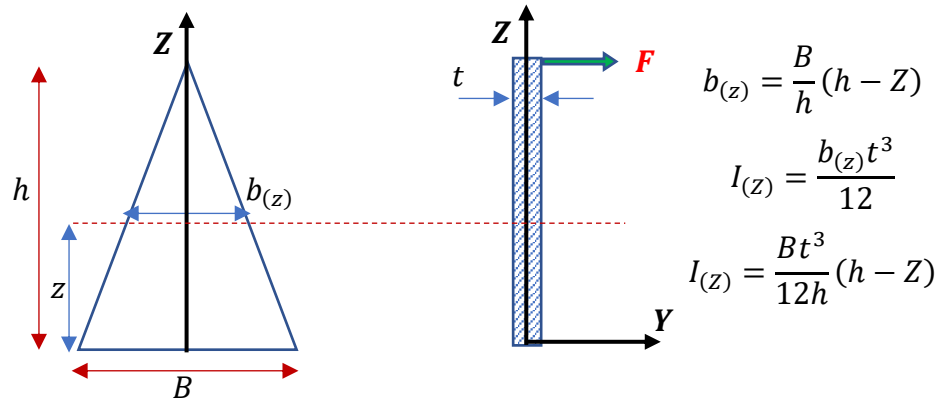


Figura II-20 Diagrama de equilibrio disipador TADAS

Características en su comportamiento elástico:

$$\sigma_{(Z,Y)} = \frac{M_{(Z)}Y}{I_{(Z)}} = \frac{F \cdot (h - Z) \cdot Y}{\frac{b_{(Z)}t^3}{12}} \rightarrow \sigma_{(Z,Y)} = \frac{12FhY}{Bt^3} = \sigma_{(Y)}$$

Que en su capa más alejada: $\sigma_{max} = \sigma_{(Y=t/2)} \rightarrow \sigma_y = \frac{12F_y h \frac{t}{2}}{Bt^3} \rightarrow F_y = \frac{\sigma_y B t^2}{6h}$

De lo anterior se puede notar que en su capa más alejada fluye en todas las secciones al mismo tiempo.

Por trabajos virtuales:

$$dW_{ext} = dW_{int}$$

Trabajo interno:

$$dW_{int} = \int_B \underline{\varepsilon}^T d\tilde{\sigma} dV$$

$$\varepsilon = -\frac{My}{EI} \quad d\tilde{\sigma} = -\frac{\tilde{M}y}{I}$$

$$dW_{int} = \int_B \left(-\frac{My}{EI}\right) \left(-\frac{\tilde{M}y}{I}\right) dV = \int_0^h \left(\frac{M\tilde{M}}{EI^2} \int_A y^2 dA\right) dZ = \int_0^h \frac{M\tilde{M}}{EI} dZ$$

$$\tilde{M} = \tilde{\mathbf{i}} \times Z \quad M = F_y \times Z$$

$$dW_{int} = \int_0^h \frac{F_y Z^2}{EI_z} dZ = \int_0^h \frac{F_y Z^2}{E \left(\frac{b_{(z)} t^3}{12} \right)} dZ = \frac{12 F_y h}{EB t^3} \int_0^h Z dZ$$

$$dW_{int} = \frac{6 F_y h^3}{EB t^3}$$

Trabajo externo:

$$dW_{ext} = \tilde{1} \times d_y = \frac{6 F_y h^3}{EB t^3}$$

Además como: $F_y = \frac{\sigma_y B t^2}{6h}$

$$d_y = \frac{\sigma_y h^2}{Et} = \frac{\varepsilon_y h^2}{t}$$

$$k_d = \frac{EB t^3}{6h^3}$$

Fuerza última, asumiendo un comportamiento elastoplástico perfecto:

$$M_u = 2 \left(\sigma_y \frac{t}{2} \frac{t}{4} b_{(z)} \right) = \sigma_y \frac{t^2}{4} b_{(z)} = F_u Z$$

$$F_u = \frac{\sigma_y B t^2}{4h} \rightarrow \frac{F_u}{F_y} = 1.5$$

II.3 MEF y ANSYS

II.3.1 Método de elementos finitos

Por sus siglas en español Método de Elementos Finitos, es una técnica matemática para configurar y resolver sistemas de ecuaciones diferenciales (o integrales) parciales. En ingeniería el MEF es usado para dividir un sistema cuyo comportamiento no es predecible, usando ecuaciones de forma cerrada o elementos cuya solución se puede conocer o aproximar (Thompson and Thompson, 2017).

En rasgos generales el procedimiento consiste en:

1. El continuo se divide mediante líneas o superficies imaginarias en un número de elementos finitos.

2. Se supone que los elementos están conectados entre sí mediante un número discreto de nodos, situados en sus contornos. Los desplazamientos de estos nodos serán las incógnitas fundamentales del problema, tal como ocurre en el análisis simple de estructuras.
3. Se toma un conjunto de funciones que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro de cada “elemento finito” en función de los desplazamientos nodales de dicho elemento.
4. Estas funciones de desplazamientos definirán entonces de manera única el estado de deformación dentro del elemento en función de los desplazamientos nodales. Estas deformaciones junto con las deformaciones iniciales y las propiedades constitutivas del material, definirán el estado de tensiones en todo el elemento y por consiguiente también en sus contornos.
5. Se determina un sistema de fuerzas concentradas en los nodos, tal que equilibre las tensiones en el contorno y cualesquiera cargas repartidas

(Zienkiewicz, Taylor and Zhu, 2013).

Como resumen matemático, se tienen los siguientes conjuntos de ecuaciones que son las que en general gobiernan los cálculos dentro del MEF:

1. Ecuaciones de equilibrio

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + b_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + b_z = 0$$

2. Relación deformación-desplazamiento (cinemática)

$$\varepsilon_x = \frac{du_x}{dx} \quad \varepsilon_y = \frac{du_y}{dy} \quad \varepsilon_z = \frac{du_z}{dz}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du_x}{dy} + \frac{du_y}{dx} \quad \gamma_{yz} = \frac{du_y}{dz} + \frac{du_z}{dy} \quad \gamma_{zx} = \frac{du_z}{dx} + \frac{du_x}{dz}$$

3. Relación esfuerzo-deformación (constitutivas de material)

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} + \alpha \Delta T \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} + \alpha \Delta T \\ \varepsilon_z &= \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \alpha \Delta T \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}\end{aligned}$$

Estas son formuladas asumiendo materiales isotrópicos.

Finalmente, estas 15 ecuaciones sirven para resolver las siguientes 15 incógnitas:

$$\{u\} = \{u_x \ u_y \ u_z\} \dots\dots\dots \text{Desplazamientos}$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx}\} \dots\dots\dots \text{esfuerzos}$$

$$\{\sigma\} = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}\} \dots\dots\dots \text{Deformaciones}$$

En la práctica solo algunos pocos problemas muy simples pueden resolverse analíticamente, la mayoría de los problemas del mundo real son demasiado complicados para resolverlos de forma analítica; esta complejidad viene por la geometría (NL geométrica) o por las condiciones medioambientales (incluye NL de material)

Para el caso de la implementación computacional, es posible reemplazar los componentes de esfuerzo en las ecuaciones de equilibrio por las componentes de deformación usadas en la parte de relaciones constitutivas de material, y luego reemplazar estas componentes de deformación por las componentes de desplazamiento de las ecuaciones cinemáticas, teniendo como resultado es un conjunto de 3 ecuaciones (diferenciales de segundo orden) de equilibrio que involucran a los 3 componentes de desplazamiento, pudiendo resolver el conjunto ahora de 3 ecuaciones y 3 incógnitas, solo que son diferenciales de segundo orden; esta es la metodología que utiliza el Ansys por ejemplo (Lee, 2014).

II.3.2 Ansys

Creado en 1970 por John Swanson, Ansys es un potente software que tiene sus bases originalmente en herramientas desarrolladas para los ingenieros de la NASA. Ansys tiene la capacidad de realizar análisis no lineales (geométrico y de material), utilizando análisis de elementos finitos y pudiendo incluir análisis multifísicos, incluyendo análisis térmico, fluidos, eléctricos, magnéticos, electromagnéticos, estático, dinámico, etc.

Dentro de la familia de software de la familia Ansys, se encuentra Ansys Mechanical APDL (Ansys Parametric Design Language), que agrupa las principales herramientas para análisis estructural y con la fundamental capacidad de poder modificar y configurar prácticamente todos los parámetros, desde el material usado a el tipo de análisis, permitiendo ingresar o modificar los patrones teóricos de análisis de acuerdo a la teoría empleada personalizada o nueva. Además, el poder ingresar a los patrones teóricos utilizados para las simulaciones, permite verificar, controlar y sustentar el porqué de los resultados en relación a la teoría y técnica numérica empleada.

A modo de facilitar y tener una interacción con el usuario más didáctica, está el módulo de Ansys llamado Ansys Workbench, el cual tiene un entorno gráfico más didáctico, y permite todavía una comunicación con el módulo APDL mediante el uso de listas de comandos de personalización y macros, así como acceder a la manipulación de todas sus herramientas en acciones repetitivas por ejemplo mediante el ingreso de sentencias en lenguaje Python; con lo que finalmente uno puede acceder a las funciones no encontradas en el entorno Workbench para el uso, dejando solo la diferencia de costo de tiempo, el cual es un poco menor al invocar las funciones directamente en el entorno APDL (Lee, 2014).

III. CALIBRACIÓN DE MODELO DE PLASTICIDAD Y MODELO DE ELEMENTOS FINITOS USADO

Una de las partes más importantes para una simulación satisfactoria está en la calibración del modelo, lo cual involucra calibrar las secciones vistas en la descripción del método de elementos finitos, es decir calibrar el material en lo referente a las ecuaciones constitutivas, la cinemática, los efectos de largas deformaciones, la precisión de resultados en lo referente al resultado de las ecuaciones de equilibrio.

III.1 Propiedades de materiales

Para el desarrollo de este trabajo referido la distribución espacial de ε_p en disipadores metálicos, se decide utilizar solamente el material metálico acero inoxidable AISI 304, del cual se conocen las siguientes propiedades mecánicas de ensayo monotónico:

Tabla III-1 Tabla de propiedades (de ensayo monotónico) de material AISI 304

Propiedad	valor	unidad
Módulo de elasticidad (E)	195312	MPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0.31	
Esfuerzo límite de fluencia (σ_y)	268	MPa
Esfuerzo último (σ_u)	562.79	MPa

La curva $\sigma - \varepsilon$ obtenida de un ensayo monotónico de laboratorio con la siguiente parte de la data de resultados:

Tabla III-2 Algunos datos de ensayo monotónico de material AISI 304

MPa		MPa
ε	σ	E_T
0.0000	0.00	
0.0001	19.53	195312.51
0.0002	39.06	195312.51
0.0003	58.59	195312.51
0.0004	78.13	195312.51
0.0005	97.66	195312.51
0.0006	117.19	195312.51
0.0007	136.72	195312.51

0.0008	156.25	195312.51
0.0009	175.78	195312.51
0.0010	195.31	195312.51
0.0011	214.84	195312.51
0.0012	234.38	195312.51
0.0013	253.91	195312.51
0.0014	268.68	147732.28
0.0015	269.26	5828.52

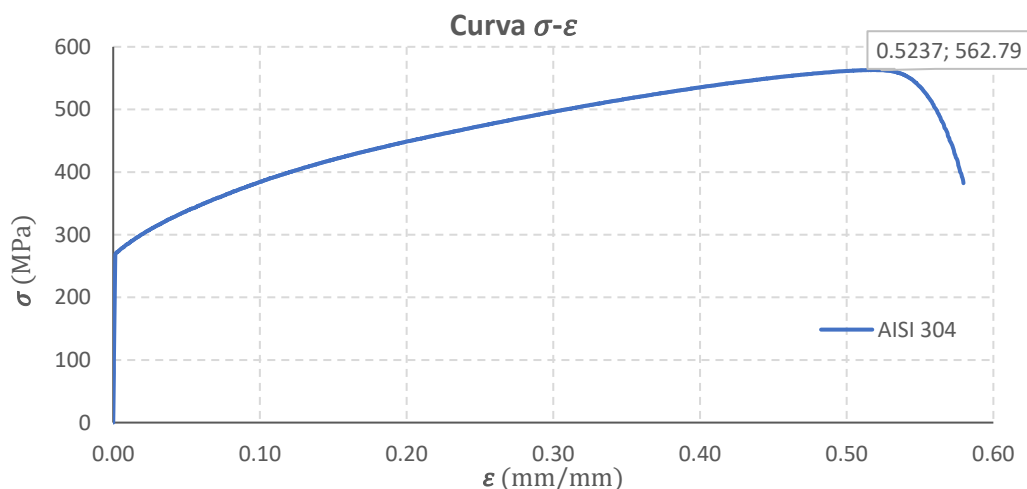


Figura III-1 Curva esfuerzo deformación AISI 304

Se decidió usar estos datos debido a que corresponden a materiales y a trabajos sobre disipadores que ya se venían y vienen realizando en el laboratorio del departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica UC, por lo cual se ve relevante mantener la continuidad de investigaciones interconectadas para futuras referencias.

III.2 Calibración de modelo de plasticidad

Una vez que se tienen parte de datos del material base, es necesario calibrar el modelo que representará el comportamiento ante cargas cíclicas del material, para lo cual se resalta de que los datos anteriores son de un ensayo uniaxial a carga monotónica, por lo que habrá que utilizar estos datos como partida para afinarlos con algún otro ensayo cíclico relacionado, aunque lo ideal es tener datos cíclicos del mismo material a utilizar.

En esta etapa, además se debe definir el modelo de plasticidad a utilizar y cada modelo particular tendrá su metodología de ajuste de parámetros.

III.2.1 Calibración con ensayo uniaxial externo

En vista que no se contaba con los ensayos cíclicos uniaxiales del mismo material a simular, se hizo una primera calibración del comportamiento cíclico en comparación con un ensayo referencial de un acero AISI 304 pero con propiedades relativamente diferentes (debido al

conformado en frío, endurecido, forma rolada, laminada, etc.) y captar un primer acercamiento a la histéresis del material.

Se probaron los siguientes modelos de plasticidad:

1. Isotrópico bilineal
2. Cinemático bilineal
3. Cinemático multilineal
4. Cinemático No lineal (Chaboche)
5. Combinado Cinemático NL + Isotrópico NL

El ensayo referencial utilizado está desarrollado precisamente respecto al comportamiento histerético de acero inoxidable (Zhou and Li, 2016).

Tabla III-3 Datos de acero inoxidable de ensayo uniaxial referencial

Mean measured dimensions and key results from direct tensile tests.

Coupons	Stainless steel type	Parent plate	Thickness (mm)	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	σ_u (MPa)	ϵ_f (%)	E (GPa)	Coupon shape
HR304	Austenite	Hot-rolled plate	45.0	232	623	80.0	193	Round
CR304		Cold-rolled sheet	2.0	263	660	74.7	214	Flat
CF304		Finished cold-formed tube	3.6	437	865	60.1	206	Flat
HR2101	Lean duplex	Hot-rolled plate	35.0	410	671	48.7	206	Round
CR2101	LDX2101	Cold-rolled sheet	2.0	557	793	46.9	208	Flat
CF2101		Finished cold-formed tube	3.0	443	761	24.8	200	Flat

Dentro de los tipos de acero inoxidable utilizados en el ensayo referencial, se utilizará el CR304 resaltado en la imagen, que tiene propiedades más parecidas al de los datos con que se cuenta.

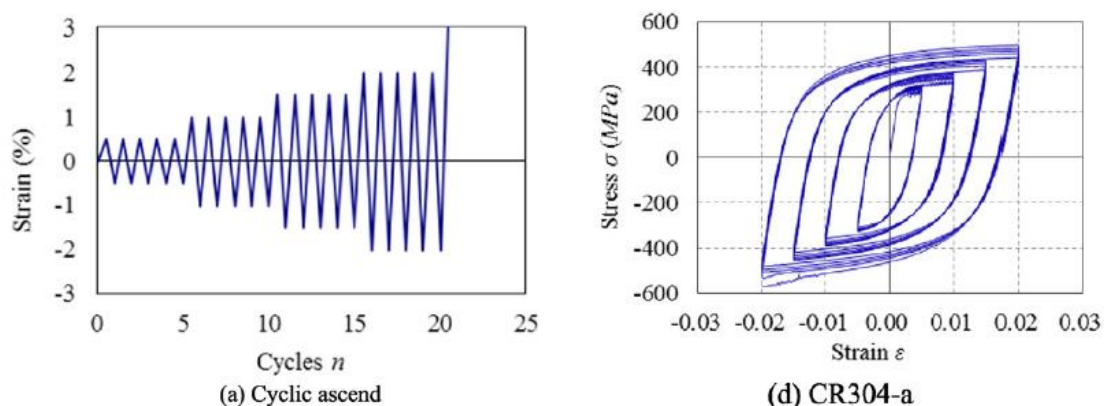


Figura III-2 Patrón de cargas (izq.) y curva de histéresis (der.) de ensayo referencial

Además, en la figura superior se muestra el patrón de desplazamientos incrementales y la curva de histéresis $\sigma - \epsilon$.

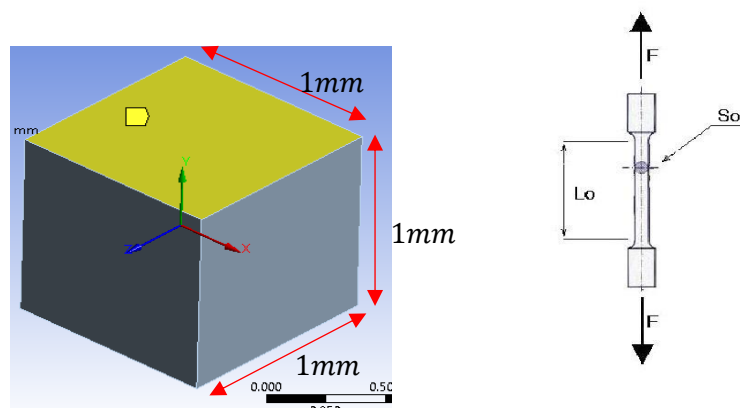


Figura III-3 elemento cubo de simulación de 1x1x1mm

Se realiza la calibración en Ansys, con un modelo sencillo de 1x1x1 mm, como elemento Ansys de las siguientes características:

Tabla III-4 Datos de modelo para simulación uniaxial de calibración

Elemento Ansys	Solid 185
Precisión	Lineal
Geometría	Hexaédrica
Número de Nodos	8

En la figura inferior se muestra la calibración de los 3 primeros modelos de plasticidad.

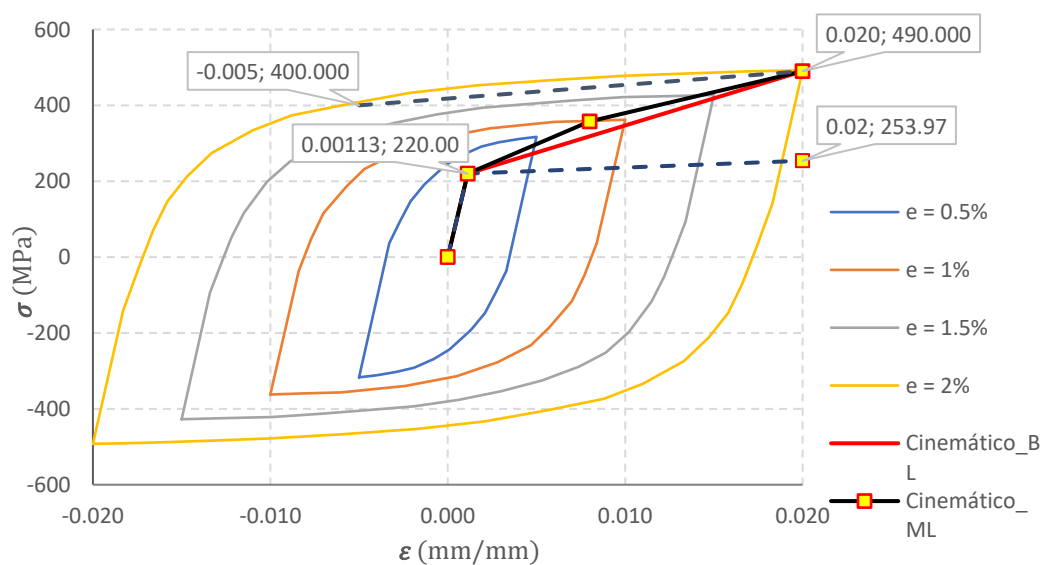


Figura III-4 Curvas de calibración

Tabla III-5 Parámetros calibrados para modelo cinemático

CINEMÁTICO					
E = 195312.51 MPa					
Bilineal			Multilineal		
MPa			MPa		
	ϵ	σ	ϵ	ϵ_p	σ
	0.00000	0.00	0.00000	0.00000	0.00
	0.00113	220.00	0.00113	0.00000	220.00
	0.02000	490.00	0.00800	0.00687	357.62
Et =	14305.70	MPa	0.02000	0.01887	490.00
$\sigma_y =$	220.00	MPa			

Se extraen los valores necesarios para la calibración en Ansys, resaltados en los cuadros superiores para los casos bilineal y multilíneal cinemático.

Nota:

Para casos multilíneales, Ansys requiere los datos ingresados solo en deformaciones plásticas y no en deformaciones totales.

Tabla III-6 Parámetros calibrados para modelo isotrópico

ISOTRÓPICO					
Bilineal			E = 195312.51 MPa		
MPa			Módulo tangente		
	ϵ	σ	MPa		
	0.00000	0.00			
	0.00113	220.00			
	0.02000	253.97			
Et =	1800.00	MPa	ϵ	σ	
$\sigma_y =$	220.00	MPa	-0.00500	400.00	
			0.02000	490.00	

Para el caso Isotrópico, se calibró respecto al módulo tangente del último ciclo, además se redujeron la cantidad de ciclos de misma amplitud en el patrón de desplazamientos, ya que para el modelo cinemático bilineal y multilíneal no son necesarias tantas repeticiones por amplitud, y en el caso del isotrópico, vista la teoría, se debe calibrar con solo un ciclo por amplitud, ya que en cada repetición irá aumentando la amplitud.

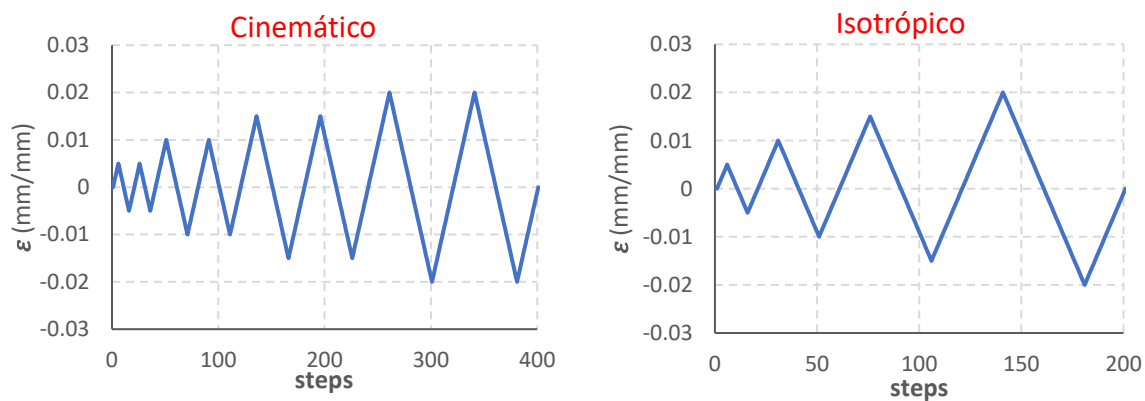


Figura III-5 Patrones de carga para modelo cinemático (izq.) e isotrópico (der.)

Obteniendo los siguientes resultados de calibración para los 3 primeros tipos de modelos:

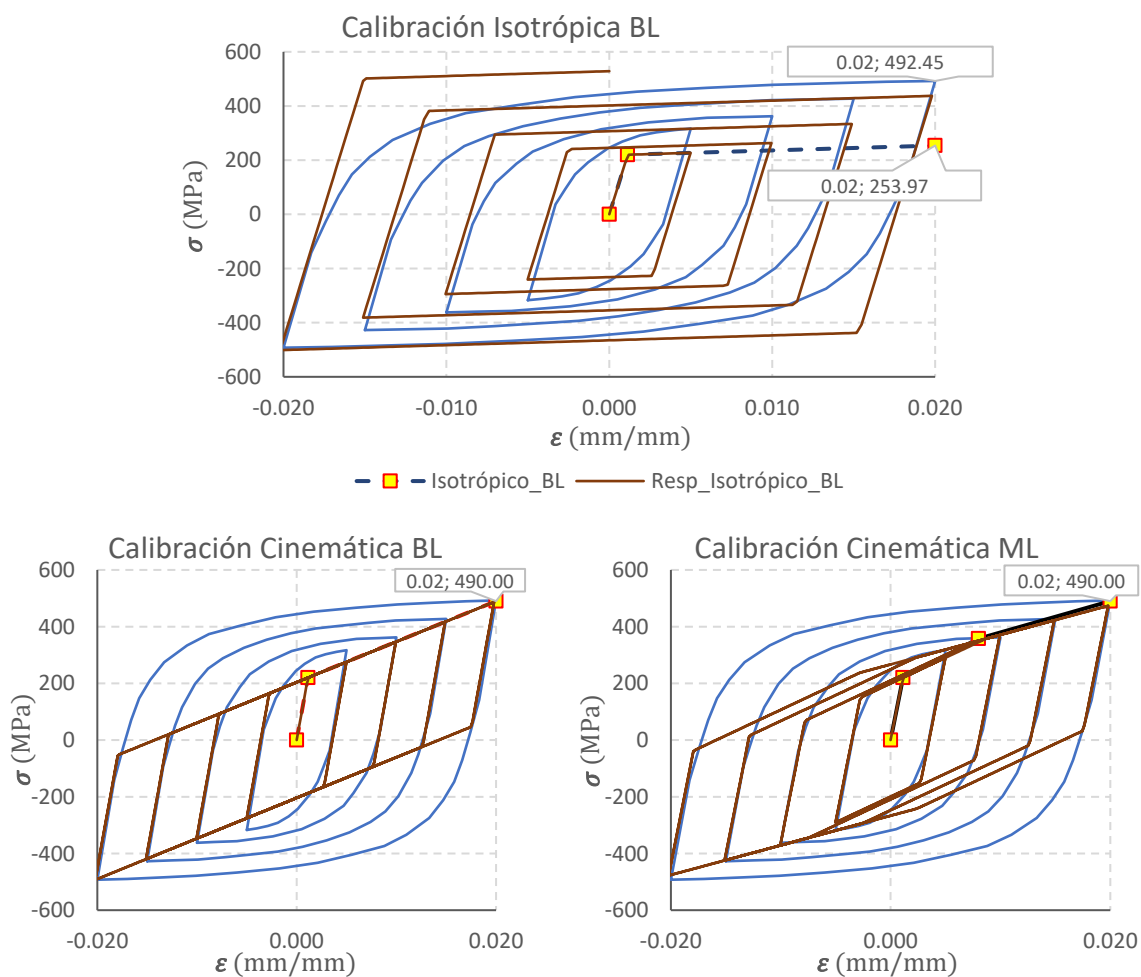


Figura III-6 Curvas calibradas resultantes, isotrópica y cinemática BL y ML

Para el caso de la calibración del modelo cinemático no lineal (Chaboche), se aplica la siguiente metodología de calibración:

- Determinar el esfuerzo de fluencia σ_y del dominio elástico, usualmente σ_y es la mitad del tamaño del dominio elástico.
- Para un test dado, determinar el rango de deformación plástica $\Delta\epsilon_{pl}$.
- Para un test dado, determinar el rango de esfuerzo $\Delta\sigma$.
- Graficar $\frac{\Delta\sigma}{2} - \sigma_y$ versus $\frac{\Delta\epsilon_p}{2}$ para múltiples tests, estimar el asintótico valor correspondiente a $\frac{C}{\gamma}$.
- Usando la expresión $\frac{\Delta\sigma}{2} - \sigma_y = \frac{C}{\gamma} \tanh\left(\gamma \frac{\Delta\epsilon_p}{2}\right)$, ajustar los resultados para resolver y obtener C y γ . Debido a que C es el inicial módulo de endurecimiento, la pendiente después del esfuerzo de fluencia puede ser tomada como una estimación de C , y a través de la relación de $\frac{C}{\gamma}$ determinado en el paso 4, un valor inicial de γ puede ser obtenido.

(Imaoka, 2008)

Si bien aplicando los pasos anteriores se puede obtener la calibración del modelo cinemático NL Chaboche, Ansys cuenta con un módulo especialmente para calibrar este tipo de modelo, el cual se hará uso en este caso.

Para esto, es necesario ingresar los datos de cada ciclo de amplitud diferente (4 ciclos) expresado en deformaciones plásticas (ϵ_p), para lo cual basta con restar de la deformación total ϵ el valor σ/E , es decir $\epsilon_p = \epsilon - \sigma/E$, obteniendo los ciclos en deformaciones plásticas.

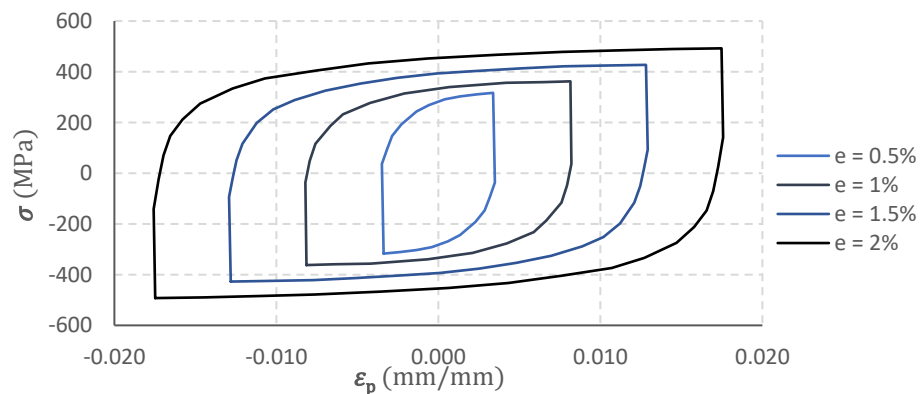


Figura III-7 Curvas para calibración en deformaciones plásticas ϵ_p

Luego, notando que en deformación plástica cada ciclo tiene 2 tramos, se ingresan los datos de los tramos superiores de cada ciclo y se calibran 4 curvas que tienen un valor C_i y γ_i por cada curva y un solo σ_y para todos ya que corresponden a un solo material.

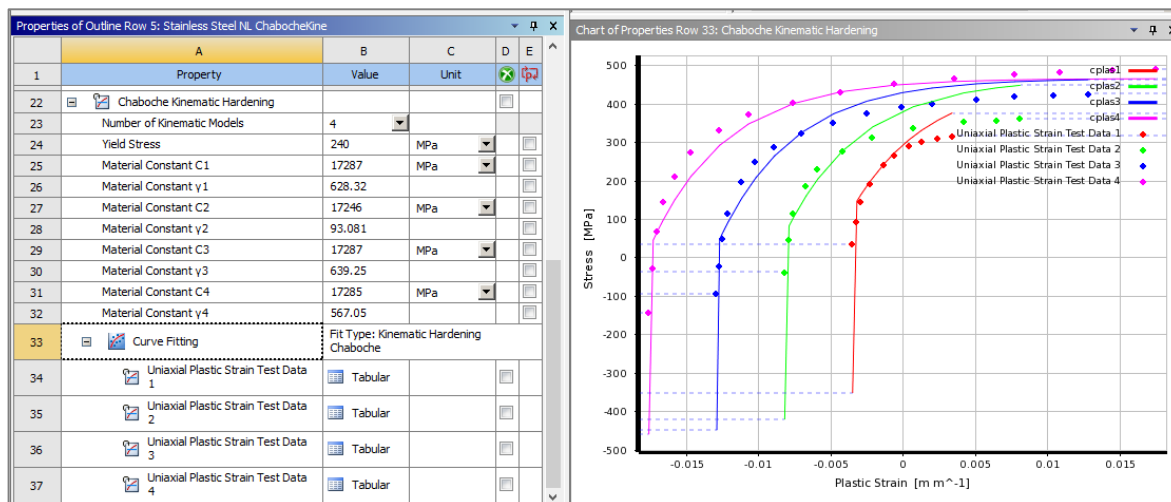


Figura III-8 Calibración modelo cinemático NL Chaboche con herramienta Ansys

Tabla III-7 Parámetros calibrados para modelo cinemático NL Chaboche

CINEMÁTICO NL CHABOCHE

$C_1 =$	17286.84	MPa	$C_2 =$	17246.20	MPa
$\gamma_1 =$	628.32		$\gamma_2 =$	93.08	
$C_3 =$	17287.10	MPa	$C_4 =$	17284.99	MPa
$\gamma_3 =$	639.25		$\gamma_4 =$	567.05	
$E =$	195312.51	MPa			
$\sigma_y =$	240	MPa			

Con cuyos parámetros se realiza la simulación con el material compuesto de 4 curvas cinemáticas NL Chaboche y como se observa en la figura inferior, es el modelo con el que se obtiene el mejor ajuste hasta el momento.

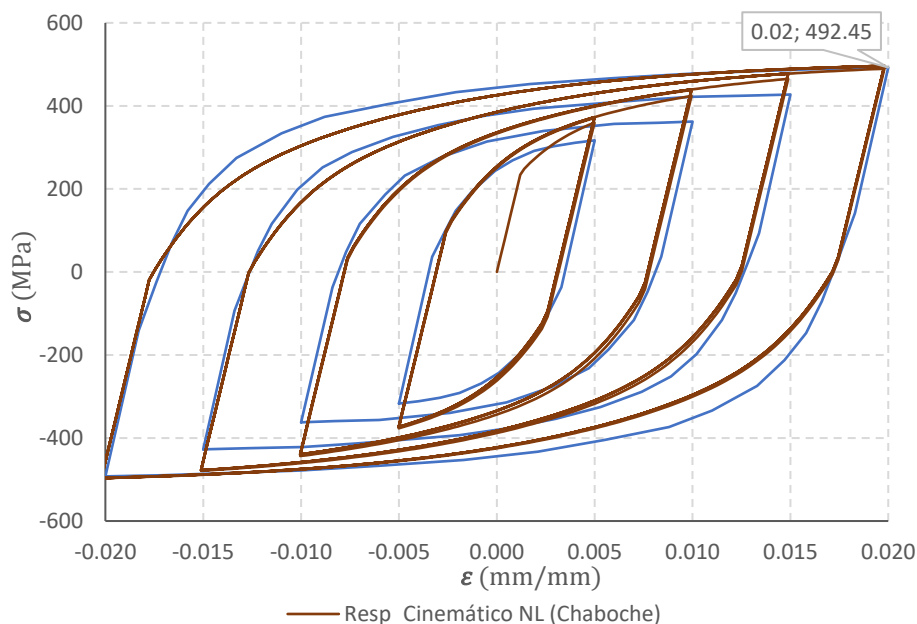


Figura III-9 Curva calibrada modelo cinemático NL Chaboche

Luego de obtenidos estos 4 modelos de plasticidad, se realiza la calibración del quinto modelo propuesto el modelo combinado Cinemático NL (Chaboche) + Isotrópico NL.

En este punto es importante indicar que la versión de Ansys con la cual se cuenta licencia académica extendida corresponde a la 15.0 y esta versión en Ansys Workbench no cuenta con este modelo combinado implementado directamente; por lo que se tuvo que acceder a esta combinación por medio de los “commands”, que son rutinas escritas adheridas a los ítems del árbol del proyecto en Workbench, en este caso será al ítem del material.

Para la calibración de este modelo combinado no se puede usar la herramienta de calibración con que cuenta Ansys Workbench debido a que esta herramienta está diseñada para calibrar parámetros de modelos cinemáticos NL solamente.

Se hace uso entonces del procedimiento de 5 pasos indicado previamente, pero tomando en cuenta que la curva del modelo a calibrar ahora debe incluir la componente isotrópica NL que aporta un incremento de la superficie de fluencia.

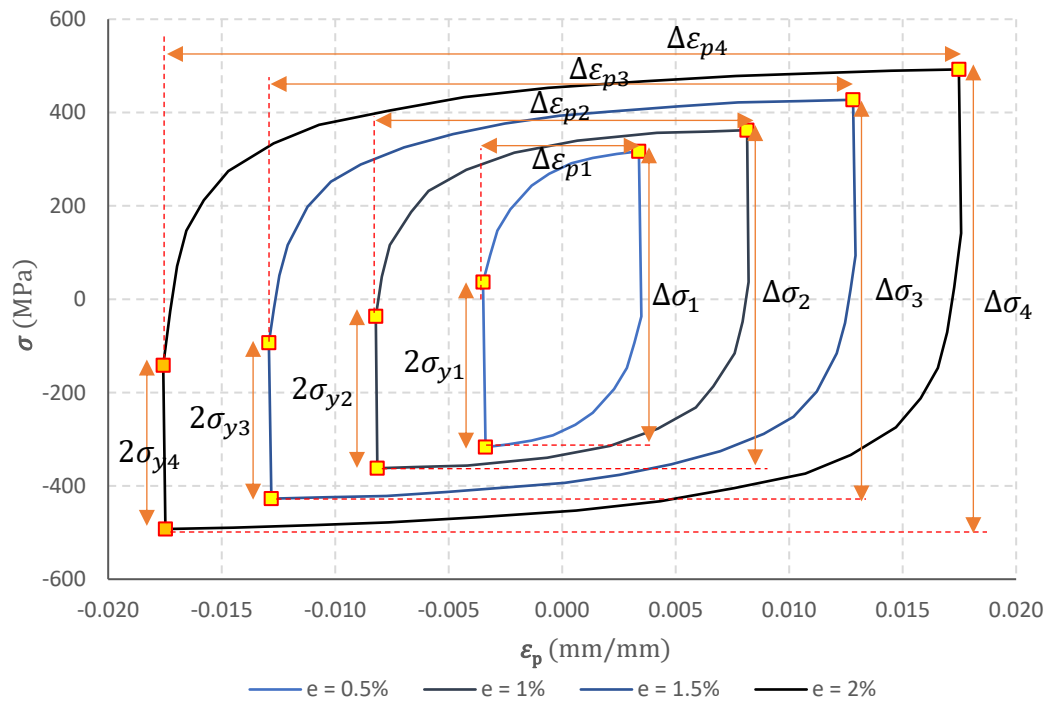


Figura III-10 Método de calibración manual modelo cinemático NL Chaboche

Luego de las mediciones, se obtienen los datos para los 4 puntos, que representan los puntos a donde hay que acercarse mediante la calibración de la combinación de los modelos.

Tabla III-8 Datos de las curvas para calibración método manual Chaboche

	$\Delta \epsilon_{pl}$	$\Delta \sigma$	σ_y	
$\epsilon = 0.5\%$	0.0068	633.96	176.89	Punto 1
$\epsilon = 1\%$	0.0162	724.53	162.74	Punto 2
$\epsilon = 1.5\%$	0.0256	854.72	166.98	Punto 3
$\epsilon = 2\%$	0.0350	984.91	175.47	Punto 4

Luego, tal como se señala en el quinto paso “e”, se pide utilizar $\frac{\Delta \sigma}{2} - \sigma_y = \frac{c}{\gamma} \tanh \left(\gamma \frac{\Delta \epsilon_p}{2} \right)$ para calibrar el modelo, y lo que se está haciendo en el fondo para cada punto es dejar a un lado (izquierdo) lo conocido y al otro lado (derecho) la expresión que contiene las incógnitas C_i y γ_i para cada punto.

