PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

ACOPLAMIENTO HIDROMECÁNICO EN EL CRECIMIENTO DE MUROS DE DEPÓSITOS DE RELAVES

FERNANDO ANDRÉS LÓPEZ DONOSO

Informe de Actividad de Graduación para optar al Grado de Magíster en Ingeniería Estructural y Geotécnica

Profesor Supervisor:
CHRISTIAN ALFONSO LEDEZMA ARAYA

Santiago de Chile, Agosto, 2023.

Dedicada a mi familia, por no poder darles la debida atención durante este periodo de tiempo que invertí para ser un mejor profesional.

AGRADECIMIENTOS

A mi mujer Marly, quien fue un pilar fundamental en todo este proceso de desarrollo de este Magister. Con su infinita paciencia pudo cubrir todos esos momentos familiares que no pude participar por dedicarme a estudiar.

A mi profesor guía Christian Ledezma, quien a partir de sus cátedras me ayudo a reforzar mis conocimientos de geotecnia y darme las facilidades para realizar una actividad de graduación que me permitiera ampliar mis conocimientos de modelación geotécnica en mi área de interés.

A mis amigos y compañeros de labores profesionales de estos últimos 15 años, Daniel Guzmán y Alex Aburto, quienes, al estar constantemente especializándose en geotecnia, me han ayudado a reforzar mis conocimientos y dedicarme de lleno en esta especialidad.

A todos ellos mis sinceros agradecimientos.

INDICE GENERAL

Pág.

DEDICATORIA ii

AGRADECIMIENTOS iii

Indice de Tablas x

Indice de Figuras xi

Resumen……xix

Abstract……..xx

1. Introducción 1
   - 1.1 Descripción general 1
   - 1.2 Objetivos del estudio 3
     - 1.2.1 Objetivos generales 3
     - 1.2.2 Objetivos específicos 3
   - 1.3 Metodología de trabajo 3
   - 1.4 Estructura del informe 4

2 Antecedentes disponibles 6
   - 2.1 Proceso de depositación de relaves 6
     - 2.1.1 Descripción del proceso de manejo y almacenamiento de relaves 6
     - 2.1.2 Descripción de los depósitos de relaves 6
     - 2.1.3 Normativa aplicable de depósitos de relaves en Chile 10
     - 2.1.4 Tipos de fallas de muros de contención 13
     - 2.1.5 Consideraciones geotécnicas de muros de contención 14
   - 2.2 Caso de Aplicación 15
     - 2.2.1 Descripción del caso de aplicación 15
     - 2.2.2 Problemas observados de humedad en etapa 6 16
     - 2.2.3 Componentes del muro 18
       - 2.2.3.1 Sistema de drenaje 18
       - 2.2.3.2 Sistema de impermeabilización 20
     - 2.2.4 Secuencia de llenado 21

2.2.5 Características de materiales 22
2.2.5.1 Materiales del muro 22
2.2.5.2 Materiales de fundación 23
2.2.5.3 Propiedades resistentes de materiales 24
2.2.5.4 Propiedades hidráulicas de materiales 26
2.2.6 Registros de instrumentación geotécnica 27
2.2.6.1 Descripción general 27
2.2.6.2 Pozos de monitoreo 27
2.2.6.3 Pozos de producción 28
2.2.6.4 Piezómetros 29
2.2.6.5 Comportamiento observado con registros de instrumentación 30

3 Estado del arte 31
3.1 Características de un medio poroso 31
3.1.1 Clasificación de los medios porosos según su textura 31
3.1.2 Comportamiento hidráulico en medios porosos 33
3.1.3 Comportamiento mecánico de medios porosos 38
3.2 Teoría de flujo en medios porosos (formulación débil ecuación de flujo) 39
3.3 Teoría de elasticidad mecánica en medios porosos (formulación débil ecuación de elastoplasticidad mecánica) 40
3.3.1 Ecuación cinemática 41
3.3.2 Ecuación de equilibrio (Ecuaciones de Cauchy) 41
3.3.3 Relación constitutiva elastoplástica incremental 42
3.3.3.1 Definición de ecuación incremental elástica 42
3.3.3.2 Definición de modelo constitutivo elastoplástico de Mohr Coulomb 43
3.4 Formulación mediante el Método de Elementos Finitos 45
3.4.1 Discretización de elementos 45
3.4.2 Formulación fuerte de ecuación de flujo en medios porosos 46
3.4.2.1 Definición de ecuación matricial mediante método de residuos ponderados 46
3.4.2.2 Definición de condiciones de borde 47
3.4.2.2.1 Altura de agua prescrita (head) 47
3.4.2.2.2 Superficie libre (seepage) 48
3.4.2.2.3 Drenaje (drain) 48

3.4.3 Formulación fuerte ecuación de elastoplasticidad mecánica 49
3.4.3.1 Definición de ecuación matricial mediante método de residuos ponderados 49
3.4.3.2 Definición de condiciones de borde 49
3.4.4 Acoplamiento hidromecánico 50
3.4.5 Formulación del Método de Elementos finitos 51
3.4.5.1 Definición de elementos en coordenadas locales 51
3.4.5.2 Conversión de coordenadas locales a globales 51
3.4.5.3 Integración de matrices de elementos 52
3.4.5.4 Resolución del sistema 53
3.4.6 Resumen del procedimiento 54

4 Modelación numérica caso de aplicación 56
4.1 Modelación sección muro en Plaxis 2D 56
4.1.1 Aspectos generales 56
4.1.2 Definición sección de análisis bidimensional 57
4.1.3 Definición de estratos de fundación y nivel freático regional 60
4.2 Consideraciones asociadas a la modelación 62
4.2.1 Definición de secuencia operativa por etapas y secuencia post-cierre . 62
4.2.2 Etapas de crecimiento del muro y del nivel de relave 66
4.2.3 Definición de pozos de producción, inspección y piezómetros 67
4.3 Calibración modelo a partir de información disponible 69
4.3.1 Descripción procedimiento de calibración 69
4.3.2 Parámetros hidráulicos obtenidos en procedimiento de calibración 71

5 Interpretación de resultados obtenidos 75
5.1 Descripción general de resultados 75
5.2 Resultados asociados al comportamiento hidráulico 76
5.2.1 Resultados de altura de agua 76
5.2.2 Resultados del grado de saturación efectiva y la permeabilidad relativa 79
5.2.3 Resultados de caudales extraídos 80
5.3 Resultados asociados al comportamiento elastoplástico 83
5.3.1 Resultados de esfuerzos internos 83
5.3.1.1 Presiones de poros 83
5.3.1.2 Esfuerzos desviadores y de confinamiento 85
5.3.2 Resultados de deformaciones en el muro 88

5.3.3 Factores de seguridad obtenidos por etapa 91
5.3.3.1 Condición estática 91
5.3.3.2 Condición pseudo-estática 93
5.4 Interpretación de resultados con respecto a la normativa nacional 95

6 Análisis de escenarios de diseño 96
6.1 Descripción de los escenarios analizados 96
6.2 Resultados obtenidos en escenarios analizados 99
6.2.1 Comportamiento hidráulico 99
6.2.1.1 Altura de agua 99
6.2.1.2 Caudales extraídos 101
6.2.2 Comportamiento elastoplástico 104
6.2.2.1 Esfuerzos internos 104
6.2.2.2 Factores de seguridad obtenidos por etapa 106
6.3 Aspectos definidos en el comportamiento de escenarios analizados 109

7 Conclusiones y recomendaciones 110
7.1 Aspectos analizados en los objetivos de esta actividad 110
7.2 Conclusiones del análisis 111
7.3 Recomendaciones para estudios posteriores 113

BIBLIOGRAFIA 114

A N E X O S 116

Anexo A 117
A.1 Escalares 117
A.2 Filas y columnas 119
A.3 Matrices 120

Anexo B 123
B.1 Formulación débil ecuación de flujo 123
B.2 Formulación fuerte ecuación de flujo 127
B.1.1 Definición de ecuación matricial mediante método de residuos ponderados 127
B.1.1 Integración en el tiempo de ecuación matricial 129

Anexo C 130
C.1 Formulación débil ecuación de elastoplasticidad mecánica 130
C.1.1 Ecuación cinemática 130
C.1.2 Ecuación de equilibrio 131
C.1.3 Relación constitutiva elastoplástica incremental 132
C.1.3.1 Ley de Hooke generalizada 132
C.1.3.2 Definición de modelos constitutivos elastoplásticos 134
C.1.3.3 Implementación en modelo de falla de Mohr-Coulomb 136
C.2 Formulación fuerte ecuación de elastoplasticidad mecánica 139

Anexo D 141
A.1 Definición de elementos en coordenadas locales 141
A.2 Conversión de coordenadas locales a globales 143
A.3 Integración de matrices de elementos 145
A.4 Resolución del sistema 147

Anexo E 149
E.1 Altura de agua por etapas 149
E.1.1 Condición actual 149
E.1.2 Proyección con diseño modificado (diseño 1) 151
E.1.3 Proyección con diseño actual (diseño 2) 154
E.2 Saturación efectiva por etapas 157
E.2.1 Condición actual 157
E.2.2 Proyección con diseño modificado (diseño 1) 159
E.2.3 Proyección con diseño actual (diseño 2) 161
E.3 Permeabilidad relativa por etapas 163
E.3.1 Condición actual 163
E.3.2 Proyección con diseño modificado (diseño 1) 165
E.3.3 Proyección con diseño actual (diseño 2) 168
E.4 Altura de presión de agua en el tiempo 171
E.5 Caudales en base muro 172

Anexo F 174
F.1 Disposición de puntos de monitoreo 174
F.2 Presiones de poros 174
F.2.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1) 174

F.2.2 Proyección con diseño actual (diseño 2) 183
F.3 Esfuerzos internos 192
F.3.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1) 192
F.3.2 Proyección con diseño actual (diseño 2) 201
F.4 Deformaciones 210
F.4.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1) 210
F.4.2 Proyección con diseño actual (diseño 2) 216
F.5 Condiciones de falla 222
F.5.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1) 222
F.5.2 Proyección con diseño actual (diseño 2) 228

Anexo G 234
G.1.1 Resultados hidráulicos 234
G.1.2 Proyección con diseño modificado (diseño 1) 234
G.1.2.1 Altura de agua 234
G.1.2.2 Permeabilidad relativa 237
G.1.3 Proyección con diseño actual (diseño 2) 238
G.1.3.1 Altura de agua 238
G.1.3.2 Permeabilidad relativa 241
G.2 Resultados elastoplásticos 242
G.2.1 Esfuerzos de confinamiento y desviadores 242
G.2.1.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1) 242
G.2.1.2 Proyección con diseño actual (diseño 2) 251
G.2.2 Condiciones de falla 260
G.2.2.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1) 260
G.2.2.2 Proyección con diseño actual (diseño 2) 262

INDICE DE TABLAS

Pág.

Tabla 2-1: Configuración muro de contención depósito de relaves Fuente: Proyecto de referencia 16
Tabla 2-2: Etapas de Crecimiento muro de contención depósito de relaves Fuente: Proyecto de referencia 16
Tabla 2-3: Fechas requeridas para término construcción etapas futuras muro Fuente: Proyecto de referencia 22
Tabla 2-4: Parámetros resistentes muro de depósito de relaves Fuente: Proyecto de referencia 25
Tabla 2-5: Parámetros resistentes estratos de fundación Fuente: Proyecto de referencia ... 25
Tabla 2-6: Parámetros hidráulicos muro de depósito de relaves Fuente: Proyecto de referencia 26
Tabla 2-7: Parámetros hidráulicos estratos de fundación Fuente: Proyecto de referencia .. 26
Tabla 3-1: Clasificación de suelos según textura USDA (Carsel & Parrish 1988) [Ref. 4] 33
Tabla 3-2. Parámetros del suelo según textura USDA Fuente: Carsel & Parrish (1988) [Ref. 4] 37
Tabla 4-1. Variación de nivel de relaves y altura de muro en el tiempo Fuente: Proyecto de referencia 66
Tabla 4-2. Rangos de altura pozos de inspección, de bombeo y piezómetros Fuente: Proyecto de referencia 68
Tabla 4-3. Clasificación textura USDA de materiales Fuente: Carsel & Parrish 1988 [Ref. 4] 70
Tabla 4-4. Parámetros hidráulicos ajustados por calibración Fuente: Elaboración propia 72
Tabla D-1: Puntos de integración Gaussiana para elementos triangulares de 15 nodos Fuente: PLAXIS CONNECT Edition, Scientific Manual (2020) [Ref. 22] 145

INDICE DE FIGURAS

Pág.

Figura 2-1: Sección típica muro de contención de un depósito de relaves Fuente: Elaboración propia 7
Figura 2-2: Disposición sistema de drenaje en base de muro Fuente: Fotografía y esquema proyecto similar 8
Figura 2-3: Disposición sistema de impermeabilización talud aguas arriba de un muro Fuente: Fotografías proyecto de referencia 8
Figura 2-4: Disposición pozo de producción aguas abajo de muro Fuente: Fotografías proyecto de referencia 9
Figura 2-5: Disposición de agua en piscinas de colección Fuente: Fotografía proyecto de referencia 9
Figura 2-6: Configuración tipo de un muro de contención de un depósito de relaves Fuente: Proyecto de referencia 10
Figura 2-7: Configuración y materialidad de muros de tranques de relaves Fuente: Fotografías proyectos similares 11
Figura 2-8: Métodos de crecimiento de muros de depósitos de relaves en Chile Fuente: Sernageomin [Ref. 19] 12
Figura 2-9: Sección tipo etapas de crecimiento muro de contención depósito de relaves .. 15
Figura 2-10: Formación de laguna parásita con contacto con talud aguas arriba (imagen izquierda) y humedad observada en pie talud aguas abajo (imagen derecha) Fuente: Fotografías proyecto de referencia 17
Figura 2-11: Hipótesis de humedecimiento de la fundación Fuente: Proyecto de referencia 17
Figura 2-12: Planta disposición sistema de drenaje existente hasta etapa 6 Fuente: Proyecto de referencia 18
Figura 2-13: Planta disposición sistema de drenaje proyectado desde etapa 7 Fuente: Proyecto de referencia 19
Figura 2-14: Sección tipo drenes basales Fuente: Proyecto de referencia 19
Figura 2-15: Configuración dren chimenea etapa 7 Fuente: Proyecto de referencia 20
Figura 2-16: Configuración alfombra drenante etapa 7 Fuente: Proyecto de referencia 20
Figura 2-17: Sistema de impermeabilización talud aguas arriba etapa 7 Fuente: Proyecto de referencia 21
Figura 2-18: Crecimiento proyectado muro por etapas vs elevación relaves en contacto Fuente: Proyecto de referencia 21
Figura 2-19: Bandas granulométricas materiales sistema de drenaje Fuente: Proyecto de referencia 23
Figura 2-20: Definición en planta de quebrada en sección central del muro Fuente: Proyecto de referencia 24
Figura 2-21: Conductividad hidráulica de ensayos Lugeon en profundidad Fuente: Proyecto de referencia 26
Figura 2-22: Disposición pozos de monitoreo Fuente: Proyecto de referencia 27

Figura 2-23: Lecturas registradas pozos de monitoreo – septiembre-18 a febrero-20 Fuente: Proyecto de referencia 28
Figura 2-24: Disposición pozos de producción Fuente: Proyecto de referencia 28
Figura 2-25: Lecturas registradas pozos de monitoreo – septiembre-18 a febrero-20 Fuente: Proyecto de referencia 29
Figura 2-26: Disposición piezómetros en planta y sección transversal sector central Fuente: Proyecto de referencia 29
Figura 2-27: Lecturas registradas piezómetros – Periodo septiembre-18 a febrero-20 Fuente: Proyecto de referencia 30
Figura 2-28: Disposición esquemática nivel freático en sección analizada Fuente: Proyecto de referencia 30
Figura 3-1: Fases de un elemento de suelo no saturado Fuente: Fredlund & Rahardjo (1993) [Ref. 1] 31
Figura 3-2: Clasificación de textura de suelos Fuente: SCS (Soil Conservation Service) USDA [Ref. 7] 32
Figura 3-3: Forma típica de una curva característica del suelo (SWCC) Fuente: Fredlund & Xing (1996) [Ref. 11] 35
Figura 3-4: Comportamiento presión de poros en un medio poroso Fuente: Apuntes Clase Modelación Computacional en Geotecnia–Esteban Sáez [Ref. 8] 38
Figura 3-5: Comportamiento resistencia al corte en un medio poroso no saturado Fuente: Fredlung et al (1978) [Ref. 16] 39
Figura 3-6: Conservación de masa de un volumen de control discreto Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1] 40
Figura 3-7: Desplazamientos y deformaciones de un volumen de control discreto Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1] 41
Figura 3-8: Volumen de control de un medio poroso con variaciones de esfuerzos Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1] 42
Figura 3-9: Comportamiento trayectorias modelo de Mohr-Coulomb (caso drenado) Fuente: Apuntes Clase Modelación Computacional en Geotecnia– Esteban Sáez [Ref. 8] 44
Figura 3-10: Secuencia de resolución acoplamiento hidromecánico mediante el método de elementos finitos Fuente: Elaboración propia 55
Figura 4-1: Disposición en planta de sección analizada - etapa 7 proyectada Fuente: Proyecto de referencia 58
Figura 4-2: Sección de análisis en Plaxis 2D - condición actual Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia 59
Figura 4-3: Sección de análisis Plaxis 2D – proyección con diseño modificado (diseño 1) Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia 59
Figura 4-4: Sección de análisis Plaxis 2D – proyección con diseño actual (diseño 2) Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia 60
Figura 4-5: Definición en planta de sondajes realizados en zona de fundación muro Fuente: Proyecto de referencia 61
Figura 4-6: Definición en Plaxis 2D de estratigrafía de sección de análisis Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia 61
Figura 4-7: Definición de secuencia de crecimiento de una etapa en Plaxis 2D Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia 63

Figura 4-8: Secuencia de cálculo hidráulico y elastoplástico en Plaxis 2D Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia..... 64
Figura 4-9: Disposición de pozos en sección de análisis en Plaxis 2D Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia..... 67
Figura 4-10: Rangos de altura pozos de inspección, de bombeo y piezómetros Fuente: Elaboración propia 68
Figura 4-11: Clasificación textura USDA de materiales Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22]..... 70
Figura 4-12: Definición de sección de análisis para calibración flujo transiente Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia..... 71
Figura 4-13: Revisión de permeabilidades saturadas obtenidas por calibración Fuente: Elaboración propia 73
Figura 4-14: Resultados obtenidos en puntos de control por calibración flujo transiente Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia..... 74
Figura 5-1: Altura de presión condición actual Fuente: Elaboración propia 76
Figura 5-2: Altura de presión para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) Fuente: Elaboración propia..... 77
Figura 5-3: Comportamiento de altura de agua en el tiempo para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) Fuente: Elaboración propia..... 78
Figura 5-4: Grado de saturación efectiva y permeabilidad relativa para proyección con diseño modificado (diseño 1) Fuente: Elaboración propia..... 79
Figura 5-5: Caudales en base muro para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) Fuente: Elaboración propia..... 80
Figura 5-6: Caudales en pozos de producción para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) Fuente: Elaboración propia 81
Figura 5-7: Contribución de caudales efluentes para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) Fuente: Elaboración propia..... 82
Figura 5-8: Presión de poros para proyección con diseño modificado (diseño 1) Fuente: Elaboración propia 83
Figura 5-9: Presión hidrostática para proyección con diseño modificado (diseño 1) Fuente: Elaboración propia 84
Figura 5-10: Exceso de presión de poros para proyección diseño modificado (diseño 1) Fuente: Elaboración propia 85
Figura 5-11: Esfuerzos desviador para proyección con diseño modificado (diseño 1) Fuente: Elaboración propia 86
Figura 5-12: Confinamiento total para proyección con diseño modificado (diseño 1) Fuente: Elaboración propia 86
Figura 5-13: Confinamiento efectivo para proyección con diseño modificado (diseño 1) Fuente: Elaboración propia 87
Figura 5-14: Esfuerzos desviador con respecto a confinamiento total y efectivo para proyección con diseño modificado (diseño 1) Fuente: Elaboración propia 88
Figura 5-15: Deformaciones horizontales para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) Fuente: Elaboración propia..... 89
Figura 5-16: Deformaciones verticales para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) Fuente: Elaboración propia..... 90

Figura 5-17: Falla generada al final de crecimiento de muro para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) – condición estática Fuente: Elaboración propia 91
Figura 5-18: Factores de seguridad por etapas para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) – Condición estática Fuente: Elaboración propia 92
Figura 5-19: Falla generada en etapa 13 para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) – condición pseudo-estática Fuente: Elaboración propia 93
Figura 5-20: Factores de seguridad por etapas para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) – Condición pseudo-estática Fuente: Elaboración propia 94
Figura 6-1: Aspectos de diseño analizados en escenarios de análisis – proyección con diseño modificado (diseño 1) y con diseño actual (diseño 2) Fuente: Elaboración propia 98
Figura 6-2: Altura de agua para escenarios de análisis – Proyección con diseño modificado (diseño 1) Fuente: Elaboración propia 99
Figura 6-3: Altura de agua para escenarios de análisis – Proyección con diseño actual (diseño 2) Fuente: Elaboración propia 100
Figura 6-4: caudales efluentes para escenarios de análisis – Proyección de crecimiento modificado (diseño 1) Fuente: Elaboración propia 102
Figura 6-5: caudales efluentes para escenarios de análisis – Proyección de crecimiento actual (diseño 2) Fuente: Elaboración propia 103
Figura 6-6: Presión de poros en altura para cada escenario de análisis Fuente: Elaboración propia 104
Figura 6-7: Relación confinamiento efectivo y esfuerzo desviador para cada escenario de análisis Fuente: Elaboración propia 105
Figura 6-8: Factores seguridad condición estática para cada escenario de análisis Fuente: Elaboración propia 107
Figura 6-9: Factores seguridad condición pseudo-estática para cada escenario de análisis Fuente: Elaboración propia 108
Figura B-1: Conservación de masa de un volumen de control discreto Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1] 123
Figura C-1: Desplazamientos y deformaciones de un volumen de control discreto Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1] 131
Figura C-2: Volumen de control de un medio poroso con variaciones de esfuerzos Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1] 131
Figura C-3: Trayectoria de esfuerzos basado en condición de carga para un material asociado (izquierda) y un material no asociado (derecha) Fuente: Apuntes Clase Modelación Computacional – Profesor Esteban Sáez [Ref. 8] 135
Figura C-4: Comportamiento trayectorias modelo de Mohr-Coulomb Fuente: Apuntes Clase Modelación Computacional en Geotecnia– Esteban Sáez [Ref. 8] 137
Figura C-5: Estimación de deformación plástica a partir de Función de fluencia (f) y función de potencial plástico (g) en modelo de Mohr-Coulomb Fuente: Apuntes Clase Modelación Computacional en Geotecnia –Esteban Sáez [Ref. 8] 139

Figura D-1: Definición de elemento triangular T15 Fuente: PLAXIS CONNECT Edition, Scientific Manual (2020) [Ref. 22] 141
Figura D-2: Esquema de procedimiento iterativo de Newton Raphson Fuente: Elaboración propia..... 148
Figura E-1: Resultados altura de agua condición actual 149
Figura E-2: Resultados altura de agua condición actual 150
Figura E-3: Resultados altura de agua proyección con diseño modificado (diseño 1) 151
Figura E-4: Resultados altura de agua proyección con diseño modificado (diseño 1) 152
Figura E-5: Resultados altura de agua post-cierre con diseño modificado (diseño 1)..... 153
Figura E-6: Resultados altura de agua proyección con diseño actual (diseño 2)..... 154
Figura E-7: Resultados altura de agua proyección con diseño actual (diseño 2)..... 155
Figura E-8: Resultados altura de agua post-cierre con diseño actual (diseño 2)..... 156
Figura E-9: Resultados grado de saturación efectiva condición actual..... 157
Figura E-10: Resultados grado de saturación efectiva condición actual..... 158
Figura E-11: Resultados grado de saturación efectiva proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 159
Figura E-12: Resultados grado de saturación efectiva proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 160
Figura E-13: Resultados grado de saturación efectiva proyección con diseño actual (diseño 2)..... 161
Figura E-14: Resultados grado de saturación efectiva proyección con diseño actual (diseño 2)..... 162
Figura E-15: Resultados permeabilidad relativa condición actual..... 163
Figura E-16: Resultados permeabilidad relativa condición actual..... 164
Figura E-17: Resultados permeabilidad relativa proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 165
Figura E-18: Resultados permeabilidad relativa proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 166
Figura E-19: Resultados permeabilidad relativa post-cierre con diseño modificado (diseño 1)..... 167
Figura E-20: Resultados permeabilidad relativa proyección con diseño actual (diseño 2) 168
Figura E-21: Resultados permeabilidad relativa proyección con diseño actual (diseño 2) 169
Figura E-22: Resultados permeabilidad relativa post-cierre con diseño actual (diseño 2) 170
Figura E-23: Resultados altura de presión en el tiempo proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 171
Figura E-24: Resultados altura de presión en el tiempo proyección con diseño actual (diseño 2)..... 171
Figura E-25: Resultados caudales en drenes proyección con diseño modificado (diseño 1) 172
Figura E-26: Resultados caudales en drenes proyección con diseño actual (diseño 2) 173
Figura F-1: Disposición de puntos de monitoreo - proyección con diseño modificado (diseño 1) y proyección con diseño actual (diseño 2)..... 174

Figura F-2: Resultados presión de poros en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 174
Figura F-3: Resultados presión de poros por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 175
Figura F-4: Resultados presión estacionaria en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 177
Figura F-5: Resultados presión estacionaria por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 178
Figura F-6: Resultados exceso presión de poros en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 180
Figura F-7: Resultados exceso presión de poros por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 181
Figura F-8: Resultados presión de poros en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 183
Figura F-9: Resultados presión de poros por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 2)..... 184
Figura F-10: Resultados presión estacionaria en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 186
Figura F-11: Resultados presión estacionaria por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 187
Figura F-12: Resultados exceso presión de poros en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 189
Figura F-13: Resultados exceso presión de poros por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 190
Figura F-14: Resultados confinamiento total en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 192
Figura F-15: Resultados confinamiento total por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 193
Figura F-16: Resultados confinamiento efectivo en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 195
Figura F-17: Resultados confinamiento efectivo por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 196
Figura F-18: Resultados esfuerzo desviador en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 198
Figura F-19: Resultados esfuerzos desviadores por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 199
Figura F-20: Resultados confinamiento total en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 201
Figura F-21: Resultados confinamiento total por etapa - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 202
Figura F-22: Resultados confinamiento efectivo en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 204
Figura F-23: Resultados confinamiento efectivo por etapa - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 205

Figura F-24: Resultados esfuerzo desviador en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 207
Figura F-25: Resultados esfuerzos desviadores por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 208
Figura F-26: Resultados deformación horizontal en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 210
Figura F-27: Resultados deformación horizontal por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 211
Figura F-28: Resultados deformación vertical en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 213
Figura F-29: Resultados deformación vertical por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 214
Figura F-30: Resultados deformación horizontal en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 216
Figura F-31: Resultados deformación horizontal por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 217
Figura F-32: Resultados deformación vertical en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 219
Figura F-33: Resultados deformación vertical por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 220
Figura F-34: Condición de falla Condición Estática - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 222
Figura F-35: Condición de falla Condición Pseudo-estática - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 225
Figura F-36: Condición de falla Condición Estática - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 228
Figura F-37: Condición de falla Condición Pseudo-estática - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 231
Figura G-1: Resultados altura de agua – Proyección con diseño modificado (diseño 1).. 234
Figura G-2: Resultados altura de agua – Etapa 13 Proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 236
Figura G-3: Resultados permeabilidad relativa – Etapa 13 Proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 237
Figura G-4: Resultados altura de agua –Proyección con diseño actual (diseño 2) 238
Figura G-5: Resultados altura de agua – Etapa 13 Proyección con diseño modificado (diseño 2)..... 240
Figura G-6: Resultados permeabilidad relativa – Etapa 13 Proyección con diseño actual (diseño 2)..... 241
Figura G-7: Resultados presión de poros en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 242
Figura G-8: Resultados presión de poros – Etapa 13 proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 244
Figura G-9: Resultados confinamiento efectivo en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 245

Figura G-10: Resultados confinamiento efectivo – Etapa 13 proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 247
Figura G-11: Resultados esfuerzo desviador en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 248
Figura G-12: Resultados esfuerzo desviador – Etapa 13 proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 250
Figura G-13: Resultados presión de poros en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 251
Figura G-14: Resultados presión de poros – Etapa 13 proyección con diseño actual (diseño 2)..... 253
Figura G-15: Resultados confinamiento efectivo en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 254
Figura G-16: Resultados confinamiento efectivo – Etapa 13 proyección con diseño actual (diseño 2)..... 256
Figura G-17: Resultados esfuerzo desviador en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)..... 257
Figura G-18: Resultados esfuerzo desviador – Etapa 13 proyección con diseño actual (diseño 2)..... 259
Figura G-19: Condición de falla Escenario estático – Etapa 13 Proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 260
Figura G-20: Condición de falla Escenario Pseudo estático – Etapa 13 Proyección con diseño modificado (diseño 1)..... 261
Figura G-21: Condición de falla Escenario estático – Etapa 13 Proyección con diseño actual (diseño 2)..... 262
Figura G-22: Condición de falla Escenario Pseudo estático – Etapa 13 Proyección con diseño actual (diseño 2) 263

RESUMEN

Como parte del análisis de modos de fallas en muros de empréstitos en depósitos de relaves, surge la necesidad de analizar el comportamiento mecánico de sus esfuerzos internos producto de la variación de presiones de poros producto del crecimiento del depósito. Para cumplir con este objetivo, se realizó un análisis de acoplamiento hidromecánico en régimen transiente, que formuló simultáneamente mediante el método de elementos finitos la teoría de flujo en medios porosos y de elastoplasticidad mecánica. Para un caso de aplicación de referencia se realizó un análisis hidromecánico en régimen transiente asociado al comportamiento temporal del muro frente a una proyección de crecimiento de relave del depósito, mientras que, para la incorporación del crecimiento del muro entre etapas se realizó un análisis de elastoplasticidad mecánica incremental en régimen permanente.

Para que los análisis resultaran representativos, se realizó un ajuste de las propiedades hidráulicas del muro y de estratos de suelo mediante una calibración realizada con información obtenida de instrumentación geotécnica en un periodo de tiempo asociado a la operación del depósito, mientras que, para el caso de las propiedades elastoplásticas, se incluyeron valores obtenidos a partir de información del muro de referencia. Con esta información, se realizó una proyección de crecimiento del muro bajo dos enfoques de diseño, uno realizando modificaciones importantes en su geometría y sistema de drenaje, y otro manteniendo su configuración original.

De los resultados del análisis, la variación de la presión de poros generó una disminución y aumento del confinamiento efectivo en zonas saturadas y no saturadas, respectivamente, sin embargo, en el caso de presentarse cambios bruscos del nivel de agua debido a problemas en el sistema de drenaje y/o impermeabilización, se podrían generar la falla del depósito. Por lo que, para mantener un crecimiento estable del depósito en el tiempo, se requiere asegurar las condiciones operativas del sistema de drenaje y/o impermeabilización del muro en el largo plazo, además de contar con la opción de extracción de agua mediante pozos para compensar cualquier cambio en el crecimiento del nivel de agua.

ABSTRACT

As part of the analysis of the failure modes in the borrow walls of tailings dams, the need arises to analyze the mechanical behavior of their internal forces as a result of the variation of pore pressures due to the growth of the dam. In order to meet this objective, a transient hydromechanical coupling analysis was carried out that formulated, through the finite element method, the theory of flow in porous media and mechanical elastoplasticity simultaneously. For a case of reference application, a hydromechanical analysis was carried out in a transient scheme associated with the temporary behavior of the wall compared to a projection of growth of the tailings of dam, meanwhile, for the incorporation of the growth of the wall between stages, an elastoplasticity analysis incremental mechanics in steady state was performed.

To make the analyses representative, an adjustment of the hydraulic properties of the wall and soil strata was carried out through a calibration conducted with information obtained from geotechnical instrumentation in a period of time associated with the operation of the dam, while, in the case of the elastoplastic properties, values obtained from information from the reference wall were included. With this information, a growth projection of the wall was performed under two design approaches, one making important modifications in its geometry and drainage system, and the otherone, maintaining its original configuration.

From the results of the analysis, the variation of the pore pressure generated a decrease and increase in the effective confinement in saturated and unsaturated zones, respectively. However, in the case of sudden changes in the water level due to problems in the system drainage and/or waterproofing, the wall presents a tendency to failure. For this reason, to maintain a stable growth of the dam over time, it is necessary to ensure the operating conditions of the drainage system and/or waterproofing of the wall in long term, in addition to having the option of extracting water through wells to compensate any change in the behavior of the water level.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Descripción general

Según los requerimientos indicados en el D.S. N° 248/2007 del Ministerio de Minería [Ref. 20], para la aprobación de proyectos de depósitos de relaves gran parte de los análisis que se realizan a los depósitos de relaves se asocian a la revisión de su estabilidad para escenarios estáticos, pseudo-estáticos y/o dinámicos, sin embargo, el enfoque del comportamiento hidráulico dentro de los depósitos toma un rol secundario en estos análisis, quedando generalmente asociado solo a la definición de un nivel freático a partir de un análisis de infiltración en régimen permanente.

Dado que, actualmente en Chile los depósitos de relaves se encuentran implementando en sus prácticas los principios del estándar denominado GISTM (Global Industry Standard on Tailings Management) [Ref. 21] se busca el desarrollo de un diseño sólido que integre la base de conocimientos y minimice el riesgo de falla de los depósitos, incluyendo aspectos de gestión de riesgos a partir de la planificación, construcción, operación, monitoreo y cierre. En base a lo anterior, dentro de los aspectos de diseño enfocado en el crecimiento del depósito, surge la necesidad de analizar cómo afecta en la estabilidad de los depósitos de relave la variación temporal del nivel freático y cuáles son los parámetros de mitigación de mayor importancia.

A partir del contexto mencionado, en este estudio se busca realizar un análisis del comportamiento hidromecánico de un muro de empréstitos referencia de un depósito de relaves, mediante la implementación de un modelo en elementos finitos bidimensional basado en la definición de los siguientes comportamientos:

- Comportamiento hidráulico en régimen transiente de un medio poroso saturado y no saturado mediante la implementación de las ecuaciones de Richards (ecuación de Laplace general para medios porosos no saturados) [Ref. 3], ecuación de Darcy [Ref. 2], de conservación de masa y la definición de las curvas de succión del medio poroso.

- Comportamiento mecánico incremental del medio a partir de las ecuaciones de cinemática asociadas a los desplazamientos, de equilibrio de fuerzas y de la relación constitutiva que relacionan los esfuerzos y deformaciones del medio (ley de Hooke generalizada).

La implementación de este análisis es realizada a partir del uso del software Bentley Plaxis 2D versión "Ultimate" [Ref. 22], en donde se desarrolla una sección bidimensional representativa de un muro de empréstitos de un depósito de relaves de referencia, considerando los siguientes aspectos:

- Definición de espesores, propiedades mecánicas e hidráulicas de los estratos del suelo de fundación y del nivel freático regional a partir de información topográfica del terreno y de la información de sondajes realizados en el sector.
- Modelación geométrica de las etapas de crecimiento del muro de empréstito, impermeabilización en talud aguas arriba y del sistema de drenaje basal, considerando información de los materiales utilizados para estimar sus propiedades mecánicas e hidráulicas.
- Definición de configuración y temporalidad del crecimiento del nivel de relaves definido sobre el talud aguas arriba del muro de empréstitos a partir de información asociada a su proyección de diseño y planificación.
- Implementación de registros de instrumentación geotécnica y de pozos de extracción de aguas tanto en el muro de empréstitos como en los estratos del suelo de fundación, con el objetivo de realizar una calibración de los parámetros hidráulicos a partir de información histórica disponible.

De esta forma a partir de la calibración del modelo se busca estimar el comportamiento actual del muro y proyectar su crecimiento para dos escenarios de diseño al término de su vida útil, contemplando un análisis de sensibilidad que permita realizar el ajuste de parámetros operacionales. Esto con el objetivo de poder priorizar cuáles serán los parámetros que podrían marcan la diferencia en el diseño de un muro de empréstitos de un depósito de relaves para un escenario de análisis estático marcado por cambios hidráulicos significativos en su comportamiento elastoplástico.

1.2 Objetivos del estudio

1.2.1 Objetivos generales

El objetivo general de este estudio consiste en evaluar el comportamiento hidráulico en régimen transiente de un muro de empréstito de un depósito de relaves y acoplarlo con su comportamiento elastoplástico mecánico, realizando con ello el análisis de falla del muro para distintas etapas de crecimiento durante la operación y posterior cierre.

1.2.2 Objetivos específicos

Los objetivos específicos que se plantean en este estudio son los siguientes:

- Conocer la metodología de solución mediante formulación de elementos finitos de problemas hidromecánicos para un escenario de análisis de estabilidad estático.
- Implementar el uso del software Plaxis 2D en su versión "Ultimate" [Ref. 22] para desarrollar la modelación de un muro de un depósito de relaves representativo con régimen transiente, revisando sus beneficios y limitaciones.
- Realizar la calibración hidráulica del muro modelado a partir de información temporal disponible y proyectar con ello su comportamiento al término de su vida útil para dos escenarios de diseño de las etapas proyectadas en el largo plazo.
- Realizar un análisis de escenarios de diseño definido a partir de la eliminación de componentes del sistema de drenaje y verificar cuan significativo resulta su remoción en los análisis hidromecánicos realizados.

1.3 Metodología de trabajo

Para el desarrollo de los objetivos descritos, se consideró la siguiente metodología a seguir como pauta de elaboración de este informe:

- Etapa 1: Recopilación de información asociada al fenómeno:
    - Recopilación de información bibliográfica del estado del arte de la formulación de elementos finitos para flujos en medios porosos y de elastoplasticidad para implementarse de forma acoplada en régimen transiente.
    - Recopilación de información disponible de un muro de empréstitos de un depósito de relaves referencial, enfocado en definir la materialidad del muro,

estratos de fundación, relave depositado, junto con los registros de instrumentación disponible.

- Etapa 2: Modelación numérica del comportamiento hidráulico y elastoplástico del fenómeno:
  - Implementación del comportamiento hidráulico de un modelo bidimensional de elementos finitos de una sección representativa del muro en régimen transiente, incluyendo condiciones de borde asociadas al crecimiento del nivel de relaves sobre el talud aguas arriba del muro y el nivel de extracción y/o monitoreo de pozos ubicados aguas abajo.
  - Desarrollo de una calibración del modelo del muro para realizar el ajuste de parámetros hidráulicos a partir de las condiciones de borde provenientes de registros de información piezométrica medida en un periodo de tiempo acotado.
- Etapa 3: Planteamiento de resultados obtenidos en el modelo:
  - Interpretación de resultados obtenidos y extrapolación del comportamiento hidromecánico para dos diseños proyectados de crecimiento del muro hasta un periodo de tiempo posterior a su cierre.
  - Desarrollo de análisis de sensibilidad del crecimiento del muro considerando la variación y/o eliminación de componentes hidráulicos de diseño y su inferencia con respecto a los resultados del caso base.

1.4 Estructura del informe

La estructura de este informe considera los siguientes aspectos indicados en cada uno de sus capítulos:

- Capítulo 1 - Introducción: descripción de los antecedentes generales, objetivos y metodología de trabajo para la realización del estudio planteado.
- Capítulo 2 – Antecedentes disponibles y descripción del caso de aplicación: Descripción secuencial del proceso de depositación y almacenamiento de relaves, indicando la descripción del caso de aplicación a implementar junto con los antecedentes de referencia más representativos para este estudio.

- Capítulo 3 - Estado del arte: Detalle de los aspectos teóricos de la formulación mediante elementos finitos del acoplamiento de flujo y elastoplasticidad mecánica de medios porosos en régimen transiente a implementar en el modelo.
- Capítulo 4 – Modelación numérica del caso de aplicación: Definición de los aspectos requeridos para la modelación del muro en el software Plaxis 2D [Ref. 22], incluyendo la definición de la configuración del muro y de su fundación, condiciones de borde definidas, junto a la definición de parámetros hidráulicos y mecánicos de los materiales del suelo de fundación, muro y relave.
- Capítulo 5 – Interpretación de resultados obtenidos: Presentación de resultados de niveles freáticos, esfuerzos internos, deformaciones y factores de seguridad del muro para la condición actual y para dos escenarios de diseño para las etapas proyectadas de crecimiento al término de la vida útil del depósito.
- Capítulo 6 - Análisis de escenarios de diseño: Análisis del nivel de representatividad que presenta la variación y/o eliminación de componentes hidráulicos para los dos escenarios de diseño propuestos para analizar la estabilidad del muro.
- Capítulo 7 - Conclusiones y recomendaciones: Dar respuesta a los objetivos planteados en este informe e indicar un enfoque de desarrollo de análisis posteriores basados en este estudio.

2 ANTECEDENTES DISPONIBLES

2.1 Proceso de depositación de relaves

2.1.1 Descripción del proceso de manejo y almacenamiento de relaves

De la cantidad de material extraído en el proceso minero de sulfuros de cobre, sólo una pequeña fracción, del orden de un 1% [Ref. 18], corresponde al concentrado a procesar para obtener cobre de alta pureza mediante el proceso de filtrado, el resto del volumen de material con baja pureza de cobre, denominado relave, es transportado en depósitos diseñados para este fin.

Los relaves generalmente presentan una clasificación USCS limo arenoso, con un índice de plasticidad de la fracción fina nulo a muy bajo. Comúnmente, para su transporte se le agrega agua para alcanzar concentraciones de sólidos en peso del orden de un 50% [Ref. 18], que permiten su transporte hidráulico.

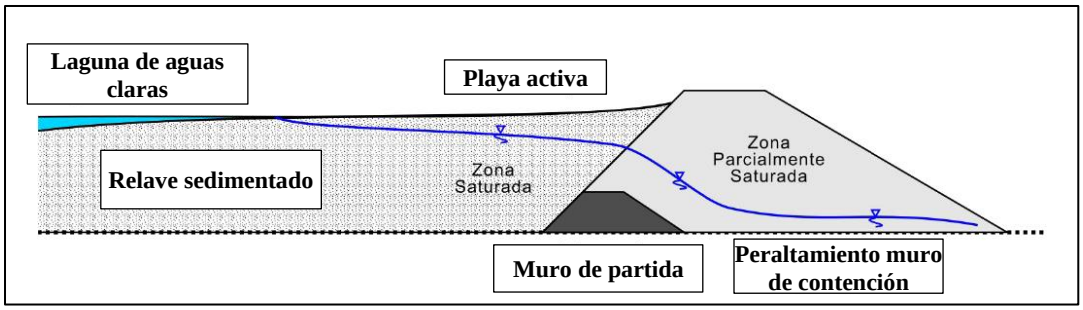
El transporte del relave se realiza desde la planta concentradora mediante líneas de tuberías y/o canaletas que lo transportan hidráulicamente al depósito, en donde se realizará su distribución homogénea mediante puntos de descarga con válvulas de cierre, denominados spigots, que se encuentran distribuidos a lo largo de la periferia del depósito. La descarga de relaves al depósito se realiza por sectores a partir de una planificación operacional de acuerdo con el plan de depositación vigente.

2.1.2 Descripción de los depósitos de relaves

Un depósito de relaves es una obra que generalmente está emplazado en una cuenca semicerrada. En su apertura se implementa un muro de contención para poder cerrar la cuenca y almacenar los relaves transportados desde la planta concentradora a la tasa de producción planificada durante toda su vida útil.

El muro de contención de un depósito de relaves, corresponde a un cuerpo resistente de material compactado por capas, ya sea de arenas de relave o de empréstitos, con lo que se controlan las filtraciones de agua en su interior provenientes del depósito.

Figura 2-1: Sección típica muro de contención de un depósito de relaves
Fuente: Elaboración propia



Para la construcción del muro se considera su peraltamiento gradual en función del crecimiento del nivel de relaves depositados que lo contacta, planificando su crecimiento en etapas inversionales para mantener una revancha mínima con respecto al nivel depositado.

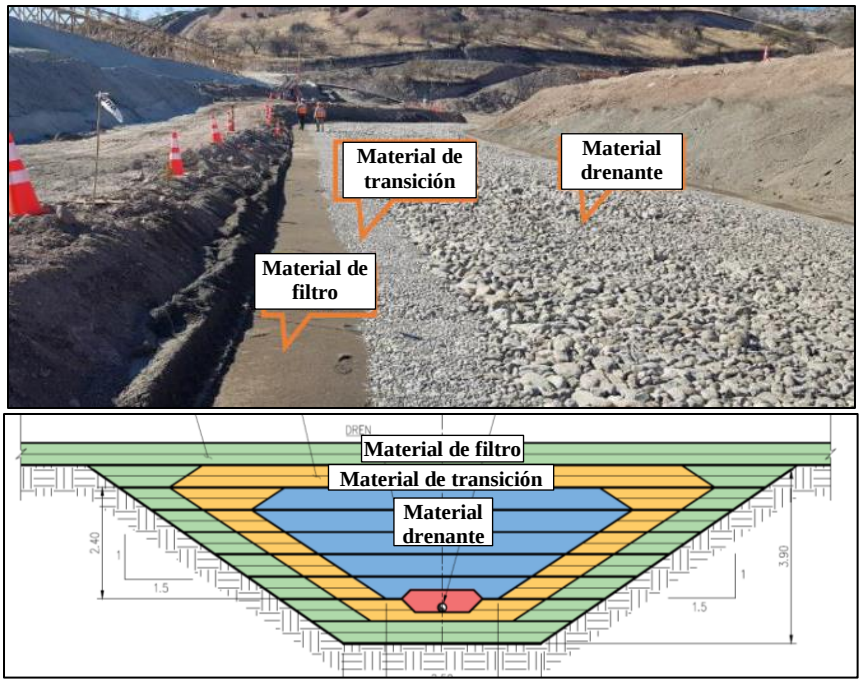
El diseño del muro de contención considera los siguientes componentes que se van extendiendo en la medida que va creciendo:

- Sistema de drenaje: Zanjas dispuestas en la base del muro rellenadas con material drenante que permite el escurrimiento del agua almacenada, mitigando con ello la formación de nivel freático. Para mitigar la contaminación del material drenante producto de la migración de partículas finas durante el escurrimiento de agua, se considera la disposición de materiales de filtro y de transición dispuestos como envoltorio del material drenante.