Esta expresión de incógnitas de la derecha estará compuesta por la suma de los modelos cinemático NL Chaboche que se precise utilizar más la componente isotrópica NL.

Es decir:

$$\text{expresión con incógnitas} = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\gamma_i} \tanh(\gamma_i \varepsilon^p) + R_0 p + R_\infty (1 - e^{-b p})$$

Sin embargo, adicionalmente al tener 5 repeticiones en cada ciclo, estas afectan a la parte cinemática ya que esta trabaja con la deformación plástica acumulada; por lo que la expresión quedaría de la siguiente forma:

$$\text{expresión con incógnitas} = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\gamma_i} \tanh(\gamma_i \varepsilon^p) + N \left(R_0 p + R_\infty (1 - e^{-b p}) \right)$$

Donde: N = cantidad de repeticiones en cada ciclo.

Se debe entender que el método pretende hacer que la ecuación se acerque al punto, que es una especie de promedio del desplazamiento realizado en un ciclo completo:

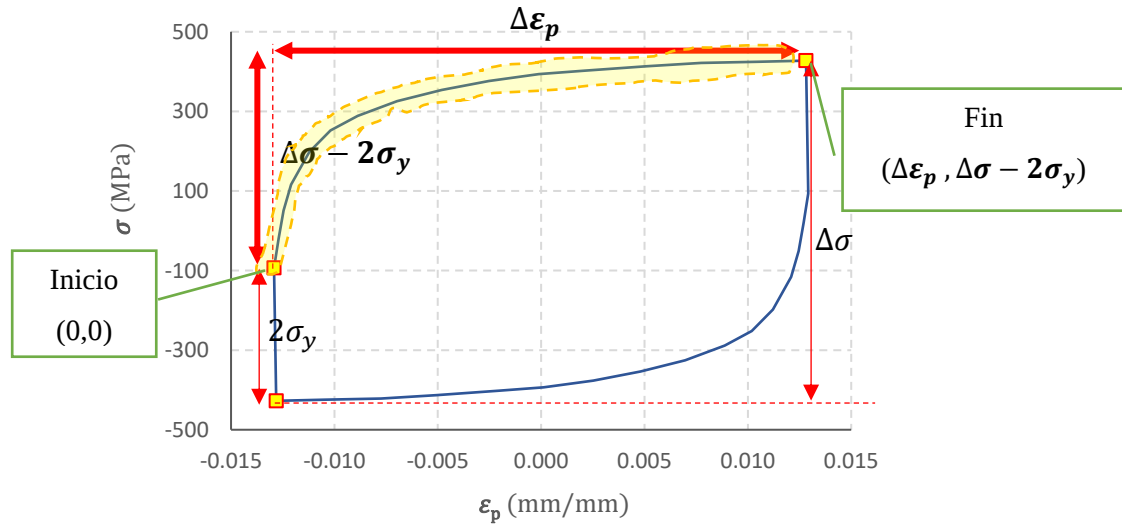


Figura III-11 Detalle de calibración de una sola curva en ε_p

$$\frac{\Delta \sigma}{2} - \sigma_y = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\gamma_i} \tanh\left(\gamma_i \frac{\Delta \varepsilon_p}{2}\right) + N \left(R_0 \varepsilon_p + R_\infty \left(1 - e^{-b \frac{\Delta \varepsilon_p}{2}} \right) \right)$$

Donde: $\varepsilon_p = \frac{\Delta \varepsilon_p}{2}$, que es la mitad del tramo resaltado en la figura superior, y la deformación plástica acumulada de la componente isotrópica se puede tomar ε_p debido a que el factor “N” incrementa n veces lo que haría el ε_p acumulado de los n ciclos repetidos.

Finalmente se muestra la curva de ajuste para los puntos de cada curva utilizada, y debido a la mayor complejidad de calibración mientras más variables de ajuste haya, se decidió utilizar solo 3 ecuaciones cinemáticas NL Chaboche y 1 Isotrópica NL.

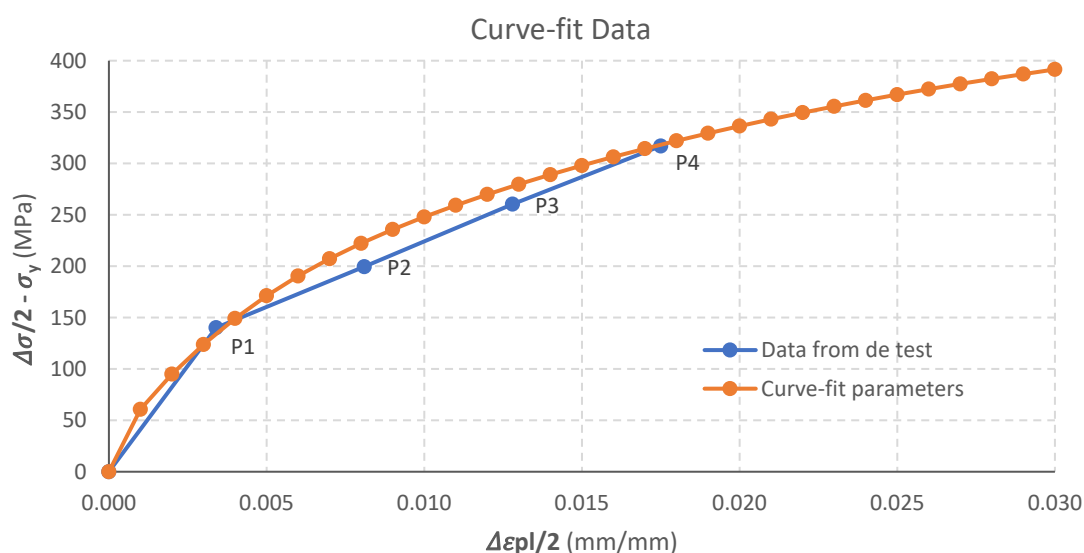


Figura III-12 Gráfico de ajuste modelo Chaboche contra los datos referenciales

En el gráfico de ajuste superior se tuvieron que ajustar en total 9 variables, C_i y γ_i por cada una de las 3 ecuaciones cinemáticas NL y R_0 , R_∞ y b para la ecuación isotrópica NL.

Tabla III-9 Parámetros calibrados modelo cinemático NL Chaboche + isotrópico NL

CINEMÁTICO NL CHABOCHE + ISOTRÓPICO NL			
1			
$C_1 =$	45000.00	MPa	$E =$ 195312.51 MPa
$\gamma_1 =$	1500.00		$\sigma_y =$ 200 MPa
2			
$C_3 =$	3500.00	Mpa	
$\gamma_3 =$	30.00		
3			
$C_2 =$	18000.00	Mpa	
$\gamma_2 =$	200.00		
Parte Isotrópica NL			
	$R_0 =$	140.00	
	$R_\infty =$	40.00	
	$b =$	60.00	

Y al realizar la simulación con estos parámetros, se debe tener cuidado de hacerlo con la codificación APDL por medio de los “commands” en Ansys Workbench:

Tabla III-10 Código APDL para definir material combinado en Ansys Workbench

/PREP7	
MP,EX,MATID,195312.5103	! ELASTIC CONSTANTS
MP,NUXY,MATID,0.31	
TB,CHAB,MATID,,3	! CHABOCHE TABLE
TBDATA,1,200,45000,1500	
TBDATA,4,18000,200	
TBDATA,6,3500,30	
TB,NLISO,MATID	! NLISO TABLE
TBDATA,1,200,140,40,60	

Finalmente, la simulación con el modelo uniaxial con el modelo calibrado entrega el siguiente gráfico:

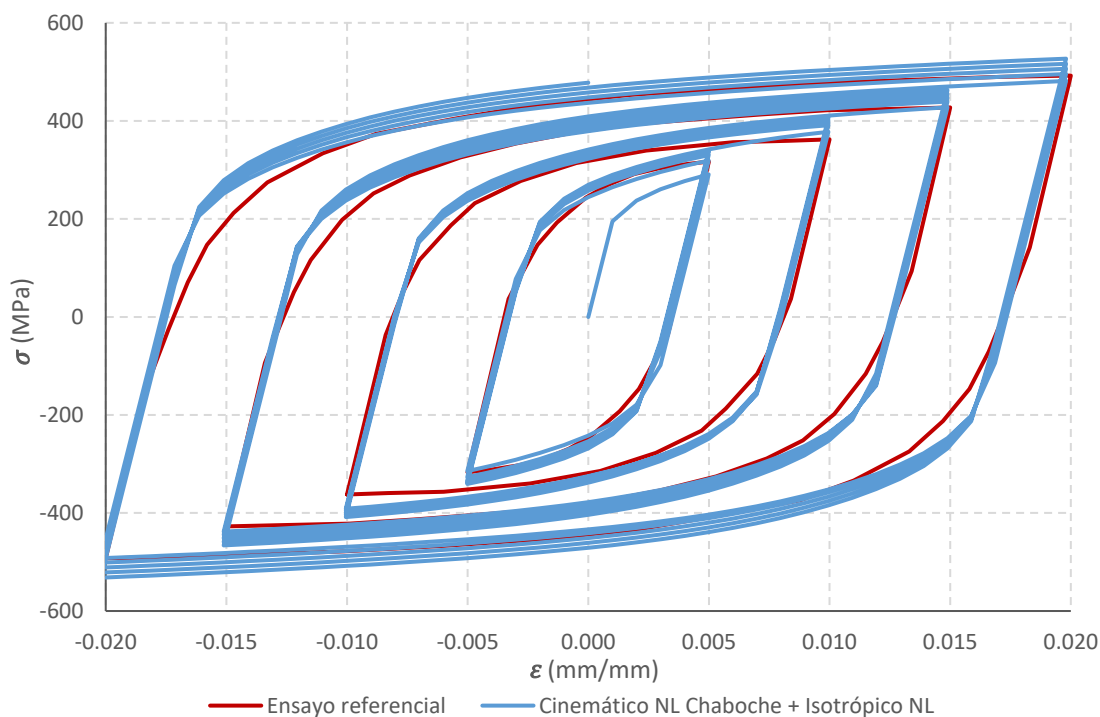


Figura III-13 Modelo calibrado combinación cinemática NL Chaboche + isotrópica NL

III.2.2 Calibración con ensayo de disipador S-Tadas

Luego de tener la calibración uniaxial con ensayos de referencia, se hace otra calibración a modo de verificación, con un modelo de disipador de una tesis del Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica UC, denominado S-Tadas (Valdebenito, 2017), aunque en realidad ambas calibraciones, la uniaxial y la del modelo de disipador completo se utilizaron en trabajo coordinado mientras se entendían y comprobaban los conceptos previamente explicados. A continuación, se muestran las características más importantes de este modelo de calibración:

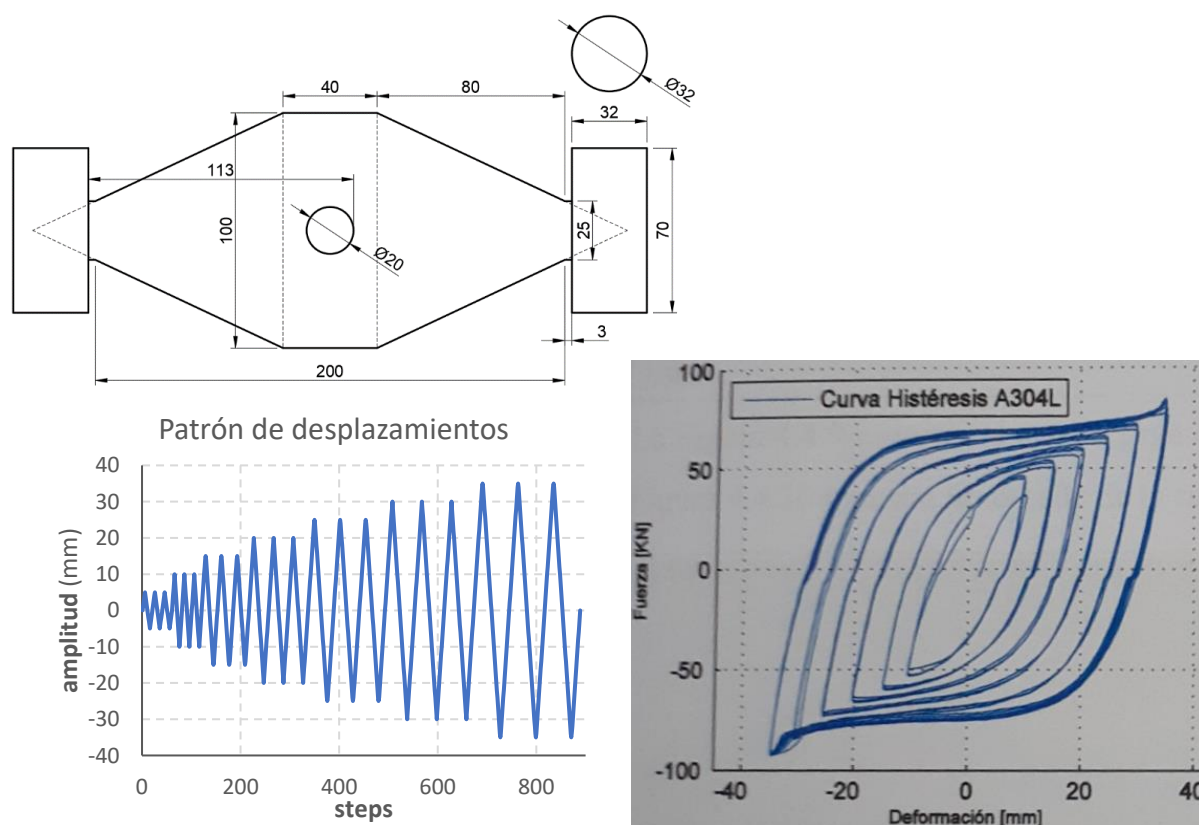


Figura III-14 Datos ensayo referencial para calibración (Valdebenito, 2017)

Tabla III-11 Datos de dispositivo de ensayo de tesis referencial

Nombre dispositivo	“Modificación prototipo 3”
Material	AISI 304L
Espesor placa	16 mm

Con estas características se construye un modelo de elementos finitos en Ansys, con una precisión de malla moderada acorde a que es una segunda calibración y tomando en cuenta que con esta se realizaron varias pruebas cíclicas no lineales y de largas deformaciones.

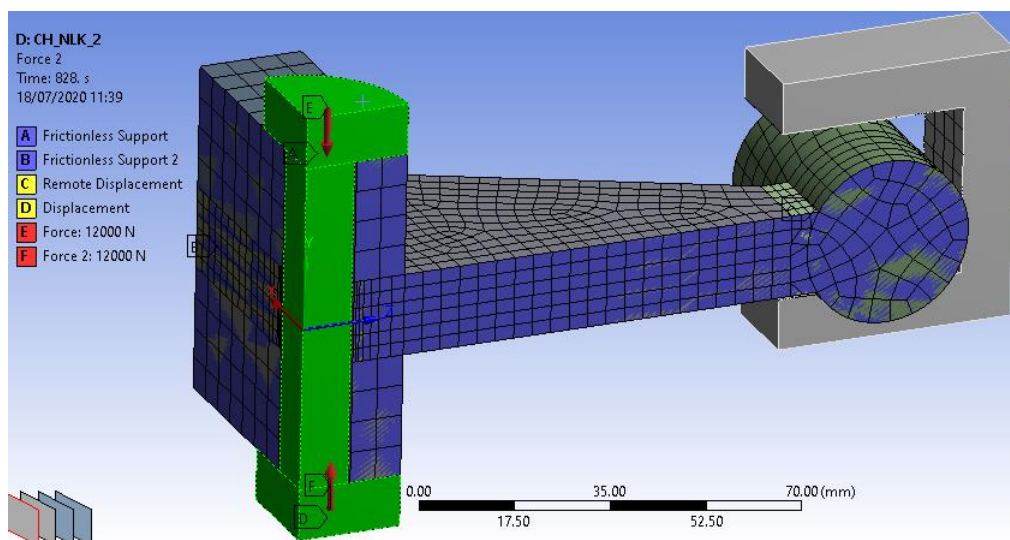


Figura III-15 Modelo de EF de calibración en Ansys Workbench

Se muestra entonces el modelo mallado, donde para asemejar las características del ensayo, se colocó una carga de pretensión en el perno central (sombreado de verde) que transmite los desplazamientos, así como se respeta la separación entre el perno de $\varnothing 19\text{mm}$ y el agujero central de $\varnothing 20\text{mm}$. Además, se deja un espacio de 0.5mm entre el apoyo cilíndrico y el fijo, tal como se observaron en las imágenes de los ensayos. Para agilizar las simulaciones y en vista de que tanto la geometría como las cargas (y desplazamientos) ofrecen la posibilidad, se toman 2 planos de simetría sombreado en azul.

Tabla III-12 Datos modelo numérico en Ansys Workbench

Precisión	cuadrática	
Elementos Placa flexión	Hexaédricos	20 nodos
Número elementos	3396	
Número de nodos	17001	
Espesor placas centrales	24mm	
Fricción en contactos	0	
Fuerza pretensión	12 kN	
Tipo de Análisis	Largas deformaciones	

Además, para el material se utiliza el modelo combinado, examinado en la calibración uniaxial previa.

Tabla III-13 Parámetros calibrados modelo cinemático NL Chaboche + isotrópico NL

CINEMÁTICO NL CHABOCHE + ISOTRÓPICO NL			
1			
$C_1 =$	45000.00	MPa	$E =$ 195312.51 MPa
$\gamma_1 =$	1500.00		$\sigma_Y =$ 200 MPa
2			
$C_3 =$	3500.00	Mpa	$\nu =$ 0.31
$\gamma_3 =$	30.00		
3			
$C_2 =$	18000.00	Mpa	Parte Isotrópica NL
$\gamma_2 =$	200.00		
			$R_o =$ 140.00
			$R_\infty =$ 40.00
			$b =$ 60.00

Con todo esto finalmente se obtuvo la siguiente gráfica:

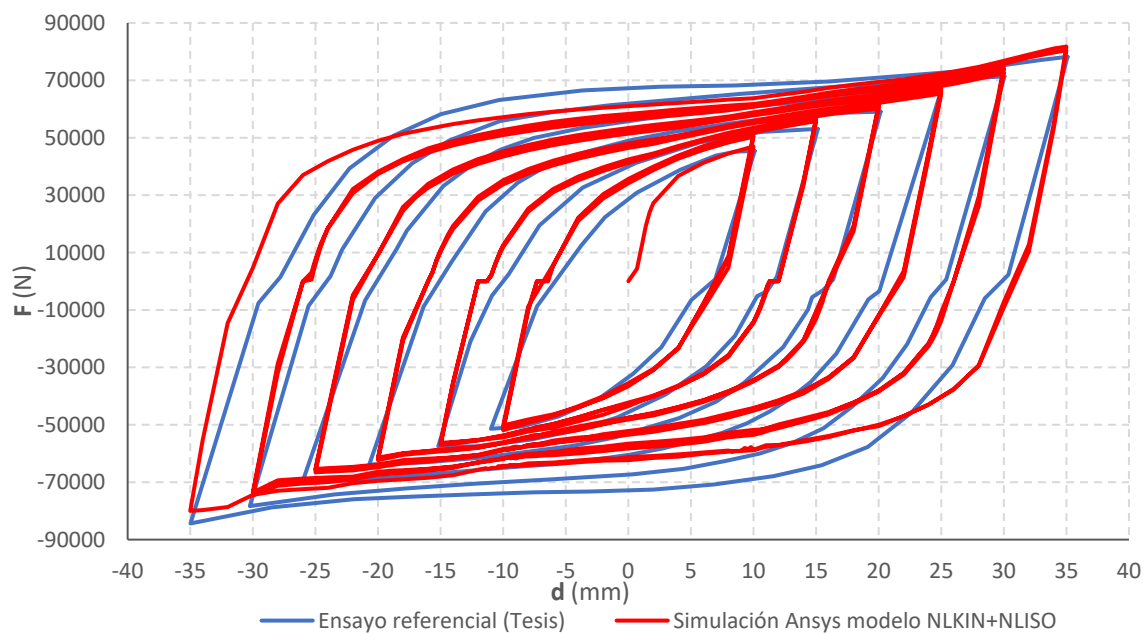


Figura III-16 Curva de histéresis resultante de modelo calibrado

El gráfico comparativo que se muestra es de la calibración final luego de muchas pruebas de calibración. Como se puede observar hay una buena aproximación entre el modelo con el

material calibrado combinación cinemático NL (Chaboche) + isotrópico NL (“NLKIN+NLISO”).

Con respecto a la precisión de los resultados luego de todas las pruebas realizadas en este modelo de calibración S-Tadas, se tienen las siguientes observaciones:

- Debido al espacio de 0.5mm entre los dos puntos de contacto entre el apoyo cilíndrico y el fijo, se tiene unos “gap” (brechas) o saltos de aproximadamente 1mm en los ciclos de histéresis, precisamente al cambiar de dirección de la fuerza. Esto se hizo intencionalmente para recrear las condiciones del ensayo.
- No se tiene mucha certeza numéricamente de la magnitud de la fuerza de pretensión utilizada en el ensayo original, por lo que se optó con una fuerza de cerca al 60% de la fuerza máxima alcanzada, es decir 48000N (12kN en la simulación ya que es la cuarta parte del modelo total), debido a que en la tesis se menciona que este perno pretensado llega a fluir y deja de generar la rigidez de apoyo deseado. Esto se puede evidenciar observando los tramos de descarga, donde a ciclos de mayor deformación hay una menor pendiente, lo cual indica una pérdida de rigidez en comportamiento elástico (descarga).
- Durante el ensayo de referencia uno de los lados libres de las placas de rigidización central se muestra que fueron unidas mediante otra plancha soldada, lo que generaría que se perdiera una de las simetrías y por lo tanto es un factor de influencia en los resultados.
- Se asignó el mismo material de calibración a todos los elementos; no se especificaba si las placas de rigidización eran de otro material o las características del material del perno, tampoco se indagó demasiado al respecto debido a la incertidumbre que agregaban las anteriores observaciones.

III.3 Ajuste de parámetros generales de ANSYS y análisis comparativo push-over en SAP2000

Con el objetivo de verificar la correcta aplicación de los parámetros generales (aplicados a todos los modelos simulados en este trabajo), se realizan las siguientes verificaciones:

III.3.1 Sensibilidad de modelos a simular ante largas deformaciones

Concretamente se verificó con un modelo de material sacado directamente de la librería de materiales NL de Ansys, “Structural Steel NL”.

Comportamiento de elasticidad isotrópica: $E=2 \times 10^5$ MPa; $\nu=0.3$

Modelo “Bilinear Isotropic Hardening”: $\sigma_y=250$ MPa; $E_t=1450$ MPa

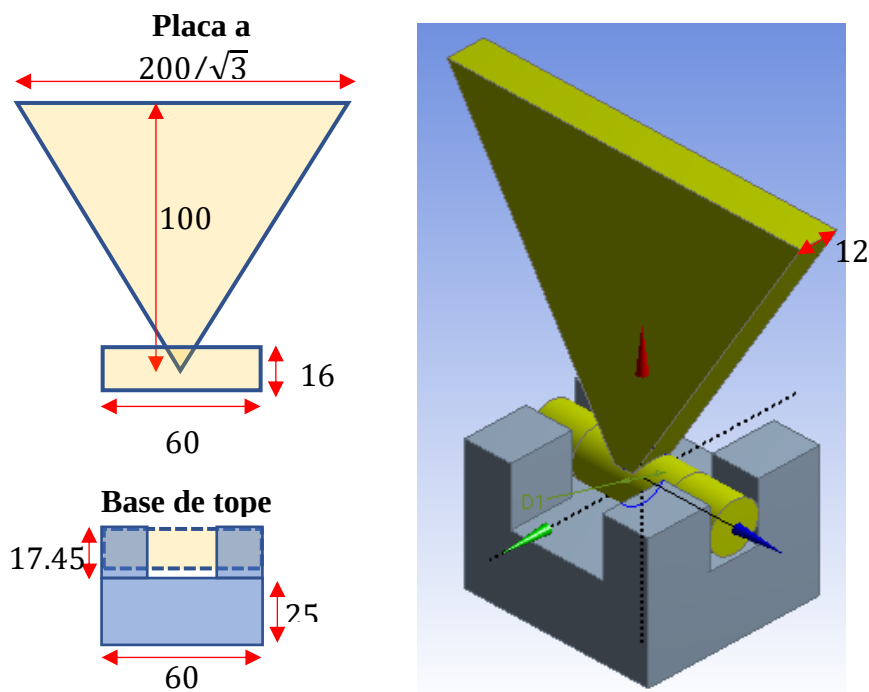


Figura III-17 Modelo para prueba largas deformaciones

Ensayo con pequeñas deformaciones

Características relevantes:

- 1) Connections: frictional
 - Friction Coefficient: 0.05
 - Behavior: Symetric
 - Formulation: Augmented Lagrange
- 2) Analysis Settings
 - Large Deflection: Off

Patrón de desplazamiento: hasta 26 mm en ambas direcciones, 3/4 de ciclo

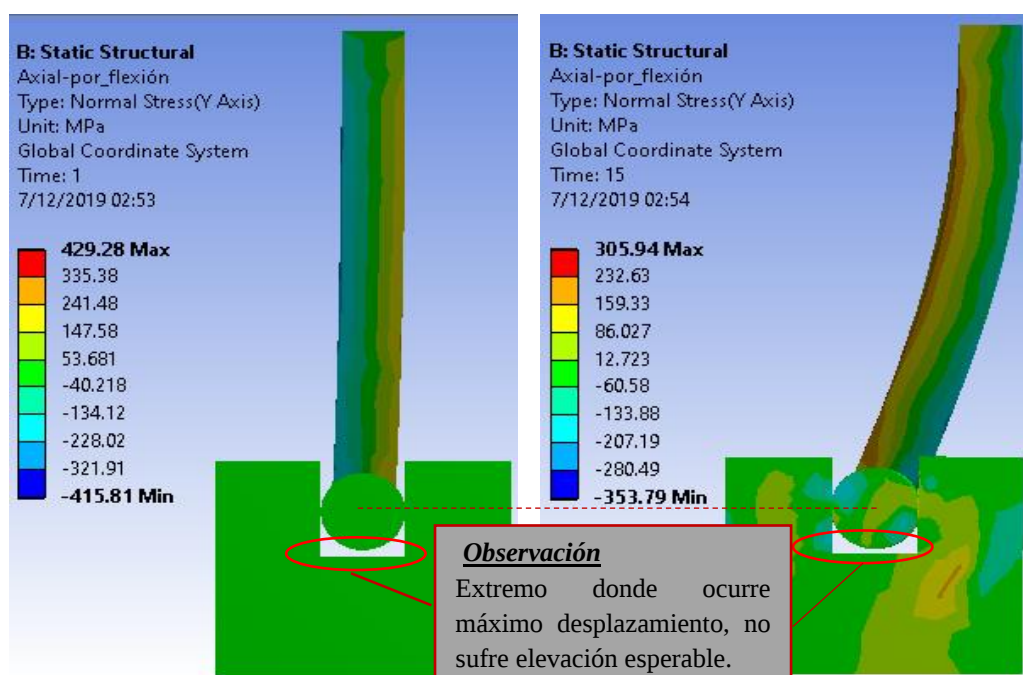


Figura III-18 Resultado de no considerar largas deformaciones

Al no considerar largas deformaciones (NL geométrica), el extremo con mayor desplazamiento de la placa a flexión, prácticamente no sufre la elevación esperada debido a que la longitud ahora está distribuida en una curva y su proyección vertical es menor.

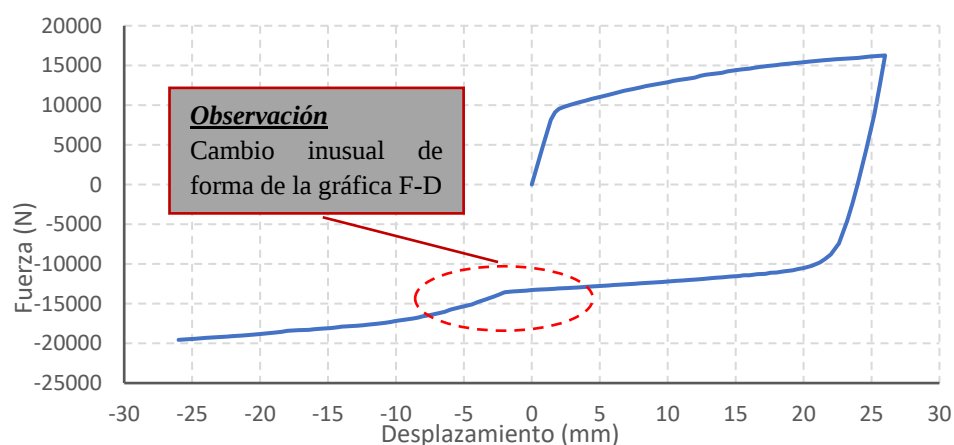


Figura III-19 Curva de ensayo sin largas deformaciones y fricción $\mu = 0.05$

Nota:

En este resultado se muestra un cambio abrupto en la gráfica F-D que no es común en los resultados de los Tadas normales, este se debe en parte a no considerar largas deformaciones,

pero también a la fricción asignada y a un efecto más que tiene que ver con la cinemática y distribución de fuerzas de este tipo de Tadas y que se explica en el capítulo IV.

Ensayo con largas deformaciones

Características relevantes:

- 1) Connections: frictionless
 - Friction Coefficient: 0
 - Behavior: Symetric
 - Formulation: Augmented Lagrange
- 2) Analysis Settings
 - Large Deflection: On

Patrón de desplazamiento: hasta 26 mm en ambas direcciones, 1 ciclo completo.

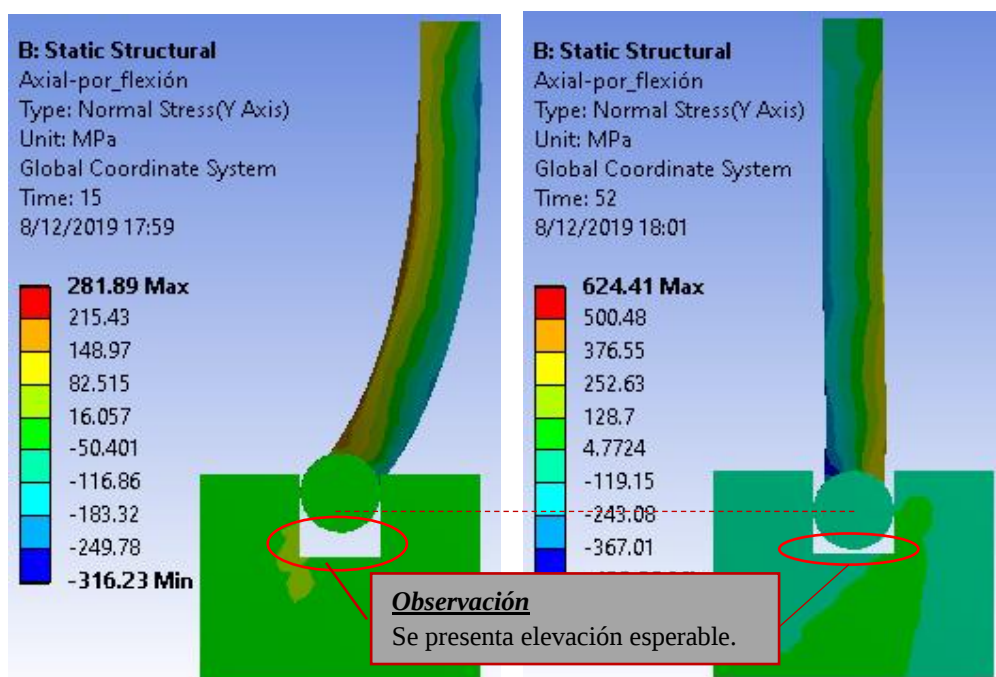


Figura III-20 Resultado considerar largas deformaciones

Al considerar largas deformaciones (NL geométrica), el extremo con mayor desplazamiento de la placa a flexión, presenta una elevación debido a que la longitud ahora está distribuida en una curva y su proyección vertical es menor.

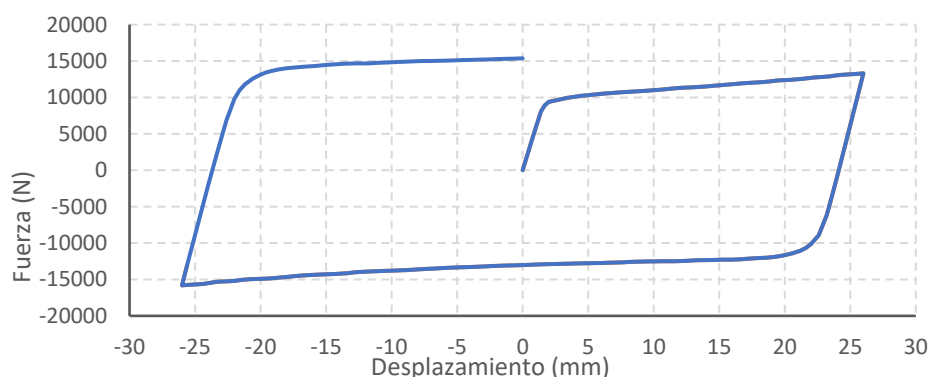


Figura III-21 Curva de ensayo con largas deformaciones y sin fricción

Se puede observar que al considerar largas deformaciones se tiene una curva suave sin cambios abruptos como las que se conocen de ensayos de este tipo de Tadas.

III.3.2 Verificación mediante análisis push-over en Sap2000

Con el fin de verificar la correcta aplicación de largas deformaciones mediante el ajuste de parámetros realizado en Ansys, se realiza un análisis estático NL en Sap2000.

Para este push-over, se utilizó el software Sap2000, con elementos tipo frame, donde la “placa a flexión” se dividió en 10 partes de ancho escalonado; colocando rótulas plásticas de tipo “fiber”, una en cada una de las 10 partes:

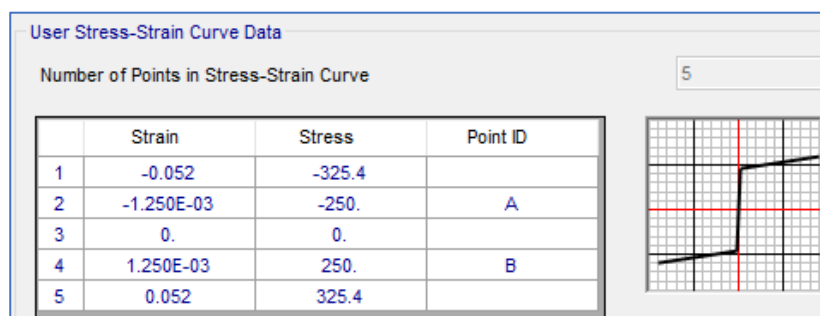


Figura III-22 Datos de constitutiva strain-stress en Sap2000

Tabla III-14 Datos modelo para Sap2000

E =	200000.00	MPa
Et =	1450.00	MPa
σ_y =	250.00	MPa
ε_y =	0.00125	

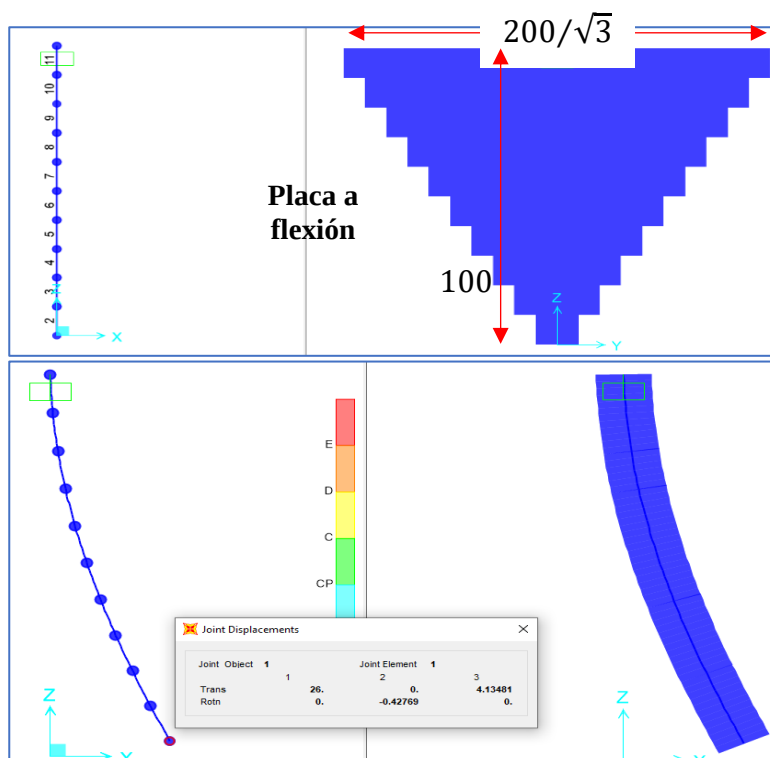


Figura III-23 Resultado Pushover (monotónico NL) en sap2000

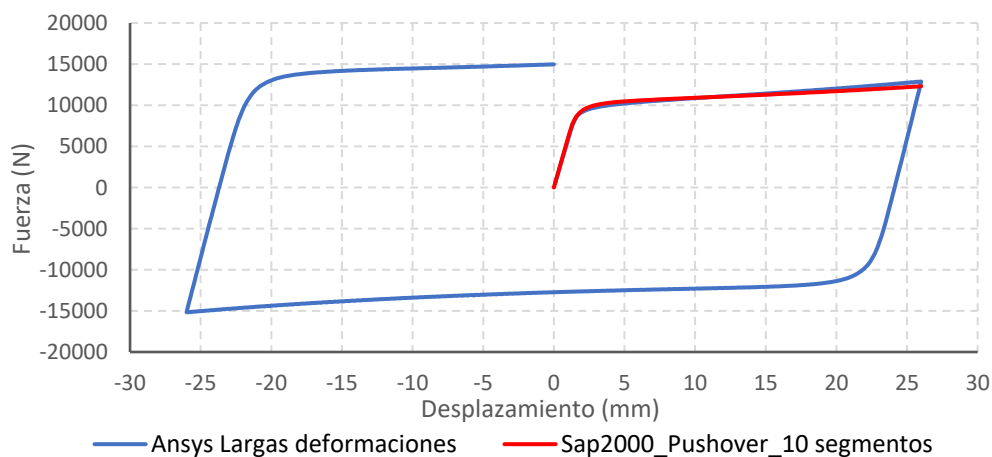


Figura III-24 Comparación Ansys y Pushover en verificación largas deformaciones

Se puede observar que existe una buena aproximación con el obtenido mediante push-over en Sap2000, tomando en cuenta que solo es una aproximación ya que solo se discretizó en 10 elementos; con lo que reafirma la coherencia de los resultados en Ansys Workbench, y a su vez indica que la calibración en Ansys para largas deformaciones es la adecuada.

III.4 Precisión y convergencia de los modelos de EF en Ansys

Para poder evaluar cuantitativamente los resultados de la simulación respecto al caso real analizado, adicionalmente a la calibración del material y no linealidades, se deben tener en cuenta factores como el modelo numérico y los métodos de procesamiento utilizados.