  De acuerdo al tipo de diseño, se puede incluir de forma complementaria un estrato de material de filtro denominado alfombra drenante, el cual favorece el escurrimiento horizontal del agua depositada en la base del muro hacia los drenes.

  De forma complementaria, dentro de muros de empréstito se pueden incluir cuerpos verticales de material de mayor permeabilidad, denominados chimeneas drenantes, que tienen por objetivo generar un descenso drástico del nivel freático hacia los drenes.

Figura 2-2: Disposición sistema de drenaje en base de muro
Fuente: Fotografía y esquema proyecto similar



- Sistema de impermeabilización: Geomembranas o geosintéticos de muy baja permeabilidad dispuestos sobre el talud aguas arriba del muro, con el objetivo de controlar la formación del nivel freático y evitar que los relaves en contacto con el talud infiltren y contaminen el material del muro.

Figura 2-3: Disposición sistema de impermeabilización talud aguas arriba de un muro
Fuente: Fotografías proyecto de referencia

- Pozos de extracción: Pozos dispuestos aguas abajo del muro que permiten el control del nivel freático mediante sistemas de bombeo, transportando el agua a la piscina de recuperación.

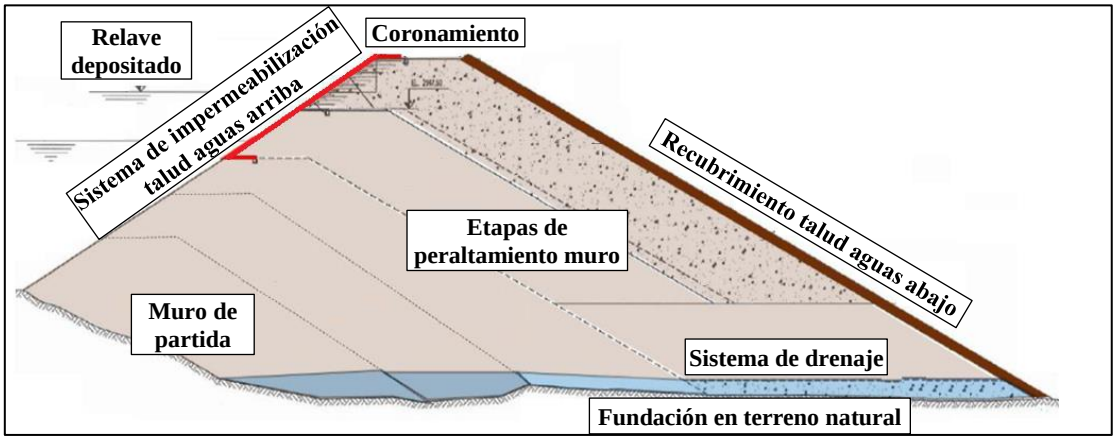
Figura 2-4: Disposición pozo de extracción aguas abajo de muro
Fuente: Fotografías proyecto de referencia

- Piscina de recuperación de aguas: piscina impermeabilizada con geomembranas de HDPE, en donde el agua colectada por drenes y pozos de extracción es impulsada a la laguna de operación del depósito de relaves, en donde se genera su recuperación como agua de proceso.

Figura 2-5: Disposición de agua en piscinas de colección
Fuente: Fotografía proyecto de referencia

La configuración tipo de un muro de contención de un depósito con los componentes de diseño que se indican a continuación se muestran en la Figura 2-6.

Figura 2-6: Configuración tipo de un muro de contención de un depósito de relaves
Fuente: Proyecto de referencia



Estos sistemas indicados tienen como objetivo la reducción del nivel freático formado en el cuerpo del muro producto del crecimiento del relave depositado aguas arriba reforzando su estabilidad física al mitigar el aumento de la presión de poros que reduce su resistencia efectiva. Este tema toma mayor importancia en la medida que el cuerpo del muro presenta una altura importante, en donde la estabilidad física requiere de mayores factores para su control.

Para el monitoreo de los muros se consideran sistemas de instrumentación que controlan tanto las aceleraciones y desplazamientos como el control de las presiones de poros. En particular para comportamiento hidráulico, se controla mediante piezómetros y pozos de monitoreo dispuestos al interior del muro y aguas debajo de este, respectivamente. Ambos instrumentos miden el nivel freático en secciones transversales representativas, con el objetivo de obtener su comportamiento hidráulico e incluirlo en análisis de estabilidad física del muro.

2.1.3 Normativa aplicable de depósitos de relaves en Chile

Los depósitos de relaves en Chile son regulados de acuerdo con el Decreto Supremo 248/2007 [Ref. 20], en donde la institución a cargo de éstos es el Servicio Nacional de

Geología y Minería [Ref. 19] a través del Departamento de Depósitos de Relaves, el Departamento de Gestión Ambiental y Cierre de Faenas y el Departamento de Seguridad Minera y Fiscalización. Actualmente, existen dos tipos de depósitos de relaves convencionales, que varían según la materialidad del muro de contención:

- Tranque de relaves: Depósito en el cual el muro es construido por la fracción más gruesa del relave. El relave transportado ingresa a un hidrociclón que separa sólidos gruesos de sólidos más finos, mediante impulsión por flujo de agua. La parte fina, denominada lama, se deposita en la cubeta del depósito, mientras que la parte gruesa, denominada arena cicloneada, se deposita de forma controlada y compactada en capas sobre el muro para generar su peraltamiento continuo.
- Embalse de relaves: Depósito donde el muro de contención es construido en etapas discretas de material de empréstito compactado en capas de acuerdo al plan de crecimiento de relave en contacto con el talud aguas arriba. El muro no forma parte de la operación del depósito, solo quedando condicionado su crecimiento en la medida que aumenta el nivel de relaves depositado en contacto con este.

En ambos casos, se considera la extensión en etapas del sistema de drenaje e impermeabilización en la base y en el talud aguas arriba, respectivamente.

Figura 2-7: Configuración y materialidad de muros de tranques de relaves
Fuente: Fotografías proyectos similares

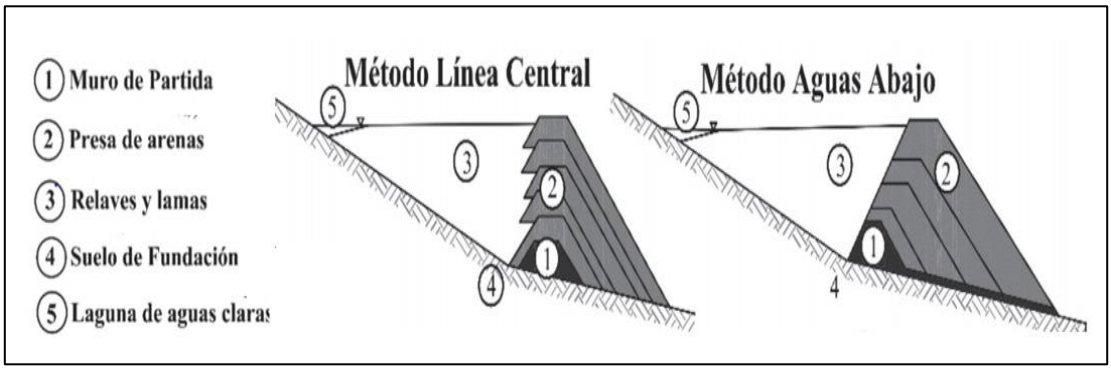
En ambos casos se considera inicialmente la implementación de un muro de partida construido con material de empréstito compactado en capas. Una vez que el muro se

encuentra próximo a llenarse se procede a realizar su peraltamiento de acuerdo a tres métodos de crecimiento, ya sea con arena cicloneada o con materiales de empréstitos:

- Método aguas abajo: El peraltamiento se realiza sobre el coronamiento y talud aguas abajo del muro en dirección aguas arriba, siguiendo el mismo plano vertical inicial. Este método requiere disponer de un gran volumen de material, pero presenta una mayor estabilidad física del muro, por lo que es el tipo de depósito de relaves más utilizado en Chile.
- Método eje central: El peraltamiento se realiza sobre una parte del relave depositado, el coronamiento y el talud aguas abajo del muro siguiendo el mismo plano vertical inicial. Este caso permite optimizar el volumen de material requerido, pero restringe la estabilidad física del muro.
- Método aguas arriba: El peraltamiento se realiza sobre los relaves depositados y el coronamiento del muro en dirección aguas arriba. En este caso, el relave en donde se dispone el nuevo muro presentará una densidad relativa baja a media, por lo tanto, si el relave se encuentra en condición saturada y sujeto a un evento sísmico, daría lugar a un fenómeno de licuefacción. Como consecuencia, este método no es recomendado en zonas sísmicas. Por lo mismo, este método está prohibido en Chile por el Decreto Supremo N.º 248/2007 [Ref. 20].

La configuración de los métodos de crecimiento de muros de depósitos de relave en Chile se muestra en la Figura 2-8.

Figura 2-8: Métodos de crecimiento de muros de depósitos de relaves en Chile
Fuente: Sernageomin [Ref. 19]



De forma adicional, el Decreto Supremo N.º 248/2007 [Ref. 20] menciona que los muros presenten una revancha mínima de un metro y que se encuentren impermeabilizados en su talud interno debido a que la laguna de aguas claras podría entrar en contacto con el muro. Este proceso puede estar realizado con un material natural de baja permeabilidad o con geosintéticos.

Por otra parte, este decreto exige que, en tranques de relave, la laguna de aguas claras se mantenga alejada del muro de contención, con el objetivo de evitar su saturación, y el consecuente aumento de la presión de poros en su interior. Esto no se exige en los embalses de relaves, de hecho, se permite que la laguna de aguas claras podría entrar en contacto con el muro, mientras esté constantemente monitoreada.

2.1.4 Tipos de fallas de muros de contención

Los muros de contención de depósitos de relave consideran el análisis de una serie de modos de falla, los cuales pueden resultar en una falla del muro y una posterior liberación descontrolada de relaves. A continuación, se detallan las fallas más críticas:

- Inestabilidad de taludes: Mecanismo generado en una superficie de falla debido a un desbalance entre la resistencia al corte del material y los esfuerzos de corte solicitantes (estáticos o sísmicos), ya sea por una configuración no adecuada del muro o por una generación de sobre esfuerzos y/o solicitaciones.
- Licuefacción: Mecanismo generado por la saturación de muros con materiales de baja compactación o dispuestos sobre suelos blandos de fundación. Pueden disminuir significativamente la resistencia efectiva al corte producto de un aumento rápido de la solicitación, ya sea para una condición sísmica o por un aumento importante del nivel freático (presión de poros) generando un comportamiento no drenado.
- Falla de fundación: Mecanismo que se genera en un estrato superficial de suelo o roca por debajo del muro que genera una superficie de falla si el peso del depósito produce esfuerzos de corte que superen la resistencia al corte del estrato débil. Esta condición puede acentuarse si la fundación del muro se realiza sobre suelos solubles que podrían colapsar ante la presencia de agua.

- Rebose: Mecanismo que ocurre cuando el volumen afluente en un depósito supera su capacidad, principalmente cuando no se realiza control de revancha en el coronamiento del muro. La fricción causada por el flujo de agua y/o relave a través del coronamiento del muro puede erosionar rápidamente un talud, generando una liberación descontrolada de energía hacia aguas abajo.
- Erosión interna: Mecanismo que ocurre debido a la migración de finos por filtración de agua y/o relave a través del sistema de drenaje del muro producto de ineficiencia de filtros del material permeable. En función de la velocidad de escurrimiento generada da lugar a la formación de cavidades que forma vías preferenciales de flujo de agua y/o relave. Las cavidades generadas favorecen el progreso de la erosión, la cual puede generar una falla local o global en la base.

2.1.5 Consideraciones geotécnicas de muros de contención

Dentro de los aspectos geotécnicos más relevantes en el diseño de un muro, se tienen en cuenta los siguientes aspectos para cumplir las exigencias de estabilidad física y química de los depósitos:

- Suelo de fundación: definición de parámetros de resistencia mecánica y parámetros hidráulicos de los estratos de suelo del sector de emplazamiento del muro, mediante la caracterización de materiales a partir de sondajes con mediciones para estimar la permeabilidad del material, la relación entre la resistencia no-drenada, módulo de deformación y la definición del comportamiento dilatante o contractivo. Se asume que las fundaciones se encuentran en estado saturado, en donde en función del tipo de material se considera si su respuesta es drenada o no drenada.
- Compactación del material del muro: se consideran aspectos constructivos del muro asociados a la compactación de material, en donde al considerarse suelos densos, la presión de poros se reduce debido a la dilatancia negativa, incrementando su resistencia última no drenada.
- Definición de materialidad de muro: Para la definición de los materiales del muro, se considera que para los conformados por arenas cicloneadas presentan una

condición densa no drenada, mientras que el comportamiento para muros de empréstitos se considera una condición densa drenada. Los relaves depositados en contacto con el talud aguas arriba del muro se consideran en estado licuado siempre que su grado de saturación se encuentre sobre un 80%.

- Métodos de crecimiento de muro: Se asocia al análisis del fenómeno de licuación estática y dinámica en función del tipo de crecimiento del muro, ya sea por el método aguas arriba (prohibido en Chile), método eje central o método de aguas abajo, ya mencionados previamente.

2.2 Caso de Aplicación

2.2.1 Descripción del caso de aplicación

El muro del depósito de relaves del caso de aplicación está conformado con material de empréstitos y fue proyectado en 13 etapas de crecimiento utilizando el método de crecimiento aguas abajo con una elevación total de 106 m, en donde actualmente presenta una altura de 51 m producto de la construcción de la etapa 6 de crecimiento. En todas las etapas presenta una revancha mínima de 5 m y un ancho de coronamiento de 15 m más un sobreancho de 3 m hacia aguas abajo que debe ser removido una vez iniciada la construcción de la siguiente etapa.

Actualmente el muro presenta una configuración base de diseño, pero debido a que en la etapa 6, se observó reiteradamente la presencia de humedad en el pie del talud aguas abajo, se realizó un rediseño de su configuración a partir de la etapa 7, de acuerdo a lo indicado en la Tabla 2-1 y la Figura 2-9. Por otra parte, las etapas de crecimiento del muro y sus respectivas elevaciones de coronamiento se muestran en la Tabla 2-2.

Figura 2-9: Sección tipo etapas de crecimiento muro de contención depósito de relaves
Fuente: Proyecto de referencia

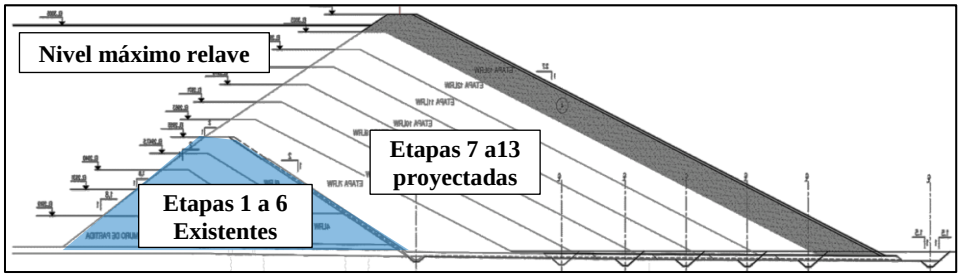


Tabla 2-1: Configuración muro de contención depósito de relaves
Fuente: Proyecto de referencia

Etapa	Unidad	Cantidad
Geometría Muro hasta etapa 6 (existente)		
Ancho Coronamiento	m	15
Talud aguas arriba	H: V	1,8:1
Talud aguas abajo	H: V	2:1
Revancha Mínima	m	5

Etapa	Unidad	Cantidad
Geometría Muro desde etapa 7 a 13 (proyectado)		
Ancho Coronamiento	m	15
Talud aguas arriba	H: V	2:1
Talud aguas abajo	H: V	2,7:1
Revancha Mínima	m	5

Tabla 2-2: Etapas de Crecimiento muro de contención depósito de relaves
Fuente: Proyecto de referencia

Etapa	Descripción	Estado	Elevación [msnm]	Altura Máxima [m]
1	Muro de Partida	Construida	2.919	15
2	2do Peralte		2.931	27
3	3°Peralte		2.940	36
4	Extensión Sistema de Drenaje Aguas Abajo		2.920	36
5	5° Peralte		2.947,5	43.5
6	6° Peralte		2.955	51
7	7° Peralte	En Construcción	2.963	59
8	8° Peralte	Proyectada	2.971	67
9	9° Peralte		2.979	75
10	10° Peralte		2.987	83
11	11° Peralte		2.995	91
12	12° Peralte		3.003	99
13	13° Peralte		3.010	106

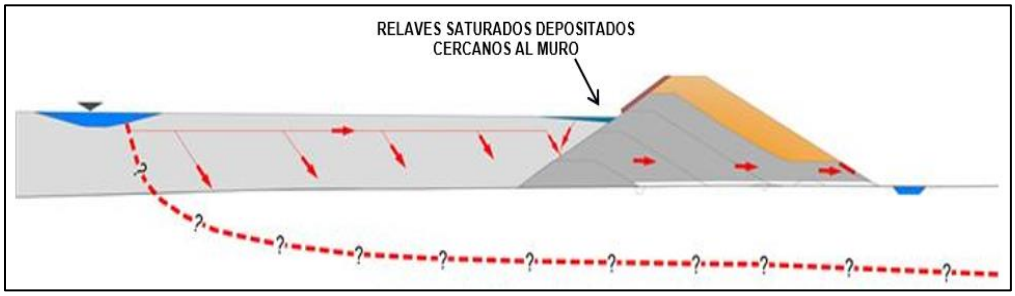
2.2.2 Problemas observados de humedad en etapa 6

Durante el año 2020, en la fundación al pie del muro se registraron eventos de afloramientos de agua en el sector central, mientras que en el contacto del relave depositado con el muro que se generó la formación de una laguna parásita. Dado que estos eventos fueron aumentando en extensión durante el año, esta condición toma criticidad en la medición del nivel freático dentro del cuerpo del muro.

Figura 2-10: Formación de laguna parásita con contacto con talud aguas arriba (imagen izquierda) y humedad observada en pie talud aguas abajo (imagen derecha)
Fuente: Fotografías proyecto de referencia

A partir de estudios realizados por mediciones en el sector, se concluyó que el humedecimiento del pie del muro fue producto de un aumento del nivel freático dentro muro, generado por problemas de colmatación en los drenes y una posible migración horizontal de agua desde el depósito a través del cuerpo del muro, los cuales se acentuaron producto de la formación de la laguna parásita.

Figura 2-11: Hipótesis de humedecimiento de la fundación
Fuente: Proyecto de referencia



Ante la incertidumbre asociada a la evolución del contenido de humedad al pie del muro y el consecuente riesgo de alcanzar niveles freáticos que puedan generar problemas en su estabilidad física en la medida que crece, se consideraron las siguientes medidas de control que fueron propuestas a implementar en la etapa 7 para remediar el fenómeno de humedecimiento y sus posibles consecuencias:

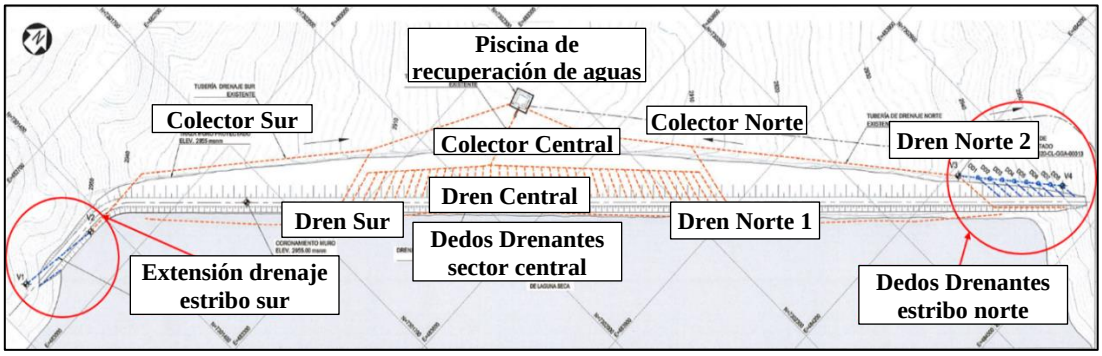
- Remoción de estrato de superficie de la fundación de origen salino, mitigando eventuales disoluciones de sal en el suelo de fundación que puedan inducir filtraciones y potenciales zonas de erosión.
- Inclusión de una alfombra drenante que optimice la conducción de las filtraciones de agua en la base del muro hacia los drenes.
- Inclusión un dren tipo chimenea dispuesto sobre el talud aguas abajo de la etapa 6 que bloquee posibles filtraciones y migración de humedad a través del muro.
- Inclusión de un dren colector longitudinal a lo largo del pie del muro.

2.2.3 Componentes del muro

2.2.3.1 Sistema de drenaje

El muro presenta un sistema de drenaje que permite disminuir el nivel freático y recuperar las aguas infiltradas mediante drenes basales dispuestos a lo largo de su base. El sistema de drenaje considerado hasta la etapa 6 contempló la disposición de dedos drenantes, ubicados principalmente en el tercio central del muro, descargando en drenes longitudinales dispuestos en la base, llevando las aguas hacia los colectores y posteriormente hacia la piscina de recuperación de aguas. En la Figura 2-12 se muestra la disposición del sistema colector hasta la sexta etapa.