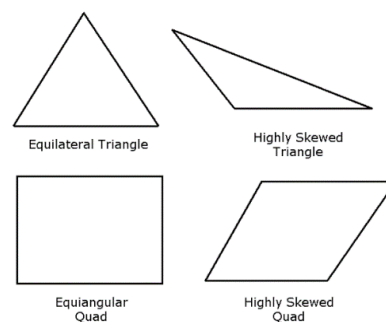
III.4.1 Parámetros de evaluación de precisión de modelo numérico

1. Skewness

Es una medida para los elementos que componen una malla, de falta de simetría, es decir qué tan lejos están de asemejarse a su versión de elemento regular (triángulo equilátero, por ejemplo)

Tabla III-15 Valores recomendados de Skewness en Ansys Workbench

Value of Skewness	Cell Quality
1	degenerate
0.9 — <1	bad (sliver)
0.75 — 0.9	poor
0.5 — 0.75	fair
0.25 — 0.5	good
>0 — 0.25	excellent
0	equilateral



La forma de medición es comparando los ángulos máximos y mínimos de las caras de cada elemento de malla (Cells) con los ángulos de su versión regular.

La importancia de este parámetro radica en que, para solucionar el sistema, las ecuaciones de estos elementos suponen que estos son relativamente equiláteros y/o equiángulos, por lo que afectará la precisión de los resultados numéricos.

Se recomienda que el valor de skewness no sea mayor a 0.95 para ser aceptable (Lee, 2014).

2. Jacobian Ratio

Es un parámetro que mide la ratio entre el mayor y el menor valor de la determinante del Jacobiano evaluada en cada nodo del elemento y algunos casos los puntos medios de los lados y centroide, dependiendo del tipo de elemento.

Como se sabe, la matriz jacobiana es la matriz de derivadas parciales, la cual relaciona los desplazamientos diferenciales entre el espacio del elemento real y el espacio del elemento de forma parametrizado; y su determinante evaluada en cada punto, indica cómo es la variación del elemento real al parametrizado en torno al punto evaluado. Por lo que el parámetro “Jacobian Ratio” indica qué tan diferente es la variación de la forma de un espacio a otro en todos los nodos (y algunos otros puntos mencionados) del elemento.

Un elemento con “Jacobian Ratio” igual a 1 quiere decir que, en todos los puntos evaluados, el determinante del Jacobiano es el mismo, lo cual afecta indudablemente la precisión.

El “Jacobian Ratio” tiene valores desde 1 a más, y en caso sea negativo, se adopta un valor de -100, lo cual indica un elemento inaceptable para el modelo.

3. Element Quality

Parámetro que indica la calidad del elemento en cuanto a cuán cercano está de su forma regular, comparando área o volumen contra una ecuación en base a las longitudes de los lados del elemento.

- Para elementos 2D quad o tri:

$$Quality = C \times \frac{Area}{\sum (edge\ length)^2}$$

- Para elementos 3D:

$$Quality = C \times \frac{Volume}{\sqrt{(\sum (edge\ length)^2)^3}}$$

Tabla III-16 Valores de factor “C” de element quality en Ansys Workbench

Element	Value of C
Triangle	6.9282
Quadrangle	4
Tetrahedron	124.7076
Hexagon	41.5692
Wedge	62.3538
Pyramid	96

III.4.2 Parámetros de evaluación de método numérico y resultados

1. Error estructural

En Ansys existen diferentes mediciones de “error”, particularmente en análisis estructural es un parámetro que mide la diferencia entre los resultados de esfuerzo promedio y esfuerzo no promediado para cada nodo.

Puede servir de indicador global del adecuado mallado, y también como indicador de la adecuada distribución del error en el mallado del modelo, indicando en las zonas con mayor valor de error (de 0 a 1) para que sean más refinadas y tener una mejor distribución del error estructural.

2. Puntos de singularidad

Como regla general se sabe que el grado de concentración de esfuerzos en los elementos, es inversamente proporcional al radio del vértice, es decir que con radios muy pequeños, matemáticamente se obtendrán grandes esfuerzos.

Esto ocurre en muchas zonas que terminan en “punta”, por lo que es recomendable identificar estos puntos de singularidad para tener cuidado a la hora de tomar lectura de esfuerzos en esas zonas.

3. Line Search

Este parámetro activa una mejora en el algoritmo de solución Newton-Raphson, que se requiere en casos de problemas con alta no linealidad y especialmente para el caso en que se tiene una concavidad hacia arriba de las fuerzas versus desplazamiento.

IV. SIMULACION DE MODELOS

IV.1 Comparación de modelos equivalentes Tadas Pedal, Oreja y Normal

Con la calibración del material y las herramientas numéricas establecidas, se procede con las simulaciones; específicamente para 3 modelos de Tadas que se vienen investigando desde hace un tiempo en el Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica UC.

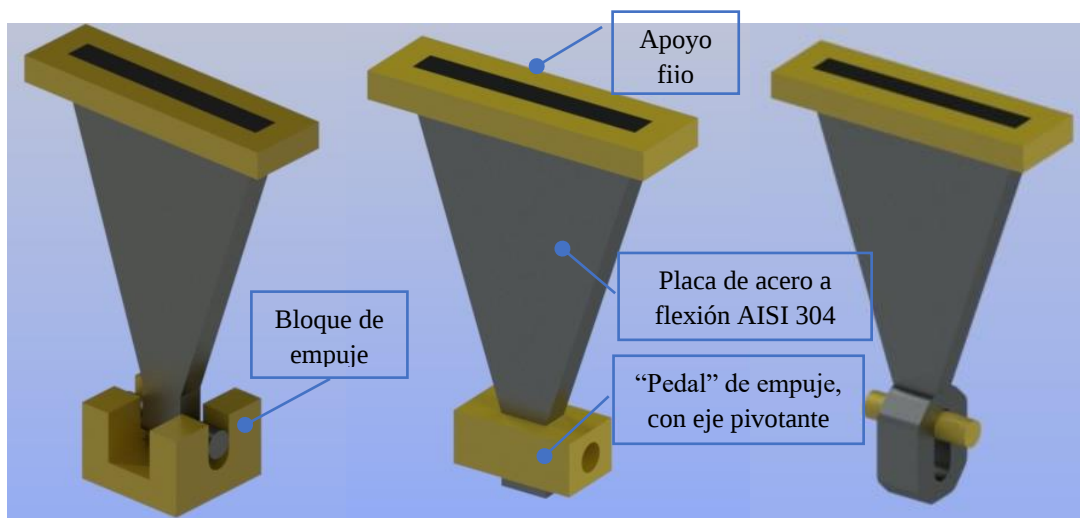


Figura IV-1 De izquierda a derecha: Tadas-Normal, Tadas-Pedal y Tadas-Oreja

IV.1.1 Equivalencia de modelos

Para la comparación de dispositivos se realizó un ajuste geométrico por un criterio de equivalencia. El comportamiento cinemático de los disipadores Tadas-Pedal y Tadas-Oreja difieren del comportamiento del disipador Tadas-Normal, debido a que desde la posición no deformada inicial el disipador Tadas-Normal mantiene siempre la longitud desde la base al centro de aplicación de fuerza, pero sufre una reducción de su altura (proyección sobre la vertical) debido al cambio de forma a una curva; lo que genera un endurecimiento cinemático rigidizando el dispositivo.

En el caso de los disipadores Tadas-Pedal y Tadas-Oreja, no mantienen su longitud puesto que el apoyo se va deslizando sobre la terminación de la placa a flexión, pero manteniendo la altura (proyección de la curva sobre la vertical) constante, lo que origina que disminuya la rigidez del dispositivo conforme avanza el desplazamiento.

Estas observaciones de comportamiento cinemático están mejor sustentadas en el ítem siguiente; mientras tanto se vio necesaria entonces un criterio de equivalencia, el cual es el siguiente:

Criterio de equivalencia:

El dispositivo Tadas-Normal tendrá una longitud inicial igual a la que adquirirán los otros dos disipadores al alcanzar el máximo desplazamiento objetivo.

Se verificó el cambio de longitud del modelo TADAS-Pedal en el instante mayor desplazamiento para el patrón de desplazamientos dado para todos los dispositivos.

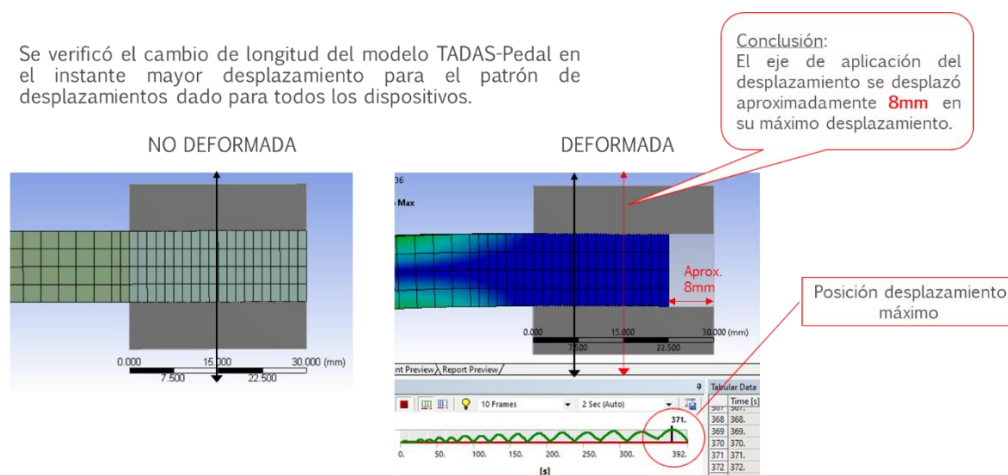


Figura IV-2 Detalle longitud de deslizamiento en Tadas-Pedal para compatibilización

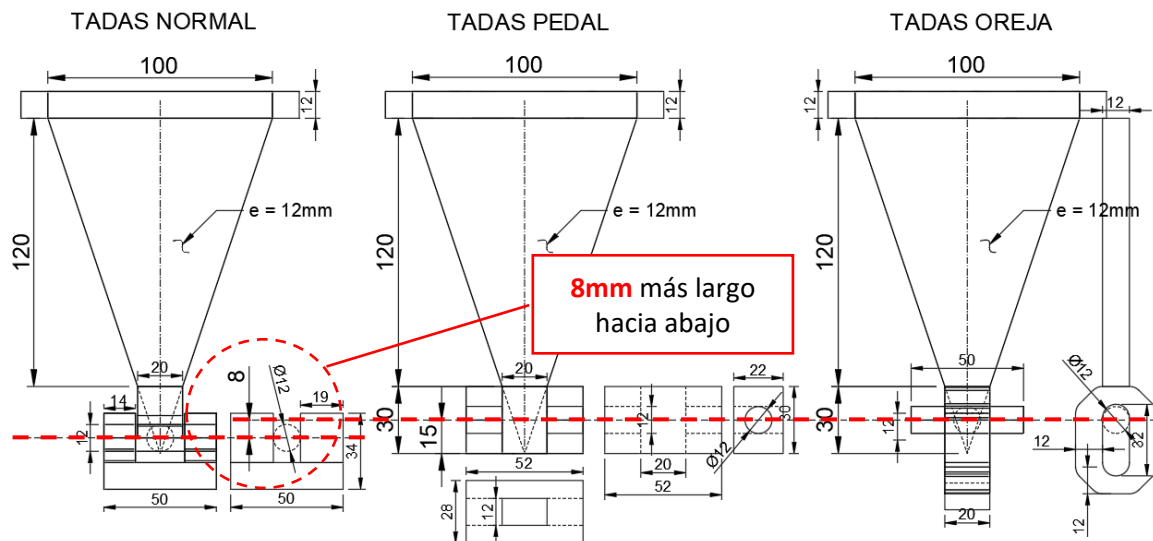


Figura IV-3 Configuración de los 3 modelos evaluados compatibilizados

La geometría adoptada tiene como base un triángulo isósceles de 100mm de base y 150mm de altura, además con la idea de hacer una mejor comparación, para todos los 3 dispositivos

se mantuvo un cuerpo principal de la placa de flexión de forma de trapecio isósceles de 100mm base mayor, 20mm base menor y 120mm de altura.

Una vez definida la geometría de los dispositivos a comparar, y teniendo ya definido también el modelo de plasticidad del material definido, se procede al modelado y mallado en Ansys, para lo cual se verificó que se cumplieran todos los parámetros de precisión y convergencia previamente descritos.

A continuación, se muestran las principales características adoptadas en el modelado y mallado de los dispositivos:

- Placa a flexión se malló con un tamaño de elemento de 3mm, con refinamientos en el terminal de contacto con el apoyo de desplazamiento; esto hizo que en su espesor de 12mm se dividiera en 4 franjas paralelas, esto último con el fin de captar de mejor manera los efectos de flexión que es el comportamiento gobernante.
- Los elementos más utilizados fueron hexaédricos de 8 nodos (primer orden), debido a que en este caso que se tienen muchas caras compuestas por planos rectos, los nodos adicionales del punto medio de los lados que le aportaría el de 20 nodos (segundo orden) no le aportan precisión significativa y sí agregan mayor costo computacional.
- Se verificó que los apoyos de desplazamiento, prácticamente en todo su volumen se mantuvieron en rango elástico (excepto en puntos muy pequeños con los casos de contacto tangencial plano-cilindro), y que se podían modelar como sólidos indeformables (lo que reduce costo computacional) sin quitar precisión significativa a los resultados, lo cual se verificó con simulaciones como sólido indeformable y deformable. En la siguiente imagen se muestra los bloques modelados como sólidos indeformables en color amarillo.



Figura IV-4 Detalle de elementos modelados como rígidos en amarillo

- Se aprovechó la simetría de la geometría y disposición de fuerzas y condiciones de borde, para asignar un plano de simetría al medio en toda la altura, reduciendo a la mitad el costo computacional de cada caso.

Patrón de desplazamiento:

Se aplica desplazamientos incrementales de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 y 40 mm.

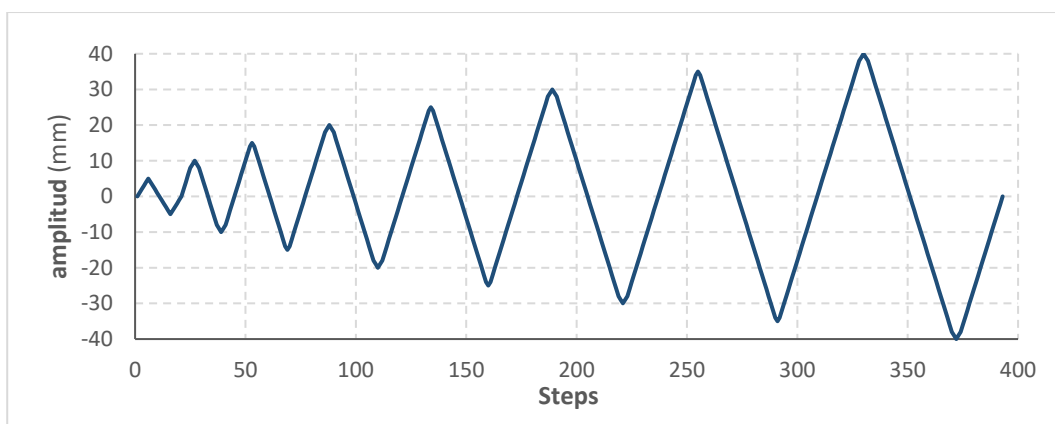


Figura IV-5 Patrón de desplazamientos creciente

Material utilizado:

Tabla IV-1 Parámetros calibrados modelo cinemático NL Chaboche + isotrópico NL

CINEMÁTICO NL CHABOCHE + ISOTRÓPICO NL			
1			
$C_1 =$	45000.00	MPa	$E =$ 195312.51 MPa
$\gamma_1 =$	1500.00		$\sigma_Y =$ 200 MPa
2			
$C_3 =$	3500.00	Mpa	$\nu =$ 0.31
$\gamma_3 =$	30.00		
3			
$C_2 =$	18000.00	Mpa	Parte Isotrópica NL
$\gamma_2 =$	200.00		
			$R_0 =$ 140.00
			$R_\infty =$ 40.00
			$b =$ 60.00

IV.1.2 Cinemática y equilibrio de dispositivos Tadas

Tal como se mencionó anteriormente, cada dispositivo tiene un comportamiento cinemático característico y cuyas diferencias es importante analizar ya que pueden condicionar ciertos comportamientos generales de fondo.

IV.1.2.1 Cinemática y equilibrio Tadas Normal

El dispositivo Tadas-Normal tiene la característica en el gráfico F-D de presentar un endurecimiento debido a que la fuerza aplicada en el extremo libre tiene cada vez menos brazo de palanca la cual es la altura (proyección vertical de la placa curvada), y con la consecuente reducción de momentos, para la misma fuerza, se traduce en menores deformaciones que se refleja finalmente en aumento de rigidez.

IV.1.2.1.1 Comportamiento Cinemático

El supuesto de diseño y característica principal de estos dispositivos es que las superficies más alejadas del plano central (plano neutro) de la placa triangular entran en fluencia en todos sus puntos al mismo tiempo. Este supuesto está basado en que la relación entre la variación momento flector y de la inercia de sección en cada punto evaluado es constante, esto a su vez está basado en la relación constante de similitud del brazo de momento y el ancho de la sección.

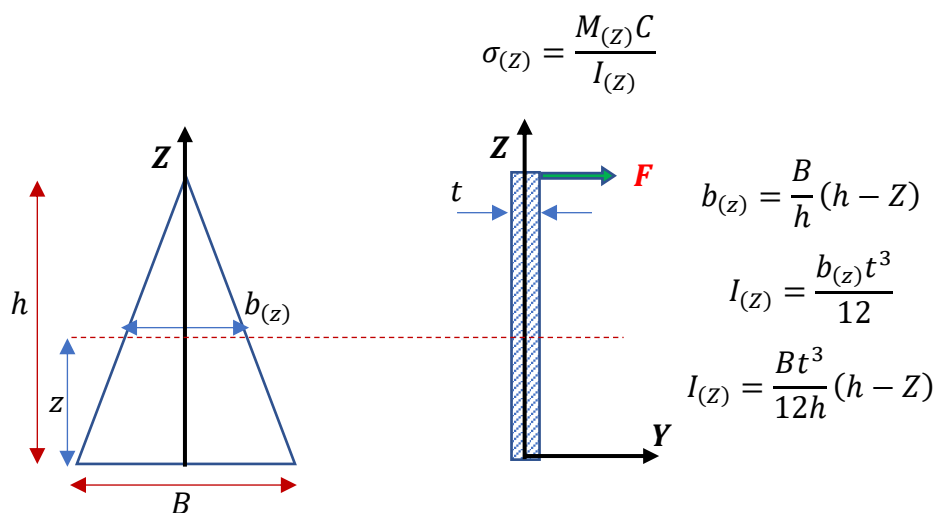


Figura IV-6 Diagrama de equilibrio Tadas-Normal

Si: $M_{(Z)} = F \times (h - Z)$ $I_{(Z)} = \frac{Bt^3}{12h}(h - Z)$

Es evidente que la relación $\frac{M_{(Z)}}{I_{(Z)}} = cte$.

Para un material de elasticidad isotrópica y de sección constante, lo anterior se traduce y simplifica en que exista un mismo **momento distribuido** en el ancho de la sección, en cada punto sobre la altura de la placa triangular. Esto es:

$$m_{(Z)} = \frac{M_{(Z)}}{b_{(Z)}} \text{ (unidades de momento sobre longitud)}$$

Para el caso anterior: $m_{(Z)} = \frac{M_{(Z)}}{b_{(Z)}} = \frac{F \times (h - Z)}{\frac{B}{h}(h - Z)} = \frac{Fh}{B} = cte$.

Sin embargo, al considerar largas deformaciones (caso real) este supuesto inicial difiere de la siguiente forma:

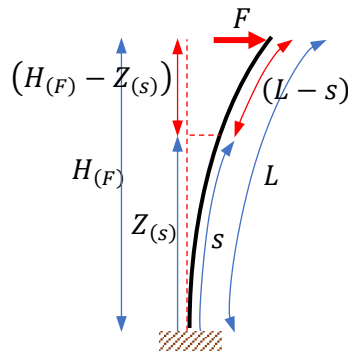


Figura IV-7 Diagrama de equilibrio en posición deformada Tadas-Normal

Como se puede ver, para largas deformaciones el momento distribuido es:

$$m_{(Z)} = \frac{M_{(Z)}}{b_{(s)}} = \frac{F \times (H_{(F)} - Z_{(s)})}{b_{(s)}}$$

Recordando que el ancho $b_{(Z)}$ depende de la altura sobre la placa triangular ahora curvada:

$$b_{(s)} = \frac{B}{h}(L - s)$$

$$m_{(Z)} = \frac{F \times (H_{(F)} - Z_{(s)})}{\frac{B}{h}(L - s)} = \frac{Fh}{B} \left(\frac{H_{(F)} - Z_{(s)}}{L - s} \right)$$

Lo cual es una relación entre la curva de la placa y su proyección sobre la recta vertical, y que, para todos los casos donde el ancho de sección cambie linealmente con la altura y se tenga una única fuerza tal como el caso del Tadas tradicional o normal, siempre será menor que 1.

$$\left(\frac{H_{(F)} - Z_{(s)}}{L - s} \right) < 1$$

$$\frac{Fh}{B} \left(\frac{H_{(F)} - Z_{(s)}}{L - s} \right) \cong \frac{Fh}{B} \text{ (caso supuesto)}$$

Ahora, el caso donde será igual que el caso supuesto sería al inicio con la geometría no deformada, caso que se descarta por interesar el estado deformado.

Esta relación irá cambiando inversamente al crecimiento de la curvatura respecto a la dirección del brazo de momento, para este caso es evidente que se va incrementando desde la base fija (base de la placa triangular) hasta el extremo libre donde se aplica la fuerza, es decir en este punto (base de la placa triangular) se alcanzará primero la fluencia y desde ahí la sollicitación a flexión irá bajando hasta su menor valor en el extremo libre.

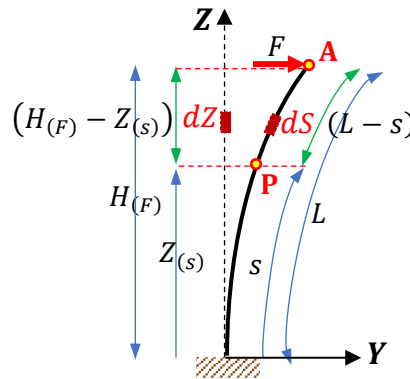


Figura IV-8 Equilibrio en deformada para integración de curva y altura Tadas-Normal

La relación a estudiar:

$$\frac{H_{(F)} - Z_{(s)}}{L - s} = \frac{\int_Z^H dZ}{\int_Z^H \left(\frac{dS}{dZ} \right) dZ}$$

$$\frac{\int_Z^H dZ}{\int_Z^H \left(\frac{dS}{dZ} \right) dZ} = \frac{1}{\frac{\int_Z^H \left(\frac{dS}{dZ} \right) dZ}{\int_Z^H dZ}} = \frac{1}{\frac{\int_Z^H \left(\frac{dS}{dZ} \right) dZ}{H - Z}}$$

Que para intervalos iguales dz , se puede interpretar como la media continua de la función

$$\frac{dS}{dZ} = k.$$

$$\frac{\int_Z^H \left(\frac{dS}{dZ} \right) dZ}{H - Z} = \frac{dS}{dZ} (prom) = k_{prom}$$

Es decir:

$$\frac{H_{(F)} - Z_{(s)}}{L - s} = \frac{1}{k_{prom}}$$

Para evaluar cómo varía la función $\frac{dZ}{ds}$, a la cual se le ha llamado “ k ”, se sabe que la longitud

de una curva es: $S = \int \left(\sqrt{(f'(z))^2 + 1} \right) dZ$

Donde $f'(z)$ es la derivada de $f(z) = Y$ (eje de la flecha de la placa a flexión)

$$\frac{dS}{dZ} = \sqrt{f'(z)^2 + 1} = k$$

$$k^2 - f'(z)^2 = 1 \text{ (hipérbola equilátera)}$$

Gráficamente:

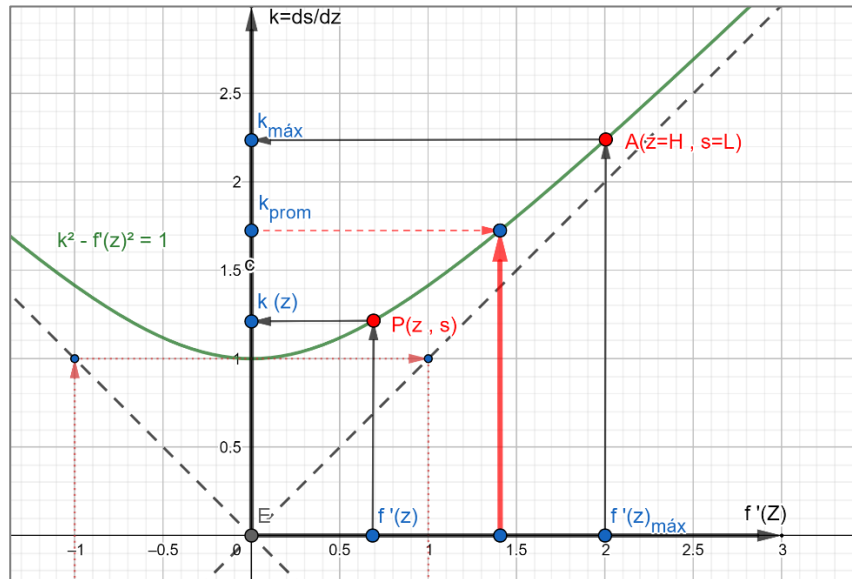


Figura IV-9 Evolución de k_{prom} en función a la derivada $f'z$ en Tadas-Normal

Al permanecer fijo el punto “A” mientras el punto “P” se acerque a la pendiente $f'(z) = 0$ (Base fija de placa a flexión) el valor de k_{prom} disminuirá, por lo tanto:

$$\text{Si: } k_{prom} \downarrow \text{ entonces } \frac{1}{k_{prom}} \uparrow = \frac{H_{(F)} - Z_{(s)}}{L - s} \uparrow$$

Donde se concluye que por la cinemática del modelo Tadas-Normal, siempre tendrá mayor demanda de momento distribuido en la base empotrada, e irá disminuyendo gradualmente hasta el mínimo en el extremo libre.

IV.1.2.1.2 Equilibrio de fuerzas

Por la forma de aplicación de la fuerza en el extremo libre, al analizar el equilibrio bajo largas deformaciones, se obtiene una componente en la dirección tangente a la curva de la placa en el extremo libre y la otra componente normal a la superficie. Esta componente tangencial puede ser de tracción durante carga de ida o de compresión durante la carga reversa, ya que debido a la plastificación esta queda curvada cóncava en la dirección de la primera carga.

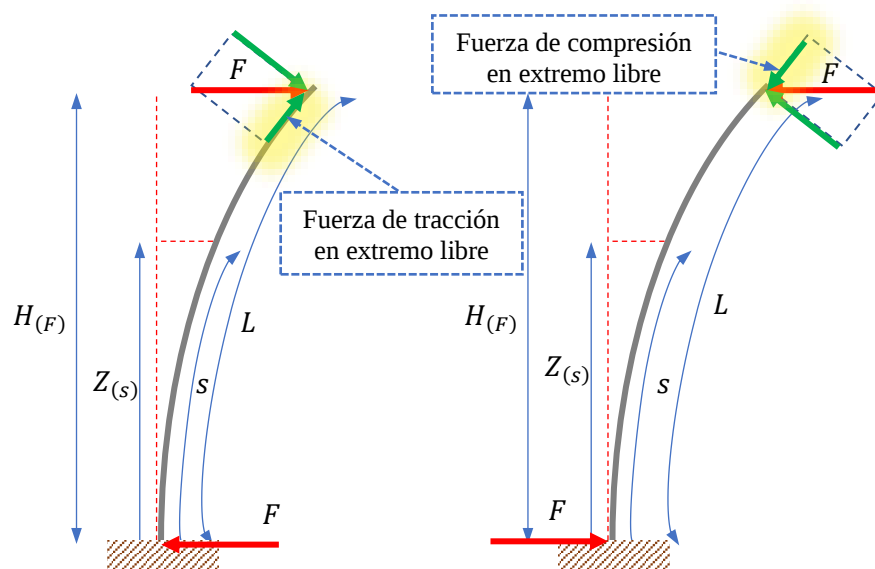


Figura IV-10 Diagrama de cuerpo libre en ida (izq.) y reversa (der.) Tadas-Normal

Como se puede evidenciar, existe una componente que tracciona y comprime en la carga y reversa respectivamente. Esto provoca una deformación acumulada de estiramiento como se verá en los resultados de las simulaciones.

Además, es esta característica en el equilibrio de fuerzas completa la explicación de una curva anterior en la explicación de los efectos de no considerar largas deformaciones.

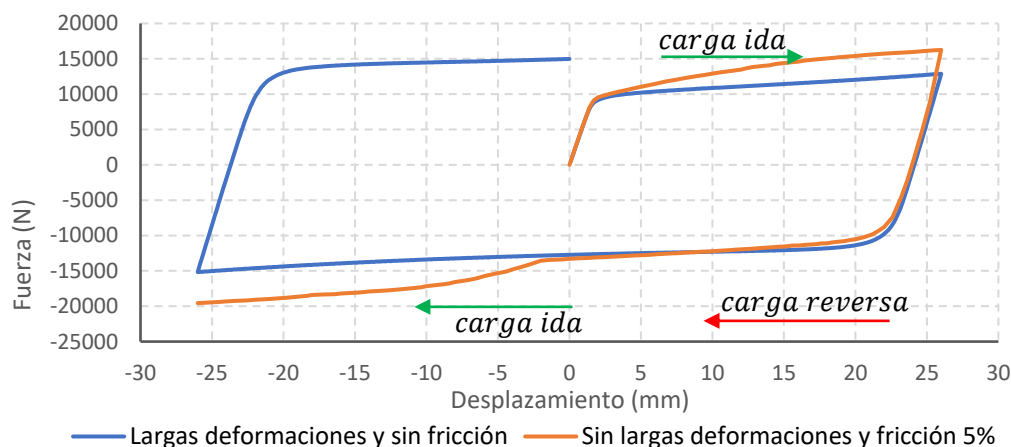


Figura IV-11 Efecto en Tadas-Normal con fricción y sin largas deformaciones

La curva anterior corresponde a la comparación de sensibilidad hecha en el ítem III.3.1 “Sensibilidad de modelos a simular ante largas deformaciones” para Tadas-Normal.

Existe un endurecimiento produciendo mayores fuerzas en el caso de no considerar largas deformaciones, debido a la fricción existente de 5% a diferencia del caso con largas deformaciones que no tiene fricción.

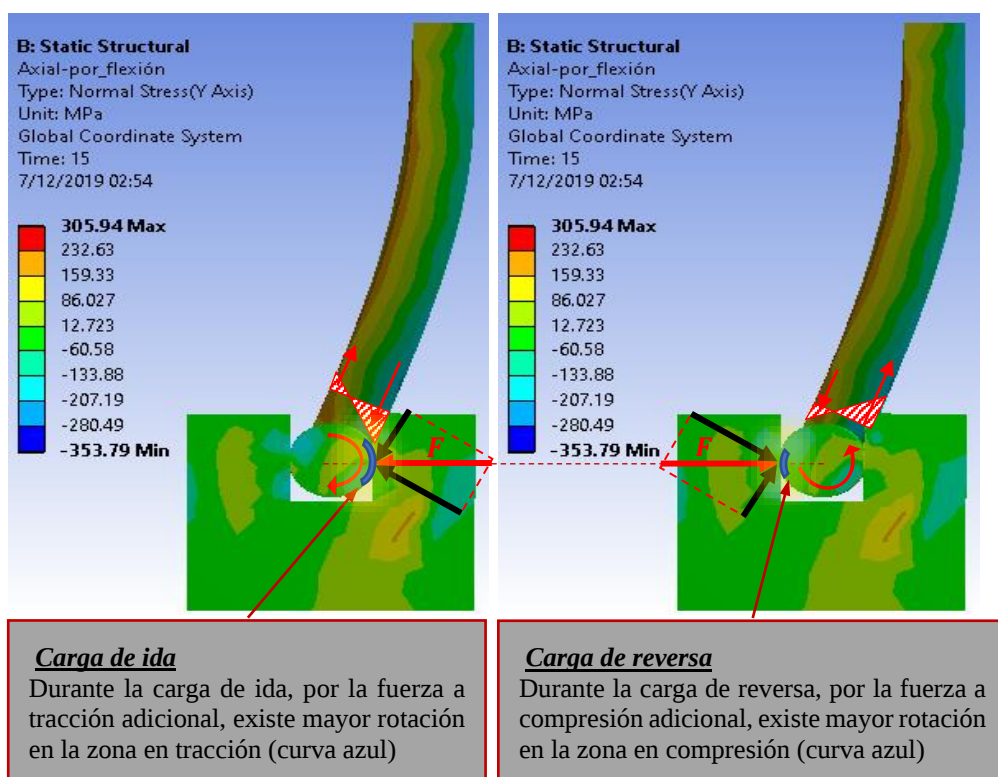


Figura IV-12 Efecto de la cinemática Tadas-Normal en apoyo con fricción

Durante la carga de ida hay mayor rotación en la zona de contacto y mayor fuerza de fricción, lo que produce incremento de la rigidez en este intervalo; mientras que durante la carga de reversa hay menor rotación en la zona de contacto, menor fuerza de fricción y poco incremento de la rigidez en este intervalo. Ya que el caso con fricción no considera largas deformaciones, prácticamente el único desplazamiento por fricción es el debido a la rotación.

IV.1.2.2 Cinemática y equilibrio Tadas Pedal y Orejas

El dispositivo Tadas-Pedal, tiene un comportamiento cinemático similar al Tadas-Oreja, ambos poseen la característica en el gráfico F-D de no presentar el endurecimiento que el caso Tadas-Normal, debido a que la fuerza aplicada en el extremo libre se mantiene a la misma altura (proyección vertical de la placa curvada), deslizando por sobre la superficie restante en el extremo, generando ablandamiento cinemático por aumento de longitud.

IV.1.2.2.1 Comportamiento Cinemático

El Tadas-Pedal mantiene una misma altura de aplicación de la fuerza, la cual es perpendicular a la superficie en el punto de aplicación, gracias al apoyo pivotante y deslizante.

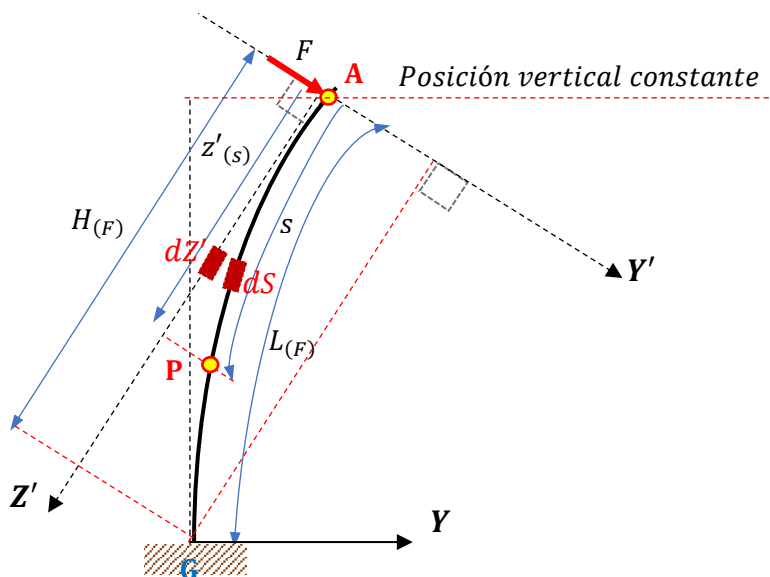


Figura IV-13 Equilibrio en deformada para integración de curva y altura, Tadas-Pedal

$$m_{(Z)} = \frac{M_{(Z)}}{b_{(s)}} = \frac{F \times (Z'_{(s)})}{b_{(s)}} \text{ (momento distribuido)}$$

$$b_{(s)} = \frac{B}{h} S$$

$$m_{(Z)} = \frac{F \times (Z'_{(s)})}{\frac{B}{h} S} = \frac{Fh}{B} \left(\frac{Z'_{(s)}}{S} \right)$$

$$\frac{Z'_{(s)}}{S} = \frac{\int_0^Z dZ'}{\int_0^Z \left(\frac{dS}{dZ'} \right) dZ'} = \frac{1}{\frac{\int_0^Z \left(\frac{dS}{dZ'} \right) dZ'}{Z'}}$$

$$\frac{\int_0^{Z'} \left(\frac{dS}{dZ'} \right) dZ'}{Z'} = \frac{dS}{dZ'} (prom) = k_{prom}$$

Es decir:

$$\frac{Z'_{(s)}}{S} = \frac{1}{k_{prom}}$$

El análisis es similar al realizado en el dispositivo Tadas-Normal, excepto que ahora la pendiente cero respecto al eje paralelo a las alturas (brazo de palanca) o eje Z' , se da en el extremo libre (punto “A”) y la relación de curva entre proyección a eje Z' va aumentando como se indica en el siguiente gráfico:

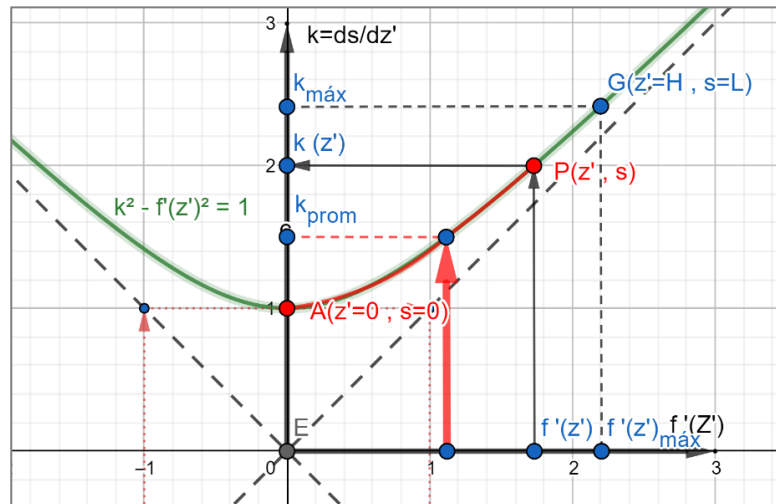


Figura IV-14 Evolución de k_{prom} respecto a la derivada $f'z'$ en Tadas-Pedal caso ideal

De donde se puede concluir que, al permanecer fijo el punto “A” ($f'(z) = 0$) mientras el punto “P” se acerque a la pendiente máxima (Base fija de placa a flexión, punto “G”) el valor de k_{prom} aumentará, por lo tanto:

$$\text{Si: } k_{prom} \uparrow \text{ entonces } \frac{1}{k_{prom}} \downarrow = \frac{Z'(s)}{S} \downarrow$$

Donde se demuestra que por la cinemática del modelo Tadas-Pedal, siempre tendrá mayor demanda de momento distribuido (por lo tanto de esfuerzos a flexión y deformaciones) en el extremo libre, e irá disminuyendo gradualmente hasta el mínimo en la base empotrada.

Ciertamente que este resultado difiere con muchos si no todos los resultados de las simulaciones, y esto tiene una justificación muy importante; que está en que los casos anteriores son casos de posicionamiento ideal de la fuerza en el vértice del borde libre de la placa triangular, sin embargo en realidad por sistema constructivo y diseño, se está aplicando a una cierta distancia; y es esta distancia el parámetro que a continuación se incluye para evaluar la sensibilidad del modelo ante este.