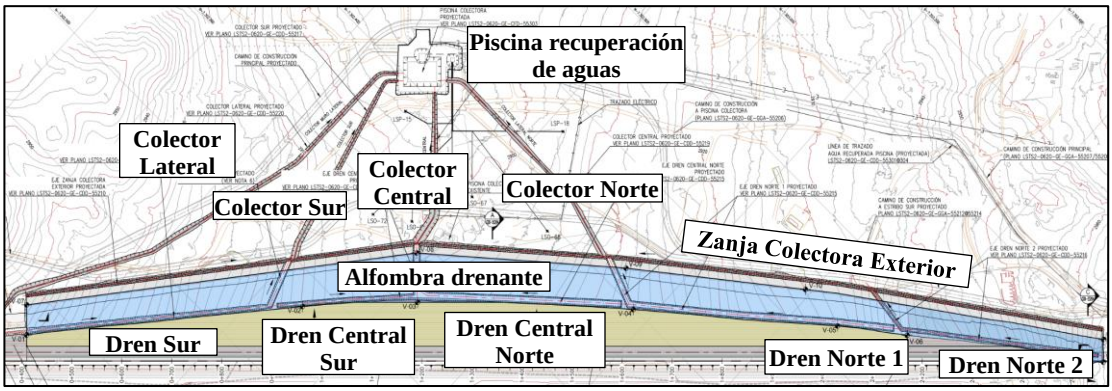
Figura 2-12: Planta disposición sistema de drenaje existente hasta etapa 6
Fuente: Proyecto de referencia



En base al evento descrito en la sección 2.2.2, se realizó el rediseño del sistema de drenaje a partir de la etapa 7 que modifica la configuración de los drenes basales, incluyendo un dren chimenea y un dren alfombra a lo largo de todo el muro, con el

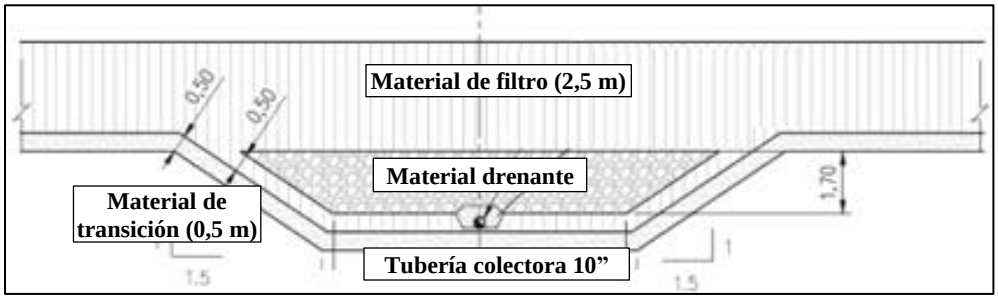
objetivo de mitigar el nivel freático en el cuerpo del muro y los eventos de humedad que se generen hacia aguas abajo. Esta configuración contempló drenes basales dispuestos bajo la alfombra drenante, con una configuración que divide las áreas drenantes para reducir el caudal acumulado en puntos bajos y dar continuidad a drenes basales de etapas anteriores. En la Figura 2-13 se muestra la disposición del sistema colector desde la etapa 7 proyectada.

Figura 2-13: Planta disposición sistema de drenaje proyectado desde etapa 7
Fuente: Proyecto de referencia



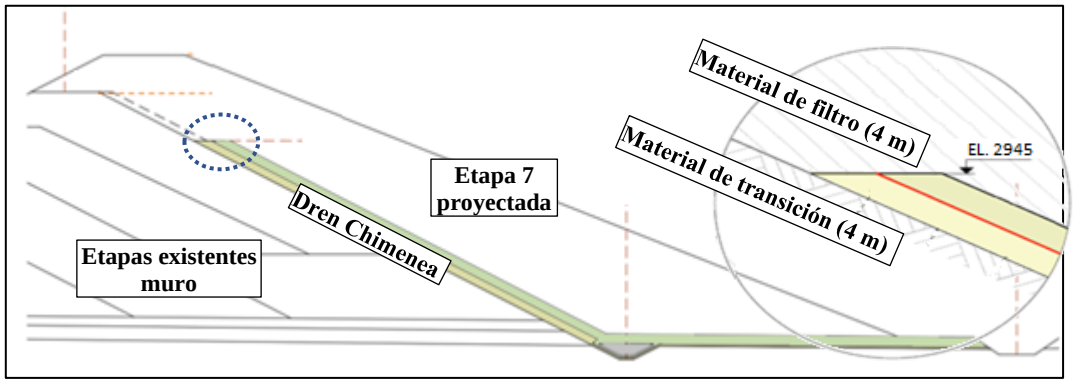
Los drenes basales tienen por objetivo captar las aguas provenientes del dren chimenea y la alfombra drenante, permitiendo descargar libremente en una zanja colectora exterior que se encontrará abierta y separada del pie del muro. Los drenes basales están compuestos por los materiales de transición, filtro y drenante. Los dos primeros con un espesor de 0,5 m cada uno y el tercero según dimensionamiento por capacidad hidráulica. Para reforzar la captación de agua, dentro de los drenes basales se considera la disposición de tuberías perforadas recubiertas por material de filtro para su protección del material drenante.

Figura 2-14: Sección tipo drenes basales
Fuente: Proyecto de referencia



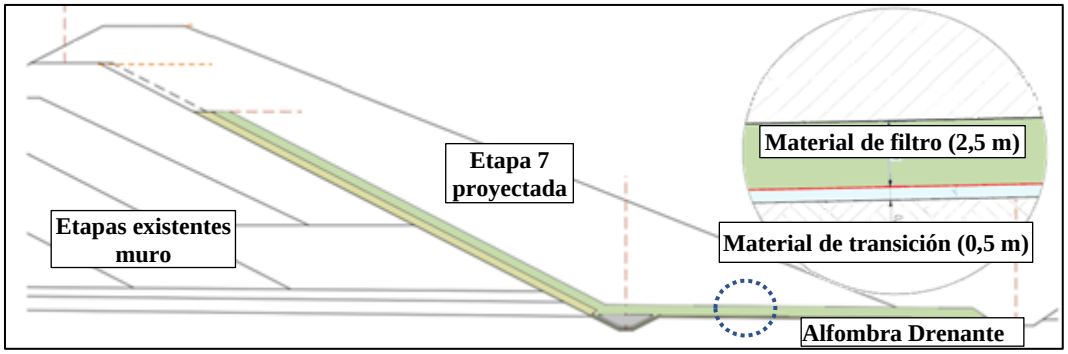
El dren chimenea está compuesta por dos estratos uniformes de ancho de 4 m de materiales de transición y de filtro. Se encuentra dispuesta sobre el talud aguas debajo de la etapa 6 hasta una elevación que corresponde a una altura de 5 metros por sobre la elevación desde la cual se comenzó a impermeabilizar el muro (etapa 5).

Figura 2-15: Configuración dren chimenea etapa 7
Fuente: Proyecto de referencia



La alfombra drenante tiene por objetivo recibir los flujos que provienen del dren chimenea y aquéllos que pudieran provenir desde la fundación. Está compuesta por material de transición y de filtro de espesores 0,5 m y 2,5 m, respectivamente.

Figura 2-16: Configuración alfombra drenante etapa 7
Fuente: Proyecto de referencia

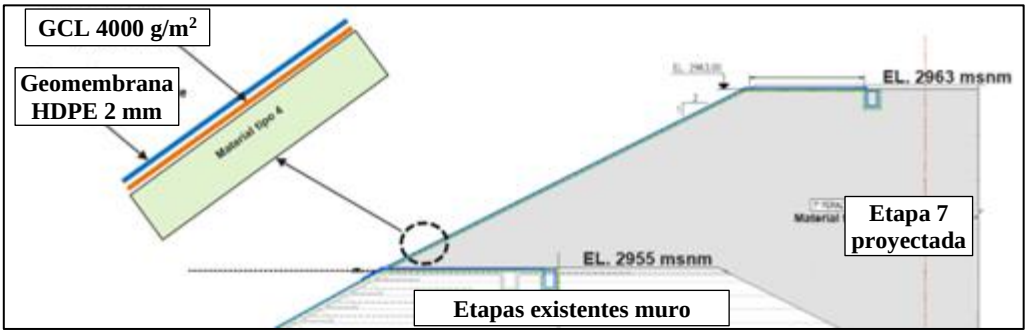


2.2.3.2 Sistema de impermeabilización

Desde la etapa 5 en adelante, el talud aguas arriba del muro incluyó un sistema de impermeabilización compuesto por geotextil y geomembrana de HDPE de 2 mm reforzado con geogrillas. Para la proyección de la etapa 7 en adelante, se contempla la disposición de una geomembrana de HDPE de 2 mm reforzada como una segunda

barrera hidráulica y de punzonamiento por un revestimiento de GCL en contacto con el muro, reemplazando el sistema de refuerzo de la sexta etapa.

Figura 2-17: Sistema de impermeabilización talud aguas arriba etapa 7
Fuente: Proyecto de referencia



2.2.4 Secuencia de llenado

Para la definición de la secuencia de llenado del depósito de relaves se consideró la revisión del plan de crecimiento y su influencia en las etapas de construcción del muro de empréstitos. La información del crecimiento en el largo plazo se detalla en la Tabla 2-3 y se muestra en la Figura 2-18, incluyéndose la distribución temporal de los crecimientos requeridos en el muro con respecto al aumento del nivel de relave en contacto con el talud aguas arriba del muro.

Figura 2-18: Crecimiento proyectado muro por etapas vs elevación relaves en contacto
Fuente: Proyecto de referencia

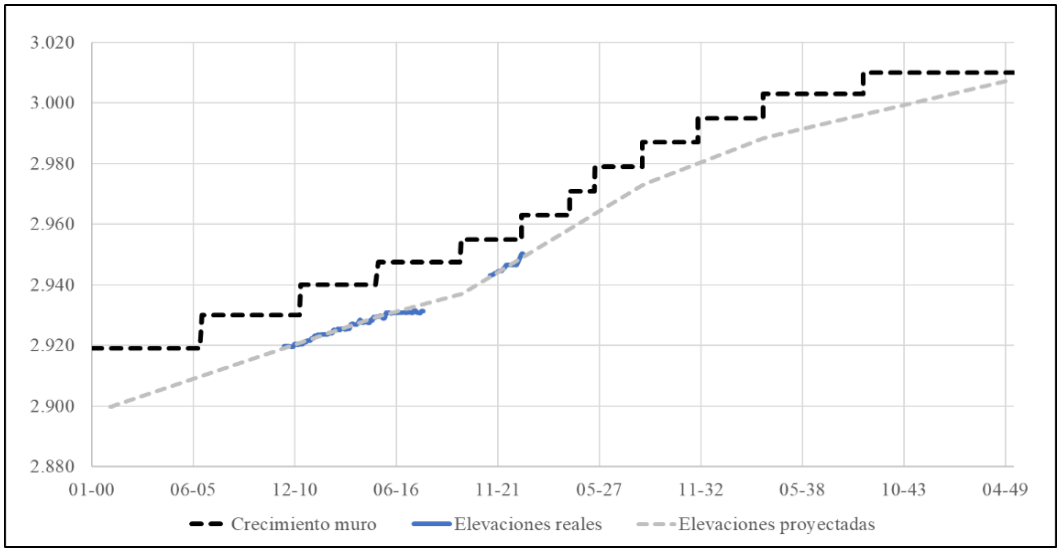


Tabla 2-3: Fechas requeridas para término construcción etapas futuras muro
Fuente: Proyecto de referencia

Etapa	Cota coronamiento (msnm)	Inicio Etapa	Etapa	Cota coronamiento (msnm)	Inicio Etapa
Etapa 1	2.919	01-2000	Etapa 8	2.971	10-2025
Etapa 2	2.930	12-2005	Etapa 9	2.979	02-2027
Etapa 3-4	2.940	04-2011	Etapa 10	2.987	09-2029
Etapa 5	2.947,5	06-2015	Etapa 11	2.995	09-2032
Etapa 6	2.955	11-2019	Etapa 12	3.003	03-2036
Etapa 7	2.963	03-2023	Etapa 13	3.010	09-2049

2.2.5 Características de materiales

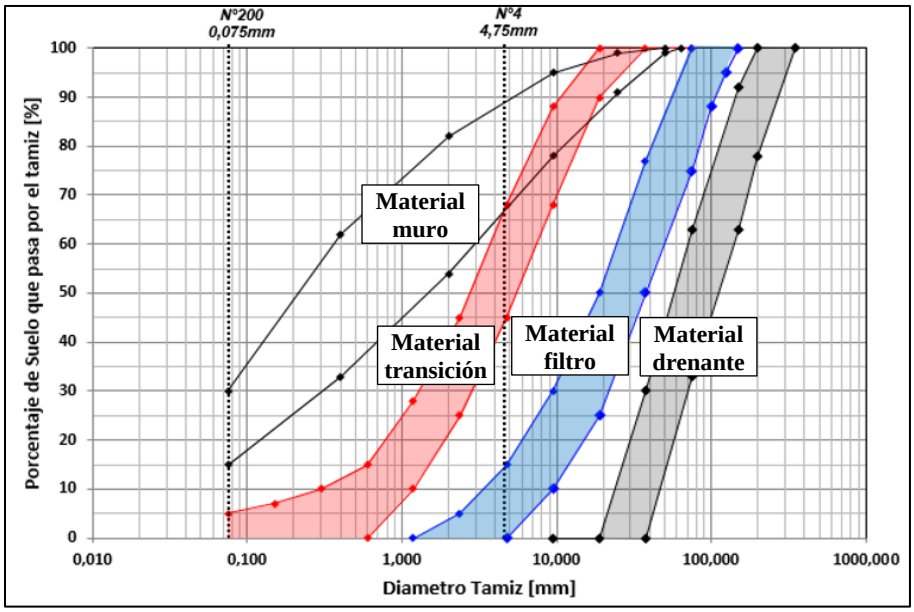
2.2.5.1 Materiales del muro

Para la conformación del muro, se consideraron los siguientes materiales con las bandas granulométricas controladas que se muestran en la Figura 2-19:

- Material de relleno muro: Arena limosa con grava (SM) o limo arenoso (ML) según la USCS, con TM=3”, contenido de finos bajo malla #200 menor a 30% y sales solubles totales menores a 5%.
- Material de transición: Arena bien graduada (SW) según la USCS, con TM=2” y contenido bajo malla #200 menor a 5% y sales solubles totales menores a 5%.
- Material de filtro: Grava pobremente graduada (GP) según la USCS, con TM=6” y contenido bajo malla #200 menor a 15% y sales solubles totales menores a 5%.
- Material drenante: Material grueso correspondiente a bolones redondeados o sub redondeados, con TM=14” y sales solubles totales menores a 5%.

Se destaca que, para sondajes realizados en el área, en profundidades acotadas del material del muro, se detectó la presencia de un relleno muy fino que clasifica como arcilla de baja plasticidad (CL) y arena arcillosa (SC), identificándose un incumplimiento del contenido máximo de finos bajo malla #200 y del contenido de sales totales en los materiales del muro.

Figura 2-19: Bandas granulométricas materiales sistema de drenaje
Fuente: Proyecto de referencia



2.2.5.2 Materiales de fundación

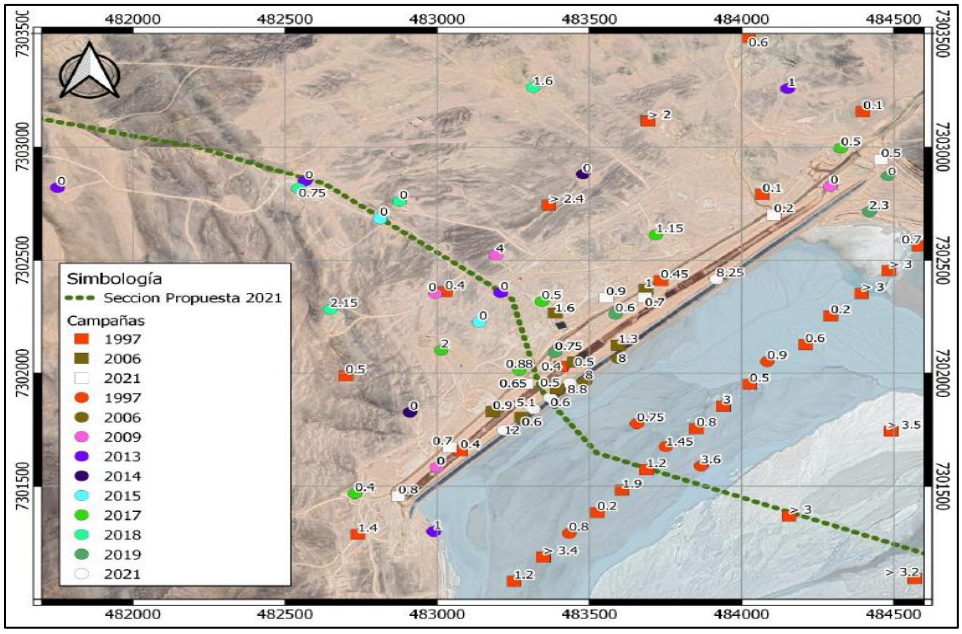
El muro está dispuesto sobre la siguiente estratigrafía de suelo, las cuales se indican en orden por profundidad.

- Suelo de fundación (gravas): Rellenos no consolidados compuestos por depósitos aluviales y coluviales con una potencia media de 3,5 m que varían entre arenas limosas, gravas limosas y limos arenosos. Este estrato presenta la mejor condición para la transmisión y almacenamiento de agua del sistema, ya que las gravas son las principales receptoras de las filtraciones de agua provenientes de los relaves, sin embargo, presenta un alto contenido de sales solubles totales que los hace presentar un potencial colapso frente a presencia de agua y el peso del muro.
- Roca meteorizada (areniscas): Estrato de grano fino a grueso con matriz débilmente calcárea. Tienen una potencia promedio de 30 m y hacia su base se encuentran intercalándose con lutitas negras en tramos del orden de 10 m de espesor. Debido a su espesor, es el principal canal de flujo aguas abajo del muro.
- Roca basal (lutitas): Estrato que presentan un espesor que alcanza más de 500 m de profundidad. Se espera que los primeros 50 m sean más permeables, teniendo

en cuenta que el grado de fracturamiento decrece gradualmente en profundidad. Esta unidad presenta afloramientos a algunos kilómetros aguas abajo del muro.

Las aguas subterráneas se encuentran dentro de estrato de roca fracturada, el cual se encontraba antes de la construcción del muro a una elevación de 2.965 msnm en un estado de equilibrio. El flujo de las aguas subterráneas sigue las pendientes topográficas naturales existentes en la cuenca con dirección noroeste. La zona de interés para el desarrollo del proyecto corresponde a la sección central, la cual presenta una trayectoria que recorre el eje de la quebrada del terreno natural y corta de forma perpendicular el dren central del muro. La disposición de la quebrada, junto con los espesores del suelo de fundación (gravas) se muestra en la Figura 2-20.

Figura 2-20: Definición en planta de quebrada en sección central del muro
Fuente: Proyecto de referencia



2.2.5.3 Propiedades resistentes de materiales

La definición de las propiedades resistentes de los materiales, incluyéndose las propiedades del relave de la cubeta, fueron obtenidas a partir de información de campañas geotécnicas realizadas en el sector, las cuales se resumen en la Tabla 2-4 para los materiales del muro y en la Tabla 2-5 para los estratos de suelo.

Tabla 2-4: Parámetros resistentes muro de depósito de relaves
Fuente: Proyecto de referencia

Parámetros		Unidad	Material muro	Material drenante	Material filtro	Relave depositado	
Densidad seca	γ	kN/m^3	18,5	20	20	13	
Densidad saturada	γ_{sat}	kN/m^3	22	21	21	18	
Ángulo fricción interna	ϕ	°	35	38	38	-	30
Cohesión	$c´$	kPa	0	0	0	-	50
Módulo de deformación	E_o	kPa	570.000	500.000	500.000	200.000	
Módulo de deformación incremental	$E(z)$	kPa/m	-	-	-	10.000	
Módulo de Poisson	λ	-	0,27	0,20	0,20	0,25	
Resistencia no drenada	$S_{u\,o}$	kPa	-	-	-	50	-
Resistencia no drenada incremental	$S_u(z)$	kPa/m	-	-	-	0,56	-

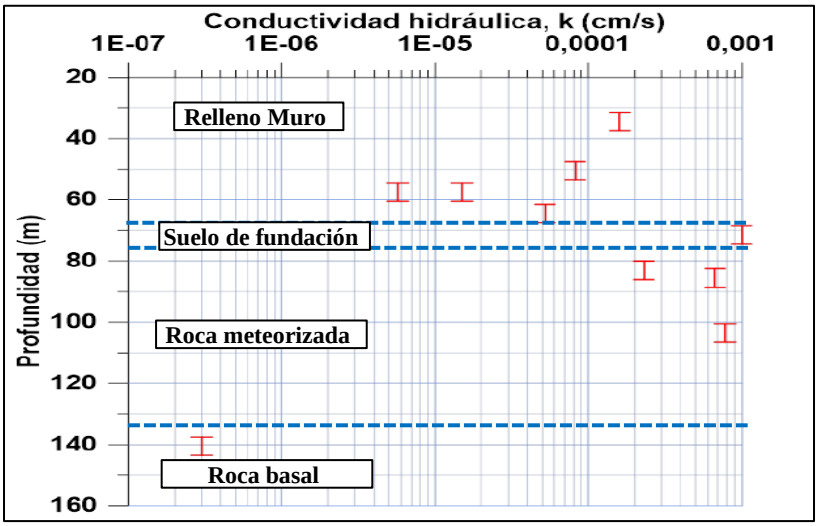
Tabla 2-5: Parámetros resistentes estratos de fundación
Fuente: Proyecto de referencia

Parámetros		Unidad	Suelo fundación (Gravas)	Roca fracturada (Areniscas)	Roca basal (Lutitas)
Densidad seca	γ	kN/m^3	18,5	22,5	25
Densidad saturada	γ_{sat}	kN/m^3	20	23,5	25
Ángulo fricción interna	ϕ	°	36	40	34
Cohesión	$c´$	kPa	10	5	200
Módulo de deformación	E_o	kPa	2.000.000	2.900.000	7.100.000
Módulo de deformación incremental	$E(z)$	kPa/m	-	-	-
Módulo de Poisson	λ	-	0,25	0,30	0,35
Resistencia no drenada	$S_{u\,o}$	kPa	-	-	-
Resistencia no drenada incremental	$S_u(z)$	kPa/m	-	-	-

2.2.5.4 Propiedades hidráulicas de materiales

La permeabilidad de los materiales del muro y estratos de fundación fueron estimadas a partir de distintas interpretaciones de datos obtenidos de ensayos Lugeon desarrollados en profundidad, los cuales se muestran en la Figura 2-21.

Figura 2-21: Conductividad hidráulica de ensayos Lugeon en profundidad
Fuente: Proyecto de referencia



De los resultados de ensayos, fue posible estimar un rango de permeabilidades por tipo de material en profundidad, los cuales se resumen en la Tabla 2-6 para materiales del muro y en la Tabla 2-7 para estratos de fundación.