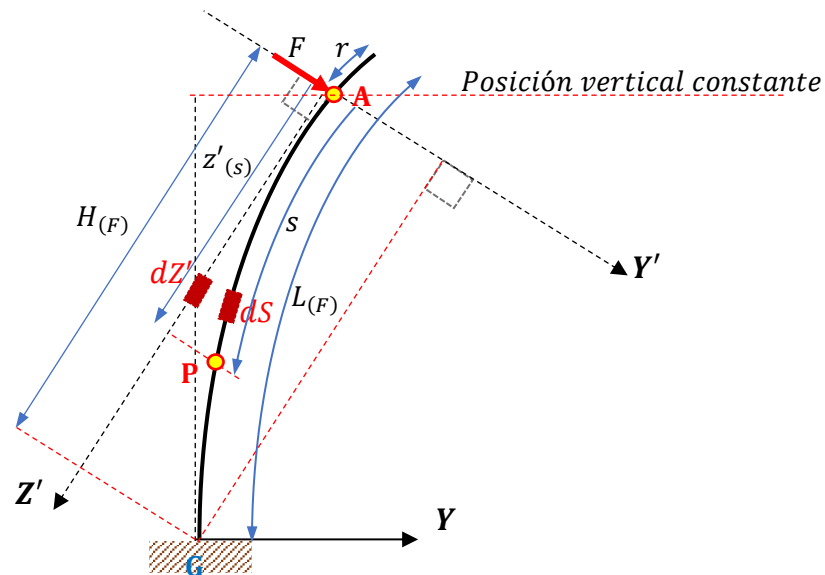


Figura IV-15 Equilibrio en deformada Tadas-Pedal considerando desfase “r”

Hacemos un análisis similar al realizado en el caso anterior, pero tomamos en cuenta de que ahora la longitud de arco “S” ya no llega directamente hasta el vértice de la placa triangular.

$$m_{(Z)} = \frac{M_{(Z)}}{b_{(S)}} = \frac{F \times (Z'(s))}{b_{(S)}} \text{ (momento distribuido)}$$

$$b_{(s)} = \frac{B}{h} (S + r)$$

$$m_{(z)} = \frac{F \times (Z'_{(s)})}{\frac{B}{h} (S + r)} = \frac{Fh}{B} \left(\frac{Z'_{(s)}}{S + r} \right)$$

$$q = \frac{Z'_{(s)}}{S + r} = \frac{1}{\frac{S}{Z'_{(s)}} + \frac{r}{Z'_{(s)}}}$$

Recordando:

$$\frac{S}{Z'_{(s)}} = k_{prom}$$

$$q = \frac{1}{k_{prom} + \frac{r}{Z'_{(s)}}}$$

Por lo tanto, ahora el factor “ q ” que define la variación del momento distribuido se encuentra afectado dos elementos no independientes.

En estas circunstancias no es posible dar una sentencia general aproximada sobre cómo varía la demanda (dónde es mayor y dónde menor el parámetro “ q ”) en la longitud del eje de la placa triangular, ya que con este parámetro adicional “ r ” se requiere conocer más acerca de la ecuación de la curva.

Aprovechando el concepto supuesto de la fluencia alcanzada al mismo tiempo en toda la superficie más alejada de la superficie neutra, se plantea solo como aproximación de análisis, que la curva sea la de un arco de circunferencia, ya que esta geometría es la que cumple el supuesto de la fluencia.

$$\sigma_{(z)} = \frac{M_{(z)}C}{I_{(z)}} = \text{Cte. en toda la superficie}$$

$$\varepsilon = \frac{C d\theta}{dS} \rightarrow \frac{dS}{d\theta} = \frac{C}{\varepsilon} = \frac{C}{\frac{\sigma_{(z)}}{E}} = \frac{EC}{\sigma_{(z)}} = \text{cte.}$$

Donde E , $C = t/2$ y $\sigma_{(z)}$ son constantes, por lo tanto:

$$\frac{dS}{d\theta} = R = \frac{EC}{\sigma_{(z)}} = \text{cte. (ecuación circunferencia)}$$

A pesar de no ser la ecuación de la deformada real, nos sirve porque su aproximación nos representa de forma sencilla la tendencia de la pendiente y longitud de curva respecto al avance de la altura (proyección de la curva como brazo de palanca).

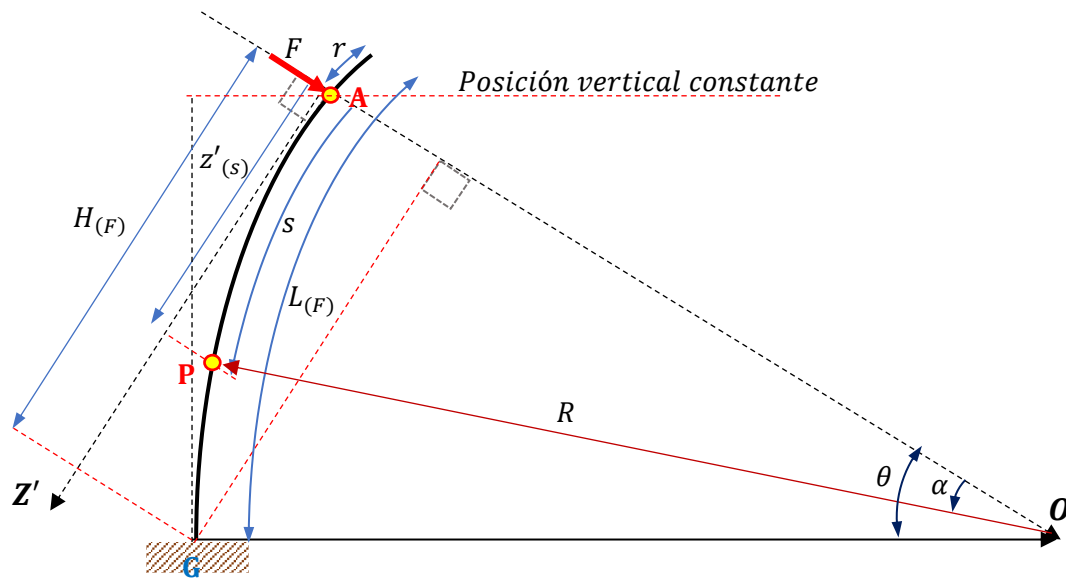


Figura IV-16 Equilibrio asumiendo deformada como curva de circunferencia

Para una posición dada por la fuerza “F”, se tiene las equivalencias:

$$Z'_{(s)} = R \sin(\alpha) \quad S = R\alpha$$

Como ya se vio el momento distribuido es:

$$m_{(z)} = \frac{F \times (Z'_{(s)})}{\frac{B}{h}(S + r)} = \frac{Fh}{B} \left(\frac{Z'_{(s)}}{S + r} \right) = \frac{Fh}{B} \times q$$

$$q = \frac{Z'_{(s)}}{S + r} = \frac{R \sin(\alpha)}{R\alpha + r} = \frac{\sin(\alpha)}{\alpha + \frac{r}{R}}$$

$$q = \frac{\sin(\alpha)}{\alpha + \frac{r}{R}} \rightarrow \mathbf{q = \frac{\sin(\alpha)}{\alpha + e}}$$

Con un máximo que viene dado por:

$$\frac{d\left(\frac{\sin(\alpha)}{\alpha + e}\right)}{d\alpha} = \cos \alpha (\alpha + e) - \sin \alpha = 0$$

De donde: $e = \tan \alpha - \alpha$

Para conocer sobre la evolución del **factor de momento distribuido** “q” realizamos una gráfica 3D de:

$$q = \frac{\sin(\alpha)}{\alpha + e}$$

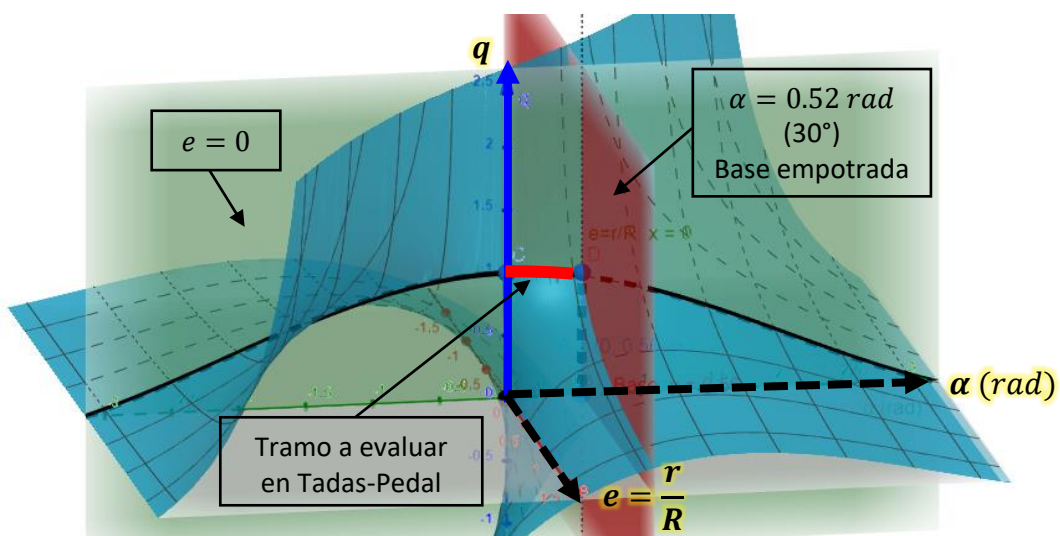


Figura IV-17 Gráfica 3D de la evolución del factor de momento distribuido “q”

Como se puede observar, el parámetro de desface $e = \frac{r}{R}$ tiene una influencia considerable en la forma de la curva resaltada en rojo que va desde $\alpha = 0$ hasta el $\alpha_{m\acute{a}x}$ en el plano en rojo donde se ubica la base empotrada.

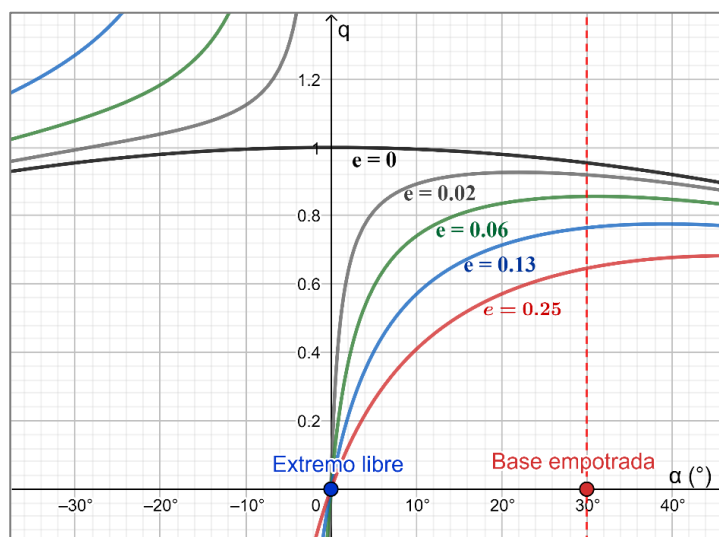


Figura IV-18 Curvas de variación de “q” para diferentes “e” vs. ángulo de curvatura

Las curvas mostradas para algunos valores de $e = \frac{r}{R}$, muestran que si la fuerza se aplicara directamente en el vértice geométrico de la placa triangular ($e=0$), la demanda de momento distribuido caracterizado por “q” es máxima en el extremo libre y mínima en la base

empotrada, pero cuando se consideran inicios con separaciones “ r ” del vértice libre, caracterizados por la relación $e = \frac{r}{R}$ (R y r corresponden solo a ese instante $\theta = 30^\circ$), se modifica esta demanda de momentos en toda la longitud del triángulo, pudiendo cambiar ahora la tendencia de la demanda máxima de momentos distribuidos hasta conseguir que el momento máximo se presente en el extremo empotrado.

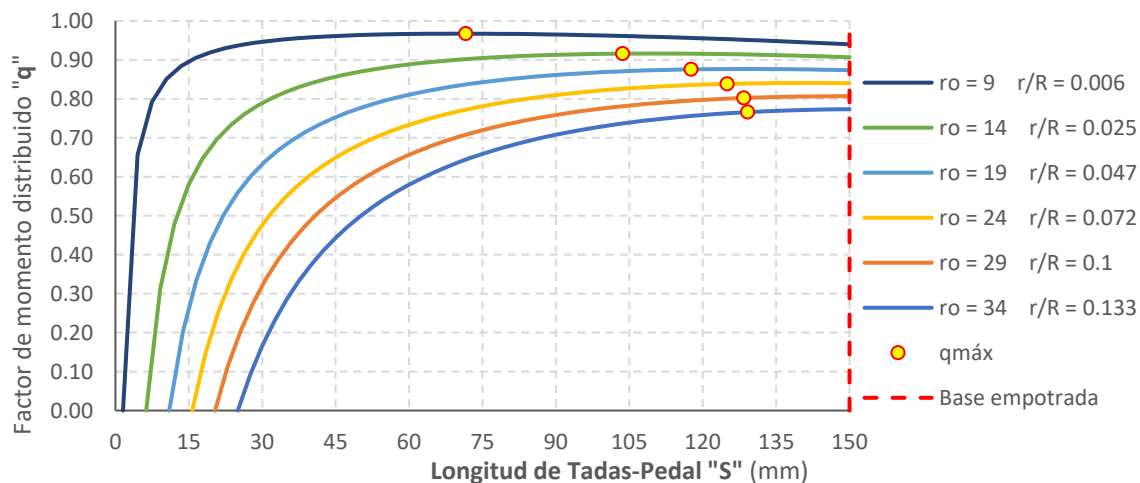


Figura IV-19 Factor de momento distribuido “ q ” para diferentes “ r_0 ” y $d_H = 40\text{mm}$

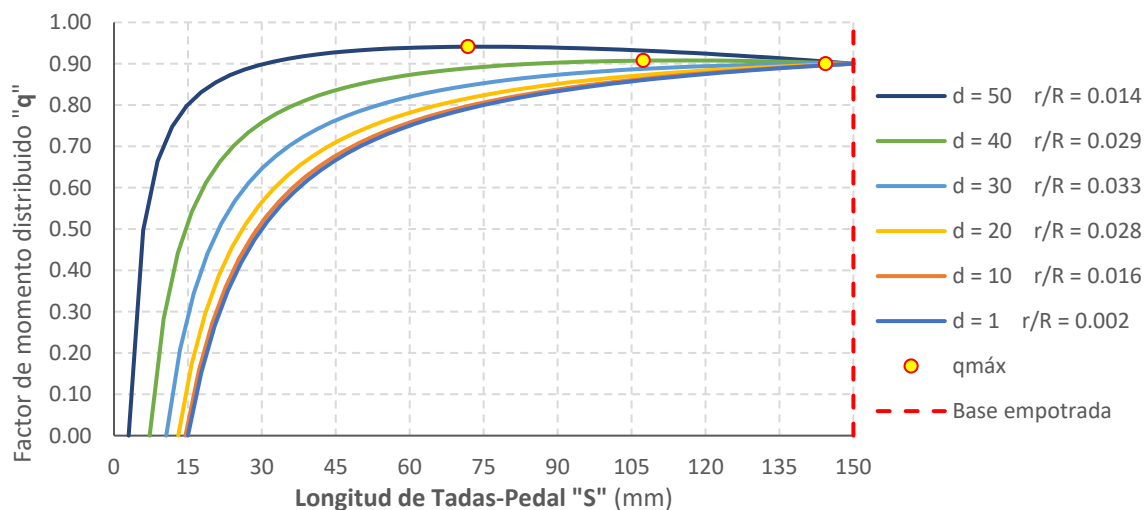


Figura IV-20 Factor de momento distribuido “ q ” para diferentes “ d_H ” y $r_0 = 15\text{mm}$

Como se puede observar, los 2 gráficos mostrados arriba, muestran la evolución del factor de momento distribuido “ q ” respecto a la posición “ s ” sobre la longitud de la curva de la

placa triangular; en el primer caso bajo diferentes desfases iniciales " r_0 " y un desplazamiento horizontal de $d_H = 40mm$; y en el segundo gráfico, para diferentes desplazamientos horizontales y un desfase de $r_0 = 15mm$.

IV.1.2.2.2 Equilibrio de fuerzas

Por la forma de aplicación de la fuerza en el extremo libre, al analizar el equilibrio bajo largas deformaciones, se tiene en todo momento una fuerza perpendicular a la curva de la placa triangular en la zona del extremo libre. Al descomponer esta fuerza en el eje vertical y horizontal se tienen componentes, de estas la componente vertical se adicionará en la zona de la base empotrada como fuerza de compresión en la carga de ida y como fuerza de tracción durante la carga reversa, ya que debido a la plastificación esta queda curvada cóncava en la dirección de la primera carga.

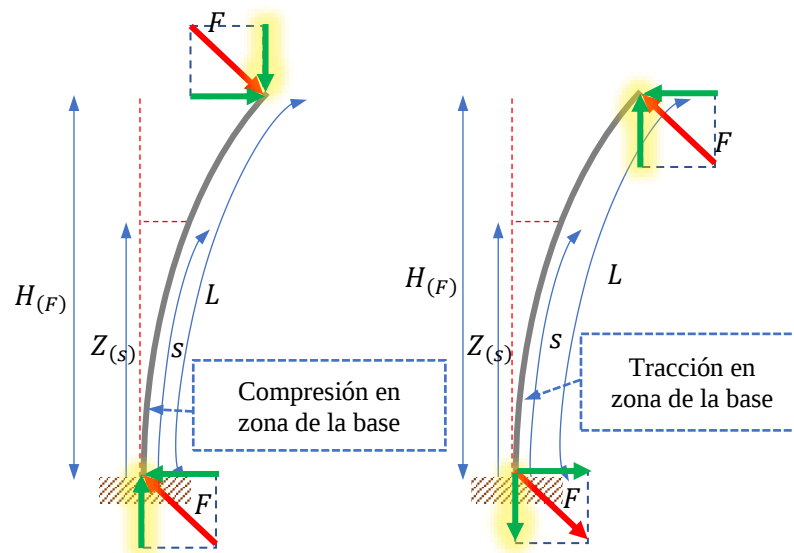


Figura IV-21 Curvas de variación de “q” para diferentes “e” vs. ángulo de curvatura

Como se puede evidenciar, existe una componente que comprime y tracciona en la carga y reversa respectivamente. Lo cual participa de la deformación acumulada en esta zona, como se verá en los resultados de las simulaciones.

IV.2 Cambio de ancho de base Tadas Pedal y Normal

El comportamiento del disipador tipo Tadas-Pedal y Tadas-Oreja vienen a tener un comportamiento similar por compartir los mismos principios cinemáticos y de equilibrio (tal como se demuestra en el ítem de los resultados), por lo que para el cambio del ancho de la base solo serán evaluados el tipo Tadas-Normal y Tadas-Pedal.

Se crean modelos con variación en la base de 100, 110, 120, 130, 140 y 150 mm. A continuación, el resumen de las principales características de cada modelo:

Tabla IV-2 Datos de modelo Tadas-Normal en Ansys Workbench

Tadas Normal						
	B =100	B =110	B =120	B =130	B =140	B =150
Precisión	lineal					
Elementos Placa	Hexaédricos 8 nodos					
Espesor placa flexión	12 mm					
Fricción contactos	0					
Tipo análisis	Largas deformaciones					
Simetría	1 plano de simetría al eje de triángulo					
Capas Placa flexión	4 capas horizontales (t=3mm)					6
Número de nodos	5359	5639	5893	6232	6476	9082
Número elementos	4125	4315	4493	4738	4908	7217
Skewness (máx)	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92
Jacobian Ratio (min-máx)	1 - 4	1 – 4.1	1 – 4.1	1 – 4.1	1 – 4.2	1 - 4
Element Quality (average)	0.98	0.97	0.97	0.97	0.97	0.99

Tabla IV-3 Datos de modelo Tadas-Pedal en Ansys Workbench

Tadas Pedal						
	B =100	B =110	B =120	B =130	B =140	B =150
Precisión	lineal					
Elementos Placa	Hexaédricos 8 nodos					
Espesor placa flexión	12 mm					
Fricción contactos	0					
Tipo análisis	Largas deformaciones					
Simetría	1 plano de simetría al eje de triángulo					
Capas Placa flexión	4 capas horizontales (t=3mm)					

Número de nodos	3625	4207	4247	4639	4961	5163
Número elementos	2482	2913	2960	3256	3498	3652
Skewness (máx)	0.53	0.66	0.66	0.66	0.66	0.66
Jacobian Ratio (min-máx)	1 – 5.2	1 – 4.2	1 – 4.2	1 – 4.2	1 – 4.2	1 – 4.2
Element Quality (average)	0.98	0.99	0.98	0.98	0.99	0.99

Patrón de desplazamiento:

Se aplica desplazamientos incrementales de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 y 40 mm.

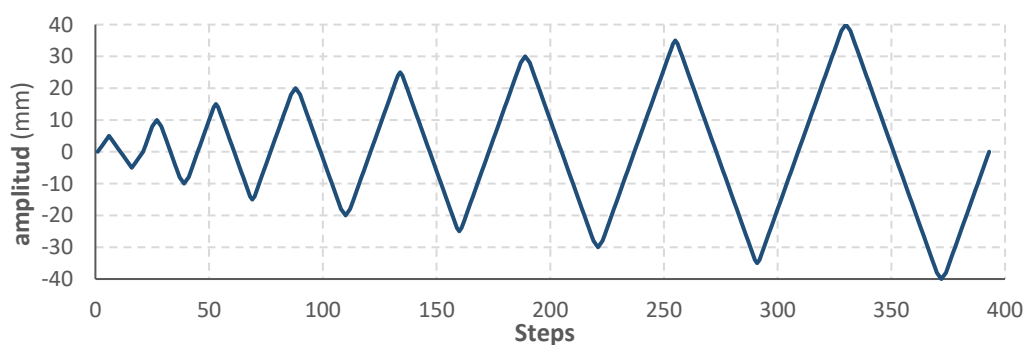


Figura IV-22 Patrón de desplazamientos incrementales

Material utilizado:

Tabla IV-4 Parámetros calibrados modelo cinemático NL Chaboche + isotrópico NL

CINEMÁTICO NL CHABOCHE + ISOTRÓPICO NL			
1			
$C_1 =$	45000.00	MPa	$E =$ 195312.51 MPa
$\gamma_1 =$	1500.00		$\sigma_Y =$ 200 MPa
2			
$C_3 =$	3500.00	Mpa	$\nu =$ 0.31
$\gamma_3 =$	30.00		
3			
$C_2 =$	18000.00	Mpa	Parte Isotrópica NL $R_0 =$ 140.00 $R_\infty =$ 40.00 $b =$ 60.00
$\gamma_2 =$	200.00		

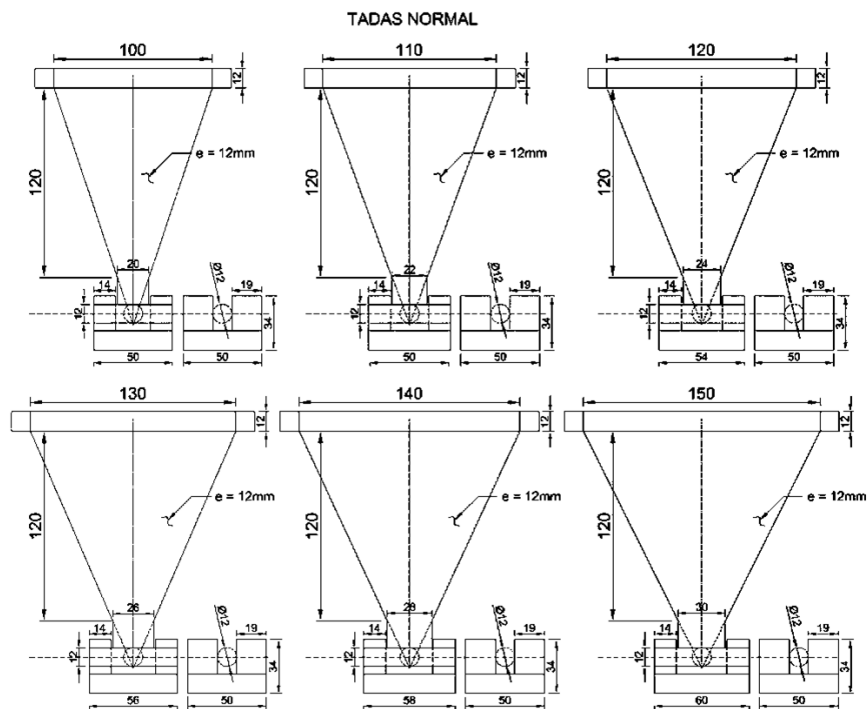


Figura IV-23 Incremento de ancho de base de $b=100$ a $b=150$ mm en Tadas-Normal

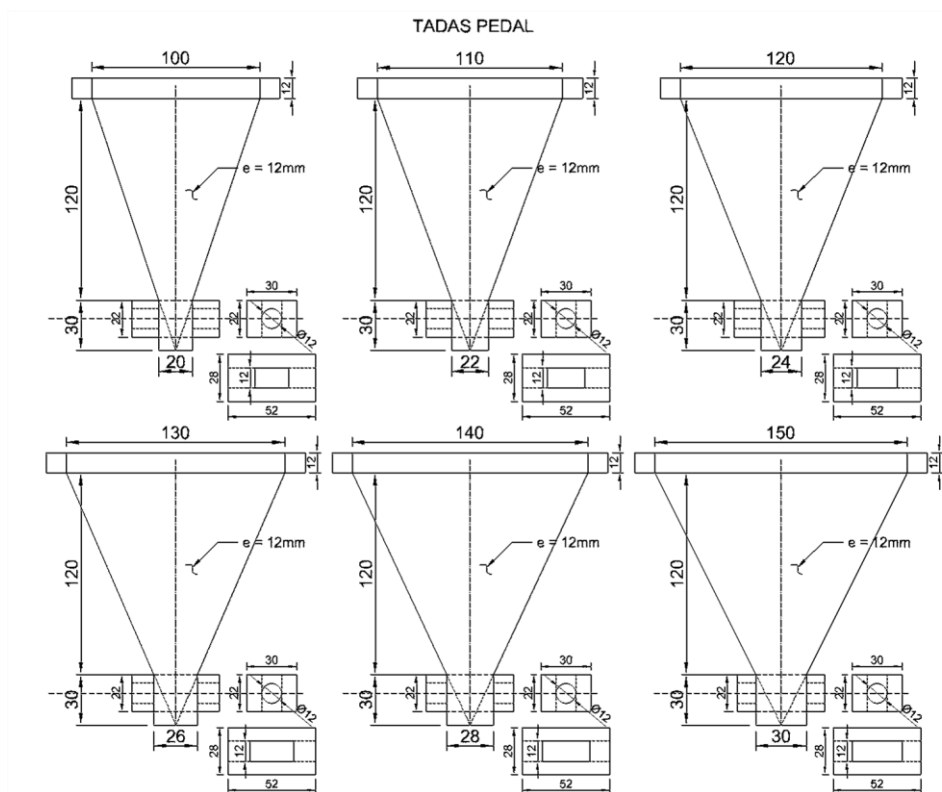


Figura IV-24 Incremento de ancho de base de $b=100$ a $b=150$ mm en Tadas-Pedal

IV.3 Cambio de posición inicial de fuerza de empuje en Tadas Pedal

Para este caso se evalúa solamente el disipador Tadas-Pedal, respecto a sensibilidad al cambio de posición de desfase de inicio “r” respecto al vértice de la placa triangular (extremo libre). Para esto se coloca el apoyo pivotante a 3 distancias “r” diferentes respecto al vértice del triángulo, $r = 19\text{mm}$, $r = 14\text{mm}$ y $r = 9\text{mm}$.

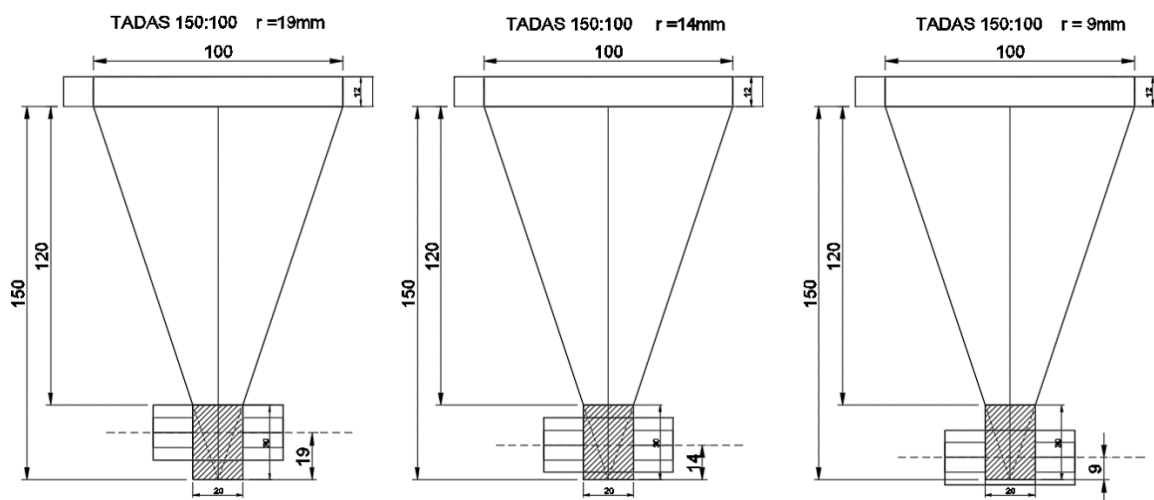


Figura IV-25 Cambio de posición de fuerza de empuje $r=19$, $r=14$ y $r=9\text{mm}$

Tabla IV-5 Datos modelo en Ansys Workbench de Tadas-Pedal para 3 posiciones

Tadas Pedal			
	$r = 19$	$r = 14$	$B = 9$
Precisión	lineal		
Elementos Placa	Hexaédricos 8 nodos		
Espesor placa	12 mm		
Fricción	0		
Tipo de análisis	Largas deformaciones		
Simetría	1 plano de simetría al eje de triángulo		
Capas Placa	4 capas horizontales ($t=3\text{mm}$)		
Número de nodos	6373		
Número	4617		
Skewness (máx)	0.87		
Jacobian Ratio	1 – 4.2		
Element Quality	0.77		

Patrón de desplazamiento:

Se aplica desplazamientos incrementales de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 y 40 mm.

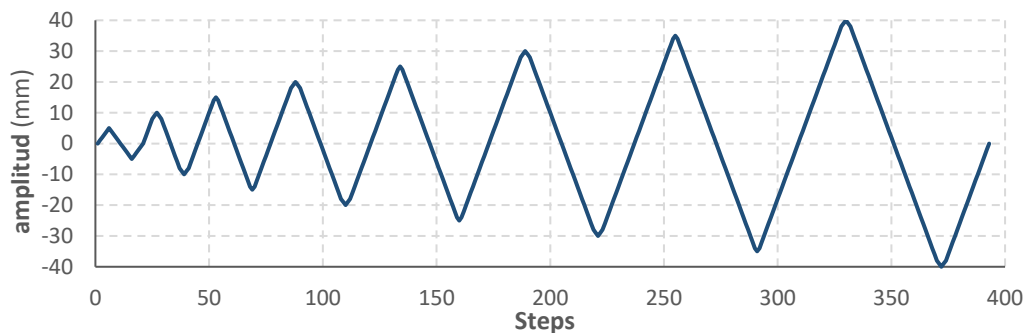


Figura IV-26 Patrón de desplazamientos incrementales

Material utilizado:

Tabla IV-6 Parámetros calibrados modelo cinemático NL Chaboche + isotrópico NL

CINEMÁTICO NL CHABOCHE + ISOTRÓPICO NL			
1			
$C_1 =$	45000.00	MPa	$E =$ 195312.51 MPa
$\gamma_1 =$	1500.00		$\sigma_y =$ 200 MPa
2			
$C_3 =$	3500.00	Mpa	$\nu =$ 0.31
$\gamma_3 =$	30.00		
3			
$C_2 =$	18000.00	Mpa	Parte Isotrópica NL
$\gamma_2 =$	200.00		$R_0 =$ 140.00
			$R_\infty =$ 40.00
			$b =$ 60.00

IV.4 Análisis efecto 3D en alabeo y concentraciones en modelos Tadas

En los 3 tipos de TADAS analizados, durante las simulaciones numéricas se pudo observar que se presentan zonas de mayor concentración de deformaciones plásticas (ϵ_P), en mayor y menor medida, así como un alabeo en el borde libre de la placa triangular, por lo que en esta sección se expone la influencia del efecto 3D en la aparición de estos efectos.

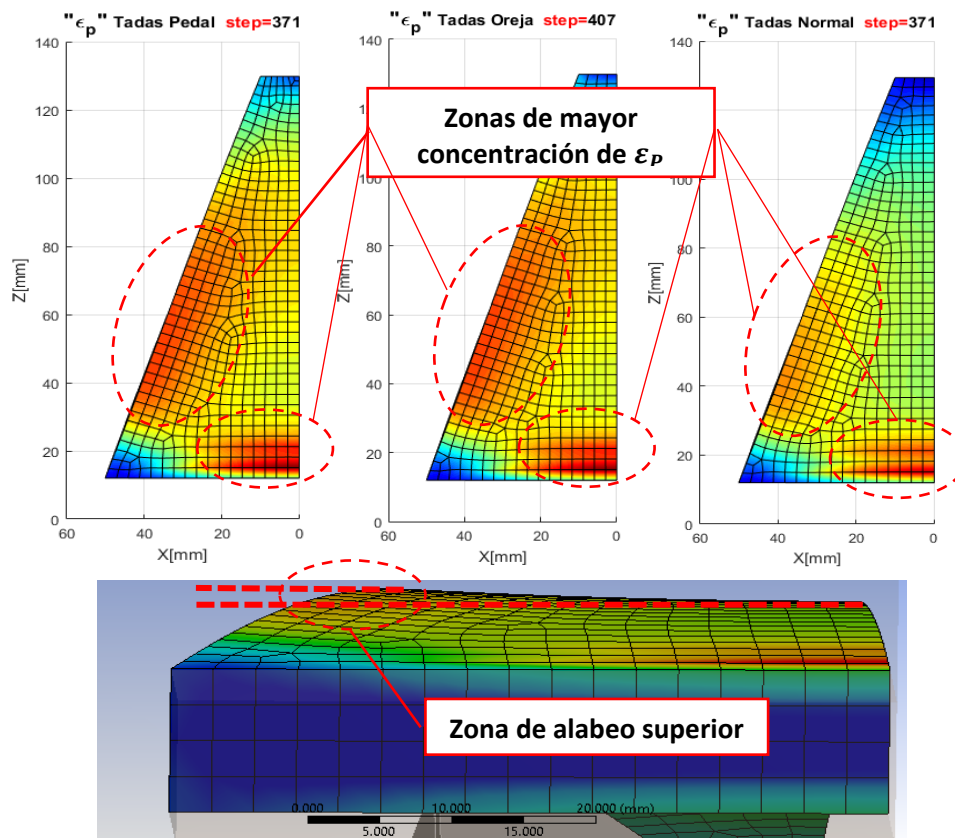


Figura IV-27 Alabeo y concentraciones laterales de ϵ_p en los 3 modelos

Para verificar que esto no sea acumulación debido a la histéresis ni a la influencia del modelo de plasticidad, se hace el análisis para un patrón monótonico de desplazamiento hasta los 50mm y en el momento de máxima deformación se hace un corte en la sección de alabeo, que coincide con la zona de concentración de ϵ_p del lado lateral.

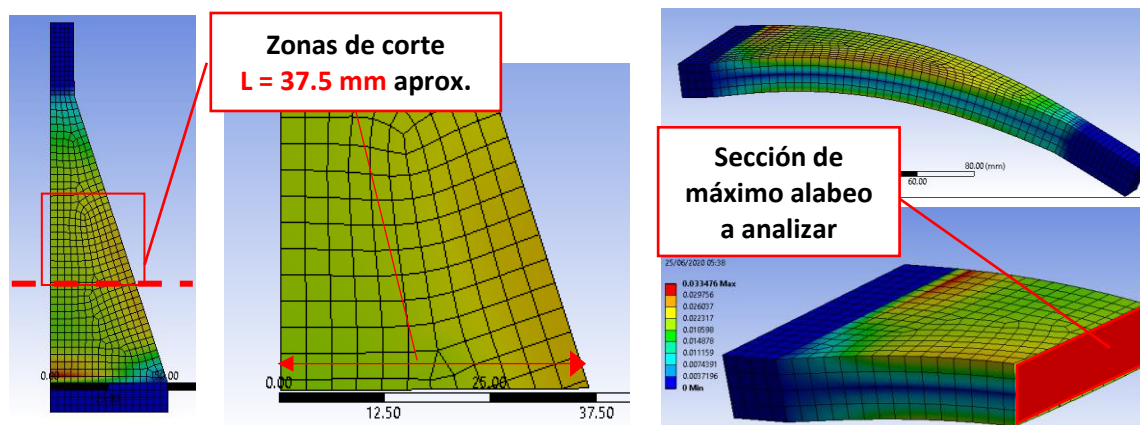


Figura IV-28 Corte en zona crítica de alabeo y concentraciones laterales de ϵ_p

Se verifica que el alabeo es debido al efecto 3D, para lo cual se agrandó las deformaciones x 4 veces para mejor apreciación.

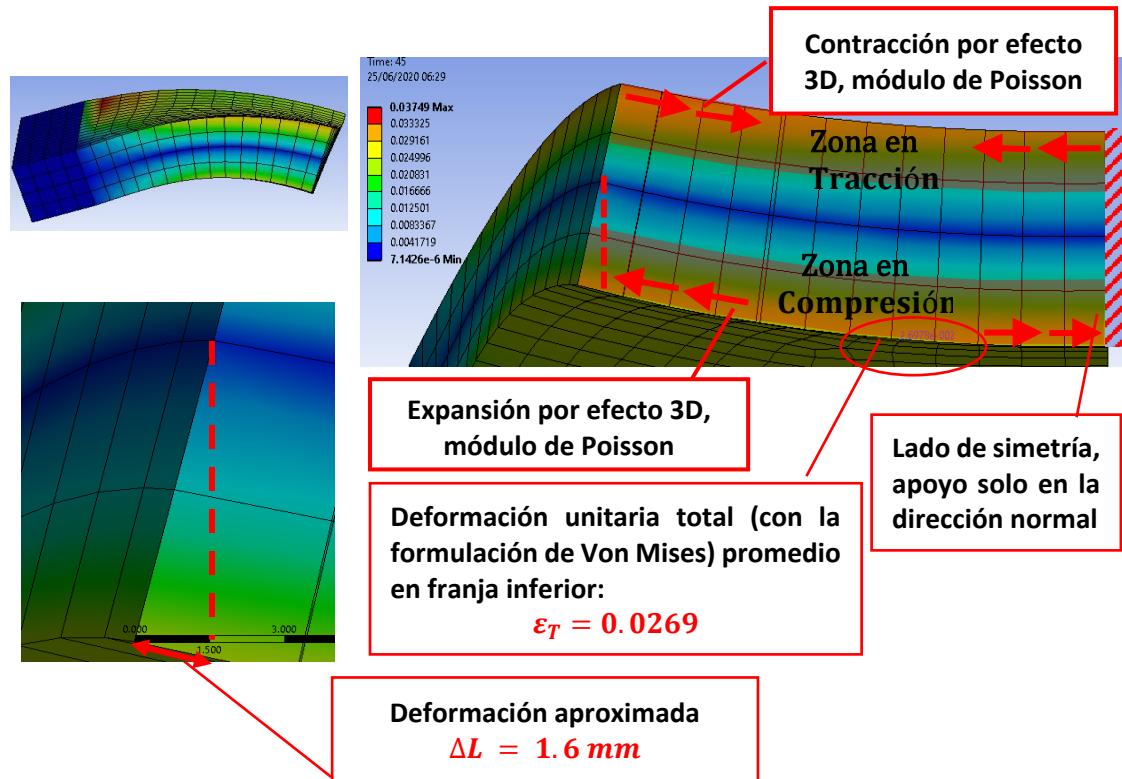


Figura IV-29 Identificación de zonas de expansión y contracción que producen alabeo

Recordando que la longitud total era $L = 37.5\text{mm}$

$$\varepsilon_{Lateral} = \frac{1.6/4}{37.5} = 0.0106 \quad \rightarrow \quad \nu = \frac{0.0106}{0.0269} = 0.39$$

Lo cual es un valor cercano a $\frac{0.31+0.50}{2} = 0.40$

Esto último debido a que la parte elástica tiene el módulo de Poisson asignado de $\nu = 0.31$, pero durante la plastificación no hay cambio de volumen y $\nu = 0.50$, y al no tener extraída la deformación plástica y la elástica, se utilizó el promedio aritmético como valor de aproximación de ν para su comparación.