Tabla 2-6: Parámetros hidráulicos muro de depósito de relaves
Fuente: Proyecto de referencia

Parámetros	Rango	Unidad	Material Muro	Material Drenante	Material filtro y transición	Relave depositado
Permeabilidad	Máximo	m/s	$1{,}6\ 10^{-6}$	$5{,}0\ 10^{-5}$	$5{,}0\ 10^{-5}$	$3{,}5\ 10^{-8}$
	Mínimo	m/s	$6{,}0\ 10^{-8}$	$5{,}0\ 10^{-7}$	$5{,}0\ 10^{-7}$	$2{,}2\ 10^{-9}$

Tabla 2-7: Parámetros hidráulicos estratos de fundación
Fuente: Proyecto de referencia

Parámetros	Rango	Unidad	Suelo fundación (Gravas)	Roca fracturada (Areniscas)	Roca basal (Lutitas)
Permeabilidad	Máximo	m/s	$1{,}6\ 10^{-6}$	$5{,}0\ 10^{-5}$	$5{,}0\ 10^{-5}$
	Mínimo	m/s	$6{,}0\ 10^{-8}$	$5{,}0\ 10^{-7}$	$5{,}0\ 10^{-7}$

2.2.6 Registros de instrumentación geotécnica

2.2.6.1 Descripción general

Para la medición del comportamiento del nivel freático tanto en el cuerpo del muro como aguas abajo, se cuenta con información de piezómetros dispuestos en el cuerpo del muro, junto a pozos de monitoreo y de extracción dispuestos aguas abajo. Para analizar la condición de humedad en el sector central, se considera la interpretación de los registros medidos entre los meses de septiembre de 2018 a febrero de 2020, que corresponde al periodo de mayor representatividad de los eventos indicados en la sección 2.2.2.

2.2.6.2 Pozos de monitoreo

Los pozos de monitoreo se encuentran dispuestos hacia aguas abajo del muro. En particular para el eje central del muro se cuenta con un registro de siete pozos: LSD-06, LSD-17, LSO-05, LSO-06, LSO-20, LSO-34 y LSO-35. Los pozos de monitoreo se encuentran dispuestos en planta en la Figura 2-22 y con las mediciones indicadas en la Figura 2-23.

Figura 2-22: Disposición pozos de monitoreo
Fuente: Proyecto de referencia

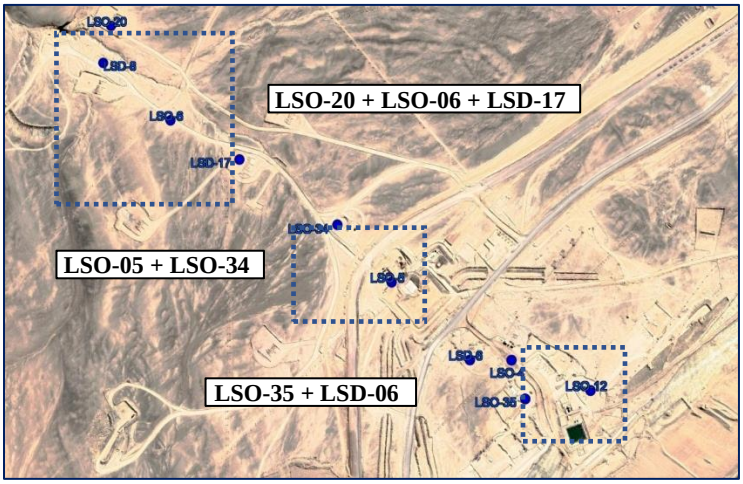
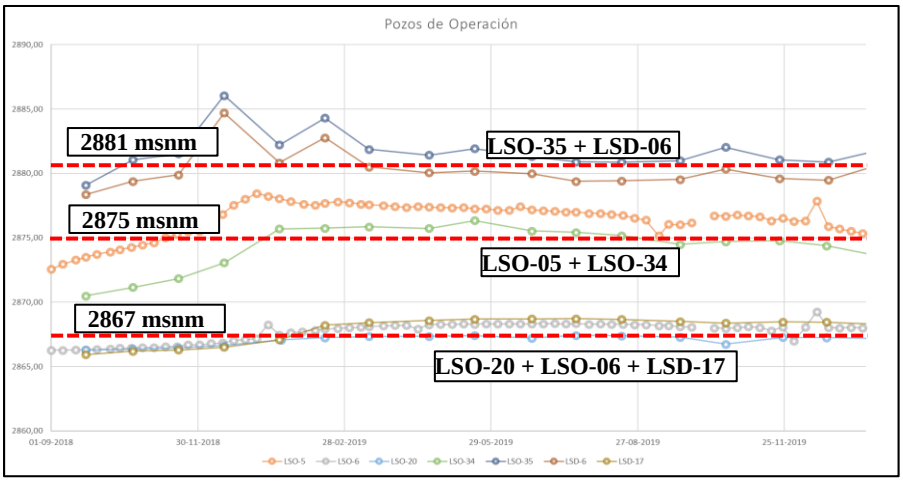


Figura 2-23: Lecturas registradas pozos de monitoreo – septiembre-18 a febrero-20
Fuente: Proyecto de referencia



La tendencia muestra un comportamiento que se mantiene constante en el tiempo, donde la variación está asociada a la disminución del nivel de agua hacia aguas abajo definida en grupos de pozos cercanos.

2.2.6.3 Pozos de extracción

Los pozos de extracción de agua también se encuentran dispuestos hacia aguas abajo del muro funcionando como cortina hidráulica para colectar el aumento del nivel freático aguas abajo y transportar el agua hacia la piscina de colección. En particular para el eje central del muro se consideran un total de siete pozos, de los cuales se cuenta con un registro de niveles freáticos un total de cinco pozos: LSP-06, LSP-15, LSP-20, LSP-21 y LSP-22. Los pozos de extracción se encuentran dispuestos en planta en la Figura 2-24 y con las mediciones indicadas en la Figura 2-25.

Figura 2-24: Disposición pozos de extracción
Fuente: Proyecto de referencia

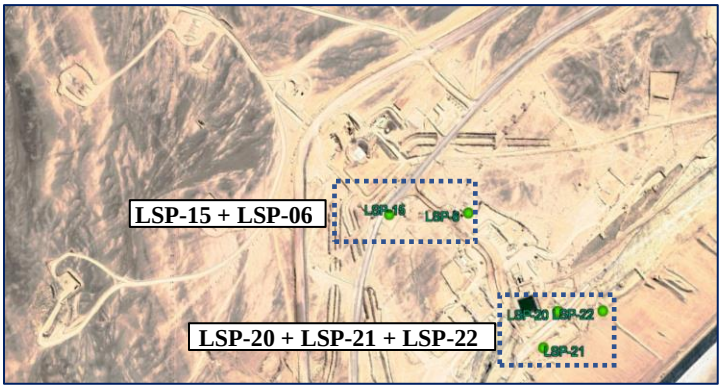
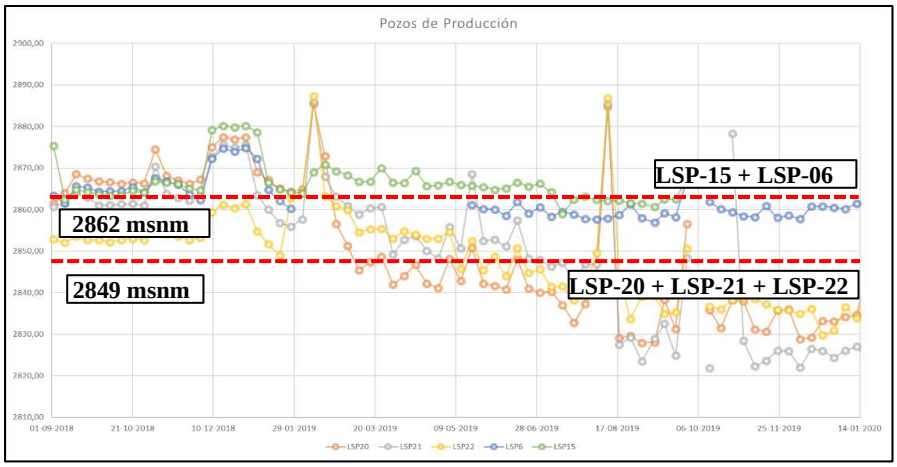


Figura 2-25: Lecturas registradas pozos de monitoreo – septiembre-18 a febrero-20
Fuente: Proyecto de referencia



La tendencia de los registros del nivel freático muestra un comportamiento de descenso en el tiempo en los pozos más cercanos al pie del muro, mientras que los pozos más lejanos presentan un comportamiento que se mantiene constante en el tiempo.

2.2.6.4 Piezómetros

Los piezómetros dispuestos en el talud aguas abajo del muro del depósito de relaves, en particular para la sección central son dos. Uno cercano al coronamiento del muro denominado LI-E4BC03 y otro al pie del talud aguas abajo denominado LI-E4CF04. En la Figura 2-26, se muestran los piezómetros dispuestos en planta y en sección transversal, junto con las mediciones indicadas en la Figura 2-27.

Figura 2-26: Disposición piezómetros en planta y sección transversal sector central
Fuente: Proyecto de referencia

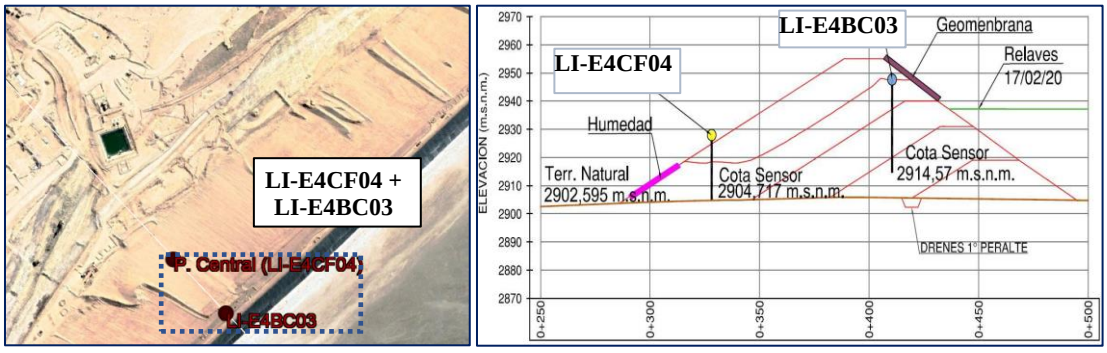
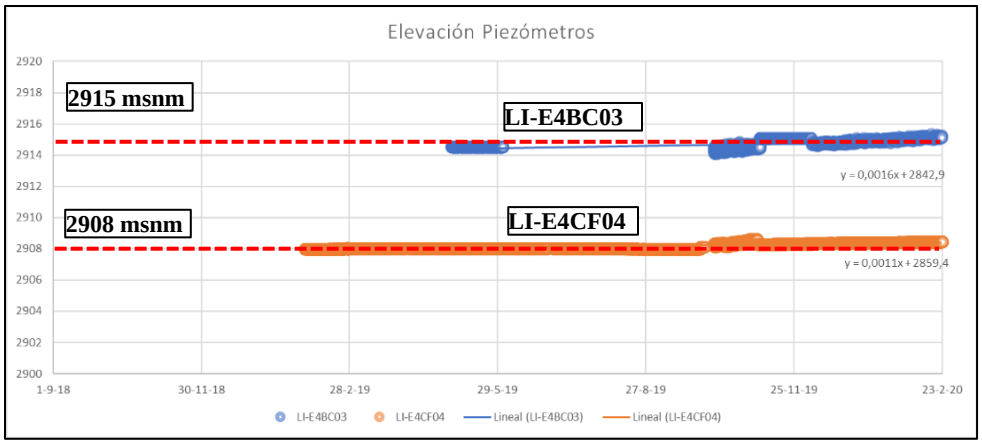


Figura 2-27: Lecturas registradas piezómetros – Periodo septiembre-18 a febrero-20
Fuente: Proyecto de referencia

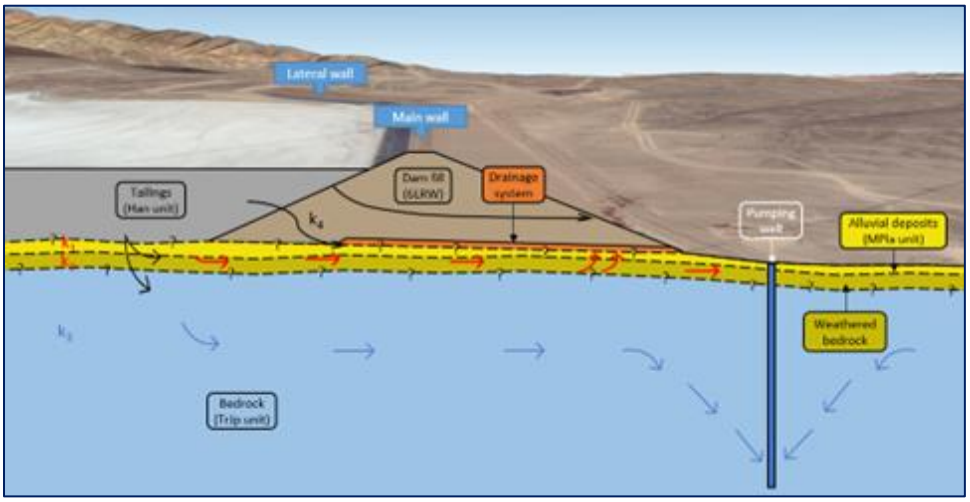


La tendencia de los registros muestra que las lecturas presentan un comportamiento de nivel de agua que se mantiene constante en el tiempo, descendiendo en dirección hacia el pie del muro.

2.2.6.5 Comportamiento observado con registros de instrumentación

De las lecturas observadas en la sección central, el comportamiento general del muro considera que la depositación de relaves aumenta localmente el nivel freático regional del sector, generando un ascenso del nivel de agua en la base del muro, mientras que la operación de los pozos de extracción dispuestos aguas abajo del pie del muro regularían este efecto.

Figura 2-28: Disposición esquemática nivel freático en sección analizada
Fuente: Proyecto de referencia



3 ESTADO DEL ARTE

3.1 Características de un medio poroso

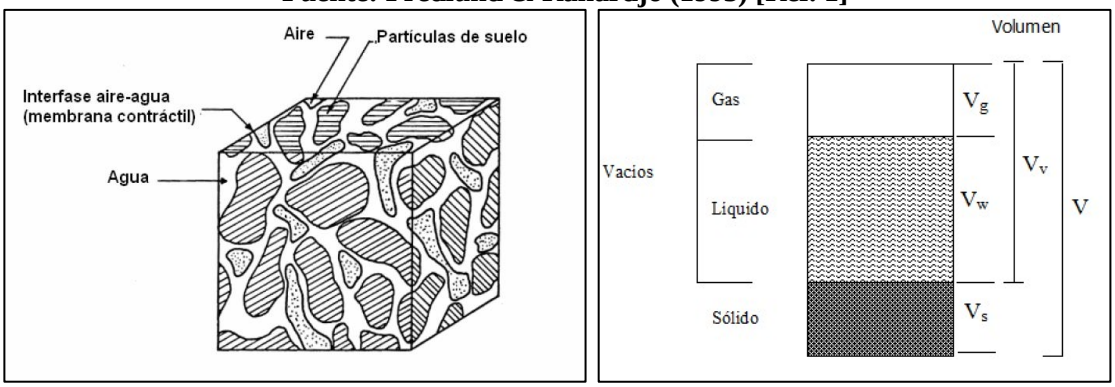
3.1.1 Clasificación de los medios porosos según su textura

Un medio poroso corresponde a un estrato de suelo compresible conformado por arenas, arcillas y/o gravas mezcladas de forma irregular y rodeada de espacios libres (vacíos) que pueden ser llenados por un fluido, en donde se presentan las siguientes fases:

- Una fase sólida a través de la cual escurre un fluido líquido y/o gaseoso, que está formada por partículas de suelo que pueden ser eventualmente deformable.
- Una fase gaseosa, esencialmente compuesta por aire y vapor, que ocupa una fracción de los poros de la matriz sólida. Este gas puede circular a través de los poros o quedarse atrapado en forma de burbujas.
- Una fase líquida, la que considera el total de líquidos presentes en el medio poroso y que se encuentra en la fracción restante de los poros.

Las fases líquida y gaseosa conforman el volumen de vacíos, mientras que la fase sólida constituye el volumen de sólidos. De acuerdo a esto, un medio poroso no saturado corresponde a un medio con un contenido de agua y gas en sus vacíos.

Figura 3-1: Fases de un elemento de suelo no saturado
Fuente: Fredlund & Rahardjo (1993) [Ref. 1]



Tomando en cuenta la teoría de la mecánica de Suelos (Lambe & Withman,1969 [Ref. 5]), las principales características de un medio poroso se relacionan con el

comportamiento hidráulico asociado a los parámetros de porosidad y su grado de saturación.

- Porosidad: Medida de la fracción de los vacíos en donde se pueden almacenar fluidos con respecto al volumen total de un medio poroso.

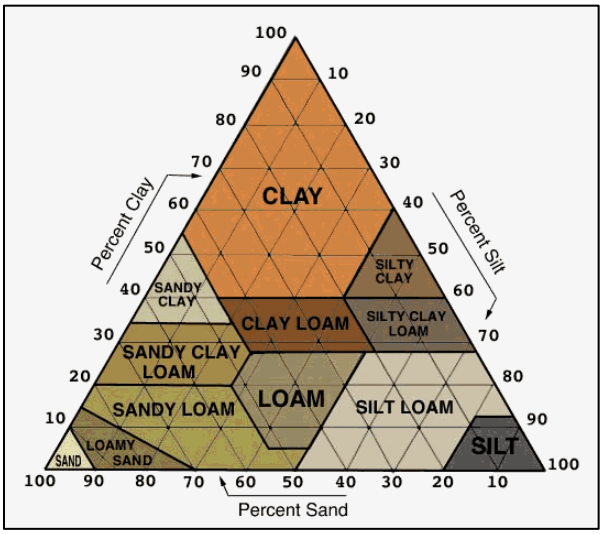
$$n = \frac{V_v}{V} = \frac{e}{(1+e)} \qquad (1) \qquad (3\text{-}1)$$

- Saturación efectiva: Medida de la relación asociada a la cantidad de fluido presente en los vacíos de un medio poroso.

$$S_e = \frac{V_w}{V} = \frac{S_e \cdot V_v}{V} = S_r \cdot n = S_r \cdot \frac{e}{(1+e)} \qquad (3\text{-}2)$$

Para la estimación de los parámetros de un medio poroso se requiere obtener la textura del material, la cual depende directamente de la granulometría del medio a partir de sus porcentajes de arena, limos y arcillas (mallas ASTM N° 4, N° 40 y N° 200 respectivamente), en donde son catalogados mediante el triángulo de textura de la SCS de la USDA [Ref. 7] que se indica en la Figura 3-2. La clase textural de los suelos con respecto al porcentajes de arenas, limos y arcillas se indican en la Tabla 3-1.

Figura 3-2: Clasificación de textura de suelos
Fuente: SCS (Soil Conservation Service) USDA [Ref. 7]



[1] La definición de la simbología de escalares, vectores y matrices indicadas en el capítulo 3 se indica en el Anexo A de este informe.

Tabla 3-1: Clasificación de suelos según textura USDA (Carsel & Parrish 1988) [Ref. 4]

Textura	Arena (%)	Limo (%)	Arcilla (%)	Clase textural	
Textura gruesa	86-100	0-14	0-10	Arenoso	Suelos arenosos
	70-86	0-30	0-15	Arenoso franco	
Textura moderadamente gruesa	50-70	0-50	0-20	Franco arenoso	Suelos francos
Textura media	23-52	28-50	7-27	Franco	
	20-50	74-88	0-27	Franco limoso	
	0-20	88-100	0-12	Limoso	
Textura moderadamente fina	20-45	15-52	27-40	Franco arcilloso	
	45-80	0-28	20-35	Franco arenoso arcilloso	
	0-20	40-73	27-40	Franco limoso arcilloso	
Textura fina	45-65	0-20	35-55	Arcilloso arenoso	Suelos arcillosos
	0-20	40-60	40-60	Arcilloso limoso	
	0-45	0-40	40-100	Arcilloso	

Si bien esta información es sólo a modo referencial (dado su uso en suelos agrícolas), permite dar un grado de representatividad para la obtención de los parámetros referenciales de la clasificación de los medios porosos no saturados.

3.1.2 Comportamiento hidráulico en medios porosos

La carga hidráulica considera tres componentes: carga de elevación, carga de presión y carga de velocidad, en donde para un medio poroso, la altura de velocidad en un suelo se considera despreciable.

$$h = (h_w + z) = \left(\frac{p_w}{\rho_w} + z\right) \tag{3-3}$$

El flujo de agua a través de un medio poroso se describe utilizando la ley de Darcy (1856) [Ref. 2], en donde tomando como supuesto que el flujo es laminar, estacionario y que el medio es homogéneo (no necesariamente isotrópico), el flujo de agua resulta proporcional al gradiente de carga hidráulica generado entre dos puntos.

$$\underline{\overline{q}} = \underline{\underline{k}} \cdot \underline{\nabla(h)} = \underline{\underline{k}} \cdot \left(\underline{\nabla(h_w)} + \underline{\nabla(z)}\right) \tag{3-4}$$

La condición que permite aplicar la ley de Darcy (1856) [Ref. 2] en un medio poroso tiene relación directa con su parámetro de permeabilidad, la cual es una propiedad que representa la capacidad del suelo para conducir agua en el medio a partir de las características del medio y su grado de saturación. La capacidad del medio poroso presenta las siguientes condiciones de carga hidráulica:

- Condición saturada: El medio poroso presenta una presión positiva de agua y su parámetro de permeabilidad se representa por el máximo valor que se mide en condiciones de saturación máxima del medio. En este caso, se considera un valor uniforme igual a la permeabilidad saturada.
- Condiciones no saturadas: El medio poroso presenta una presión de succión (negativa) de agua, en donde su permeabilidad se representa por un valor relativo que depende del grado de saturación del medio.

A partir de la definición de estas condiciones, la permeabilidad de un medio poroso queda expresado a partir de la siguiente expresión:

$$\underline{\underline{k}} = k_{rel} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \tag{3-5}$$

La permeabilidad de un medio poroso dependerá principalmente de su granulometría, porcentaje de finos, densidad seca, y plasticidad de finos. Si la permeabilidad en un estrato de suelo es alta, el tiempo de residencia del agua en el medio será bajo, mientras que en el caso que la permeabilidad sea baja, el tiempo de residencia del agua en el medio será alto.