Se verifica además que este es un efecto que se produce en secciones a flexión en general, para muestra se probó en placa metálica rectangular.

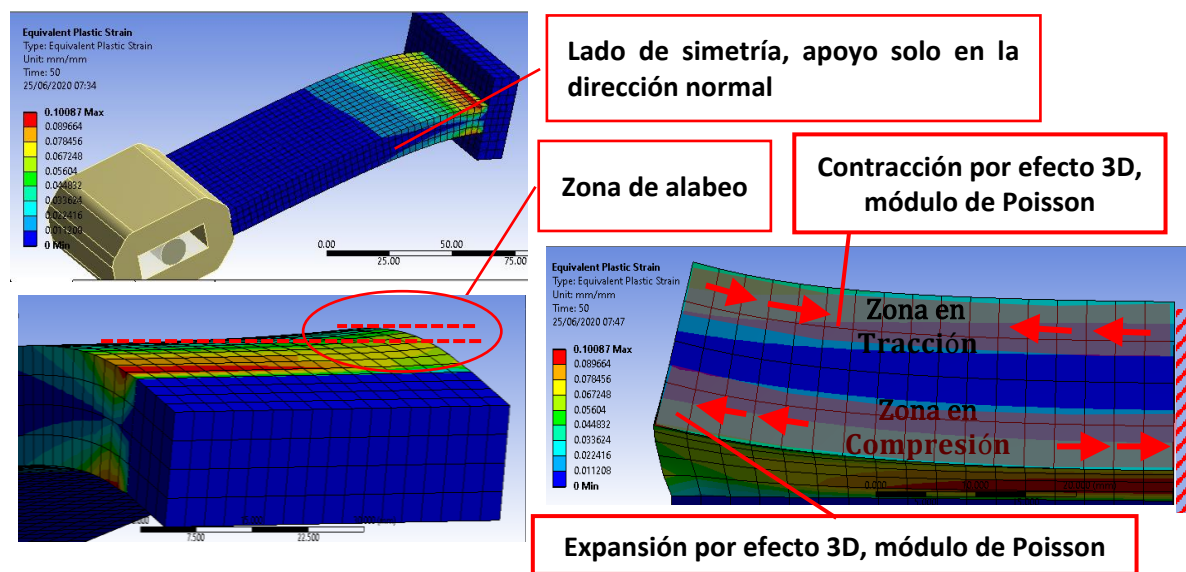


Figura IV-30 Modelo placa rectangular verifica efecto alabeo no depende de sección

Además, producto de este alabeo, se tiene una concentración de deformaciones plásticas en la zona de tracción en la zona elevada de alabeo (lado libre) y otra concentración de deformaciones en la zona en compresión central, debido precisamente a que la sección cambia de forma, como se muestra.

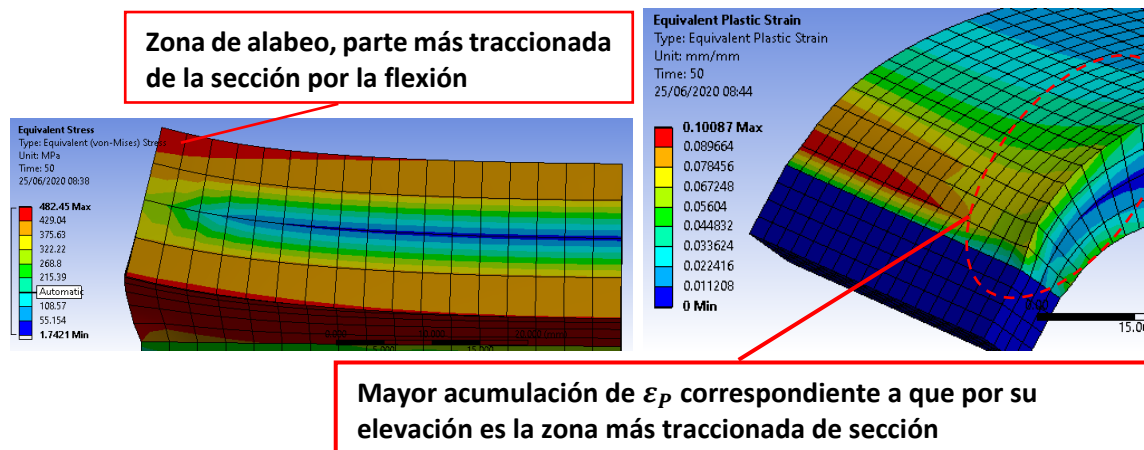


Figura IV-31 Esfuerzos aumentan en zonas alabeadas y plano neutro se curva

Como se puede notar en el caso de placa rectangular, un hecho que contribuye al aumento concentración de deformaciones plásticas en la zona central de la base es que en esta zona no puede contraerse o expandirse libremente debido a su cercanía con la zona empotrada (soldada), mientras que en el extremo libre si.

IV.5 Cambio en tipo de apoyo en la base de Tadas Pedal y Normal

Dentro de la evaluación de los modelos Tadas-Normal y Tadas-Pedal, se decidió también probar una modificación a la zona de empotramiento en la base, la cual se modela con unión tipo soldada y tipo apernada.

En la parte superior se tienen las opciones con las modificaciones en el apoyo tipo soldado y apernado; y más abajo están sus correspondientes versiones de apoyo plano tradicionales. La característica geométrica principal de este cambio en la forma del apoyo es de mantener aproximadamente una misma distancia del vértice de la placa triangular hacia las zonas donde empieza la acción del apoyo, para ello se alargaron los apoyos por las esquinas de tal forma que los bordes libres del triángulo tengan la misma longitud que su altura.

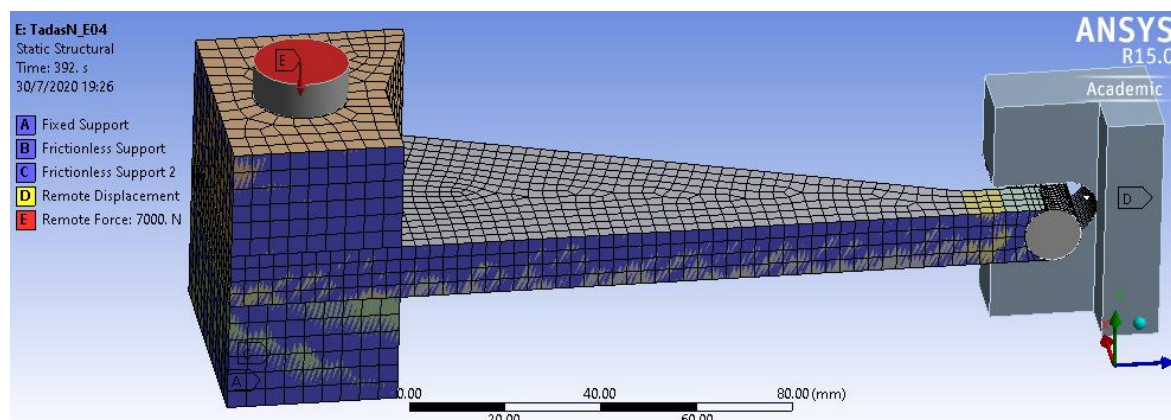


Figura IV-32 Modelo Tadas-Normal con cambio geométrico de apoyo apernado

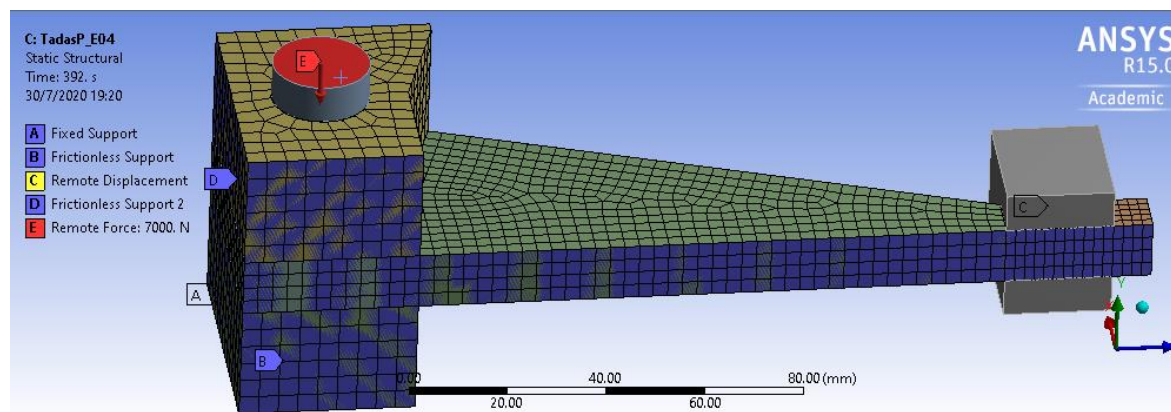


Figura IV-33 Modelo Tadas-Pedal con cambio geométrico de apoyo apernado

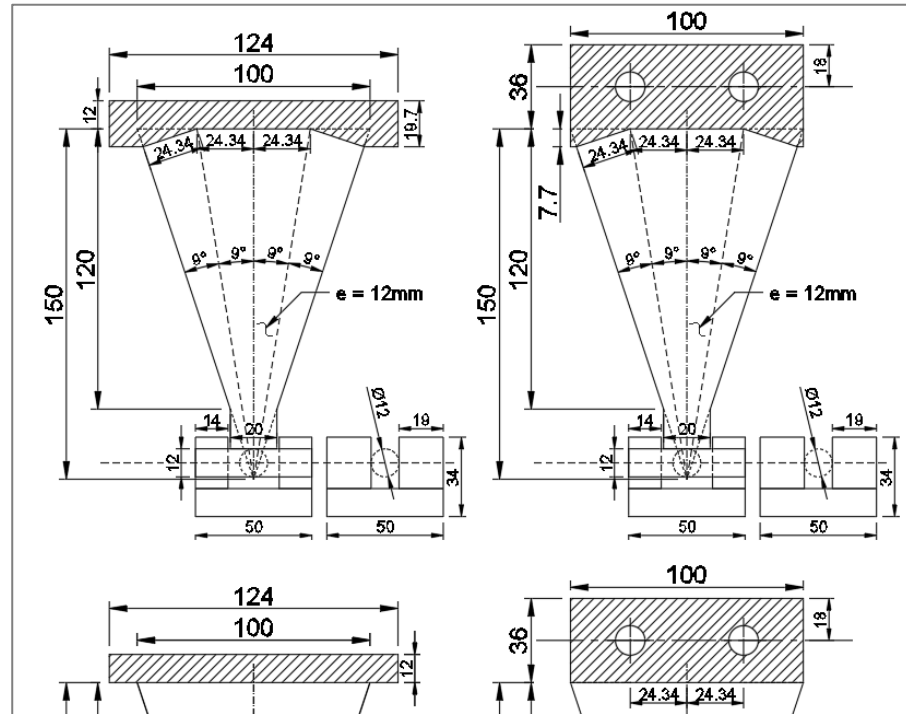


Figura IV-34 Detalle de cambio de geometría en apoyo (arriba) para Tadas-Normal

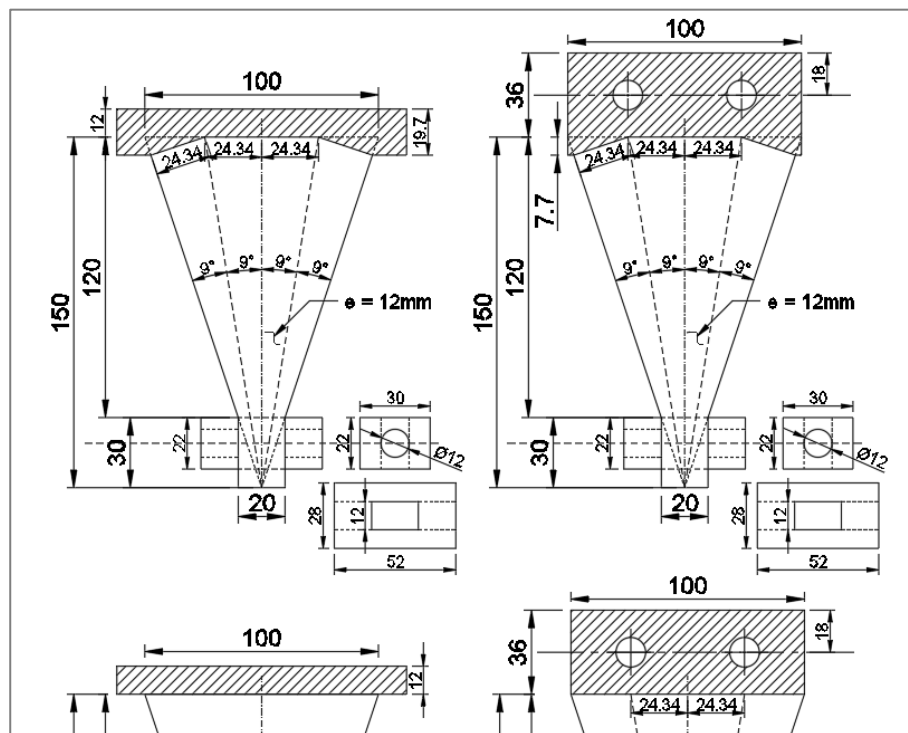


Figura IV-35 Detalle de cambio de geometría en apoyo (arriba) para Tadas-Pedal

V. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

V.1 Equivalencia Tadas Pedal, Oreja y Normal

V.1.1 Resultados globales

A continuación, se muestran los resultados globales de los 3 dispositivos Tadas en comparación, empezando por los casos en que se les asignó un coeficiente de fricción de $\mu = 0.2$ entre las superficies en contacto en el extremo libre.

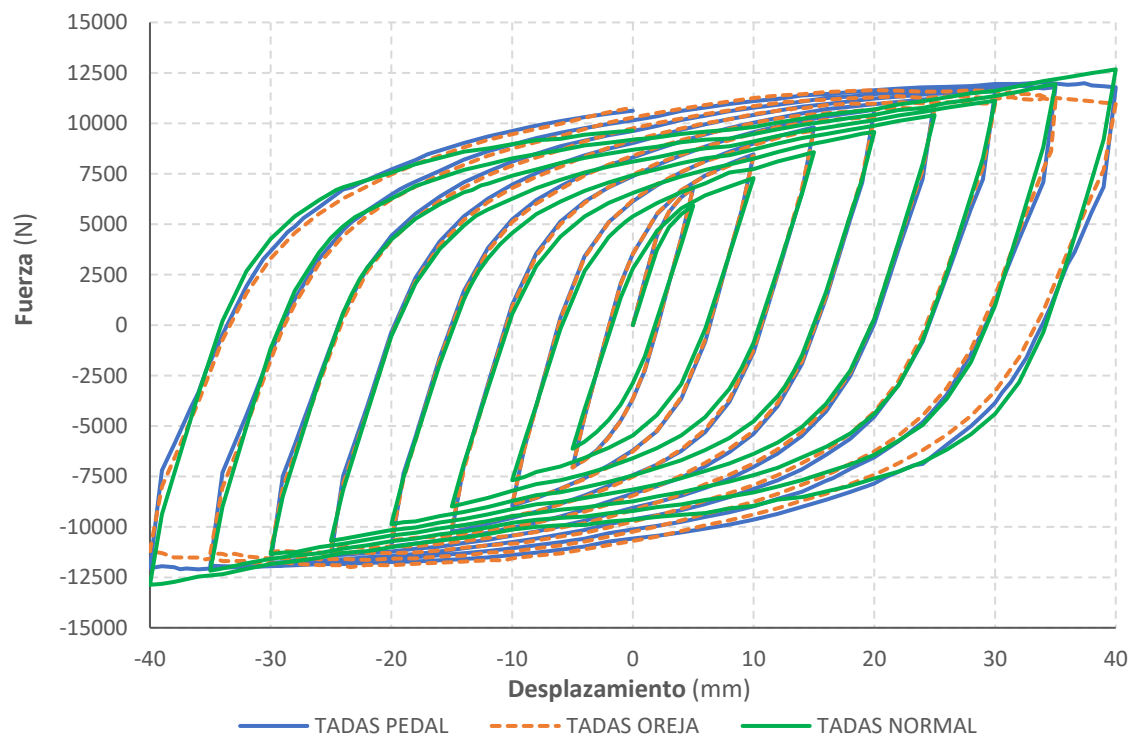


Figura V-1 Comparación histéresis F-D tres tipos de Tadas, fricción $\mu = 0.20$

Los resultados considerando fricción muestran un comportamiento similar entre Tadas-Pedal y Tadas-Oreja, excepto por una mayor fuerza alcanzada por el Tadas-Pedal debido a que existe mayor superficie de contacto ante la fricción. Además, a partir de cierto desplazamiento, se evidencia el endurecimiento del modelo Tadas-Normal mientras que los modelos Tadas-Pedal y Tadas-Oreja se van ablandando con forme crece el desplazamiento.

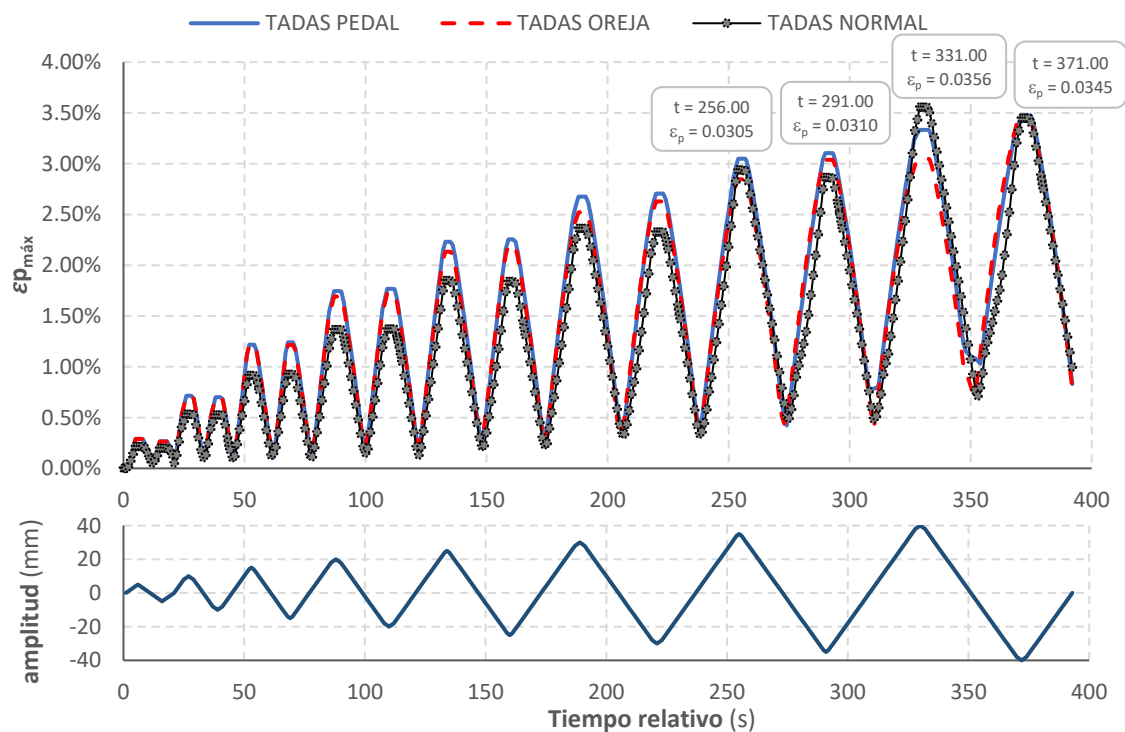


Figura V-2 Máximas deformaciones plásticas $\varepsilon_{p_{m\acute{a}x}}$ con fricción $\mu = 0.20$

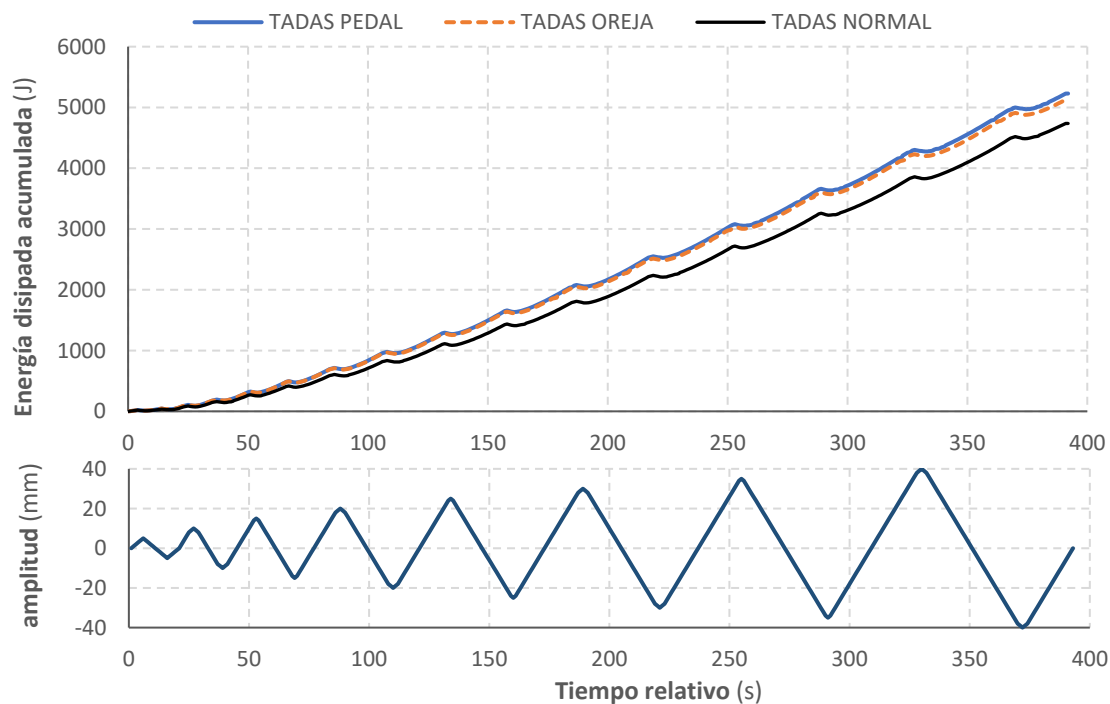


Figura V-3 Comparación energía disipada caso con fricción $\mu = 0.20$

En la figura V-2 se observa que las $\varepsilon p_{m\acute{a}x}$ del modelo Tadas-Pedal supera ligeramente al Tadas-Oreja debido a la mayor fuerza de fricción, y juntos tienen mayores $\varepsilon p_{m\acute{a}x}$ desde los primeros ciclos y son superados por el modelo Tadas-Normal en los ciclos de mayor desplazamiento, siendo el modelo Tadas-Normal el que alcanza mayores $\varepsilon p_{m\acute{a}x}$.

En la figura V-3, la energía disipada entre T-Pedal y T-Oreja son muy parecidas y ligeramente mayor el dispositivo Tadas-Pedal por mayor fuerza de fricción; sin embargo, al comparar estos con el Tadas-Normal, a pesar de que el Tadas-Normal alcanza mayor fuerza, los disipadores Tadas-Pedal y Tadas-Oreja tienen ciclos más estables en fuerza desde el principio, aprovechando mejor la fuerza para disipar mayor energía.

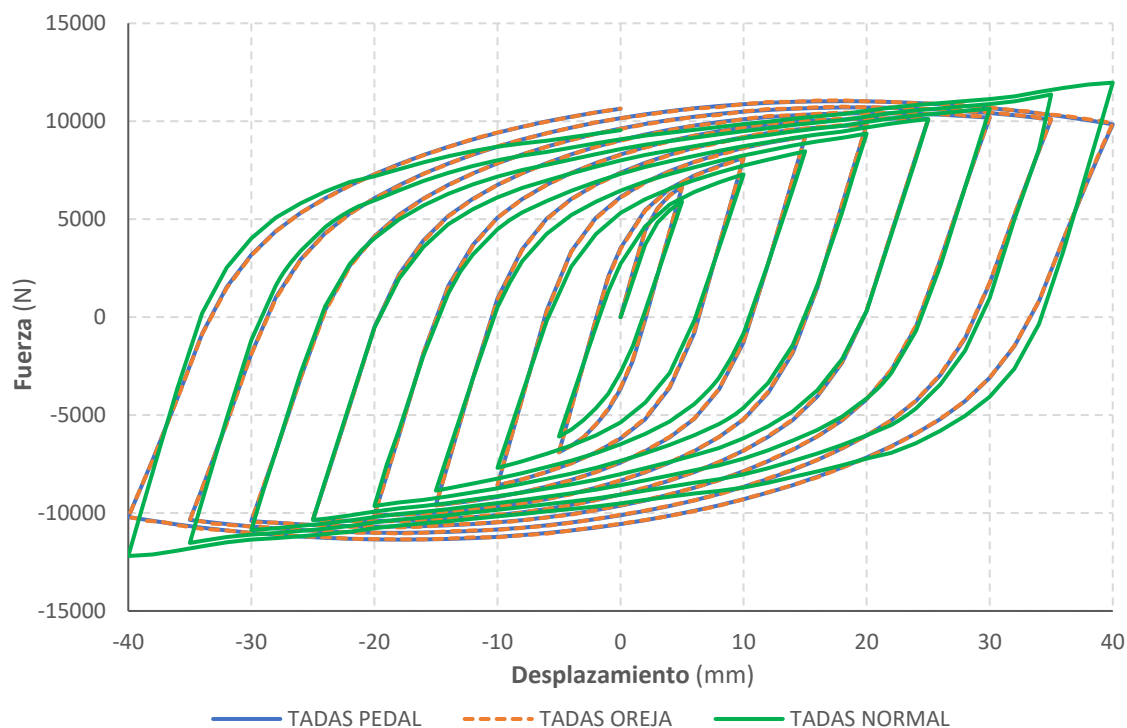


Figura V-4 Comparación histéresis F-D tres tipos de Tadas, sin fricción

En la figura V-4 en ausencia de fricción, se confirma que el comportamiento histerético del Tadas-Pedal y Tadas-Oreja es el mismo; y que estos tienen ciclos con mayor fuerza (mayor rigidez) que el Tadas-Normal desde el inicio, yendo ambos de más a menos en fuerza mientras que el Tadas-Normal de menos a más en fuerza y rigidez.

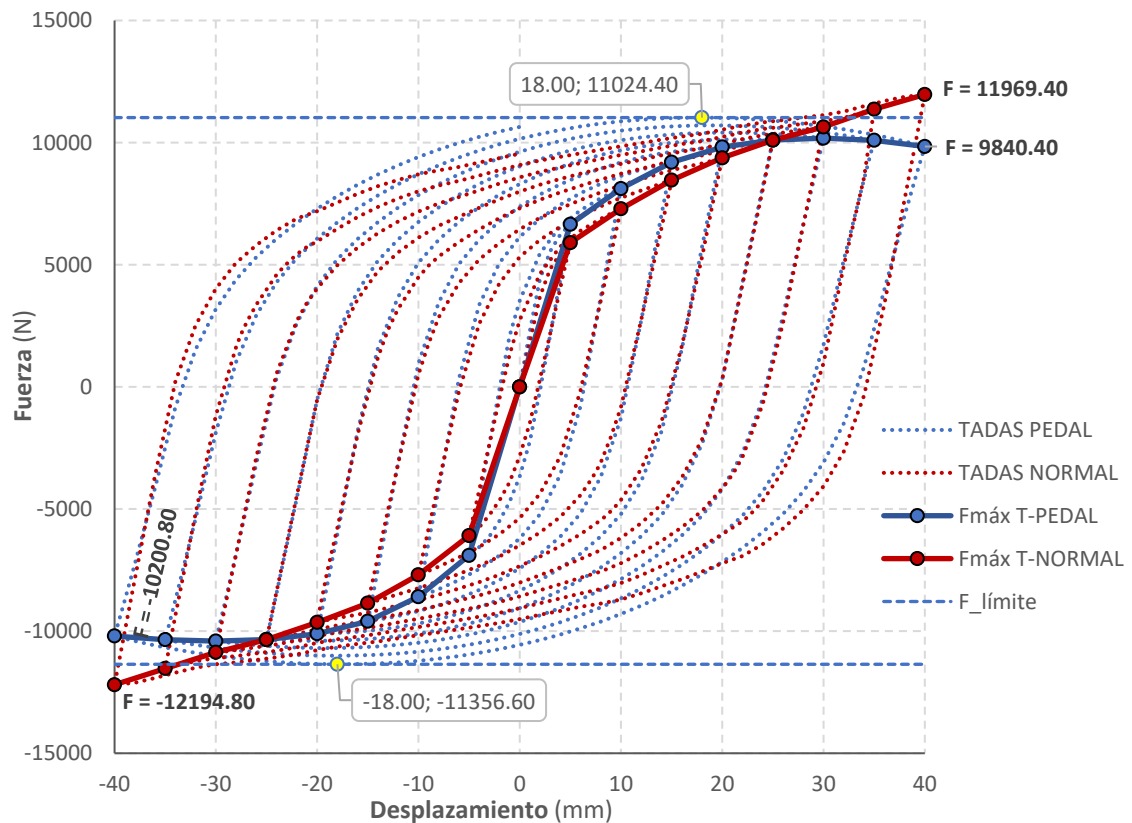


Figura V-5 Comparación endurecimiento de T-Normal y ablandamiento T-Pedal

En la figura V-5, se compara las curvas de las máximas fuerzas alcanzadas por el Tadas-Pedal y el Tadas-Normal, y es evidente que el T-Pedal (y T-Oreja) empieza con mayores fuerzas superando al T-Normal en los primeros ciclos hasta alcanzar un umbral de fuerza máxima debido al ablandamiento cinemático y decaer ligeramente, mientras que el T-Normal empieza con menores fuerzas máximas incrementando estas casi linealmente hasta alcanzar las fuerzas del T-Pedal aproximadamente a los 25mm y superarlas en los últimos ciclos.

Las figuras V-6 y V-7 en ausencia de fricción, refuerzan que el T-Pedal y T-Oreja comparten en esencia el mismo comportamiento, superando en $\varepsilon p_{máx}$ al T-Normal en los primeros ciclos, siendo alcanzados y superados por este en los últimos ciclos, donde nuevamente el Tadas-Normal termina generando mayores $\varepsilon p_{máx}$, mientras que la figura V-7 ratifica que la mayor energía disipada es por los Tadas-Pedal y Tadas-Oreja.

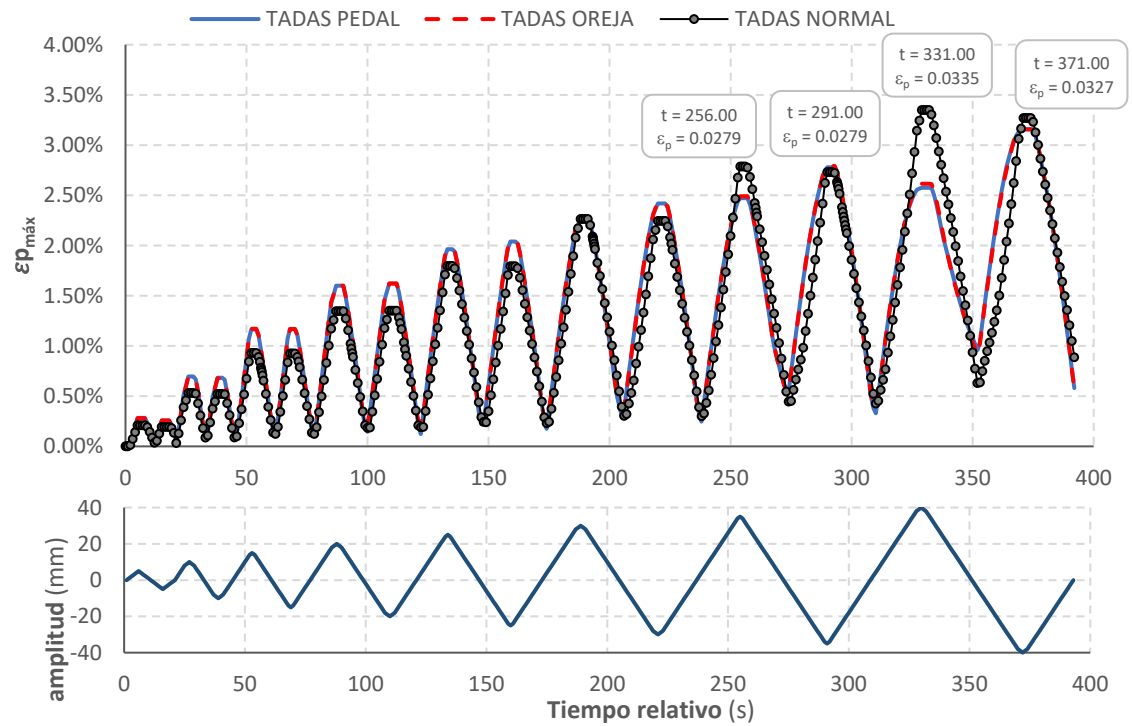


Figura V-6 Máximas deformaciones plásticas $\varepsilon_{p_{máx}}$ caso sin fricción

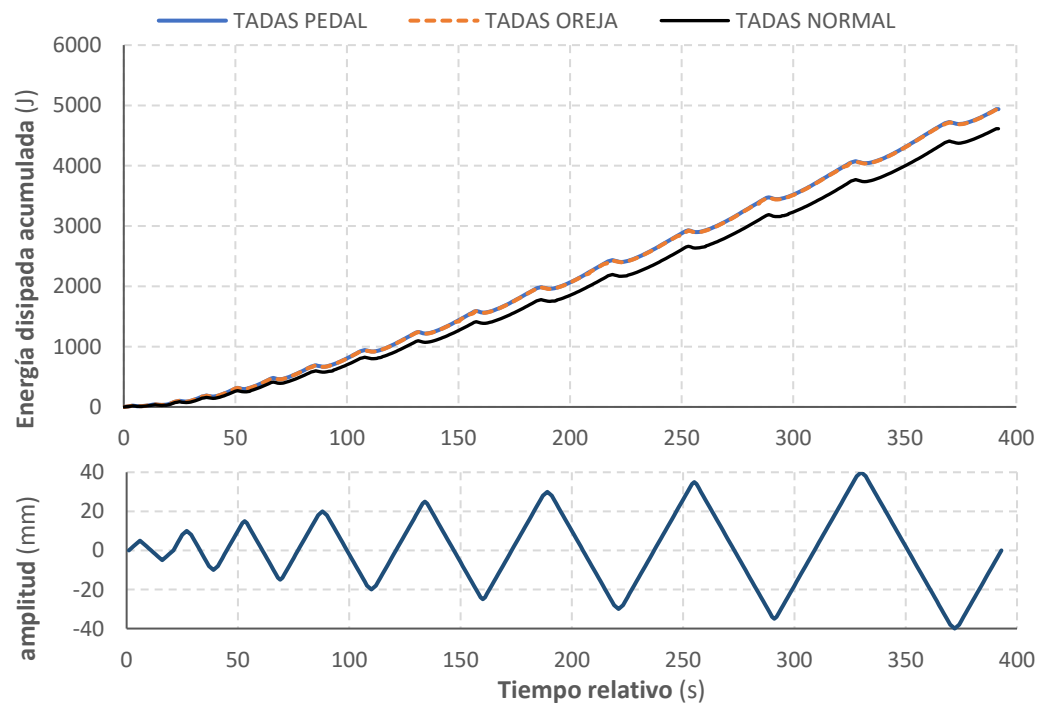


Figura V-7 Comparación energía disipada, caso sin fricción

V.1.2 deformaciones plásticas locales

Se muestra solo la mitad de la placa triangular del dissipador, ya que en la simulación se usó propiedad de simetría, y solo los casos sin fricción de los 3 tipos de Tadas. Se presentan para $t = 371$ y $t = 331$; aún si el step es diferente, pero equivale al mismo tiempo relativo.

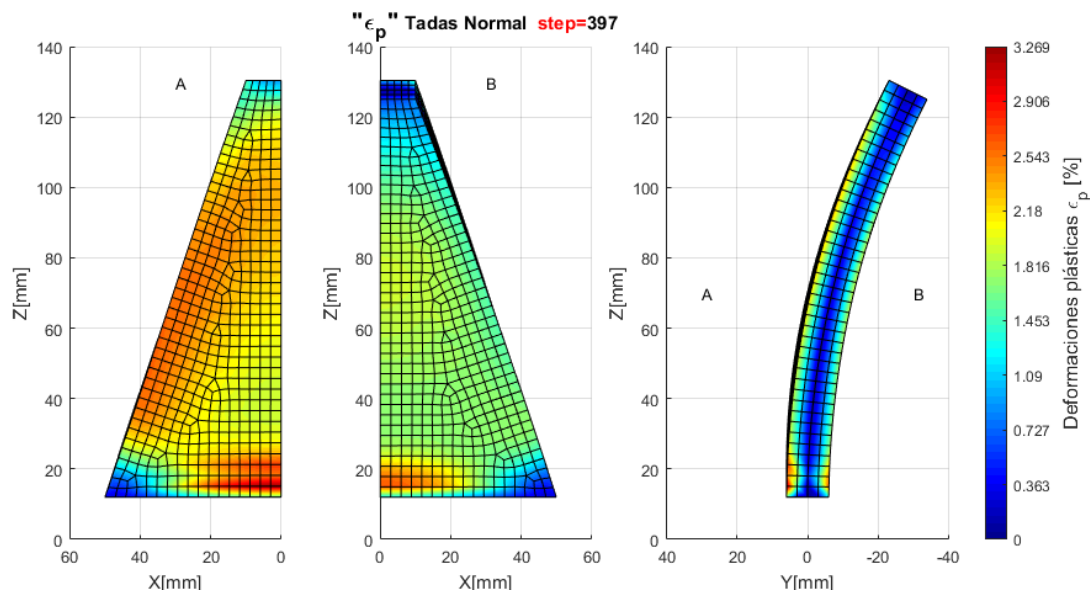


Figura V-8 Deformaciones plásticas en Tadas-Normal para $t = 371$

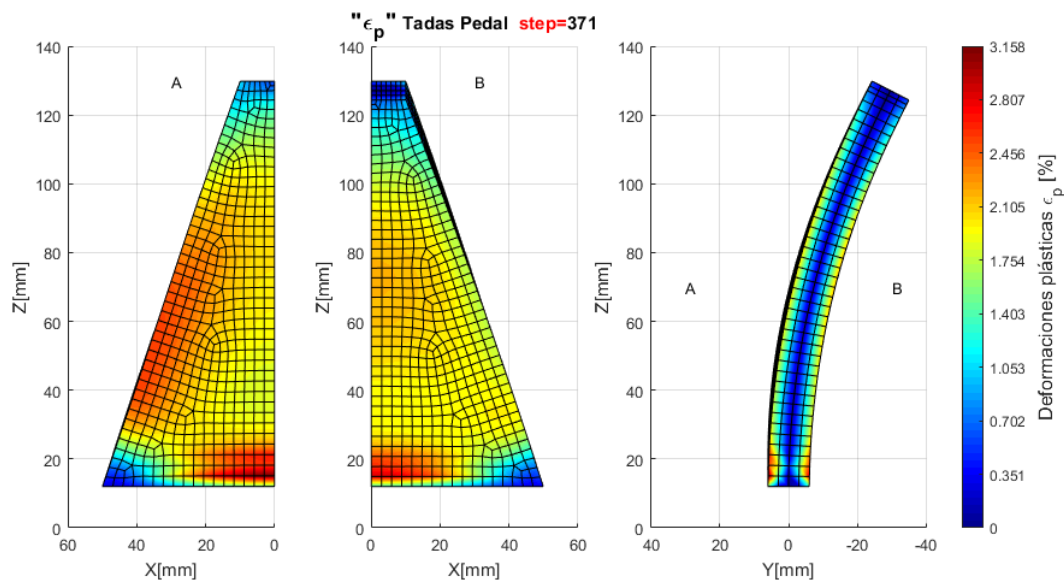


Figura V-9 Deformaciones plásticas en Tadas-Pedal para $t = 371$

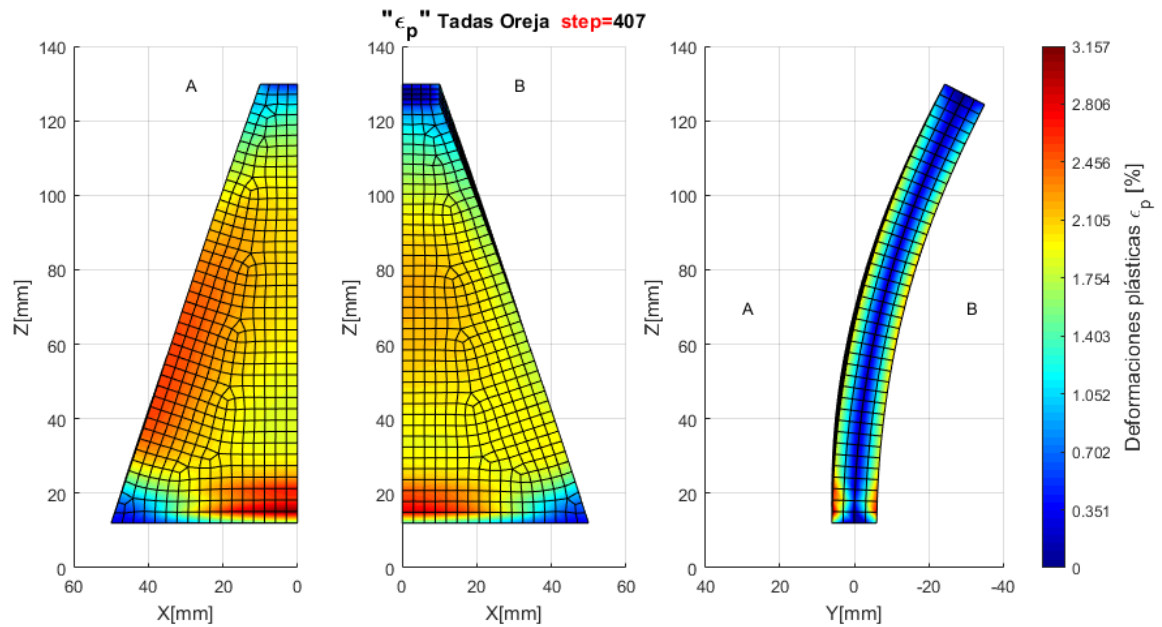


Figura V-10 Deformaciones plásticas en Tadas-Oreja para $t = 371$

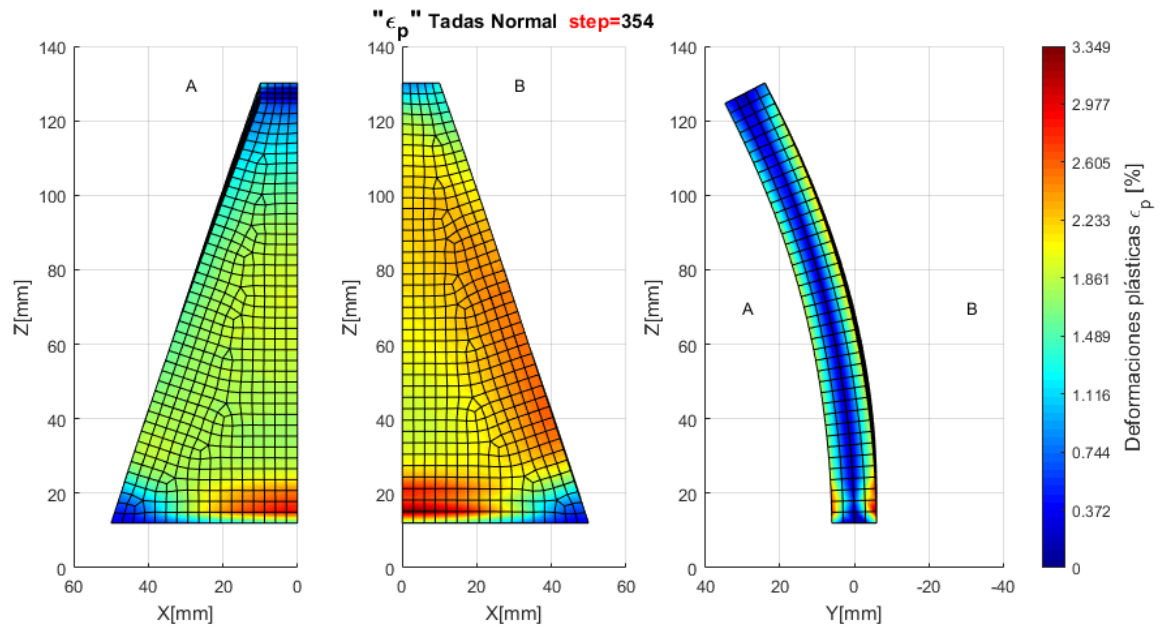


Figura V-11 Deformaciones plásticas en Tadas-Normal para $t = 331$

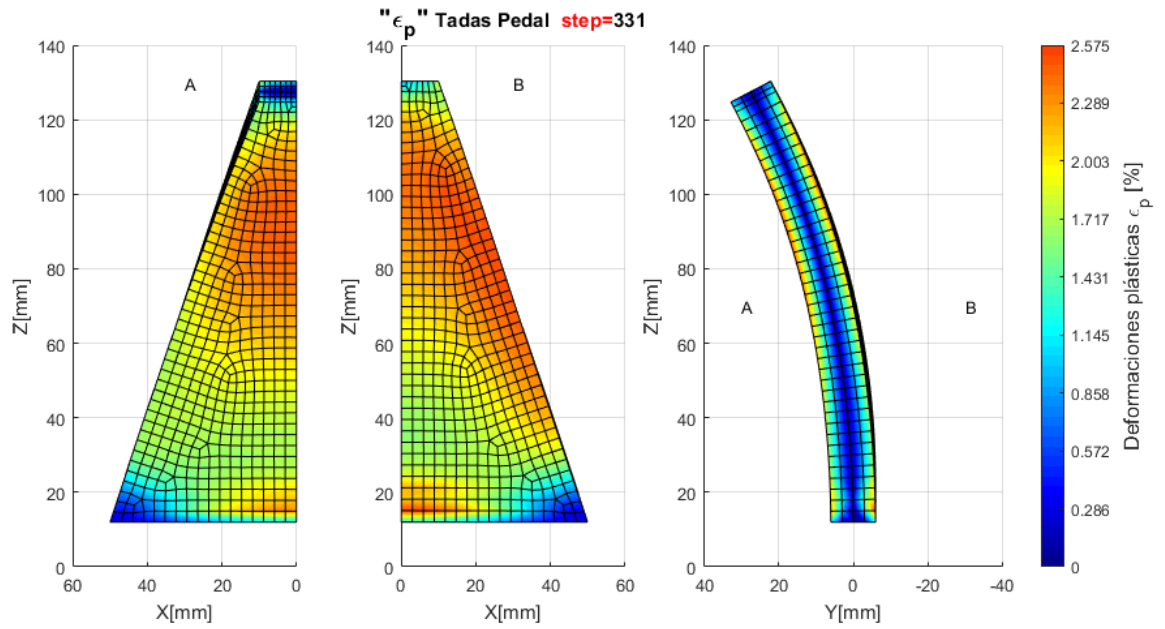


Figura V-12 Deformaciones plásticas en Tadas-Pedal para $t = 331$

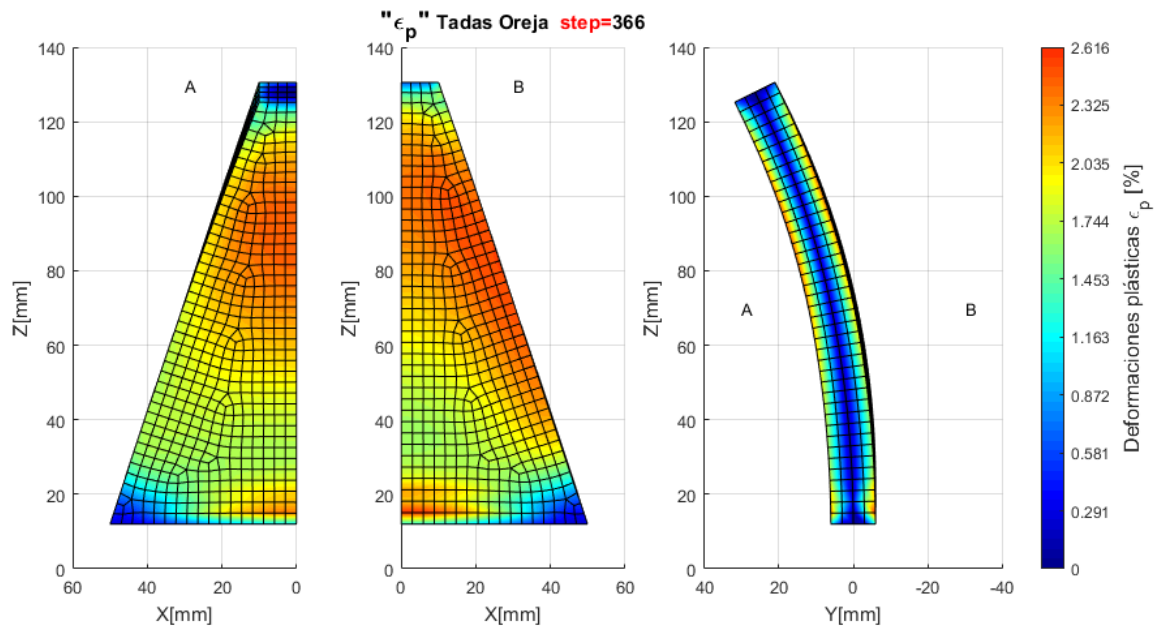


Figura V-13 Deformaciones plásticas en Tadas-Oreja para $t = 331$

Vistas las ε_p localizadas de los tres tipos analizados para los dos tiempos relativos de máximo desplazamiento ($t = 371$ y $t = 331$), se puede comentar lo siguiente.

En el dispositivo Tadas-Normal se evidencia que en cada instante de máximo desplazamiento, la mayoría de las deformaciones plásticas se concentran en la cara a tracción mientras que en los dispositivos Tadas-Pedal y Tadas-Oreja se distribuyen de forma más equitativa en la cara en tracción como en la cara en compresión. Esto explica por qué los dispositivos Tadas-Pedal y Tadas-Oreja disipan mayor energía a pesar de tener menores deformaciones plásticas máximas $\varepsilon_{p_{máx}}$ y es que en el Tadas-Normal al tener deformaciones concentradas más en una cara por cada amplitud de ciclo alcanzada, la placa está trabajando menos eficiente que al realizar trabajo plástico con ambas caras concentradas similarmente.

Tabla V-1 Diferencia en cantidad de ε_p que toma cada lado de la placa disipadora

Porcentaje de deformaciones plásticas ε_p (del total de Lado A + Lado B) por cada lado				
instante	dispositivo	Lado A (%)	Lado B (%)	Diferencia (%)
t = 371	Tadas-Normal	57	43	14
	Tadas-Pedal	52	48	4
	Tadas-Oreja	52	48	4
t = 331	Tadas-Normal	44	56	12
	Tadas-Pedal	49	51	2
	Tadas-Oreja	49	51	2

Para cuantificar esta descompensación en ε_p de cada lado, se sumaron las deformaciones de todos los puntos y solo de ambas caras, y se evaluó el porcentaje de ese total que se distribuye en cada lado. Mientras que en los dispositivos Tadas-Pedal y Tadas-Oreja existen descompensaciones del total de ε_p de un 4% y 2%, en el dispositivo Tadas-Normal existe descompensaciones de 14% y 12% lo cual indica una menor eficiencia pudiendo generar deformaciones concentradas más altas en el lado con más ε_p .

Esta mayor acumulación de ε_p en el lado de tracción en el Tadas-Normal se puede explicar con los esfuerzos de tracción adicionales que se generan en las “cargas de ida” producto de su propia cinemática, lo que incrementa las deformaciones en la cara de tracción y las disminuye en las de compresión.

V.1.3 Distribución de deformaciones plásticas

Se hace un breve análisis de la distribución de las deformaciones plásticas en todo el volumen de la mitad de la placa disipadora y luego en los dos lados de la placa que son las zonas donde hay mayor concentración de deformaciones plásticas. Esto solo para el instante de desplazamiento máximo $t = 371$.

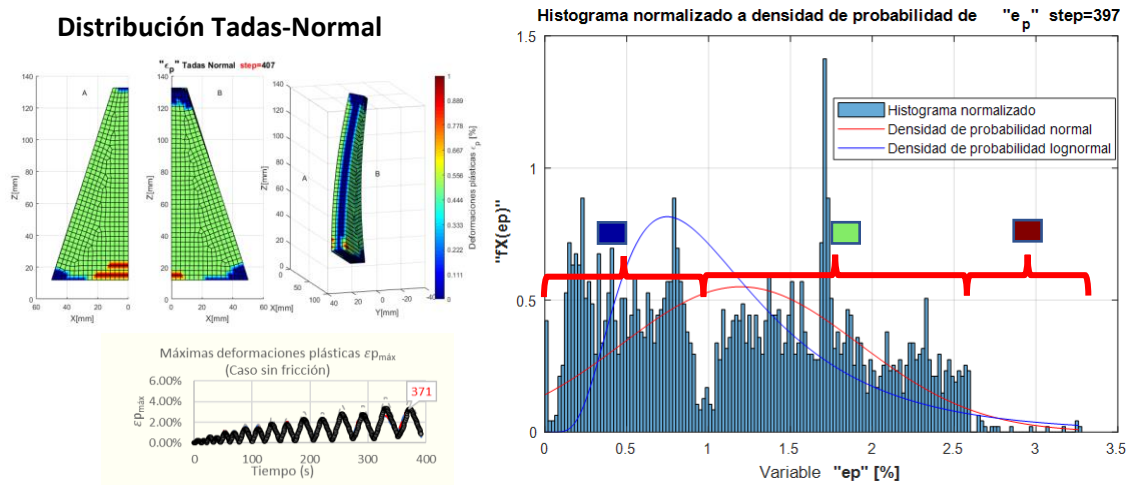


Figura V-14 Distribución de ϵ_p en toda la placa de Tadas-Normal para $t = 371$

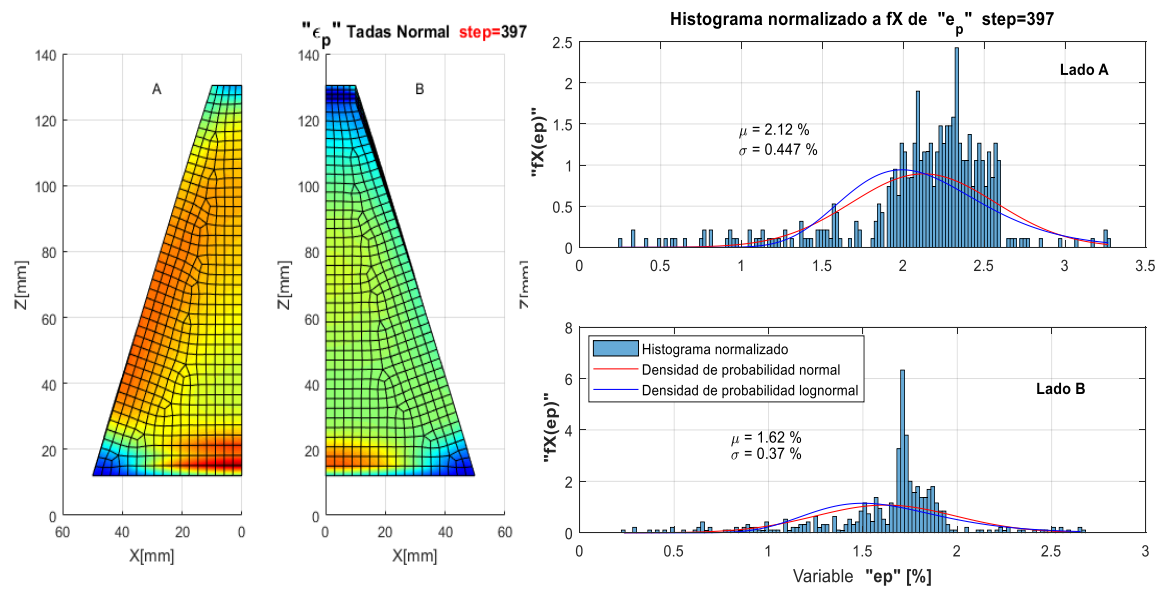


Figura V-15 Distribución de ϵ_p solo en los lados de Tadas-Normal para $t = 371$

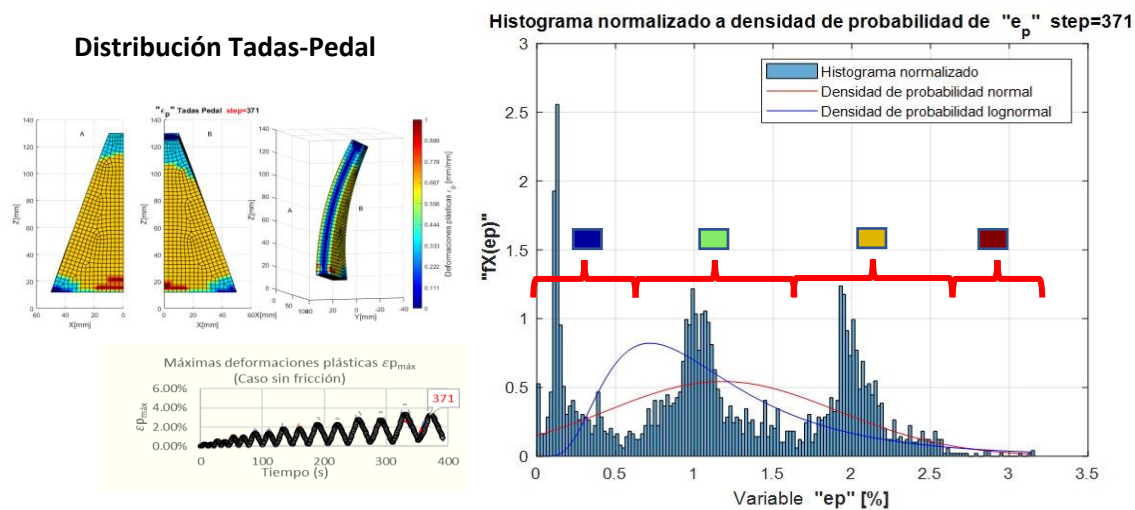


Figura V-16 Distribución de ϵ_p en toda la placa de Tadas-Pedal para $t = 371$

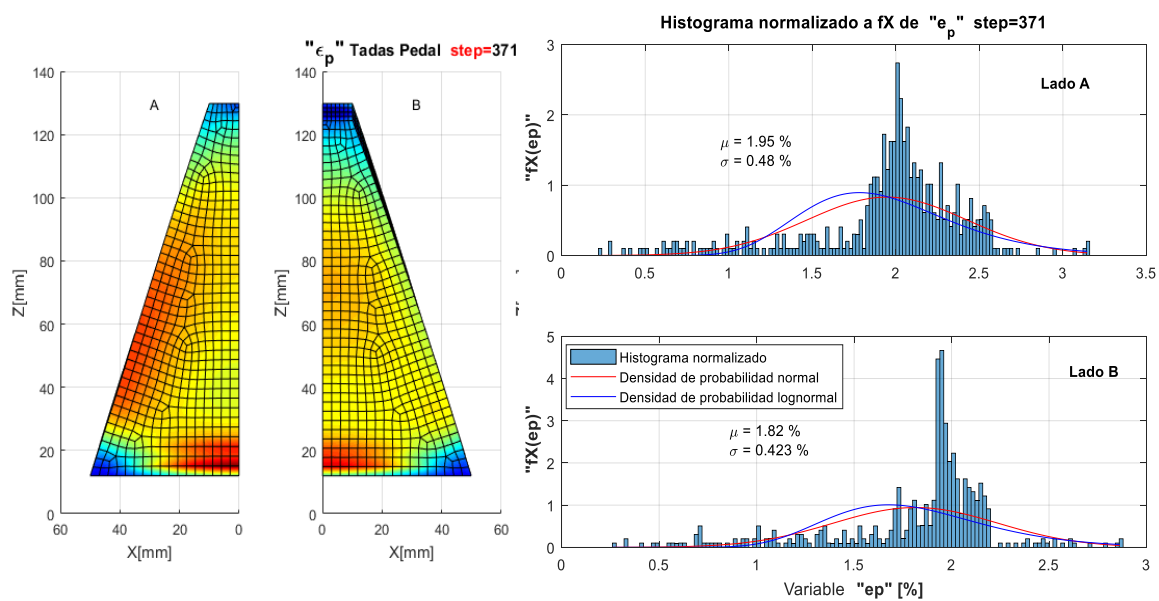
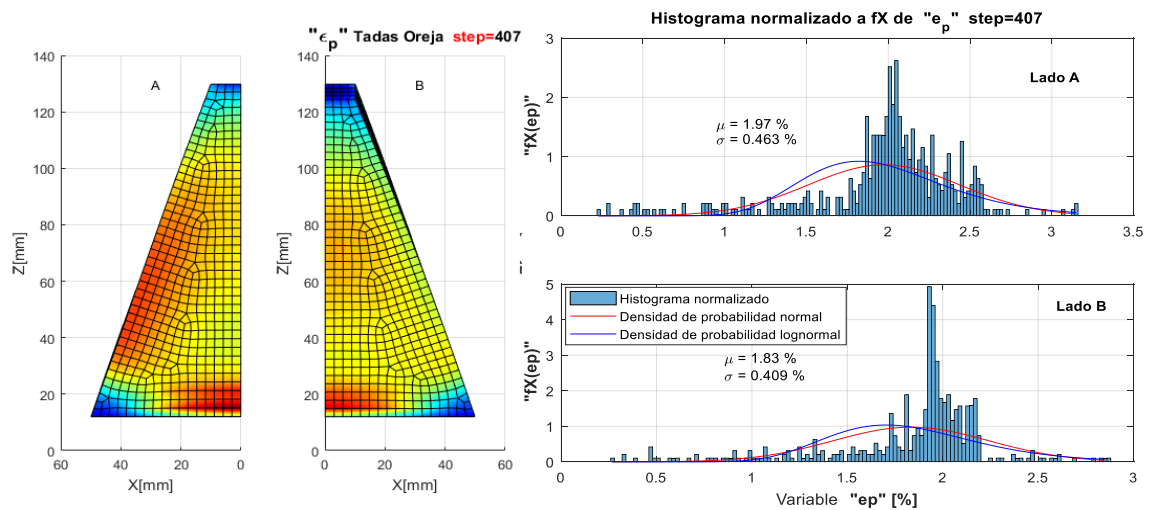
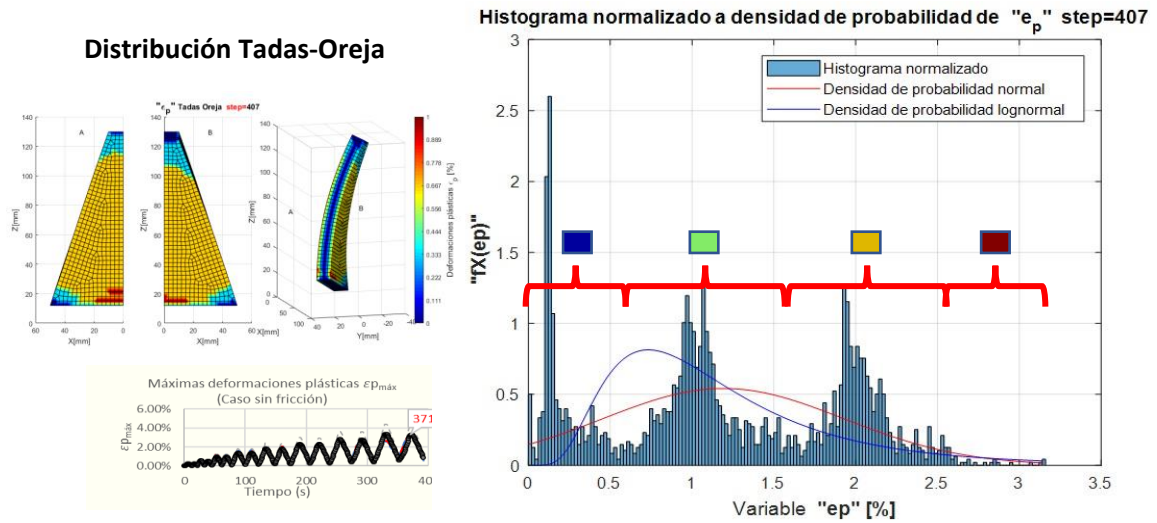


Figura V-17 Distribución de ϵ_p solo en los lados Tadas-Pedal para $t = 371$



Haciendo análisis estadístico de la distribución de las magnitudes de ε_p sobre toda la placa y luego solo sobre sus lados, se puede observar primero una distribución muy marcada de 4 sectores en toda la placa de Tadas-Pedal y Tadas-Oreja, el color ■: ε_p **máx**, ■: ε_p **grande** que está en casi toda la capa exterior, ■: ε_p **intermedio** que es la capa debajo de la exterior y ■: ε_p **pequeño** que es prácticamente la capa central. Sin embargo, en el Tadas-Pedal el ε_p grande e intermedio pierden estas marcadas distribuciones por capas, que son propias del comportamiento a flexión, debido a fuerzas generadas por la cinemática del dispositivo.

V.1.4 Deformaciones plásticas acumuladas

Se muestran las deformaciones plásticas acumuladas que es la integral $\int_{t_0}^{t_f} \overrightarrow{\epsilon_p} dt$, es decir la suma de las variaciones de ϵ_p vectorialmente en caso de estar expresado en deformaciones principales.

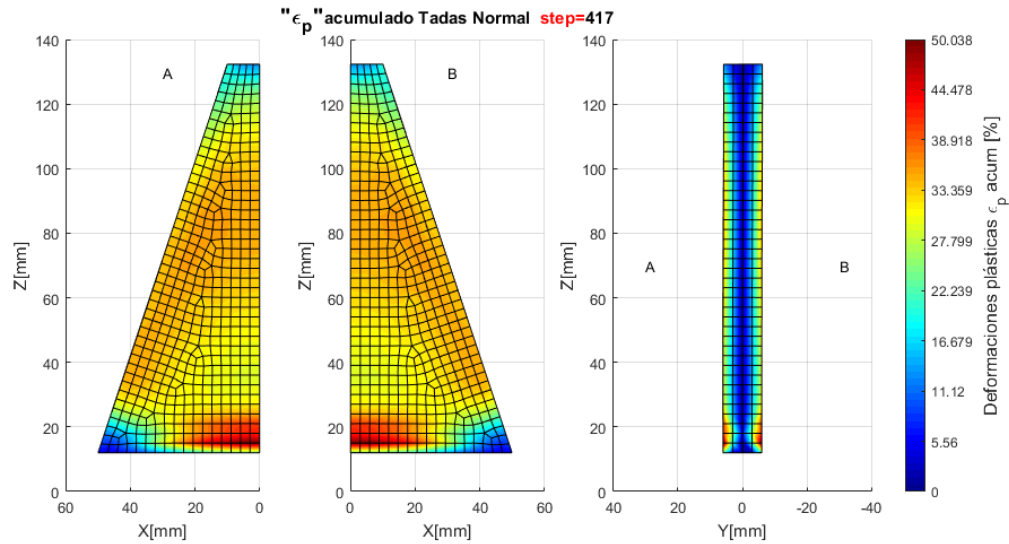


Figura V-20 Deformaciones plásticas acumuladas ϵ_p en lados A y B de Tadas-Normal

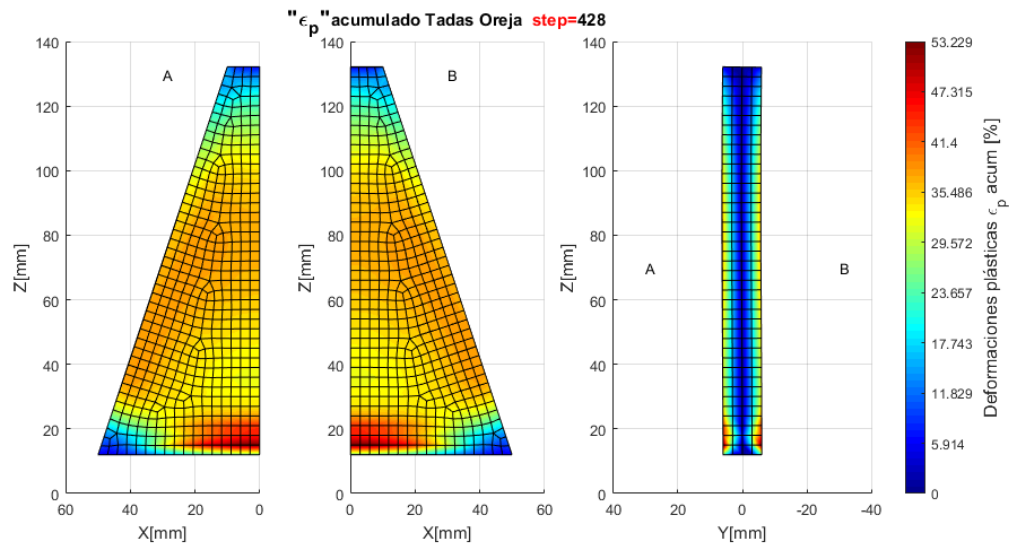


Figura V-21 Deformaciones plásticas acumuladas ϵ_p en lados A y B de Tadas-Oreja

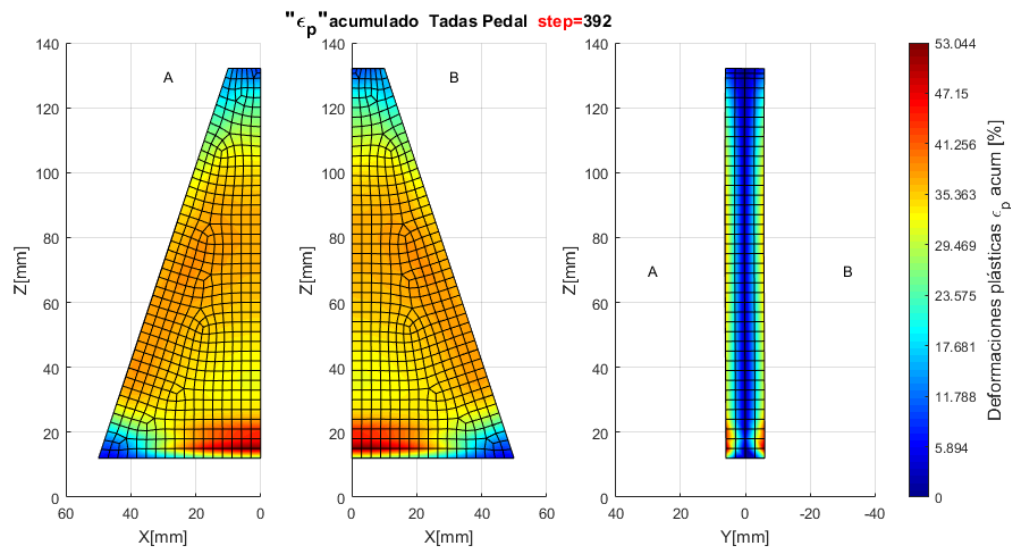


Figura V-22 Deformaciones plásticas acumuladas ϵ_p en lados A y B de Tadas-Pedal

Se puede observar que sumando las ϵ_p durante toda la histéresis en cada punto, los dispositivos Tadas-Pedal y Tadas-Oreja manifiestan mayor ϵ_p acumulado, 53% contra 50% del disipador Tadas-Normal (similar relación se observó en el trabajo plástico realizado localmente), lo cual es razonable ya que el Tadas-Pedal y Tadas-Oreja disipan más energía, que quiere decir mayor trabajo plástico lo cual se refleja en mayores deformaciones plásticas; la diferencia observada fue que estas ϵ_p están mejor distribuidas que en el Tadas-Normal, generando peaks de ϵ_p de menor magnitud.

V.2 Cambio de ancho de base Tadas-Pedal y Normal $\mu = 0$

V.2.1 Resultados globales

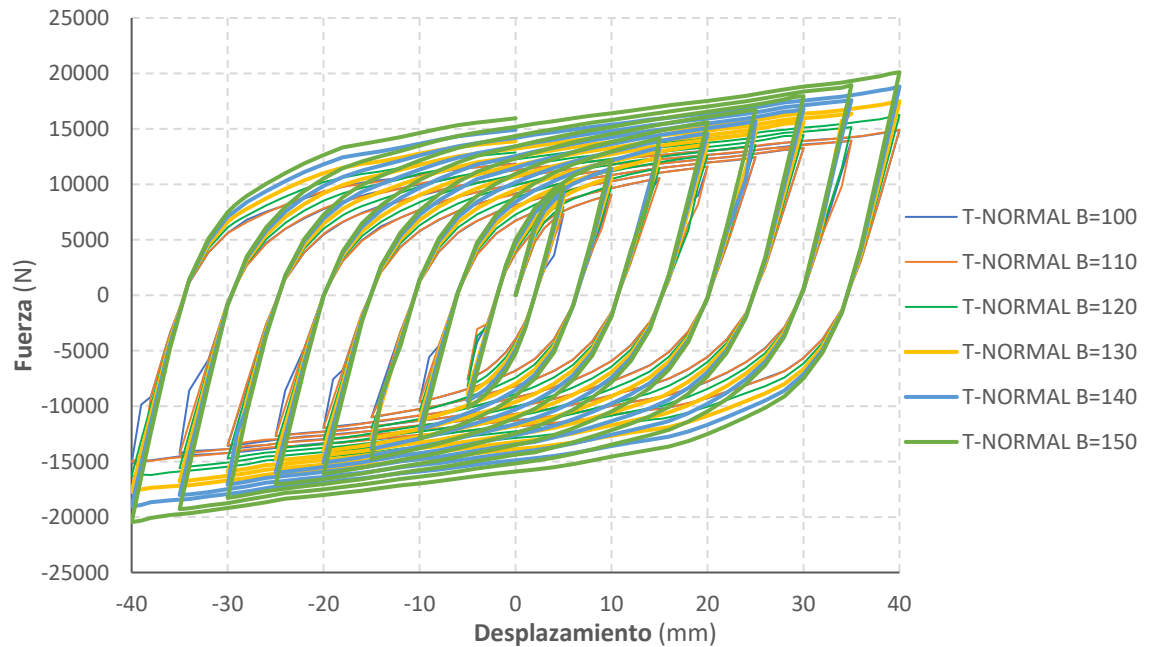


Figura V-23 Histéresis F-D de Tadas-Normal sin fricción para anchos de base “B”

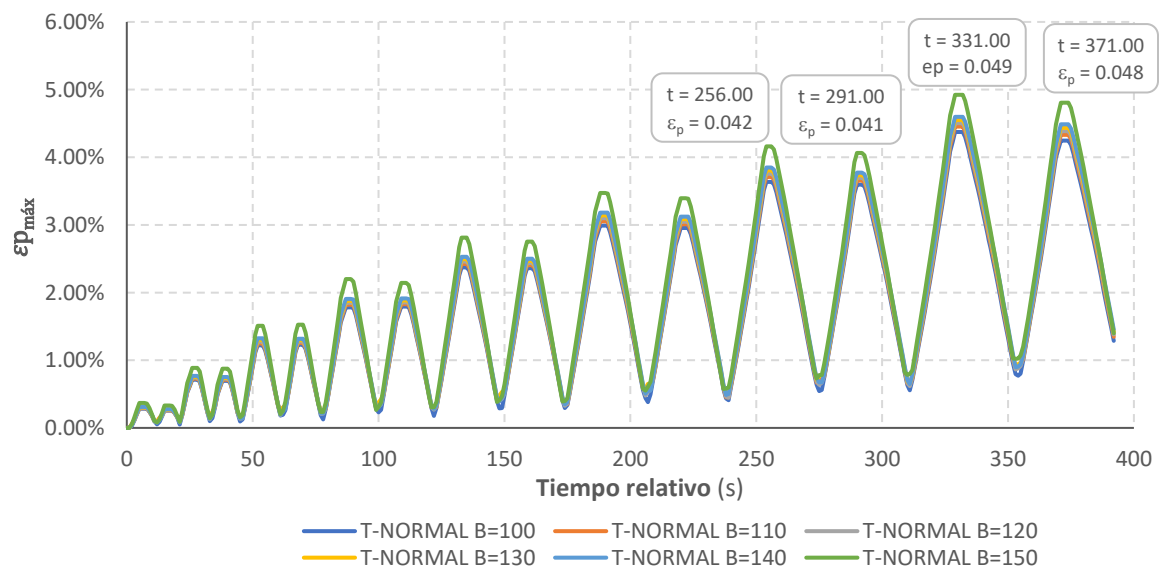


Figura V-24 Máximas ε_p en Tadas-Normal sin fricción, para anchos de base “B”

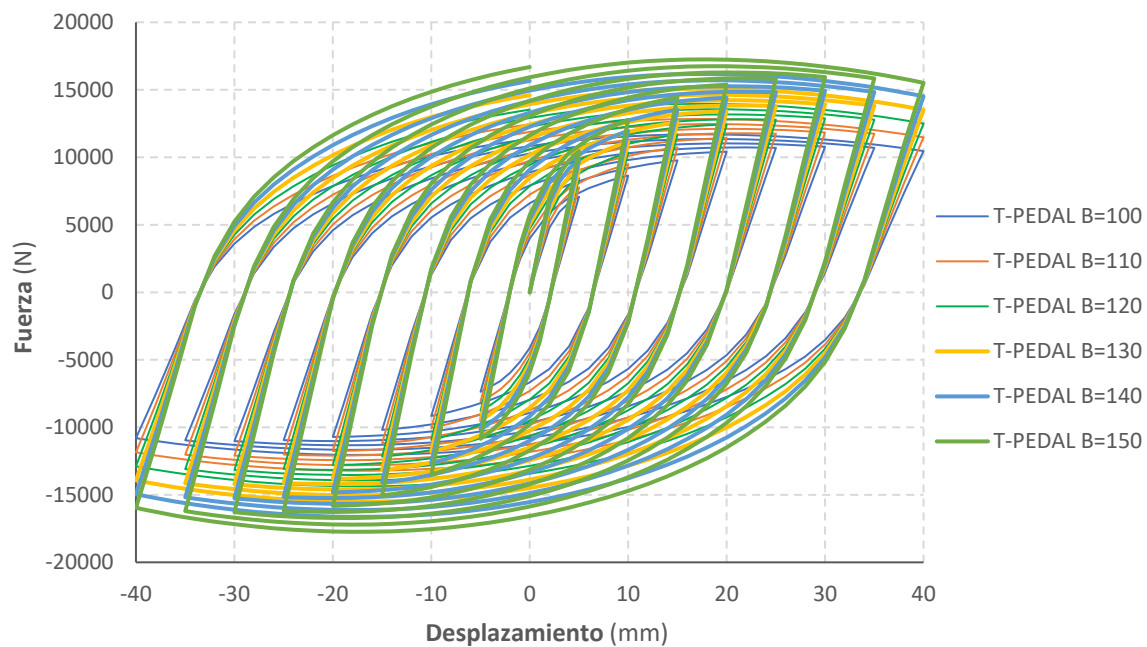


Figura V-25 Histéresis F-D de Tadas-Pedal sin fricción para anchos de base “B”

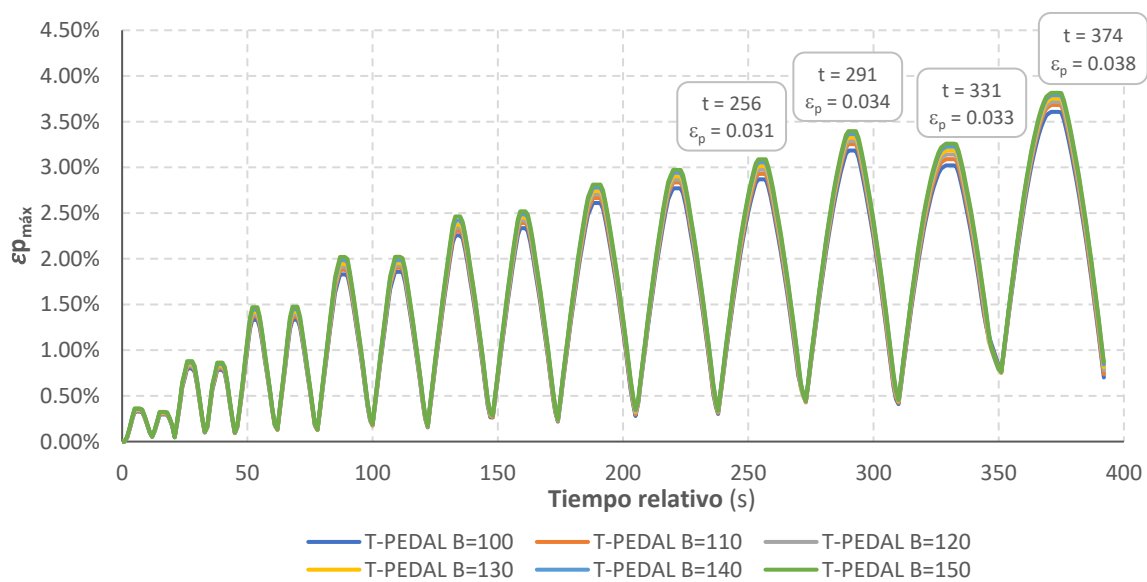


Figura V-26 Máximas ε_p en Tadas-Pedal sin fricción, para anchos de base “B”

V.2.2 Deformaciones plásticas locales

Visto que se tienen simulados muchos modelos de cambio de base para mostrar a detalle, solo se mostrarán a detalle $B=100$, $B=130$ y $B=150$, en ambos lados (lado A arriba).