A partir de la permeabilidad indicada en la ecuación (3-5), se generaliza la expresión del flujo asociado a la ley de Darcy (1856) [Ref. 2] para un medio poroso mediante la siguiente expresión.

$$\underline{\overline{q}} = \frac{\rho_w \cdot k_{rel}}{\gamma_w} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \left[\underline{\nabla(p_w)} + \rho_w \cdot \underline{g}\right] \tag{3-6}$$

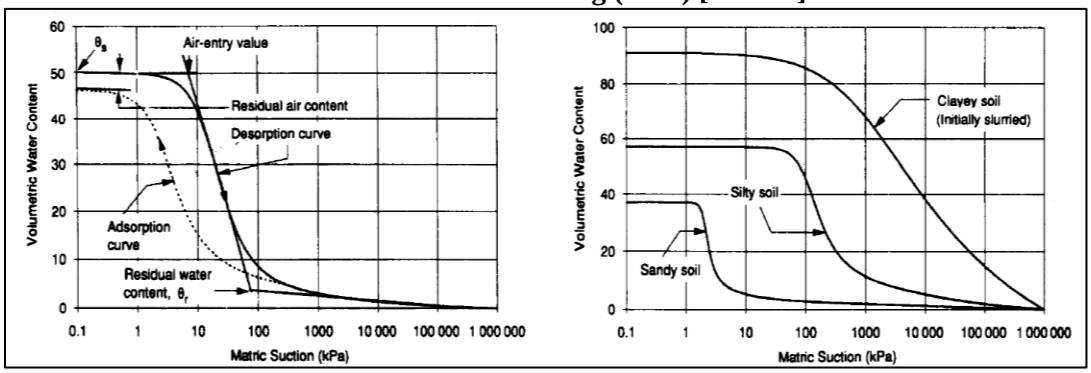
Para estimar el comportamiento entre el grado de saturación y la succión de un medio poroso, se considera la definición de curvas denominadas SWCC (Soil Water Characteristic Curve) que dependen directamente de la textura del suelo,

principalmente de la fracción fina. Esta curva, también denominada curva de retención, describe la capacidad de almacenamiento de un suelo y define la cantidad de agua que permanecerá en los vacíos para una determinada altura de succión (Newman, 1999 [Ref. 10]). En función de la relación entre el volumen de vacíos y el agua dentro del poroso, para un rango de saturación del medio de definen las siguientes fases:

- Grado de humedad residual (S_{res}): Se produce cuando el agua queda retenida en las partículas del medio poroso debido a la atracción generada por fuerzas capilares produciendo masas discontinuas de líquido en el medio.
- Grado de humedad saturada (S_{sat}): Se produce cuando todos los vacíos del suelo están ocupados únicamente por agua. Los suelos saturados se encuentran bajo un nivel freático con una presión positiva.

En la Figura 3-3 se muestra la forma típica de una SWCC, con los componentes principales de la curva descritos por diversos autores (Newman, 1999 [Ref. 10], Swanson et al. 1999 [Ref. 12] y Fredlund & Xing 1996 [Ref. 11]). Esta función es altamente no lineal, por lo que introduce dificultades en la resolución del modelo de flujo propuesto para la formulación de Richards (1931) [Ref. 3] asociado al comportamiento hidráulico de un medio poroso (ver sección 3.2).

Figura 3-3: Forma típica de una curva característica del suelo (SWCC)
Fuente: Fredlund & Xing (1996) [Ref. 11]



En el caso de suelos granulares, la curva presenta una región capilar en donde, para aumentos marginales de la altura de succión, el grado de saturación aumenta drásticamente, en cambio, para suelos finos se requieren un aumento considerable de la altura de succión para obtener un aumento moderado del grado de saturación.

Para la definición de la curva SWCC, se han desarrollado varias funciones empíricas, en particular la expresión propuesta por Van Genuchten (1980) [Ref. 6] es la más utilizada para expresar los parámetros hidráulicos asociados a un medio poroso no saturado en función de la altura de succión y por parámetros de ajuste del modelo. De esta forma, las expresiones de los parámetros hidráulicos para el modelo de Van Genuchten quedan dadas por las expresiones:

- Grado de saturación relativa:

$$S_{r(p_w)} = \begin{cases} S_{sat} & , p_w \geq 0 \\ S_{res} + S_{e(p_w)} \cdot (S_{sat} - S_{res}) = S_{res} + \dfrac{(S_{sat} - S_{res})}{(1 + |g_a \cdot p_w|^{g_n})^{g_c}} & , p_w < 0 \end{cases} \quad (3\text{-}7)$$

- Humedad Específica:

$$S_{e(p_w)} = \begin{cases} 1 & , p_w \geq 0 \\ \left(\dfrac{1}{(1+|g_a \cdot p_w|)^{g_n}}\right)^m & , p_w < 0 \end{cases} \quad (3\text{-}8)$$

- Permeabilidad relativa:

$$k_{rel(p_w)} = \begin{cases} k_{sat} & , p_w \geq 0 \\ k_{sat} \cdot {S_{e(p_w)}}^{1/2} \cdot \left(1 - \left(1 - {S_{e(p_w)}}^{1/g_c}\right)^{1/g_c}\right)^2 & , p_w < 0 \end{cases} \quad (3\text{-}9)$$

- Capacidad de almacenamiento específico:

$$C_{(p_w)} = \frac{\partial S_r}{\partial p_w} = \begin{cases} 1 & , p_w \geq 0 \\ \dfrac{(S_{sat} - S_{res}) \cdot g_n \cdot g_c \cdot g_a \cdot (|g_a \cdot p_w|)^{g_n - 1}}{(1 + |g_a \cdot p_w|^{g_n})^{g_c + 1}} & , p_w < 0 \end{cases} \quad (3\text{-}10)$$

Los parámetros de ajuste de la formulación de Van Genuchten (1980) [Ref. 6] presentan las siguientes características que permiten dar flexibilidad al comportamiento según el tipo de suelo analizado:

- El parámetro "g_a" se relaciona con la inversa de la presión de entrada de aire en el suelo (la cual se asocia al punto de inflexión de la curva). Al aumentar su valor, se considera una menor presión de succión asociado a la entrada de aire.

- El parámetro "g_n" se relaciona con la distribución del tamaño de los poros del material. Al aumentar su valor, se asocia a una disminución de la humedad para la misma carga de succión y a un cambio en el comportamiento de la curva de permeabilidad acentuándola.
- El parámetro "g_c" se relaciona con la simetría del material. Al aumentar su valor, genera una disminución de la humedad para la misma carga de succión y suavizando la forma de la curva de permeabilidad. Según el principio de Mualem (1976) [Ref.15], este parámetro se vincula con el parámetro "g_n" a partir de la relación:

$$g_c = \left(\frac{1 - g_n}{g_n}\right) \tag{3-11}$$

Cuando los datos de laboratorio de las SWCC para la formulación de Van Genuchten (1980) [Ref. 6] no están disponibles, se estiman por la textura del medio poroso a partir de la clasificación de la USDA [Ref. 7] indicado previamente en la Figura 3-2, en donde los tipos de suelo catalogados por su textura presentarán los parámetros hidráulicos indicados por Carsel & Parrish (1988) [Ref. 4] en la Tabla 3-2.

Tabla 3-2. Parámetros del suelo según textura USDA
Fuente: Carsel & Parrish (1988) [Ref. 4]

Clase Textural USDA	k_s (m/s)	S_{res} (%)	S_{sat} (%)	g_a (1/m)	g_n (-)	g_c (-)
Arenoso	$8{,}25\ 10^{-5}$	4,5	43	14,5	2,68	0,63
Areno francoso	$4{,}05\ 10^{-5}$	5,7	41	12,4	2,28	0,56
Franco arenoso	$1{,}23\ 10^{-5}$	6,5	41	07,5	1,89	0,47
Franco	$2{,}89\ 10^{-6}$	7,8	43	03,6	1,56	0,36
Limoso	$6{,}94\ 10^{-7}$	3,4	46	01,6	1,37	0,27
Franco limoso	$1{,}25\ 10^{-6}$	6,7	45	02,0	1,41	0,29
Franco areno arcilloso	$3{,}64\ 10^{-6}$	10,0	39	05,9	1,48	0,32
Franco arcilloso	$7{,}22\ 10^{-7}$	9,5	41	1,9	1,31	0,24
Franco arcillo limoso	$1{,}94\ 10^{-7}$	8,9	43	1,0	1,23	0,19
Arcilla arenosa	$3{,}33\ 10^{-7}$	10,0	38	2,7	1,23	0,19
Arcilla limosa	$5{,}56\ 10^{-8}$	7,0	36	0,5	1,09	0,08
Arcilla	$5{,}56\ 10^{-7}$	6,8	38	0,8	1,09	0,08

3.1.3 Comportamiento mecánico de medios porosos

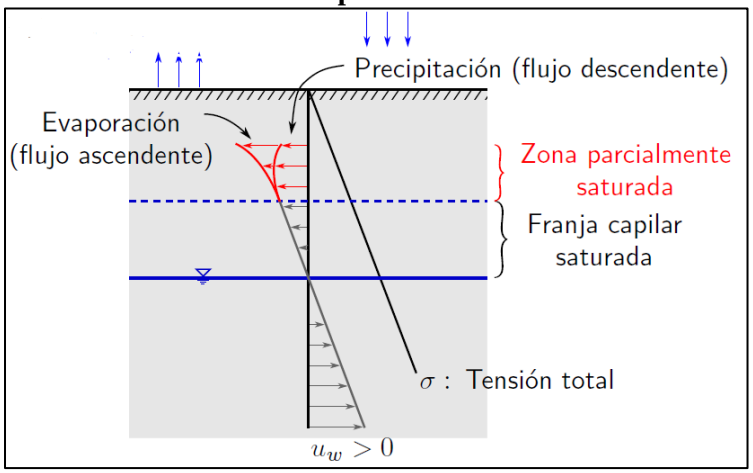
Para analizar el comportamiento mecánico en medios porosos no saturados, es necesario determinar los cambios en las presiones negativas (succión) y relacionarlos con los esfuerzos efectivos de medio. Bishop (1959) [Ref. 13] introdujo el coeficiente χ y sugirió la siguiente expresión para la definición de la presión de poros como la diferencia entre el esfuerzo efectivo (σ') y el esfuerzo total (σ)

$$\sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - \{(1-\chi)\cdot p_a + \chi \cdot p_w\}\cdot \delta_{ij} \qquad (3\text{-}12)$$

El término δ_{ij} de la expresión implica que la presión de poros será efectiva solo para las direcciones normales de esfuerzos y no de forma angular o al corte.

Tomando como base que la presión de poros (p_w) es negativa en medios porosos no saturados, el esfuerzo efectivo (σ') en succión aumenta para mantener el esfuerzo total (σ) uniforme. En la Figura 3-4 se muestra el comportamiento de las presiones de poros y esfuerzos efectivos en profundidad, con respecto a la variación de la humedad en la superficie de un medio poroso.

Figura 3-4: Comportamiento presión de poros en un medio poroso
Fuente: Apuntes Clase Modelación Computacional en Geotecnia–Esteban Sáez [Ref. 8]



Para la estimación del factor χ, Vanapalli et al (1996) [Ref. 14], introdujo que este factor es igual a la saturación específica del medio (S_e), de tal forma que:

$$\chi = S_e = \left(\frac{S_r - S_{res}}{S_{sat} - S_{res}}\right) \qquad (3\text{-}13)$$

Por otra parte, Fredlung et al (1978) [Ref. 16], propuso el criterio de falla extendido de Mohr Coulomb para suelos no saturados, introduciendo un parámetro resistente adicional denominado ángulo de fricción boyante (ϕ'_b) que captura el incremento lineal de la resistencia al corte con la succión.

$$\tau = c' + \sigma' \cdot tan(\phi') + (p_a - p_w) \cdot tan(\phi'_b) \cdot \delta_{ij} \quad (3\text{-}14)$$

Posteriormente, Escario & Saez (1986) [Ref. 17], propusieron una correlación no lineal entre el ángulo de fricción flotante (ϕ'_b) y el ángulo de fricción efectivo (ϕ') a partir del parámetro χ mediante la expresión.

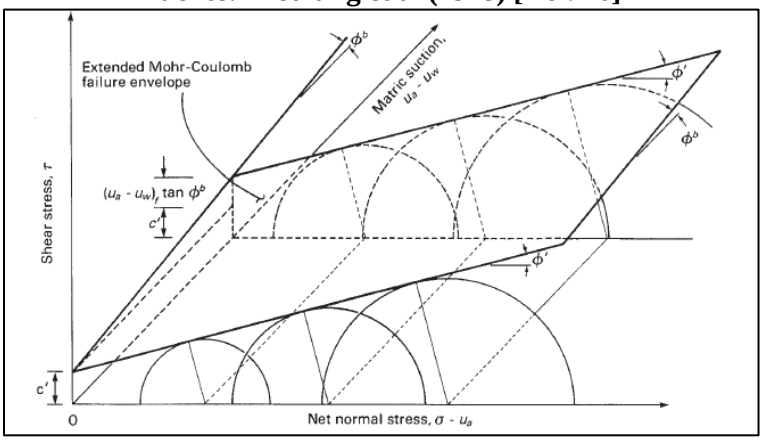
$$tan(\phi'_b) = \chi \cdot tan(\phi') \quad (3\text{-}15)$$

Considerando la presión de aire (p_a) despreciable, el criterio de falla extendido de Mohr Coulomb se simplifica a partir de la expresión:

$$\tau = c' + (\sigma' - \chi \cdot p_w \cdot \delta_{ij}) \cdot tan(\phi') \quad (3\text{-}16)$$

Al aumentar la succión (presión de poros negativa) se genera un aumento general en la resistencia de corte, lo cual se muestra en la Figura 3-5.

Figura 3-5: Comportamiento resistencia al corte en un medio poroso no saturado
Fuente: Fredlung et al (1978) [Ref. 16]

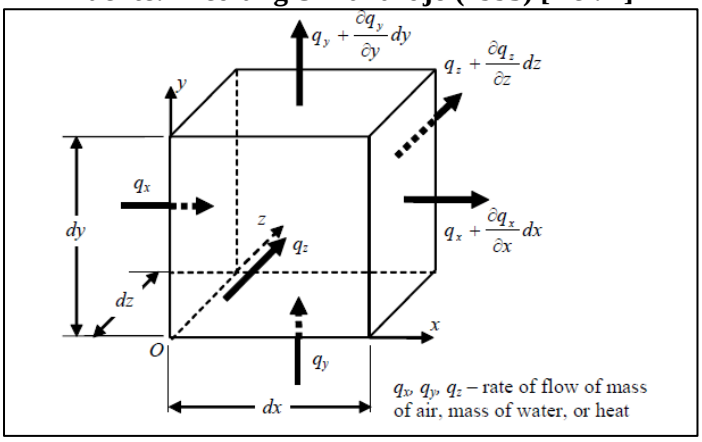


3.2 Teoría de flujo en medios porosos (formulación débil ecuación de flujo)

Para definir la formulación del flujo aplicada en medios porosos no saturados (Richards (1931) [Ref. 3]), se analiza la conservación de masa de un volumen de control, en donde

el flujo neto resulta ser igual a la variación de masa de fluido en el tiempo, siempre que no se incluyan fuentes o sumideros en sus áreas de control (Figura 3-6).

Figura 3-6: Conservación de masa de un volumen de control discreto
Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1]



Mediante el procedimiento indicado en el Anexo B se genera la siguiente expresión del residuo ponderado ($\underline{r} \approx \underline{0}$) que permite implementar la solución mediante la formulación en elementos finitos, la cual define la variación en el tiempo de la densidad del agua, la porosidad y el grado de saturación del medio como una igualdad del gradiente del flujo definido por la ley de Darcy (1856) [Ref. 2] que se indicó en la ecuación (3-6) y a los flujos externos ($\underline{\overline{q}}$) definido por las condiciones de bordes, tal como queda en la siguiente expresión:

$$\underline{r} = S_r \cdot \underline{m^t} \cdot \frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}}{dt} - S_r \cdot \frac{n}{K_w} \cdot \frac{dp_w}{dt} + n \cdot \frac{dS_r}{dp_w} + k_{rel} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \left(\frac{\nabla p_w}{\gamma_w} + \underline{g} \right) - \underline{\overline{q}} \approx \underline{0} \qquad (3\text{-}17)$$

3.3 Teoría de elasticidad mecánica en medios porosos (formulación débil ecuación de elastoplasticidad mecánica)

Teniendo como base que, para un medio bidimensional, el campo de desplazamientos tiene la forma dada por la siguiente expresión:

$$\underline{u} = \begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{Bmatrix} \qquad (3\text{-}18)$$

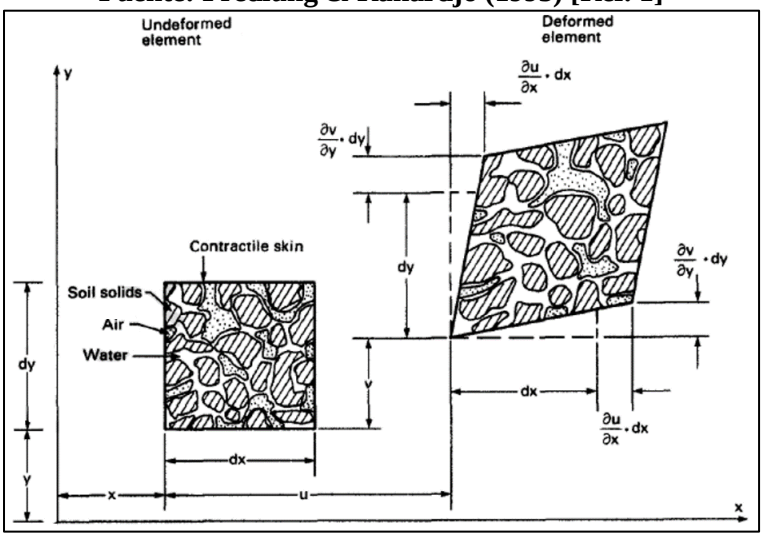
La formulación de la ecuación de elasticidad se detalla en el Anexo C mediante la formulación de las siguientes ecuaciones del sistema.

3.3.1 Ecuación cinemática

Define las deformaciones unitarias a partir del gradiente espacial del campo de desplazamientos, el cual se relaciona con el comportamiento del elemento que se muestra en la Figura 3-7. Entonces la expresión de la deformación unitaria del elemento queda definida de acuerdo con la notación de Voigt mediante la siguiente expresión:

$$\underline{\varepsilon} = d\underline{u} \qquad \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{du}{dx} \\ \frac{dv}{dy} \\ \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \end{Bmatrix} \tag{3-19}$$

Figura 3-7: Desplazamientos y deformaciones de un volumen de control discreto
Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1]

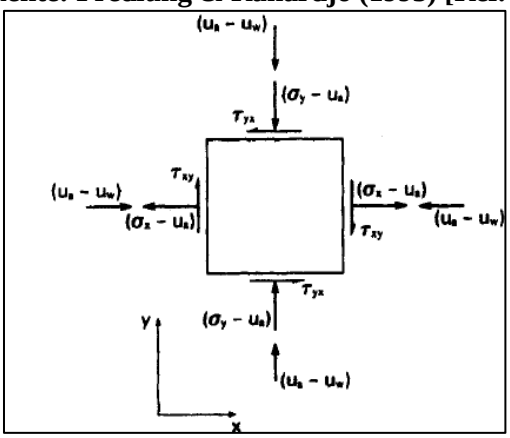


3.3.2 Ecuación de equilibrio (Ecuaciones de Cauchy)

Tomando como referencia el volumen de control de la Figura 3-8 que presenta la variación de esfuerzos en dos dimensiones, obteniendo el equilibrio de fuerzas y momentos en el volumen de control, se pueden obtener las ecuaciones de Cauchy definidas por la expresión:

$$div\left(\underline{\underline{\sigma'}} + p_w \cdot \underline{\underline{I}}\right) + \underline{b} = \underline{0} \qquad \begin{bmatrix} \left(\frac{d\sigma'_{xx}}{dx} + \frac{dp_w}{dx}\right) & \frac{d\tau_{xy}}{dy} \\ \frac{d\tau_{yx}}{dx} & \left(\frac{d\sigma'_{yy}}{dy} + \frac{dp_w}{dy}\right) \end{bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3-20}$$

Figura 3-8: Volumen de control de un medio poroso con variaciones de esfuerzos
Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1]



3.3.3 Relación constitutiva elastoplástica incremental

3.3.3.1 Definición de ecuación incremental elástica

La relación entre tensiones y deformaciones de un elemento se realiza mediante la implementación de la ley de Hooke generalizada a pequeñas deformaciones, la cual queda definida en términos incrementales para un análisis bidimensional mediante la expresión:

$$\frac{d\underline{\sigma'}}{dt} = \underline{\underline{D^e}} \cdot \frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} \qquad \begin{Bmatrix} \frac{d\sigma'_{xx}}{dt} \\ \frac{d\sigma'_{yy}}{dt} \\ \frac{d\tau_{xy}}{dt} \end{Bmatrix} = \underline{\underline{D^e}} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{d\varepsilon_{xx}}{dt} \\ \frac{d\varepsilon_{yy}}{dt} \\ \frac{d\gamma_{xy}}{dt} \end{Bmatrix} \tag{3-21}$$

Donde:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} \cdot \left(\sigma'_{xx} - \upsilon \cdot \sigma'_{yy}\right) \qquad \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} \cdot \left(\sigma'_{yy} - \upsilon \cdot \sigma'_{xx}\right) \qquad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1+\upsilon)} \qquad \lambda = \frac{E \cdot \upsilon}{(1+\upsilon) \cdot (1-2 \cdot \upsilon)} \qquad \mu = G = \frac{E}{2 \cdot (1+\upsilon)}$$

Extendiendo la relación constitutiva elástica incremental para esfuerzos desviadores y esfuerzos de confinamiento, queda dada mediante la expresión:

$$\begin{Bmatrix} \frac{dp'}{dt} \\ \frac{dq}{dt} \end{Bmatrix} = \underline{\underline{D^e}} \cdot \frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3 \cdot G \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{d\varepsilon_v}{dt} \\ \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\lambda + \frac{2}{3} \cdot \mu\right) & 0 \\ 0 & 3 \cdot \mu \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{d\varepsilon_v}{dt} \\ \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} \end{Bmatrix} \tag{3-22}$$

3.3.3.2 Definición de modelo constitutivo elastoplástico de Mohr Coulomb

Para el comportamiento elastoplástico de un elemento, la deformación unitaria generada por una trayectoria de esfuerzos presenta una componente elástica (reversible) y una componente plástica (irreversible), tal que.

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon^e} + \underline{\varepsilon^p} \tag{3-23}$$

Teniendo en cuenta que la ecuación constitutiva elástica incremental considera solo la componente de deformación elástica, se incluye el término de la deformación plástica a partir de la siguiente expresión:

$$\frac{d\underline{\sigma'}}{dt} = \underline{\underline{D^e}} \cdot \frac{d\underline{\varepsilon^e}}{dt} = \underline{\underline{D^e}} \cdot \left(\frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} - \frac{d\underline{\varepsilon^p}}{dt}\right) \tag{3-24}$$

Implementando el modelo de falla de Mohr-Coulomb como relación constitutiva del modelo, la cual queda expresada en términos del esfuerzo desviador (q) y el esfuerzo de confinamiento (p'), la relación constitutiva a grandes deformaciones queda dada por la expresión:

$$\begin{Bmatrix} \frac{dp'}{dt} \\ \frac{dq}{dt} \end{Bmatrix} = \frac{3 \cdot G \cdot K}{(K \cdot M \cdot M^* + 3 \cdot G)} \cdot \begin{bmatrix} 1 & M^* \\ M & M \cdot M^* \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} \\ \frac{d\varepsilon_v}{dt} \end{Bmatrix} \tag{3-25}$$

Donde,

$$q = \frac{2}{3} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \qquad p' = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3)$$

$$M^* = \left(\frac{6 \cdot Sen(\psi)}{3 - Sen(\psi)}\right) \qquad M = \left(\frac{6 \cdot Sen(\phi)}{3 - Sen(\phi)}\right)$$

Las trayectorias del modelo de Mohr-Coulomb consideran que los esfuerzos desviadores (q) en el rango elástico son proporcionales a las deformaciones axiales (ε_1), siendo proporcional al módulo de elasticidad al corte ($3 \cdot G$), mientras que para el caso plástico no se presenta endurecimiento. Por otra parte, en la relación entre el esfuerzo desviador (q) y la presión de confinamiento (p'), se considera una envolvente de falla dada por la función de fluencia (f) definida por la pendiente (M) que corresponde a los parámetros resistentes críticos del material (ϕ_c).

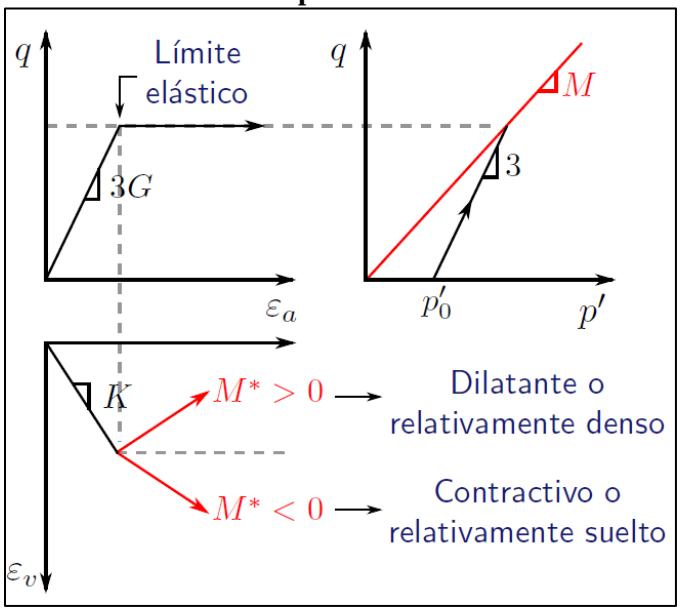
Con respecto a la relación entre la deformación volumétrica (ε_v) y la deformación axial (ε_1) queda definido por la pendiente (M^*) de la función de potencia (g) asociada a la dilatancia del material (ψ), en donde para valores positivos, la trayectoria del material presenta un comportamiento denso o dilatante, mientras que, para valores negativos, la trayectoria presenta un comportamiento suelto o contractivo.

El comportamiento dilatante o contractivo a grandes deformaciones queda dado por la expresión de la dilatancia (ψ) que relaciona la diferencia entre la resistencia en la trayectoria de esfuerzos movilizados (ϕ_m) y la resistencia crítica o última (ϕ_c), en donde para el estado último, la dilatancia se anula.

$$Tan(\psi) = Tan(\phi'_m) - Tan(\phi'_c) \tag{3-26}$$

En la Figura 3-9 se muestra la descripción gráfica del comportamiento tipo de las trayectorias del modelo constitutivo de Mohr-Coulomb.

Figura 3-9: Comportamiento trayectorias modelo de Mohr-Coulomb (caso drenado)
Fuente: Apuntes Clase Modelación Computacional en Geotecnia– Esteban Sáez [Ref. 8]



3.4 Formulación mediante el Método de Elementos Finitos

3.4.1 Discretización de elementos

Para la estructuración del Método de Elementos Finitos (MEF) requerido para la implementación de la ecuación del comportamiento de flujo, se considera una región dividida en "m" elementos triangulares bidimensionales.

La solución aproximada de la presión de poros ($\underline{\bar{p}_w}$) en cada vértice de un elemento queda definida en función de una matriz de función de forma ($\underline{\underline{N}}$) en base a las coordenadas de los nodos definidos para cada uno de los "m" elementos de la región.

$$\underline{\bar{p}_w} = \underline{\underline{N}} \cdot \underline{p_{wn}} \tag{3-27}$$

En el caso de la solución aproximada de las deformaciones ($\underline{\bar{u}}$) en cada vértice queda definidas a partir del desplazamiento de cada nodo ($\underline{u_n}$), el cual se asocia a la función de la matriz de la función de forma ($\underline{\underline{N}}$) a partir de la siguiente expresión.

$$\underline{\bar{u}} = \underline{\underline{N}} \cdot \underline{u_n} \tag{3-28}$$

La matriz de la función de forma bidimensional ($\underline{\underline{N}}$) presenta un total de "$p$" parámetros que corresponden a la cantidad de nodos que presenta cada elemento. En particular para un elemento triangular se considera un total de 15 nodos que corresponde a una aproximación polinómica de orden 3.

$$\underline{\underline{N}} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \cdots & N_p & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & & 0 & N_p \end{bmatrix} \tag{3-29}$$

Donde,

$$\underline{u_n} = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad \ldots \quad u_1 \quad v_m]^t$$

$$\underline{p_{wn}} = [p_{w1} \quad 0 \quad p_{w2} \quad 0 \quad p_{w3} \quad 0 \quad \ldots \quad p_{wm} \quad 0]^t$$

Para el caso de las deformaciones unitarias ($\underline{\varepsilon}$) en cada vértice queda definidas a partir de la variación espacial del desplazamiento ($\underline{\bar{u}}$), el cual queda definido a partir de la matriz de la derivada de la función de forma ($\underline{\underline{B}}$) a partir de la siguiente expresión.

$$\underline{\varepsilon} = \frac{d\underline{\bar{u}}}{d\underline{x}} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\bar{u}} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{N}} \cdot \underline{u_n} = \underline{\underline{B}} \cdot \underline{u_n} \tag{3-31}$$

Donde,

$$\underline{\underline{L}} = \begin{bmatrix} d/dx & 0 & d/dx & 0 & & d/dx & 0 \\ 0 & d/dy & 0 & d/dy & \cdots & 0 & d/dy \\ d/dy & d/dx & d/dy & d/dx & & d/dy & d/dx \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} dN_1/dx & 0 & dN_2/dx & 0 & & dN_p/dx & 0 \\ 0 & dN_1/dy & 0 & dN_2/dy & \cdots & 0 & dN_p/dy \\ dN_1/dy & dN_1/dx & dN_2/dy & dN_2/dx & & dN_p/dy & dN_p/dx \end{bmatrix}$$

3.4.2 Formulación fuerte de ecuación de flujo en medios porosos

3.4.2.1 Definición de ecuación matricial mediante método de residuos ponderados

Para la estimación de la ecuación de flujo en medios porosos (3-17) se implementa el método de residuos ponderados de Galerkin que postula que el error asociado a la aproximación generada por la ecuación en la región es cercano a cero.

$$\int_V \underline{\underline{N^t}} \cdot \underline{r} \cdot dV \approx 0 \tag{3-32}$$

Implementando la ecuación de residuos ponderado de acuerdo al procedimiento indicado en el Anexo B, se obtiene la siguiente ecuación definida por las siguientes matrices:

$$\boxed{-\underline{\underline{H}} \cdot \underline{p_{wn}} - \underline{\underline{S}} \cdot \frac{d\underline{p_{wn}}}{dt} + \underline{\underline{C}} \cdot \frac{d\underline{u_n}}{dt} = \underline{G} + \underline{Q_p}} \tag{3-33}$$

Matriz de Permeabilidad: $\underline{\underline{H}} = \frac{\rho_w \cdot k_{rel}}{\gamma_w} \cdot \int_V \underline{\underline{\left(\nabla \underline{N}\right)^t}} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \underline{\underline{\left(\nabla \underline{N}\right)}} \cdot dV$

Matriz de Compresibilidad: $\underline{\underline{S}} = \left(\frac{n \cdot S_r}{K_w} - n \cdot \frac{dS_r}{dp_w}\right) \cdot \int_V \underline{\underline{N^t}} \cdot \underline{\underline{N}} \cdot dV$

Matriz de Acoplamiento: $\underline{\underline{C}} = S_r \cdot \int_V \underline{\underline{N^t}} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{m^t} \cdot dV$

Flujo Gravitacional: $\underline{G} = \frac{\rho_w \cdot k_{rel}}{\gamma_w} \cdot \int_V \underline{\left(\nabla \underline{N}\right)^t} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \underline{g} \cdot dV$

Flujo Prescrito: $\underline{Q_p} = \oint_{dv} \underline{\bar{q}} \cdot \underline{N}^t \cdot dS$

Para la resolución de la ecuación matricial de flujo en el tiempo se utiliza la regla de punto medio generalizada de Picard, la cual considera un término α definido en un rango entre 0 y 1, donde $\alpha = 0$ corresponde a una condición implícita y $\alpha = 1$ a una condición explícita. De esta forma, la variación en el tiempo de la presión de poros y la deformación para el intervalo $(i + \alpha)$ queda dado por las expresiones para presiones de poros y desplazamientos nodales asociados al intervalo anterior i:

$$\underline{{p_{wn}}^{i+\alpha}} = (1-\alpha) \cdot {p_{wn}}^{i} + \alpha \cdot {p_{wn}}^{i+1} = {p_{wn}}^{i} + \alpha \cdot \Delta \underline{p_{wn}} \quad (3\text{-}34)$$

$$\underline{{u_n}^{i+\alpha}} = (1-\alpha) \cdot {u_n}^{i} + \alpha \cdot {u_n}^{i+1} = {u_n}^{i} + \alpha \cdot \Delta \underline{u_n} \quad (3\text{-}35)$$

Considerando que la ecuación matricial en términos incrementales presentará una condición explícita dada por $\alpha = 1$, queda definida de la forma:

$$\boxed{-\left(\underline{\underline{H}} \cdot \Delta t + \underline{\underline{S}}\right) \cdot \Delta \underline{p_{wn}} + \underline{\underline{C}} \cdot \Delta \underline{u_{wn}} = \left(\underline{G} + \underline{Q_p}\right) \cdot \Delta t + \underline{\underline{H}} \cdot \Delta t \cdot {p_{wn}}^{i}} \quad (3\text{-}36)$$

3.4.2.2 Definición de condiciones de borde

En particular, para la implementación del comportamiento hidráulico, se consideran las siguientes condiciones de borde de Dirichlet asociadas a la definición de alturas o presiones en el sistema, mientras que para el caso de las condiciones de borde de Neumann de flujos no se considerarán en el análisis, dado que serán reemplazados por el comportamiento de la permeabilidad de los medios porosos en materiales drenantes.

3.4.2.2.1 Altura de agua prescrita (head)

Para la definición de borde asociado a la altura de agua en el tiempo, se considera un valor impuesto $\overline{h}$. Por lo que se incluye la variación de altura temporal en un periodo definido, tal que:

$$h(t) = \overline{h}(t) \quad (3\text{-}37)$$

Para un flujo transiente, se considera que la altura prescrita ($\overline{h}$) se asocia a un instante inicial, variando la altura en el tiempo ($\Delta h(t)$).

3.4.2.2.2 Superficie libre (seepage)

La condición de superficie libre está definida inicialmente en todo el contorno de una región. Para una condición saturada con presión de agua positiva ($\overline{h} \geq z$), permite generar un flujo de salida de agua a presión atmosférica, mientras que en los casos en que se presenta una condición no saturada con presión de agua negativa ($\overline{h} < z$), el flujo es nulo.

$$\begin{Bmatrix} h = \overline{h}(t) & si\ \overline{h}(t) \geq z \\ Q(t) = 0 & si\ \overline{h}(t) < z \end{Bmatrix} \tag{3-38}$$

3.4.2.2.3 Drenaje (drain)

La condición de borde de drenaje wata definida por una altura prescrita (h) como límite del nivel de filtración, por lo que, para los casos en que el nivel de presión de agua (z) es mayor a esta altura, se considera drenaje de flujo ($\bar{Q}$) fuera del sistema, mientras que para el caso en que es menor, el flujo es nulo. De esta forma, la condición de borde de drenaje se define como:

$$\begin{Bmatrix} Q = \bar{Q} & si\ h \geq z \\ Q = 0 & si\ h < z \end{Bmatrix} \tag{3-39}$$

Esta condición de borde presenta una restricción en Plaxis 2D [Ref. 22], en donde solo se incorporar en régimen permanente, por lo que para su implementación en régimen transiente requiere la imposición de un valor medio de altura de presión prescrita en todo el periodo de tiempo analizado.

Se debe tener en cuenta que esta condición de borde no necesariamente podrá generar un drenaje de flujo uniforme ($\bar{Q}$), sino que corresponderá al flujo máxima en el caso que el medio poroso presente una permeabilidad y presión que permita captar este flujo.

3.4.3 Formulación fuerte ecuación de elastoplasticidad mecánica

3.4.3.1 Definición de ecuación matricial mediante método de residuos ponderados

Para la estimación de ecuación de equilibrio en términos incrementales (3-20) se implementa el método de residuos ponderados de Galerkin en términos incrementales a partir de la expresión:

$$\underline{R}^i = \int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{r}^i \cdot dV = \int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{\Delta r} \cdot dV - \int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{r}^{i-1} \cdot dV \approx 0 \quad (3\text{-}40)$$

Implementando la ecuación de residuos ponderado de acuerdo al procedimiento indicado en el Anexo C, se obtiene la siguiente ecuación definida por las siguientes matrices:

$$\boxed{\underline{\underline{K}} \cdot \underline{\Delta u_n} + \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\Delta p_{wn}} = \underline{\Delta F_u} + \underline{R}^{i-1}} \quad (3\text{-}41)$$

Donde,

Matriz de Deformación: $\underline{\underline{K}} = \int_V \underline{\underline{B}}^t \cdot \underline{\underline{D^{ep}}} \cdot \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{N}} \cdot dV$

Matriz de saturación efectiva: $\underline{\underline{Q}} = {S_e}^{i-1} \cdot \int_V \underline{\underline{B}}^t \cdot \underline{m} \cdot \underline{\underline{N}} \cdot dV$

Vector de fuerzas externas incrementales: $\underline{\Delta F_u} = \int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{\Delta b} \cdot dV + \oint_{dv} \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{\Delta t'} \cdot dS$

Matriz de residuos ponderados anterior:

$$\underline{R}^{i-1} = \int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{b^{i-1}} \cdot dV + \oint_{dv} \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{t'^{i-1}} \cdot dS - \int_V \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\sigma^{i-1}} \cdot dV$$

3.4.3.2 Definición de condiciones de borde

En particular, para la implementación del comportamiento mecánico, se consideran las siguientes condiciones de borde:

- Condición de borde de Dirichlet: Se asocia al comportamiento mecánico del material debido a la variación de nivel freático a lo largo de todo el sistema, generando variaciones de presiones de poros y por ello generando modificaciones intrínsecas en la matriz de saturación efectiva $\underline{\underline{Q}}$.

- Condición de borde de Newman: Se asocia al incremento de fuerzas externas en el contorno de la región ($\underline{\Delta t'}$) que incluye de nuevas etapas de rellenos por aumento de niveles de relave y por aumento del tamaño del muro en cada etapa, lo que genera un aumento en el vector de fuerzas externas $\underline{\Delta F_u}$.

3.4.4 Acoplamiento hidromecánico

Incorporando las ecuaciones matriciales de flujo (3-33) y de elasticidad mecánica (3-41) en solo una expresión matricial, se define la expresión asociada al acoplamiento hidromecánico dada por la siguiente expresión matricial.

$$\boxed{\underline{\underline{B}}^* \cdot \underline{\Delta X} + \underline{\underline{C}}^* \cdot \underline{X}^i = \underline{F}^*}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{K}} & \underline{\underline{Q}} \\ \underline{\underline{0}} & -\left(\underline{\underline{S}} + \alpha \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{H}}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta \underline{u_n} \\ \Delta \underline{p_{wn}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \Delta t \cdot \underline{\underline{H}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \underline{u_n}^i \\ \underline{p_{wn}}^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{\Delta F_u} \\ \Delta t \cdot \left(\underline{G} + \underline{q_p}\right) \end{Bmatrix} \tag{3-42}$$

Donde,

$$\underline{X}^i = \begin{Bmatrix} \underline{u_n}^i \\ \underline{p_{wn}}^i \end{Bmatrix} \qquad \underline{\Delta X} = \begin{Bmatrix} \Delta \underline{u_n} \\ \Delta \underline{p_{wn}} \end{Bmatrix}$$

Dado que la resolución de este sistema es altamente no lineal, de forma adicional a la resolución iterativa de las ecuaciones de flujo y mecánica mediante el método de Newton Raphson, se debe considerar que la definición de las matrices de la ecuación depende implícitamente del resultado de la variable $\underline{\Delta X}$, por lo que su resolución se realizará como un método iterativo a partir de la definición del intervalo de tiempo $\alpha \cdot \Delta t$ en donde en términos de integración en el tiempo se considera que $\alpha = 1$, en donde la precisión de la solución del sistema aumenta en la medida que el valor de Δt se reduce.

Por otra parte, dado que el intervalo de tiempo requiere que la onda de presión atraviese el elemento, la precisión de Δt dependerá directamente de que tan pequeño son los elementos de la región.

3.4.5 Formulación del Método de Elementos finitos

La formulación del Método de Elementos Finitos, considera el desarrollo de cinco pasos que se requieren realizar para su resolución. El detalle de este procedimiento de se indica en el Anexo D.

3.4.5.1 Definición de elementos en coordenadas locales

Los desplazamientos y presiones de cada elemento "*e*" ($\underline{u^e}\ y\ \underline{p_w^e}$), con respecto a desplazamientos y presiones en cada nodo del elemento ($\underline{u_n}$ y $\underline{p_{w_n}}$), se realiza la definición de funciones de forma ${N_i}^e$ que son linealmente independientes entre sí. Estas funciones son definidas a partir de la posición local de cada nodo del elemento "*e*" mediante las coordenadas (ξ y η).

$$\underline{u^e} = \underline{\underline{N^e}} \cdot \underline{u_n} \tag{3-43}$$

$$\underline{p_w^e} = \underline{\underline{N^e}} \cdot \underline{p_{w_n}} \tag{3-44}$$

Donde,

$$\underline{u_n} = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad \dots \quad u_{15} \quad v_{15}]^t$$

$$\underline{p_{wn}} = [p_{w1} \quad 0 \quad p_{w2} \quad 0 \quad p_{w3} \quad 0 \quad \dots \quad p_{w15} \quad 0]^t$$

$$\underline{\underline{N^e}} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_{15} & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 & N_{15} \end{bmatrix}$$

Para los elementos a implementar, se definen elementos triangulares de 15 nodos (T15) que cuentan con 15 nodos para definir funciones de forma definidas por polinomios de Lagrange de tercer orden.

3.4.5.2 Conversión de coordenadas locales a globales

La relación entre las derivadas de las funciones de forma en coordenadas globales (x, y) y en coordenadas locales (ξ, η) se obtiene a partir del Jacobiano $\underline{\underline{J}}$, el cual está dado por la siguiente relación matricial.

$$\underline{\underline{J}}^{\mathrm{e}} = \nabla_{\xi} \underline{\underline{N}}^{e} \cdot \underline{x} = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_1}{\delta \xi} & \frac{\delta N_2}{\delta \xi} & \cdots & \frac{\delta N_{15}}{\delta \xi} \\ \frac{\delta N_1}{\delta \eta} & \frac{\delta N_2}{\delta \eta} & \cdots & \frac{\delta N_{15}}{\delta \eta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_{15} & y_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta x}{\delta \xi} & \frac{\delta y}{\delta \xi} \\ \frac{\delta x}{\delta \eta} & \frac{\delta y}{\delta \eta} \end{bmatrix} \tag{3-45}$$

A partir de la inversa del Jacobiano y el gradiente de la función de forma del elemento "*e*", se estima la derivada de la función de forma asociado a los vértices en coordenadas globales.

$$\underline{\underline{B}}^{e} = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_1}{\delta x} & \underline{0} & \frac{\delta N_2}{\delta x} & \underline{0} & \cdots & \frac{\delta N_{15}}{\delta x} & \underline{0} \\ \underline{0} & \frac{\delta N_1}{\delta y} & \underline{0} & \frac{\delta N_2}{\delta y} & & \underline{0} & \frac{\delta N_{15}}{\delta y} \\ \frac{\delta N_1}{\delta y} & \frac{\delta N_1}{\delta x} & \frac{\delta N_2}{\delta y} & \frac{\delta N_2}{\delta x} & & \frac{\delta N_{15}}{\delta y} & \frac{\delta N_{15}}{\delta x} \end{bmatrix} \tag{3-46}$$

3.4.5.3 Integración de matrices de elementos

La resolución de las integrales de las matrices de las ecuaciones del sistema se resuelve de forma numérica mediante la implementación de la cuadratura de Gauss dada por la expresión:

$$\int_{\eta=0}^{\eta=1} \int_{\xi=0}^{\xi=1} f(\xi_i^*, \eta_i^*, \zeta_i^*) \cdot \delta\xi \cdot \delta\eta = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot f(\xi_i^*, \eta_i^*, \zeta_i^*) \tag{3-47}$$

En el caso de los elementos triangulares de tercer orden, se definen 12 puntos de integración para la resolución numérica de la ecuación de cada elemento "*e*". De esta forma, la solución numérica de las matrices de la ecuación de flujo (3-33) y la ecuación de elasticidad mecánica (3-41) definidas en términos de las matrices $\underline{\underline{B}}^{e}$, $\underline{\underline{N}}^{e}$ y la determinante de $\underline{\underline{J}}^{e}$ mediante las siguientes matrices.