Además, estos están referidos solo a los dos instantes con mayores desplazamientos, indicando el valor y la posición del ϵ_p máximo, así también las figuras en 3D indican si se trata del lado en compresión o tracción.

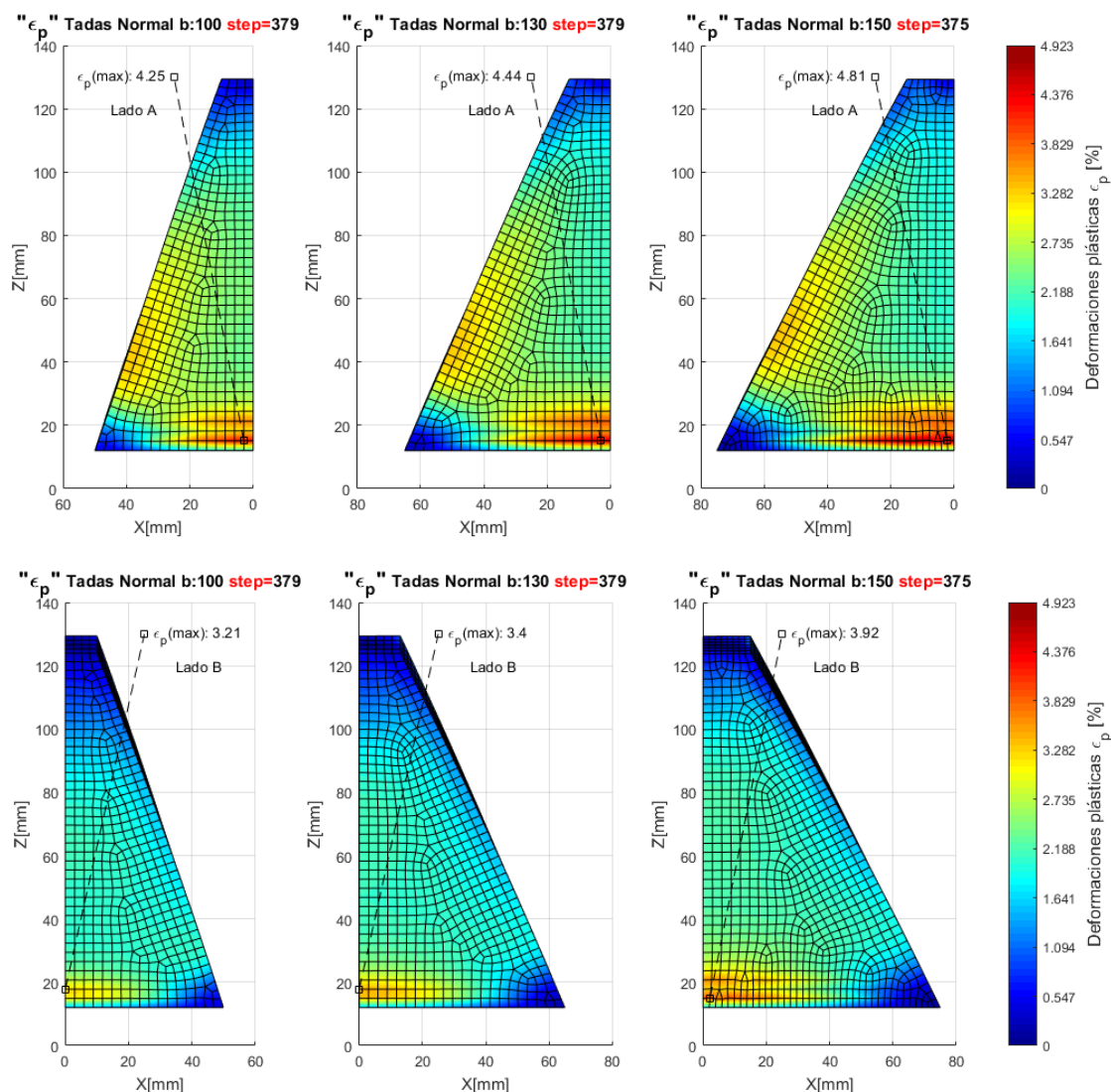


Figura V-27 Deformaciones plásticas T-Normal, $\mu = 0$, anchos de base “B”, $t = 371$

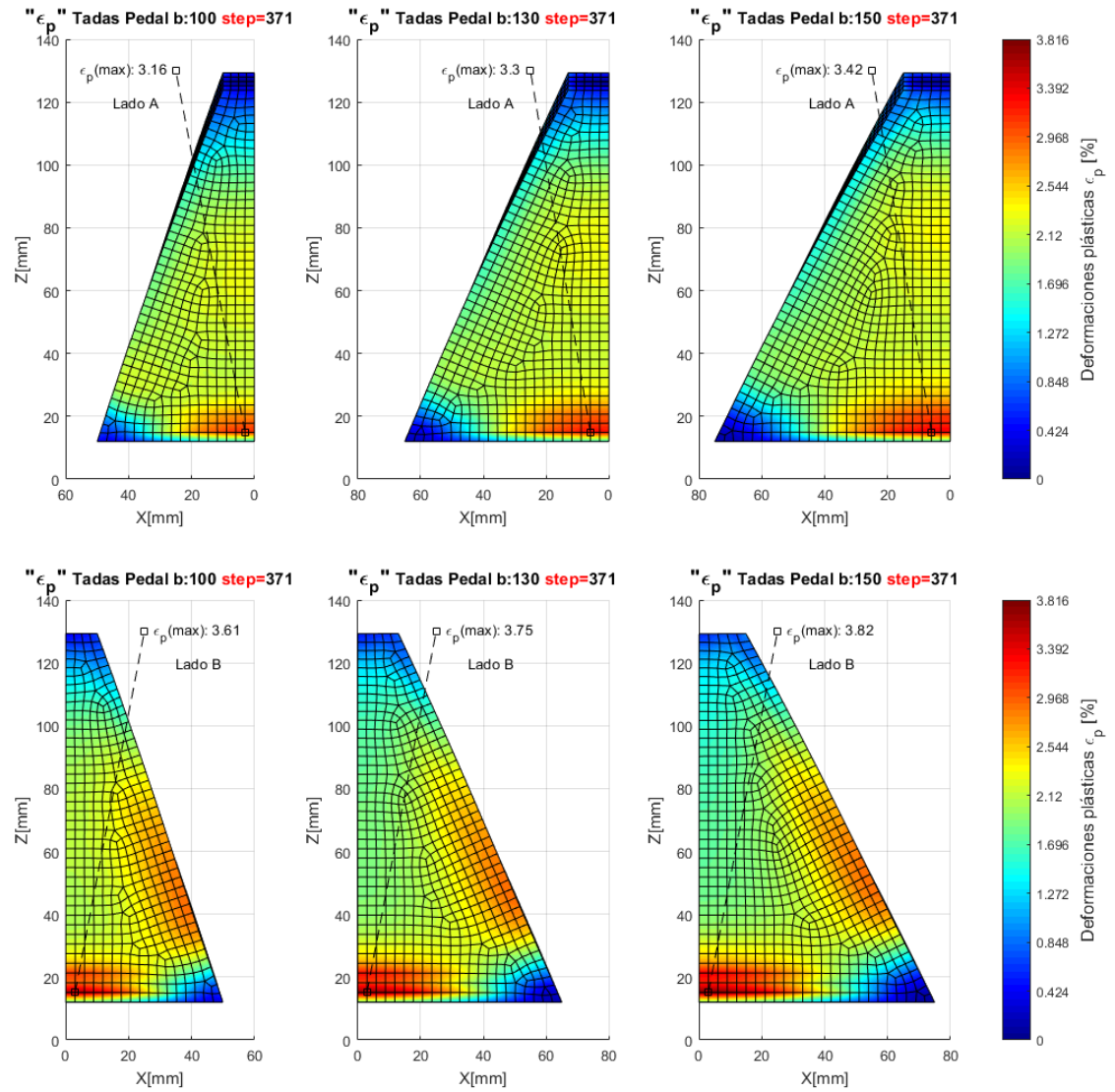


Figura V-28 Deformaciones plásticas T-Pedal, $\mu = 0$, anchos de base “B”, $t = 371$

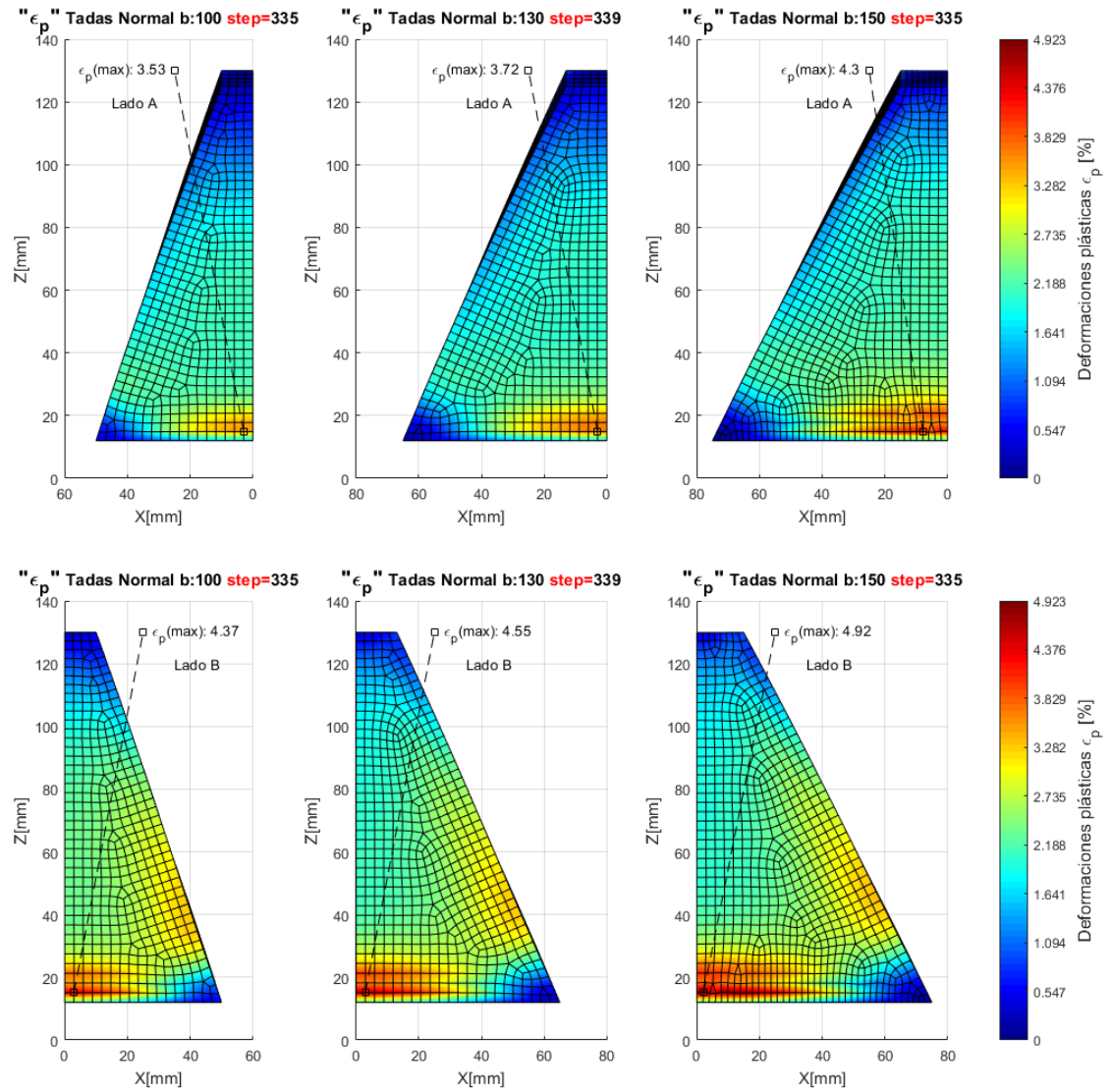


Figura V-29 Deformaciones plásticas T-Normal, $\mu = 0$, anchos de base “B”, $t = 331$

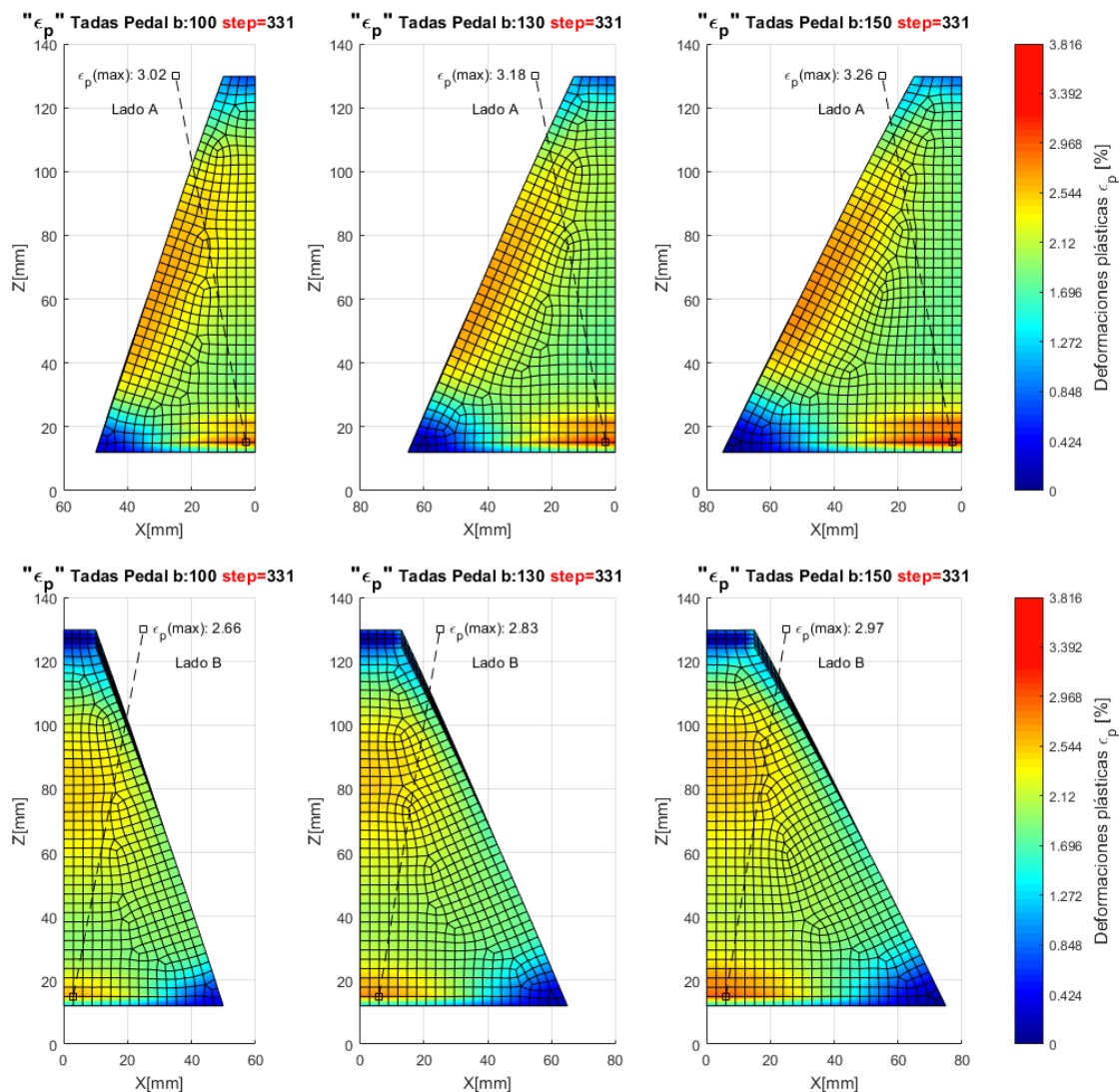


Figura V-30 Deformaciones plásticas T-Pedal, $\mu = 0$, anchos de base “B”, $t = 331$

Se puede observar que el crecimiento de la deformación plástica máxima en ambos dispositivos se da casi proporcional al incremento de la base, tanto para el Tadas-Normal como para el Tadas-Pedal. Respecto a las deformaciones plásticas localmente, las posiciones de concentración de los máximos se mantienen, con la observación de que en la zona central de la base se extienden lateralmente de forma proporcional al incremento, manteniendo una longitud de aproximadamente la mitad del ancho de base.

Nota: El cambio aparentemente mayor en el caso de B=150 en la figura V-24 es debido al mallado más fino de la placa de este modelo, por lo que no guarda proporcionalidad.

V.3 Cambio de posición inicial de fuerza de empuje en Tadas-Pedal

Tal como se especifica en el capítulo IV de simulaciones, el centro del apoyo deslizante y pivotante se ubica a 19, 14 y 9mm desde el vértice hacia adentro del triángulo que define la geometría. Se analizan los 3 casos en el instante de mayor deformación plástica de cada uno, lo cual ocurre cuando el desplazamiento horizontal es el máximo de 40mm.

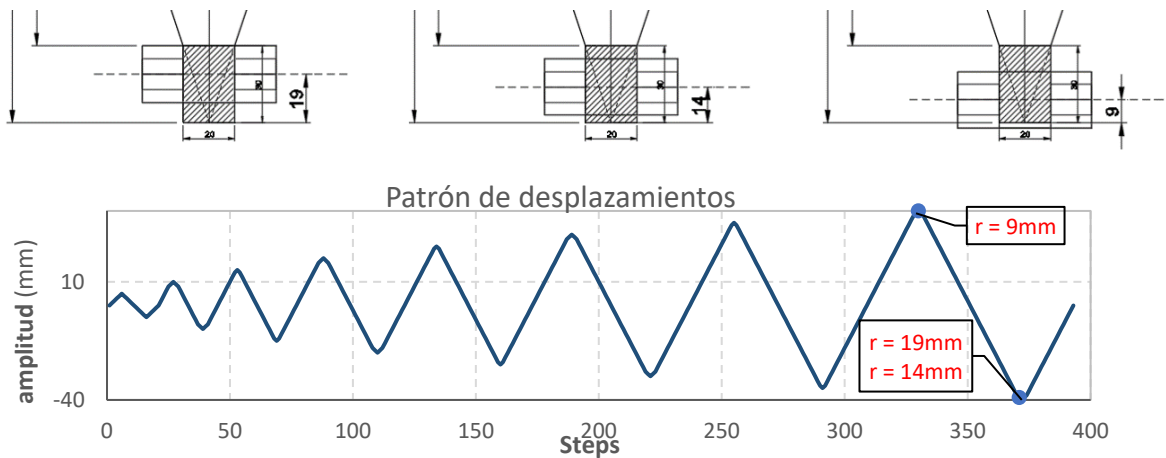


Figura V-31 Posiciones iniciales en T-Pedal y sus ϵ_p máx en patrón de desplazamientos

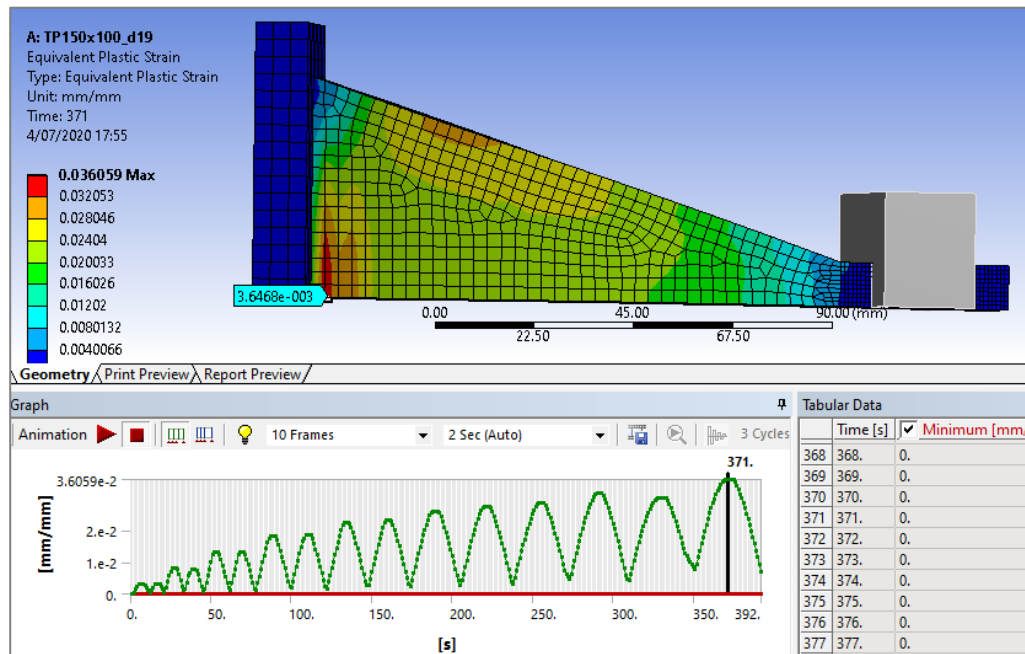


Figura V-32 Deformaciones plásticas ϵ_p para $r_0 = 19mm$ en T-Pedal

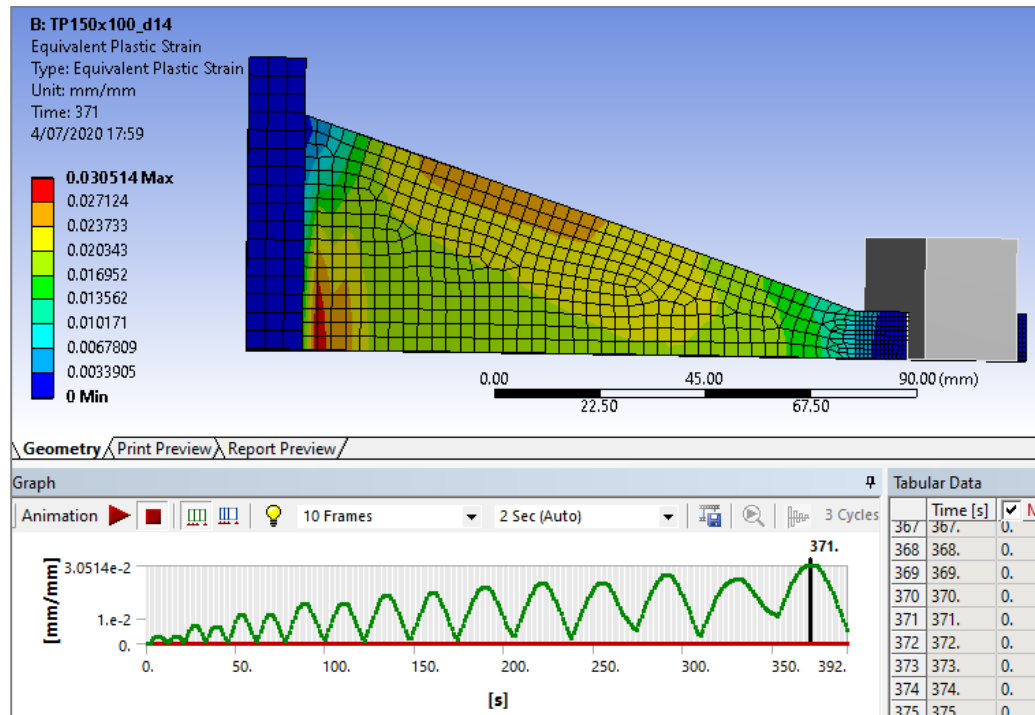


Figura V-33 Deformaciones plásticas ε_p para $r_0 = 14\text{mm}$ en T-Pedal

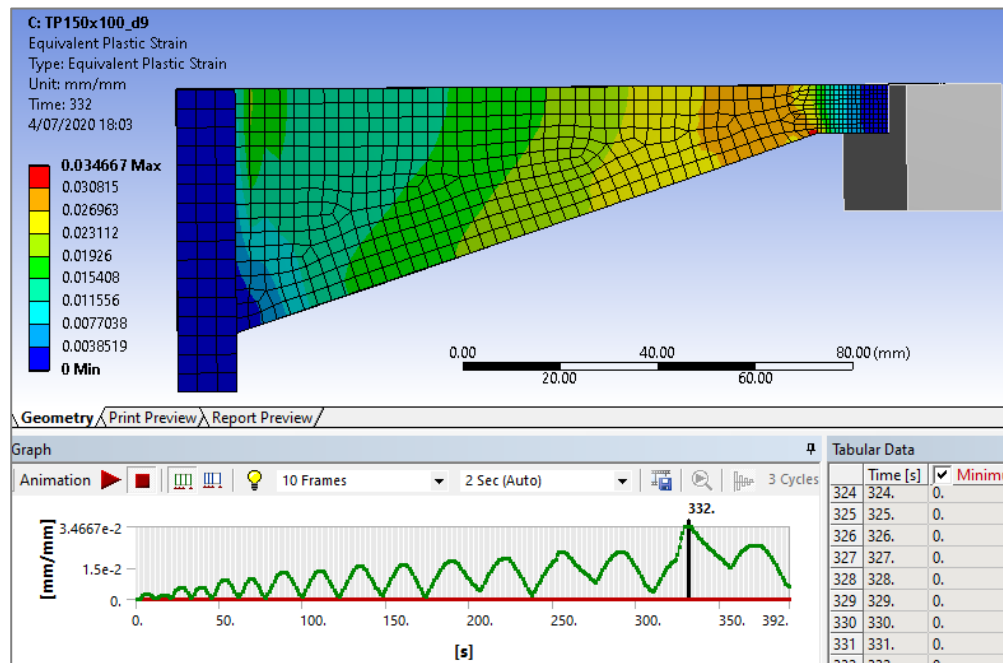


Figura V-34 Deformaciones plásticas ε_p para $r_0 = 9\text{mm}$ en T-Pedal

Al evaluar los cambios respecto al cambio de la posición de la fuerza de empuje en el disipador Tadas-Pedal, se puede observar claramente que al tener una distancia $r = 19\text{mm}$ las deformaciones máximas se concentran mucho más en la zona de la base, luego al disminuir la distancia a $r = 14\text{mm}$ y acercándonos hacia el vértice, las concentraciones de deformaciones plásticas van reduciéndose en la base y aumentando en las proximidades del centro del triángulo; luego al disminuir más aún la distancia a $r = 9\text{mm}$ y estar más cerca al vértice, las deformaciones plásticas máximas aparecen en las proximidades del apoyo libre y las de la base se reducen notablemente.

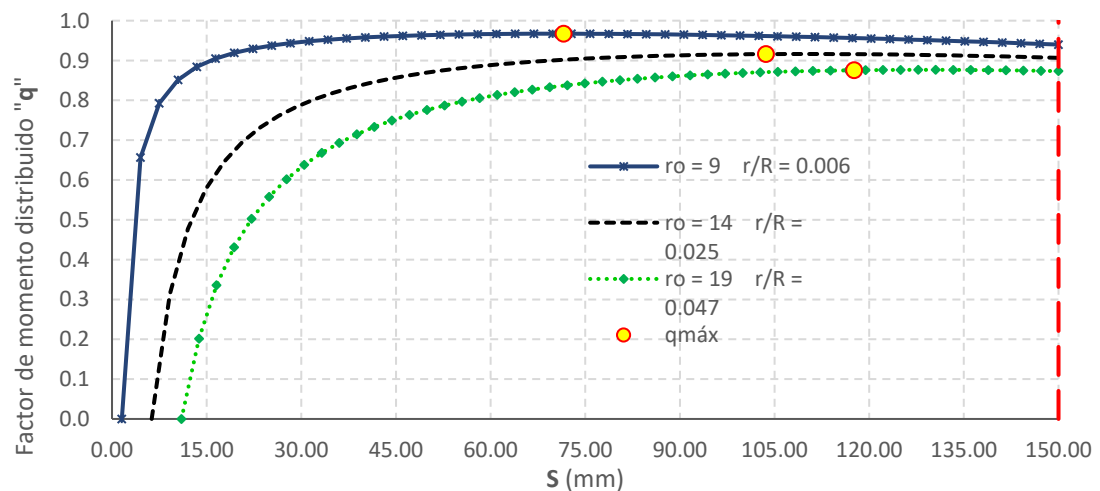


Figura V-35 Evolución de factor de momento distribuido “q” en $d_H = 40\text{mm}$

Esto tiene una justificación desde la cinemática y equilibrio del mismo dispositivo, para lo cual utilizamos el gráfico visto en el ítem IV.1.2.2.1, donde se muestra la demanda de momento distribuido (representado por el factor de momento distribuido “q”), el que se muestra para los mismos datos de la simulación y a un $d_H = 40\text{mm}$, cómo es que la máxima demanda de momento distribuido se moviliza desde la base empotrada en dirección hacia el apoyo libre donde está aplicándose la fuerza de desplazamiento, es decir que la propia cinemática y equilibrio del dispositivo predice estos cambios, y que mientras se mantenga una distancia adecuada por ejemplo que el valor máximo de “q” no pase de la mitad de la altura del dispositivo al llegar al desplazamiento máximo objetivo (definido en diseño), se puede conseguir un valor “q”, es decir una demanda de momento distribuido más uniforme y como consecuencia ayudar a tener una mejor distribución de deformaciones plásticas.

A continuación, se visualizan las deformaciones plásticas acumuladas de los 3 casos:

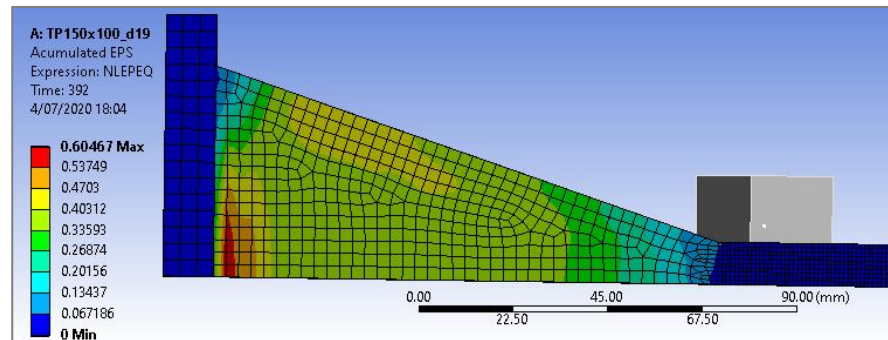


Figura V-36 Deformaciones plásticas acumuladas para $r_0 = 19mm$ en T-Pedal

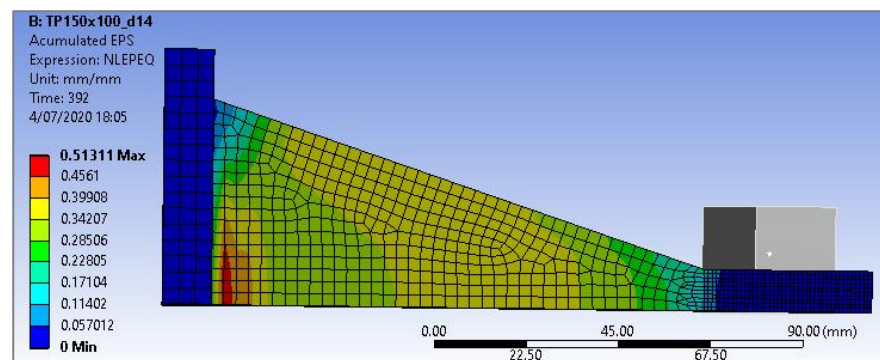


Figura V-37 Deformaciones plásticas acumuladas para $r_0 = 19mm$ en T-Pedal

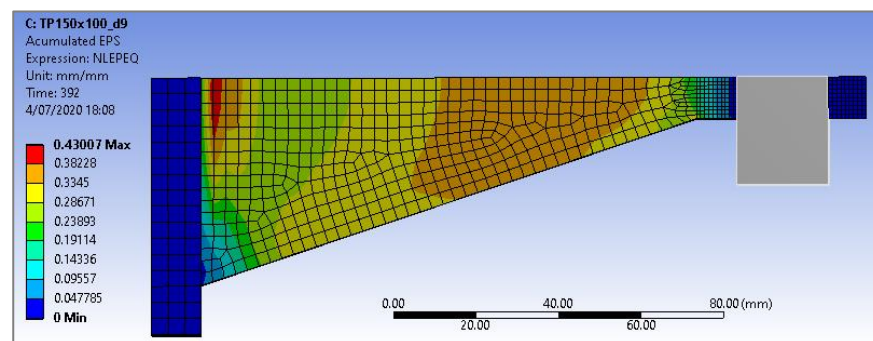


Figura V-38 Deformaciones plásticas acumuladas para $r_0 = 19mm$ en T-Pedal

Tal como se puede observar, la deformación plástica acumulada máxima en general se reduce debido a que al crecer la longitud de empuje el dispositivo se flexibiliza; además la zona donde hay mayor deformación plástica acumulada es siempre en la base puesto que, como ya se vio en el análisis cinemático y de equilibrio, con la existencia de un desfase “r”

del punto de aplicación de la fuerza al vértice y a bajas deformaciones la deformación plástica empezará acumulándose en la base de la placa triangular e irá subiendo al alcanzar ciertos desplazamientos máximos.

V.4 Cambio en tipo de apoyo en la base de Tadas-Pedal y Normal

A continuación, se muestran los resultados de estas modificaciones versus la que sería la versión sin modificación, en disipadores Tadas-Normal y Tadas-Pedal pero considerando adicionalmente que el apoyo está empernado, lo cual como se verá genera mayores deformaciones.

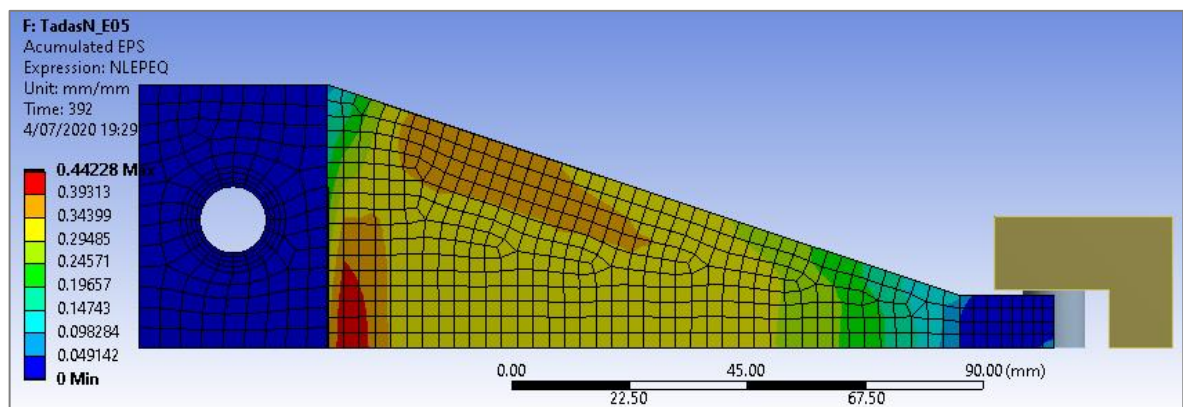


Figura V-39 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo tradicional en Tadas-Normal

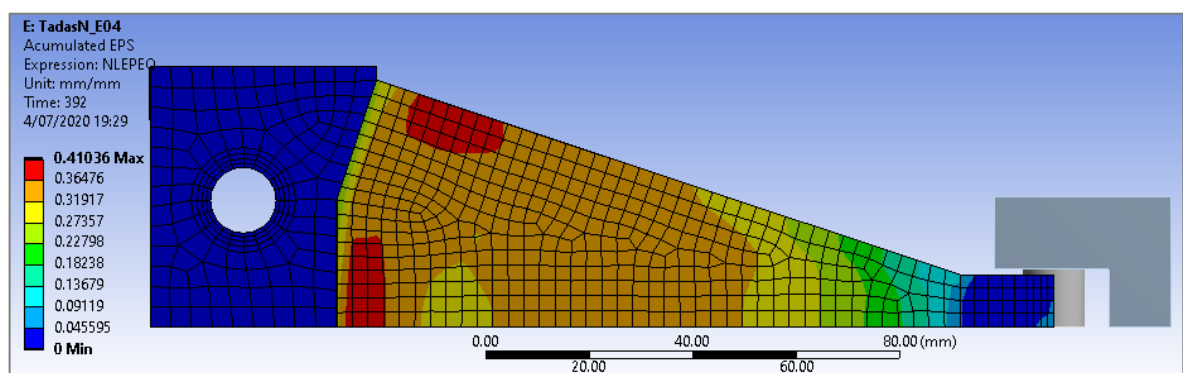


Figura V-40 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo modificado en Tadas-Normal

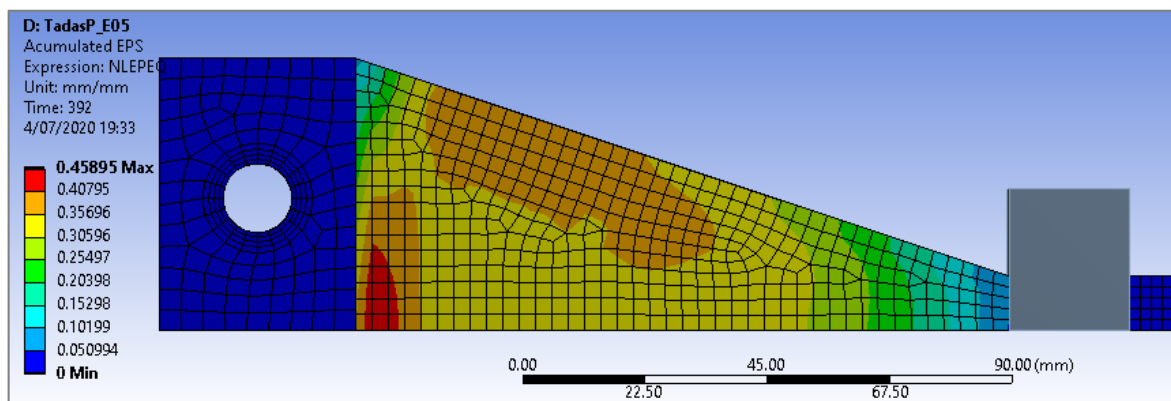


Figura V-41 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo tradicional en Tadas-Pedal

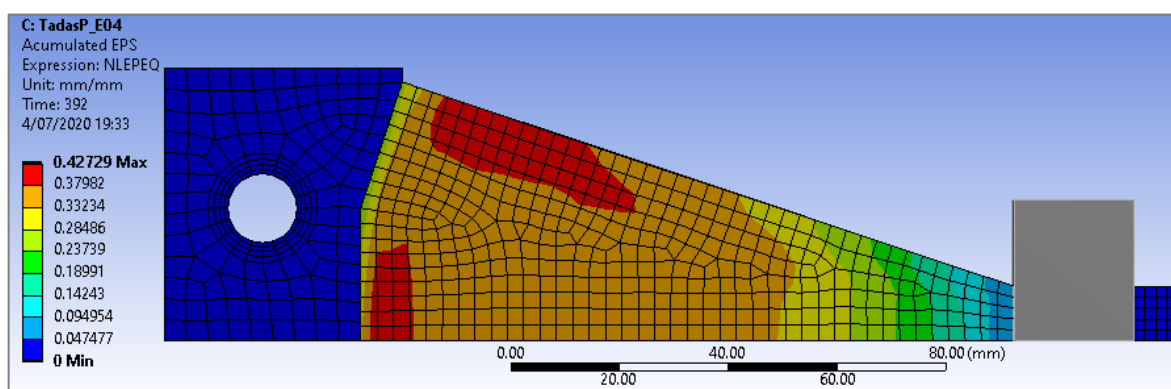


Figura V-42 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo modificado en Tadas-Pedal

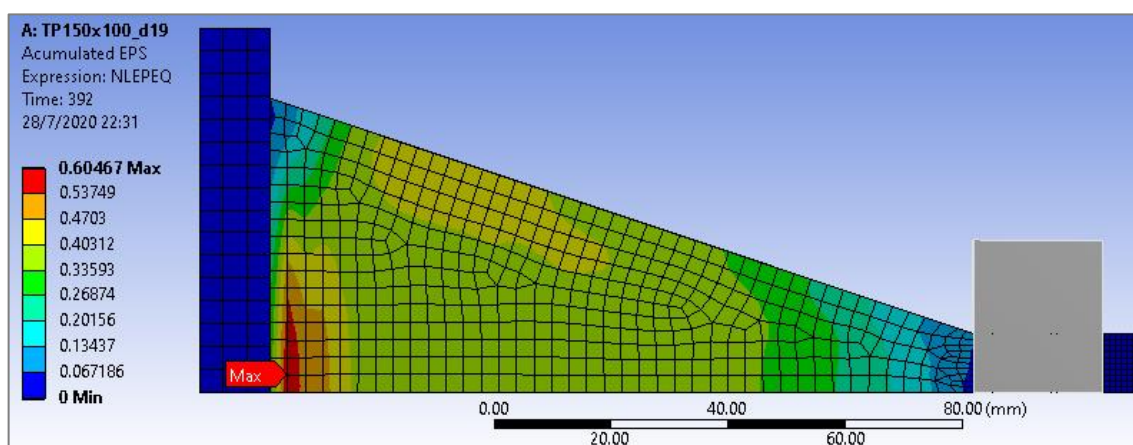


Figura V-43 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo soldado en Tadas-Pedal

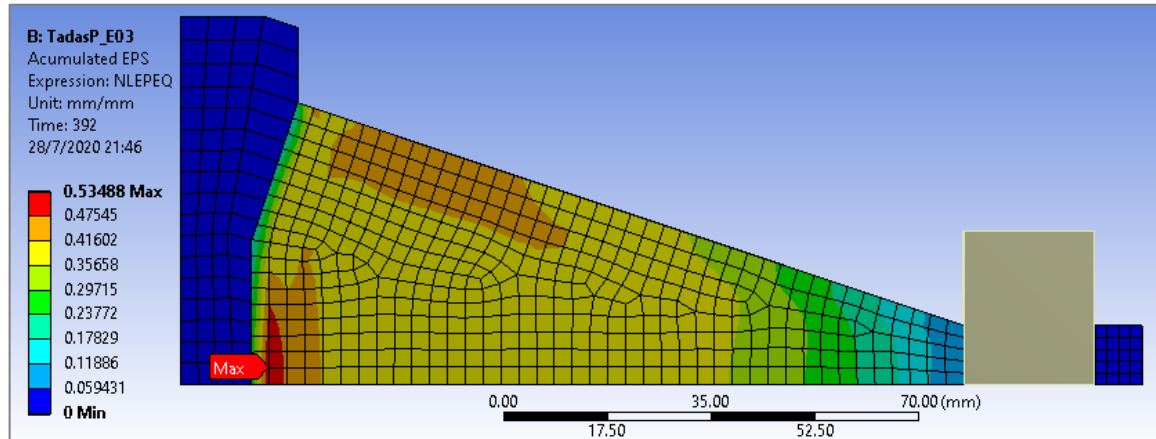


Figura V-44 Deformaciones plásticas acumuladas, apoyo dolidado modificado T-Pedal

Al observar las zonas de baja plastificación en los extremos de la zona de base empotrada, se decide introducir un cambio en la geometría del apoyo, de tal forma que las deformaciones máximas en la base sean mejor compartidas en todo su ancho. Esta concentración de deformaciones de la base en el centro del ancho es entendible debido al efecto 3D por un lado, y al hecho que la sección no permanece plana en todo su ancho.

Como se puede observar, el cambio en el apoyo de cada caso (soldado y apernado) permite disminuir la magnitud de deformaciones plásticas, como se ve en los gráficos de deformaciones acumuladas, esto debido a compartir de forma más equitativa los esfuerzos y deformaciones rigidizando los extremos de la base de la placa en el empotramiento.

VI. CONCLUSIONES

- Se consiguió la calibración satisfactoria del modelo de plasticidad para comportamiento cíclico que combina comportamiento cinemático e isotrópico ambos no lineales para mejor ajuste y representación de los efectos típicos de la mayoría de metales tales como el efecto Bauschinger. Así también se consiguió introducir a la simulación en Ansys Workbench por medio de códigos en lenguaje APDL debido a que de Workbench 15.0 hacia atrás no cuenta con módulos directos en su interfaz.
- De los 3 tipos de disipadores metálicos tipo Tadas analizados, se puede concluir primero que el comportamiento de los disipadores Tadas-Pedal y Tadas-Oreja poseen un comportamiento similar, tanto localmente como globalmente.

Siguiendo esta línea comparativa, y dejando la comparación solamente entre el modelo Tadas-Pedal y Tadas-Normal (el tradicional), se tienen los siguientes puntos de comparación:

Cinemáticamente

La cinemática de ambos es diferente, el Tadas-Normal posee un endurecimiento cinemático que proviene de la reducción del brazo de palanca, lo cual reduce el momento demandado y esto hace que pueda captar más fuerza por unidad de desplazamiento mientras más se deforme; mientras que el disipador Tadas-Pedal posee un ablandamiento cinemático debido a que el punto de aplicación de la fuerza desliza sobre el extremo de la placa alargando su longitud efectiva (desde la base al punto de empuje) para mantener una misma altura vertical. Otra característica es que la fuerza aplicada cambia la dirección de la fuerza de empuje para ser perpendicular a la superficie de la placa en el extremo.

En otras palabras, para una configuración inicial dada, el disipador Tadas-Normal inicia con su menor rigidez y va incrementándose con forme se desplaza, mientras que el disipador Tadas-Pedal (y el Tadas-Oreja) inicia con su mayor rigidez y se va ablandando conforme se incrementa el desplazamiento.

Equilibrio de fuerzas

El Tadas-Normal genera esfuerzos locales de tracción y compresión en el extremo libre producto de una de las componentes tangente a la superficie que se genera por la

curvatura de la placa; mientras que el Tadas-Pedal genera esfuerzos locales de compresión y tracción en la base empotrada producto de la componente paralela a la vertical que se genera producto de que la fuerza se mantiene perpendicular a la curvatura de la placa.

- De la última conclusión es muy importante especificar que cinemáticamente con el modelo Tadas-Normal se define la rigidez de inicio que es la mínima pero no se puede definir la máxima ni una fuerza límite ya que el incremento tiene tendencia a continuar en respuesta a los desplazamientos; mientras que con los modelos Tadas-Pedal y Tadas-Oreja se define la máxima rigidez para un cierto desplazamiento máximo objetivo; además, las curvas de histéresis $F - \Delta$ en el modelo Tadas-Pedal indican que se alcanza una fuerza máxima límite para estos modelos, lo cual no se consigue con el Tadas-Normal.
- De las comparaciones de los 3 modelos compatibilizados por el criterio adoptado, se verificó que el Tadas-Normal genera mayor fuerza que los otros dos tipos ante largos desplazamientos, sin embargo los disipadores Tadas-Pedal y Tadas-Oreja generan mayor energía disipada debido al manejo de su rigidez la cual usa al máximo desde el principio; es decir los modelos Tadas-Pedal y Tadas-Oreja pueden disipar mayor energía sin tomar tanta fuerza como el modelo Tadas-Normal.
- Con respecto a las deformaciones plásticas se ha podido verificar que el modelo Tadas-Normal tiene la tendencia a generar mayores deformaciones plásticas máximas concentradas conforme se incrementa la amplitud de los desplazamientos, mientras que los modelos Tadas-Pedal y Tadas-Oreja tienen tendencia a generar menores deformaciones plásticas concentradas que el Tadas-Normal conforme se incrementen los desplazamientos. Esta variación de deformaciones plásticas máximas corresponde a un 6% para los desplazamientos y dimensiones de los 3 Tadas compatibilizados.
- Se verificó que en el modelo Tadas-Normal los lados de la placa disipadora realizan un trabajo plástico menos equilibrado que en los modelos Tadas-Pedal y Tadas-Oreja. Esto se cuantificó sumando todas las deformaciones de ambos lados en los dos instantes de máximo desplazamiento y se evaluó el porcentaje de ese total que toma cada lado para cada uno de los 3 modelos, llegando a un 14% y 12% de diferencia en el caso del Tadas-Normal, mientras que en los Tadas-Pedal y Tadas-Oreja 4% y 2%, lo cual explica por

qué los dispositivos Tadas-Pedal y Tadas-Oreja disipan mayor energía a pesar de tener menores deformaciones plásticas máximas $\varepsilon p_{m\acute{a}x}$ y es que en el Tadas-Normal al tener deformaciones concentradas más en una cara por cada amplitud de ciclo alcanzada, la placa está trabajando menos eficiente que al realizar trabajo plástico con ambas caras concentradas similarmente.

- Se pudo verificar que el incremento en el ancho de la base de los disipadores, tanto Tadas-Normal como Tadas-Pedal trae como consecuencia un incremento casi proporcional de fuerzas alcanzadas en el gráfico $F - \Delta$ y de igual manera en las deformaciones plásticas máximas alcanzadas en cada ciclo.
- Mediante las simulaciones hechas se pudo comprobar que para el disipador Tadas-Pedal (y para el Tadas-Oreja) es muy relevante la posición de la aplicación de empuje en el extremo libre, ya que mientras la distancia de aplicación de esta fuerza “r” se incremente hacia dentro del triángulo en dirección hacia la base, mayor serán las concentraciones de deformaciones en la zona de la base, y lo contrario al acercarse la fuerza al vértice del extremo libre (disminuir “r”) las deformaciones se van distribuyendo hacia la parte media y superior donde está el extremo libre, disminuyendo las deformaciones plásticas en la base.

Sin embargo, de acercarse demasiado al vértice las deformaciones plásticas se concentran peligrosamente cerca al extremo libre pudiendo generar que esta zona (de menor sección) falle o se fatigue prematuramente.

Como recomendación general la posición de aplicación de la carga no debería salir de dentro de la geometría triangular de la placa, para lo cual se debe verificar con un desplazamiento objetivo ya que es bajo un desplazamiento máximo objetivo que alcanza su posición más crítica.

Esto coincidió además con los gráficos de demanda de momento distribuido realizados en referencia solamente a la cinemática y equilibrio, y aunque están basados en la consideración de elasticidad y deformada asumida como circunferencial, representó una forma de aproximación para verificar y justificar cinemáticamente que se puede conseguir distribución de la demanda de momentos (esfuerzos) más uniforme en las superficies de la placa al mover la posición de la fuerza más cerca del vértice (disminuir “r”), así también predecir que con posiciones muy cercanas al vértice provocan

concentraciones en el extremo libre lo cual es indeseable por ser la zona con menor sección por tanto más vulnerable.

- En la modificación de forma en el apoyo de empotramiento se verificó mediante las simulaciones que tanto en el modelo Tadas-Normal y Tadas-Pedal mejoran la distribución de deformaciones plásticas en la zona de la base, consiguiendo compartir en gran parte del ancho de sección las deformaciones plásticas que antes estaban concentradas al centro. El aumento de la zona de empotramiento en los bordes de la sección ayuda a uniformizar la rigidez en la base, con intención de tener una misma distancia desde el punto de empuje hasta la base de empotramiento. Esto se consigue tanto para apoyos de unión soldada y de unión apernada, esta última considerada en las simulaciones debido a que generan mayor deformación plástica durante los ciclos que el apoyo de unión soldada.
- Se demuestra que el alabeo presente ante largas deformaciones en los bordes laterales centrales, es producto esencialmente del efecto 3D en el que participa las deformaciones laterales controladas por el coeficiente de Poisson. Producto de este alabeo a su vez se genera zonas de concentración de ϵ_p en las zonas más traccionadas (cresta alabeada) y comprimidas (lado opuesto a alabeo en zona central). Así también las deformaciones plásticas cercanas a la zona empotrada se incrementan debido a la mayor restricción de libre contracción y expansión lateralmente en la zona central cercana al empotramiento.

BIBLIOGRAFIA

- Christopoulos, C. and Filiatrault, A. (2006) 'Principles of Passive Supplemental Damping and Seismic Isolation', *IUSS Press*.
- Halama, R., Sedlk, J. and ofer, M. (2012) 'Phenomenological Modelling of Cyclic Plasticity', in *Numerical Modelling*. doi: 10.5772/35902.
- Imaoka, S. (2008) 'Chaboche Nonlinear Kinematic Hardening Model', 2008(1), pp. 1–15.
- Keh-Chyuan Tsai *et al.* (1993) 'Design of steel triangular plate energy absorbers for seismic-resistant construction', *Earthquake Spectra*. doi: 10.1193/1.1585727.
- Khan, A. S. and Huang, S. (1995) *Continuum theory of plasticity*. Edited by John Wiley & Sons INC. New York.
- Lee, H.-H. (2014) *Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 14*. Tainan, Taiwan. Available at: http://myweb.ncku.edu.tw/~hhlee/Myweb_at_NCKU/ANSYS14.html.
- Lemaitre, J. and Chaboche, J.-L. (1990) *Mechanics of Solid Materials, Mechanics of Solid Materials*. doi: 10.1017/cbo9781139167970.
- Molina, A. (2009) *EVALUACIÓN Y DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL---NUMÉRICA DEL ENDURECIMIENTO POR DEFORMACIÓN Y EL EFECTO BAUSCHINGER EN LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE UN ACERO INOXIDABLE*. INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, MÉXICO.
- Soong, T. T. and Spencer, B. F. (2002) 'Supplemental energy dissipation: State-of-the-art and state-of-the-practice', *Engineering Structures*. doi: 10.1016/S0141-0296(01)00092-X.
- Thompson, M. K. and Thompson, J. M. (2017) 'Introduction to ANSYS and Finite Element Modeling', in *ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis*. doi: 10.1016/b978-0-12-812981-4.00001-0.
- Valdebenito, N. (2017) *Desarrollo de un sistema de disipación de energía denominado S-*

Tadas. Pontificia Universidad Católica de Chile.

Vedia, L. A. de and Svoboda, H. (2002) *Ensayos Industriales, Fatiga*. Buenos Aires.
Available at: <http://materias.fi.uba.ar/6716/Fatiga.pdf> (Accessed: 10 August 2020).

Whittaker, A. S. *et al.* (1991) ‘Seismic Testing of Steel Plate Energy Dissipation Devices’, *Earthquake Spectra*. doi: 10.1193/1.1585644.

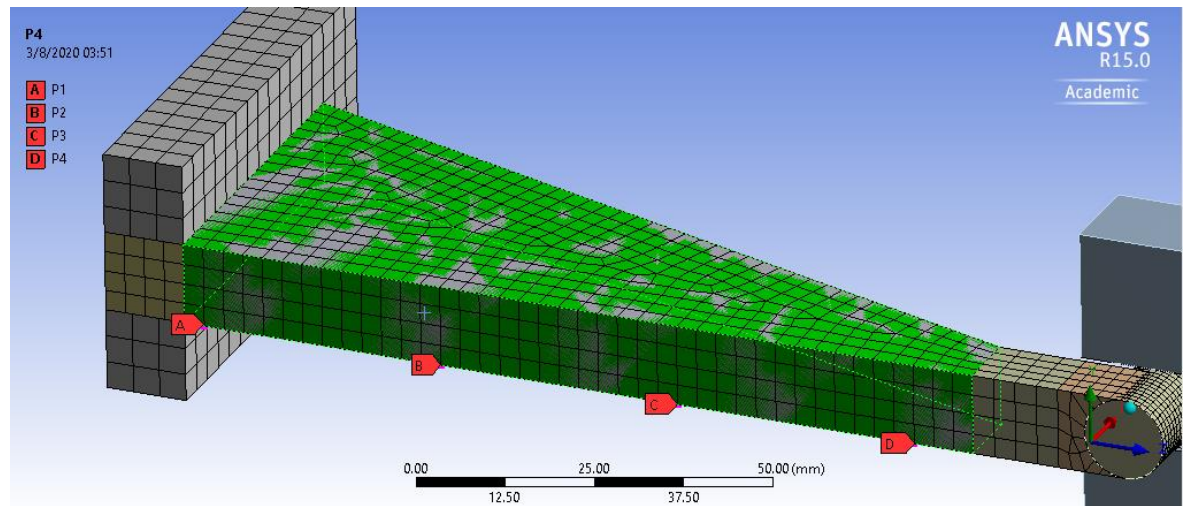
Zhou, F. and Li, L. (2016) ‘Experimental study on hysteretic behavior of structural stainless steels under cyclic loading’, *Journal of Constructional Steel Research*. doi: 10.1016/j.jcsr.2016.03.006.

Zienkiewicz, O., Taylor, R. and Zhu, J. Z. (2013) *The Finite Element Method: its Basis and Fundamentals: Seventh Edition, The Finite Element Method: its Basis and Fundamentals: Seventh Edition*. doi: 10.1016/C2009-0-24909-9.

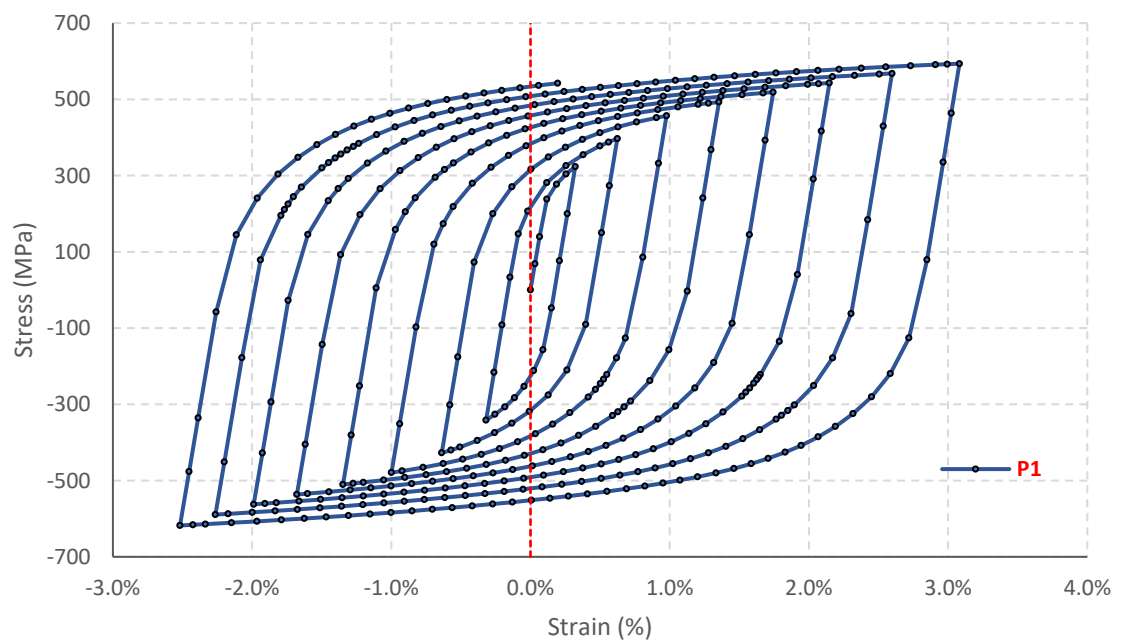
ANEXOS

ANEXO A : CURVAS STRAIN-STRESS EN PUNTOS DE CONTROL

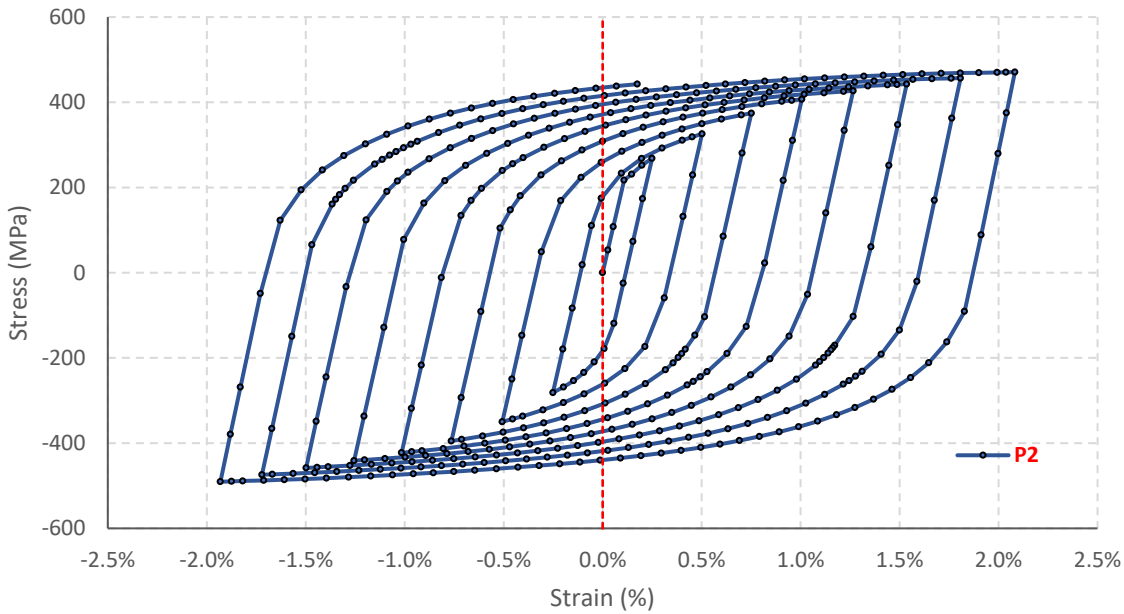
Para modelo **Tadas-Normal**, se tienen las siguientes curvas strain-stress en 4 puntos de control designados.



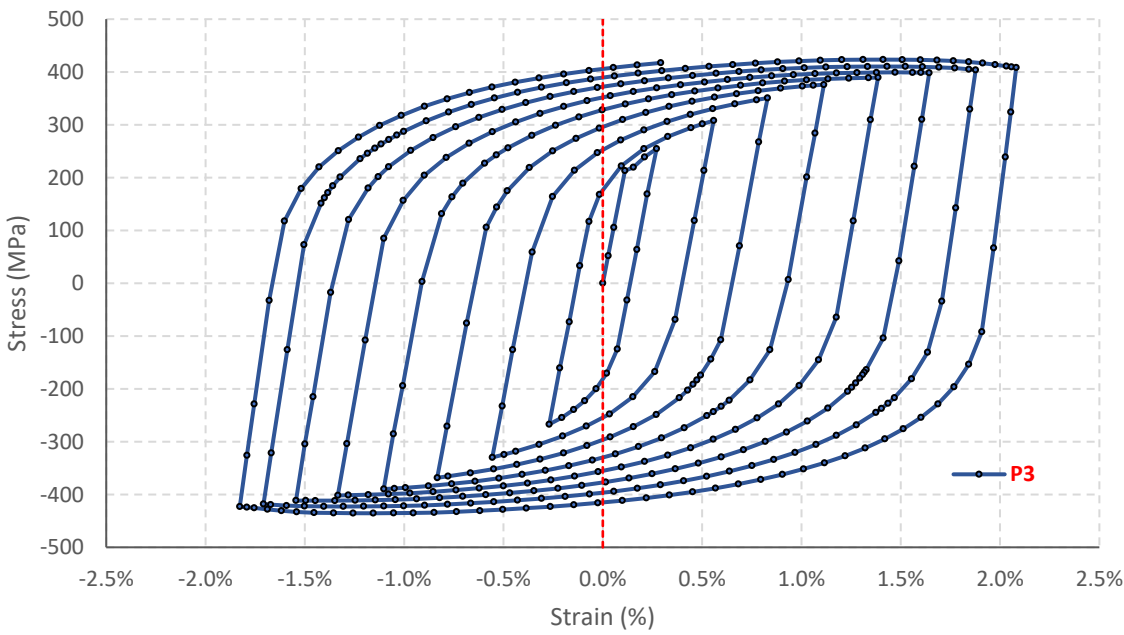
Strain-Stress **Punto_1**

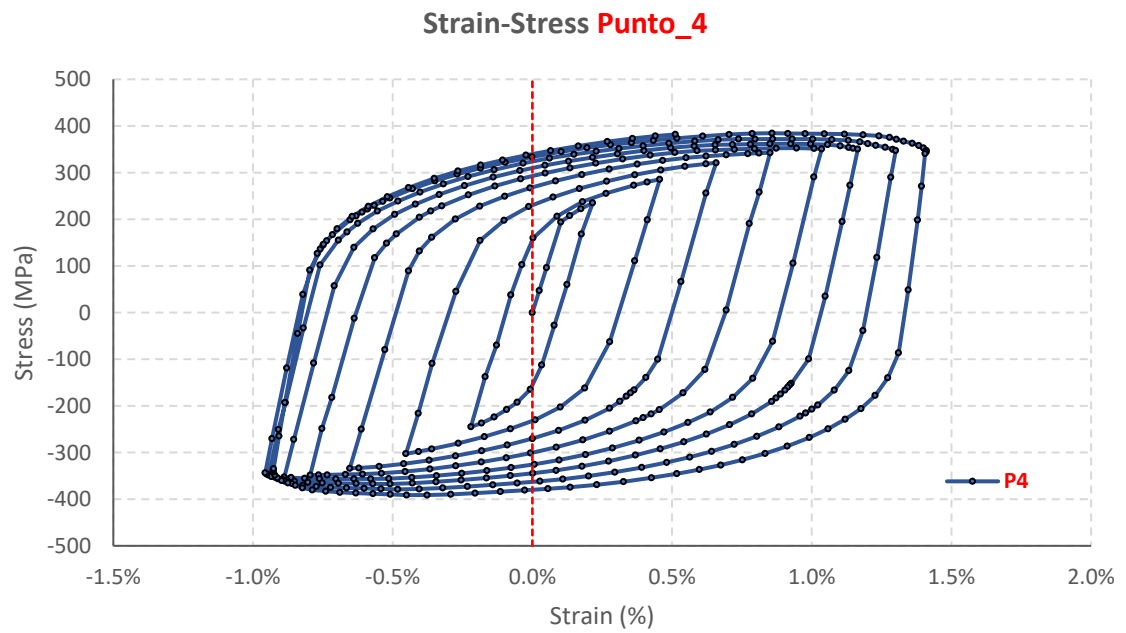


Strain-Stress Punto_2

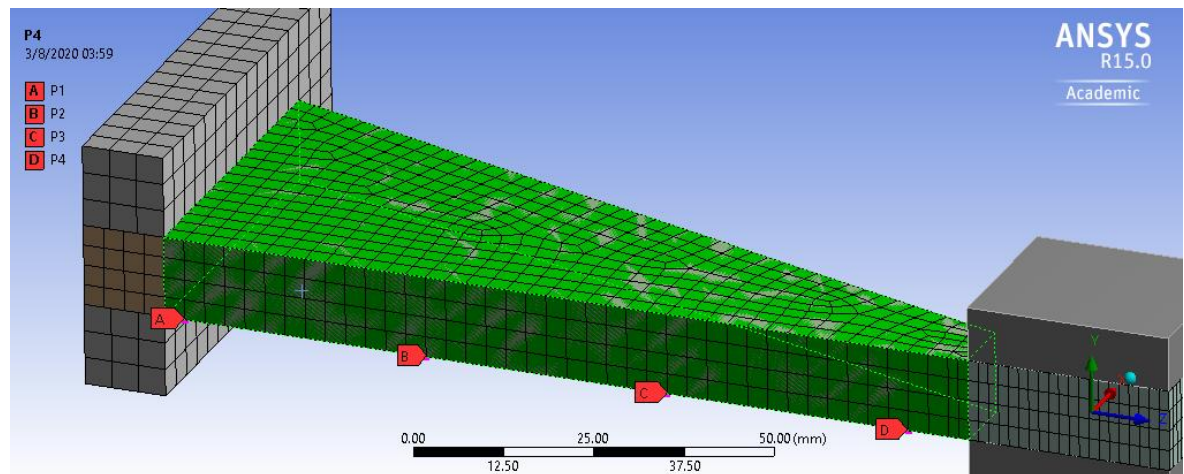


Strain-Stress Punto_3

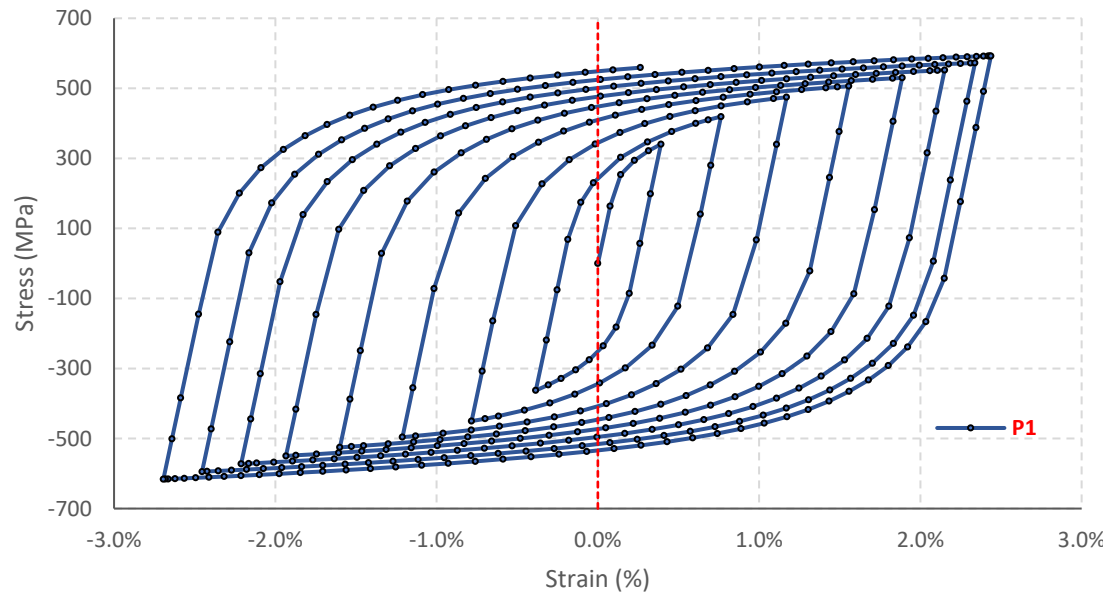




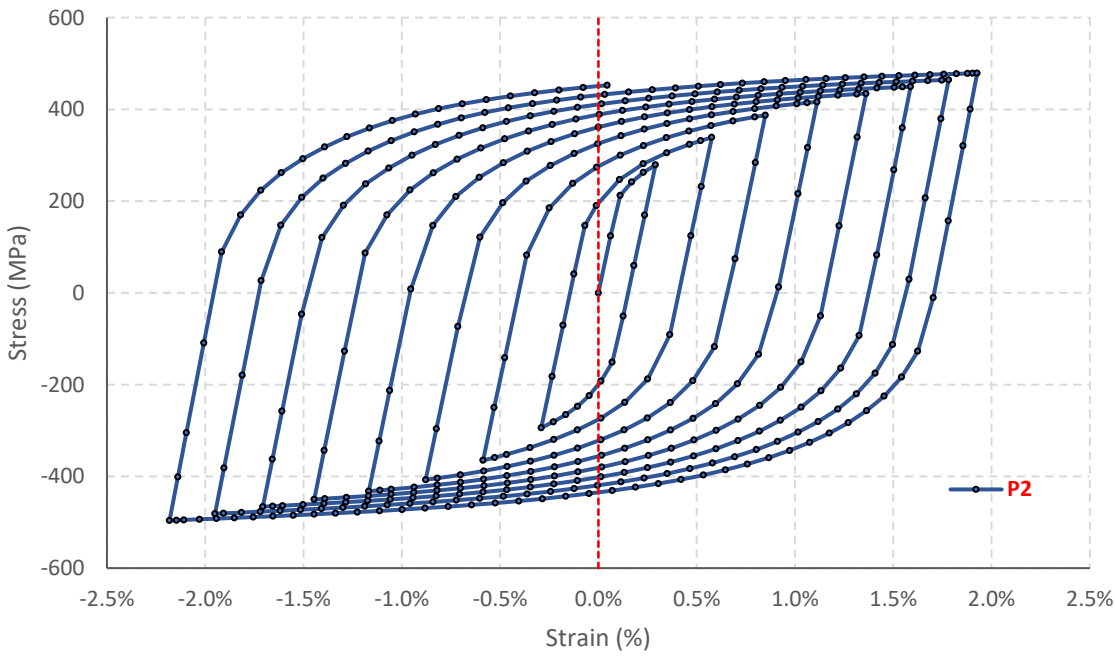
Para modelo **Tadas-Pedal**, se tienen las siguientes curvas strain-stress en 4 puntos de control designados.



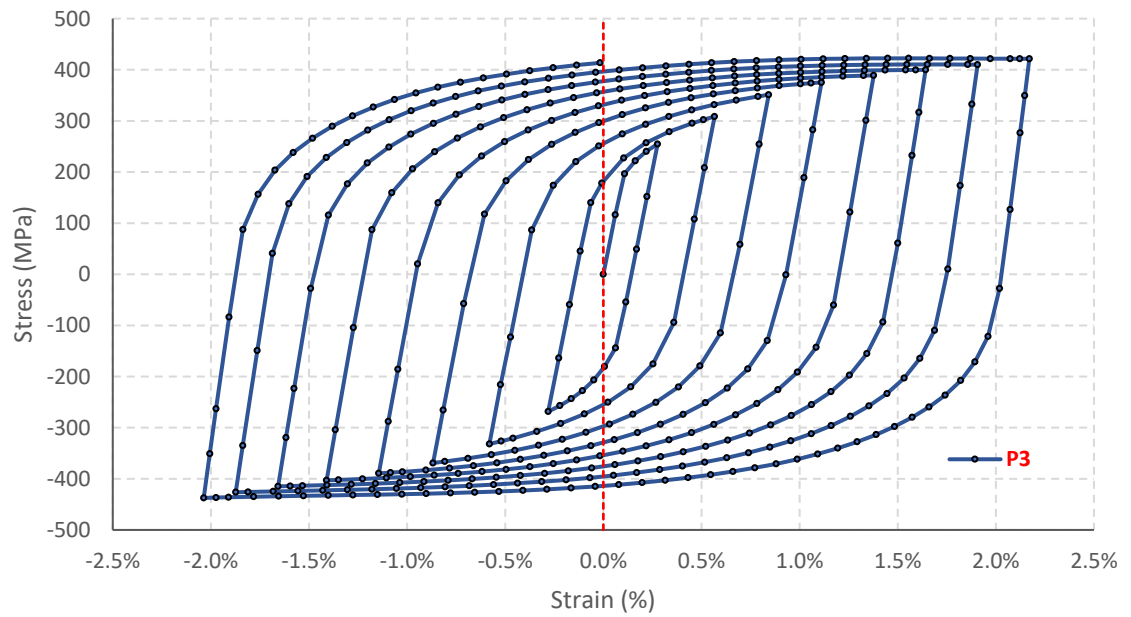
Strain-Stress Punto_1



Strain-Stress Punto_2



Strain-Stress Punto_3



Strain-Stress Punto_4