<u>Ecuación de flujo:</u>

Matriz de Permeabilidad: $\underline{\underline{H}}^{\mathrm{e}} = \frac{\rho_w \cdot k_{rel}}{\gamma_w} \cdot \underline{w} \cdot \underline{\underline{B}}^{e\,t} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \underline{\underline{B}}^{e} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

Matriz de Compresibilidad: $\underline{\underline{S}}^{\mathrm{e}} = \left(\frac{n \cdot S_r}{K_w} - n \cdot \frac{dS_r}{dp_w}\right) \cdot \underline{w} \cdot \underline{\underline{N}}^{e\,t} \cdot \underline{\underline{N}}^{e} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

Matriz de Acoplamiento: $\underline{\underline{C}}^{\mathrm{e}} = S_r \cdot \underline{w} \cdot \underline{\underline{N}}^{e\,t} \cdot \underline{\underline{B}}^{e} \cdot \underline{m^t} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

Flujo Gravitacional: $\underline{G}^{\mathrm{e}} = \frac{\rho_w \cdot k_{rel}}{\gamma_w} \cdot \underline{w} \cdot \underline{\underline{B}}^{et} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \underline{g} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

Flujo Prescrito: $\underline{Q_p}^{\mathrm{e}} = \underline{w} \cdot \underline{\bar{q}} \cdot \underline{N}^{et} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

Ecuación de elasticidad mecánica:

Matriz de Deformación: $\underline{\underline{K}}^{\mathrm{e}} = \underline{w} \cdot \underline{\underline{B}}^{et} \cdot \underline{\underline{D^{ep}}} \cdot \underline{\underline{B}}^{e} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

Matriz de saturación efectiva: $\underline{Q}^{\mathrm{e}} = {S_e}^{i-1} \cdot \underline{w} \cdot \underline{\underline{B}}^{et} \cdot \underline{m} \cdot \underline{\underline{N}}^{e} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

Vector de fuerzas externas incrementales:

$$\underline{\Delta F_u}^{\mathrm{e}} = \underline{w} \cdot \underline{\underline{N}}^{et} \cdot \underline{\Delta b} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e}) + \underline{w} \cdot \underline{\underline{N}}^{et} \cdot \underline{\Delta t'} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$$

Matriz de residuos ponderados anterior:

$$\underline{R}^{ej-1} = \underline{w} \cdot \underline{\underline{N}}^{et} \cdot \underline{b^{j-1}} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e}) + \underline{w} \cdot \underline{\underline{N}}^{et} \cdot \underline{t'^{j-1}} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e}) - \underline{w} \cdot \underline{\underline{B}}^{e} \cdot \underline{\sigma^{j-1}} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$$

3.4.5.4 Resolución del sistema

A partir de la estimación numérica de las matrices de cada elemento "*e*", se puede resolver la ecuación de acoplamiento hidromecánico (3-42) para cada elemento ($\underline{\underline{B}}^{*e}$, $\underline{\underline{C}}^{*e}$ y $\underline{F_a^*}^{e}$) y posteriormente se realiza su ensamblaje para estimar las matrices del sistema globales, para ello se reordenan los términos de las filas y columnas asociada a los nodos del elemento "*e*" (i, j) y se reubican en términos de las filas y columnas de los nodos del sistema global.

Para la resolución del sistema, la matrices y vectores de la ecuación de acoplamiento hidromecánico (3-42) se reordenan y separan a partir de los grados de libertad libres (X_f y $\underline{\Delta X_f}$) y los grados de libertad restringidos ($\bar{X}$ y $\underline{\Delta \bar{X}}$) asociados a las condiciones de borde de Dirichlet. Para el caso de las condiciones de borde de Newman las cargas y flujos externos se ordenan a partir de los grados de libertad libres ($\underline{F_f^*}$) y los grados de libertad restringidos ($\underline{\overline{R^*}}$), quedando esta ecuación reordenada de la siguiente forma.

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{B_{ff}^*}} & \underline{\underline{B_{fr}^*}} \\ \underline{\underline{B_{rf}^*}} & \underline{\underline{B_{rr}^*}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \underline{\Delta X_f} \\ \underline{\Delta \bar{X}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{C_{ff}^*}} & \underline{\underline{C_{fr}^*}} \\ \underline{\underline{C_{rf}^*}} & \underline{\underline{C_{rr}^*}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \underline{X_f} \\ \underline{\bar{X}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{F_f^*} \\ \underline{R^*} \end{Bmatrix} \quad (3\text{-}48)$$

La resolución del sistema se realiza mediante la implementación del método iterativo de Newton Raphson para problemas no lineales, en donde a partir de una iteración de "i" pasos hasta converger, se resuelve el problema lineal asociado a la condición de cargas o flujos para obtener la variable analizada. Adicionalmente, se considera una segunda iteración de "k" pasos para la incorporación de la temporalidad (Δt).

Resolviendo este sistema de ecuaciones en términos incrementales para cada intervalo "k", es posible estimar los valores de $\underline{X_f}$ y $\underline{\Delta X_f}$ y obtener los valores de desplazamiento, presiones de poros, deformaciones y esfuerzos de todos los elementos del sistema:

$$\underline{u^e} = \underline{\underline{N}} \cdot \underline{u_n} \quad (3\text{-}49)$$

$$\underline{p_w^e} = \underline{\underline{N}} \cdot \underline{p_{w_n}} \quad (3\text{-}50)$$

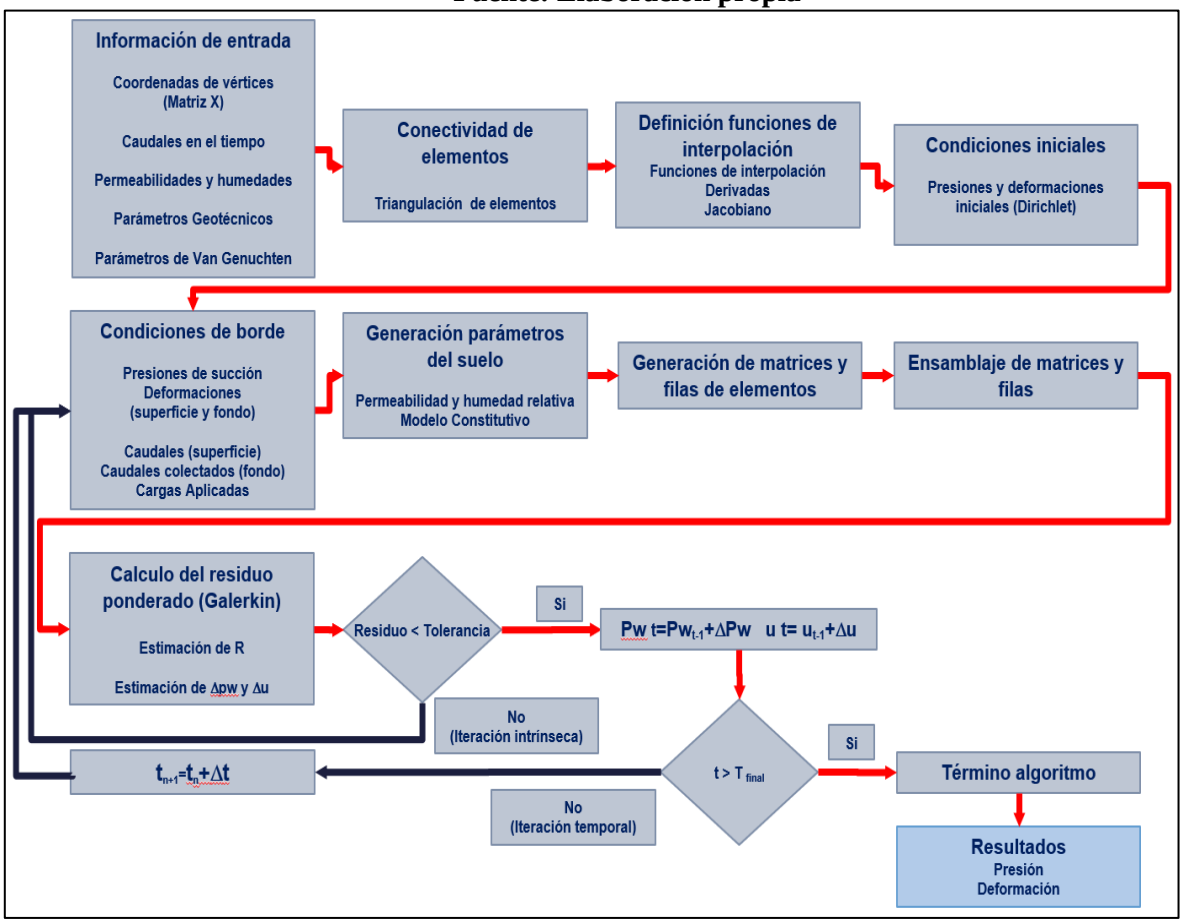
$$\underline{\varepsilon^{*e}} = \underline{\underline{B}} \cdot \underline{u_n} \quad (3\text{-}51)$$

$$\underline{\sigma^e} = \underline{\underline{D^{ep}}} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{u_n} + S_e \cdot \underline{\underline{N}} \cdot \underline{p_{w_n}} \cdot \underline{m} \quad (3\text{-}52)$$

3.4.6 Resumen del procedimiento

El método de elementos finitos basado en acoplamiento hidromecánico presenta la siguiente secuencia de resolución ya sea a partir de iteraciones intrínsecas mediante el método de Newton-Raphson (paso de iteración "i", como al considerar iteraciones para el siguiente paso de incremental en el tiempo (paso de iteración "k"). Esta secuencia de resolución se describe de forma general en la Figura 3-10.

Figura 3-10: Secuencia de resolución acoplamiento hidromecánico mediante el método de elementos finitos
Fuente: Elaboración propia



4 MODELACIÓN NUMÉRICA CASO DE APLICACIÓN

4.1 Modelación sección muro en Plaxis 2D

4.1.1 Aspectos generales

Para implementar en la modelación numérica el caso de aplicación que se indicó en la sección 2.2, se contempla el uso del software Plaxis 2D en su versión "Ultimate" [Ref. 22], el cual permite la resolución de un modelo bidimensional mediante el método de elementos finidos considerando acoplamiento hidromecánico de acuerdo a las formulaciones de flujo y elastoplasticidad mecánica mencionadas en la sección 3. Para los materiales definidos en el análisis se utiliza como referencia la información de los materiales del muro, relave depositado y estratos del suelo de fundación del caso de aplicación, en donde:

- Los parámetros geotécnicos asociados a la resistencia de los materiales se indican en la Tabla 2-4 y la Tabla 2-5, los que presentan un comportamiento drenado definido por el modelo de Mohr-Coulomb omitiendo la incorporación de dilatancia del material. En el caso particular del material de relave depositado, presenta un comportamiento no drenado mientras se encuentre saturado.
- El rango de los parámetros hidráulicos de permeabilidad saturada se indica en la Tabla 2-6. Dada la falta de información de permeabilidad de los materiales, se cuenta con información que permite definir el comportamiento del nivel freático en un periodo de tiempo definido entre los meses de septiembre de 2018 a febrero de 2020, por lo que resulta factible realizar una calibración para estimar las propiedades hidráulicas del medio.

Para la implementación del modelo bidimensional, las mallas de elementos finitos presentarán elementos triangulares de 15 nodos que permitirán definir la región con mayor precisión. Para el enfoque del desarrollo del caso de aplicación, se contempló un alto nivel de refinamiento de la malla en el sector del muro y en especial en la base del muro, en donde se encuentran las extensiones del dren basal.

4.1.2 Definición sección de análisis bidimensional

La geometría del modelo contempla las etapas de crecimiento del muro indicadas en la Tabla 2-1, incorporando extensiones de materiales drenantes en la base hacia aguas abajo y una interfaz impermeabilizada en el talud aguas arriba a partir de la etapa 5.

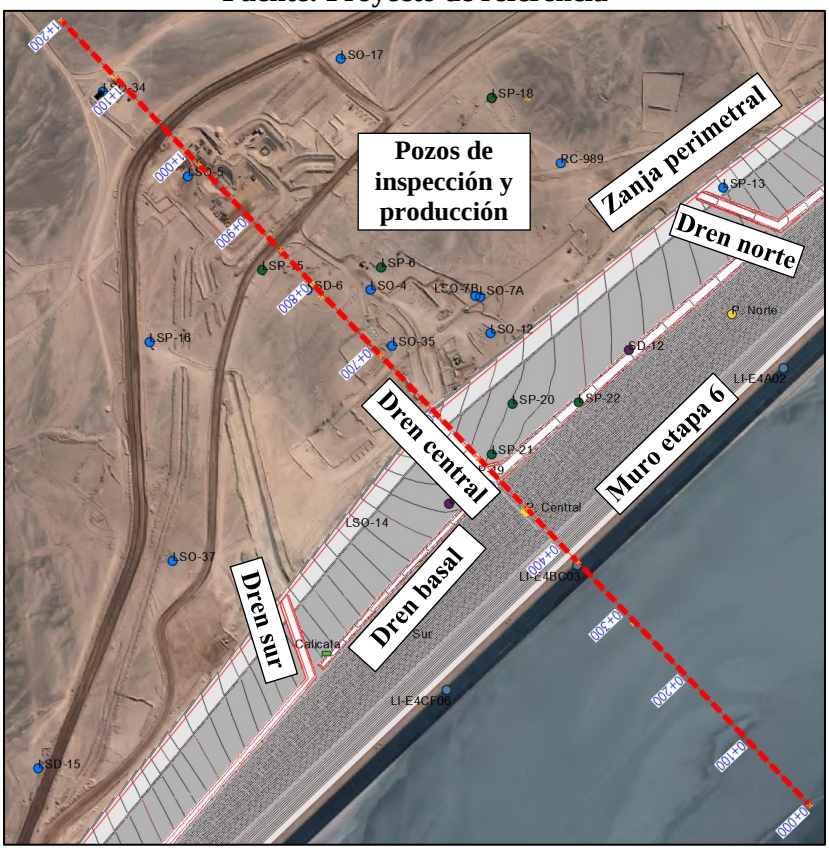
Para el análisis bidimensional se define un alineamiento de 1.200 m de longitud en la sección transversal de mayor representatividad del muro, la cual corresponde a la sección en donde se forma la laguna parásita en contacto con el talud aguas arriba del muro y el sector de fundación en donde se genera un nivel de agua a nivel superficial al pie del muro.

La extensión horizontal del alineamiento fue definida a partir de los siguientes factores:

- Definición de un tramo desde el inicio hasta una distancia variable entre 290 m y 480 m, la cual está asociada a la depositación de relave aguas arriba del muro. En este caso, la longitud adoptada se relaciona con un análisis basado en el supuesto de formación de lagunas parásitas sobre el relave en con contacto con el talud aguas arriba del muro. Por lo mismo, no requiere una mayor extensión en comparación con la distancia del muro con la laguna operacional del depósito.
- Definición de un tramo desde una distancia de 290 m hasta una distancia variable entre 500 m y 580 m, asociada a la disposición del muro, teniendo en cuenta su condición actual y la proyección de sus 13 etapas de crecimiento.
- Definición de un tramo desde una distancia de 500 m hasta una distancia de 1.200 m, asociada al tramo aguas abajo del muro en donde se encuentran ubicados los pozos de inspección y producción que resultan representativos para el análisis.

La disposición en planta de la sección analizada se muestra en la Figura 4-1.

Figura 4-1: Disposición en planta de sección analizada - etapa 7 proyectada
Fuente: Proyecto de referencia



La definición del modelo considera tres escenarios según las alturas de crecimiento indicadas en la descripción del caso de aplicación (ver Tabla 2-2 y Figura 2-18):

- Condición actual: Crecimiento del muro desde su partida hasta la etapa 6, la cual considera en la base un dren central protegido por material de filtro desde la etapa 2 y la disposición de impermeabilización en el talud aguas arriba del muro desde la etapa 5. Este escenario está asociado a la calibración del modelo a partir de condiciones de borde hidráulicas con un registro que corresponde a la etapa 6.
- Proyección de crecimiento con diseño modificado (diseño 1): Crecimiento del muro proyectado desde la etapa 7 hasta el cierre en la etapa 13 incluyendo modificaciones a la configuración actual que contemplan la reducción de la inclinación del talud aguas abajo, la remoción del estrato superficial (por presencia de sales solubles) y la incorporación de un dren alfombra en todas las etapas y un dren chimenea en la sobre el talud aguas abajo de la etapa 6.

- Proyección de crecimiento con diseño actual (diseño 2): Crecimiento del muro proyectado desde la etapa 7 hasta el cierre en la etapa 13, solo incorporando un dren chimenea sobre el talud aguas abajo de la etapa 6. Este escenario fue definido como una referencia con respecto al caso de diseño modificado (diseño 1), manteniendo la continuidad del diseño de la condición actual.

Figura 4-2: Sección de análisis en Plaxis 2D - condición actual
Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia

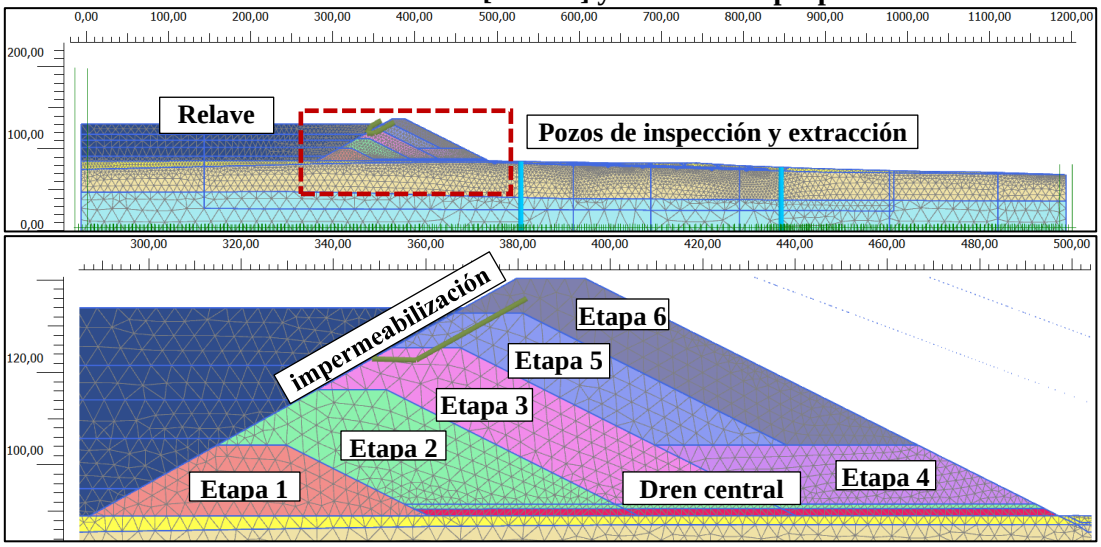


Figura 4-3: Sección de análisis Plaxis 2D – proyección con diseño modificado (diseño 1)
Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia

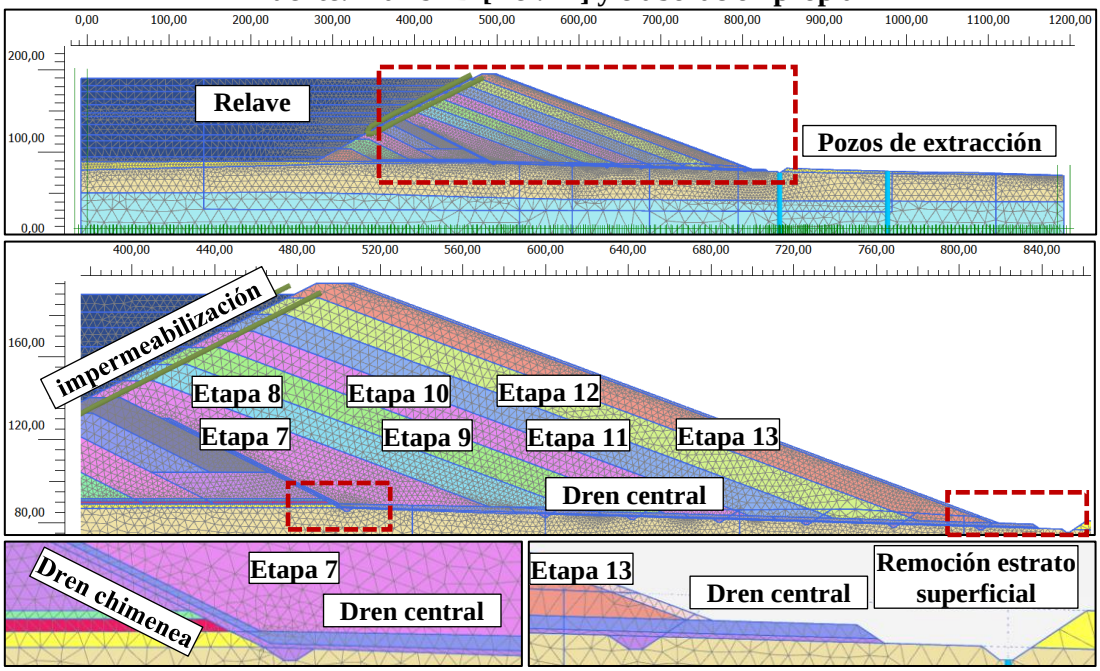
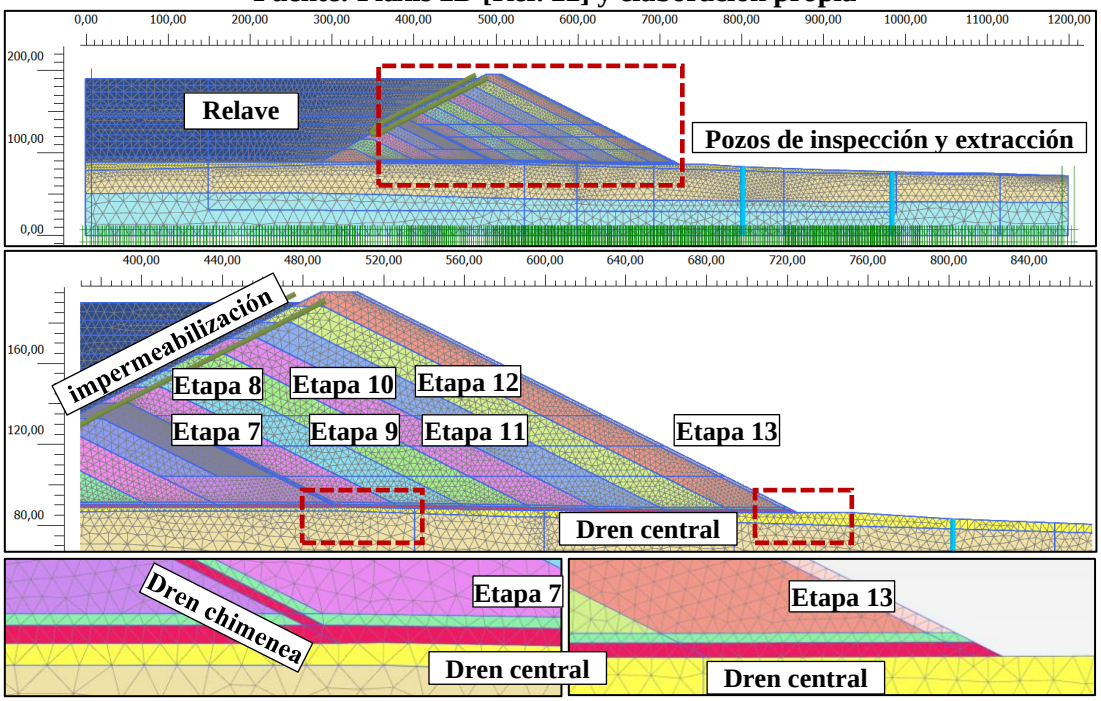


Figura 4-4: Sección de análisis Plaxis 2D – proyección con diseño actual (diseño 2)
Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia



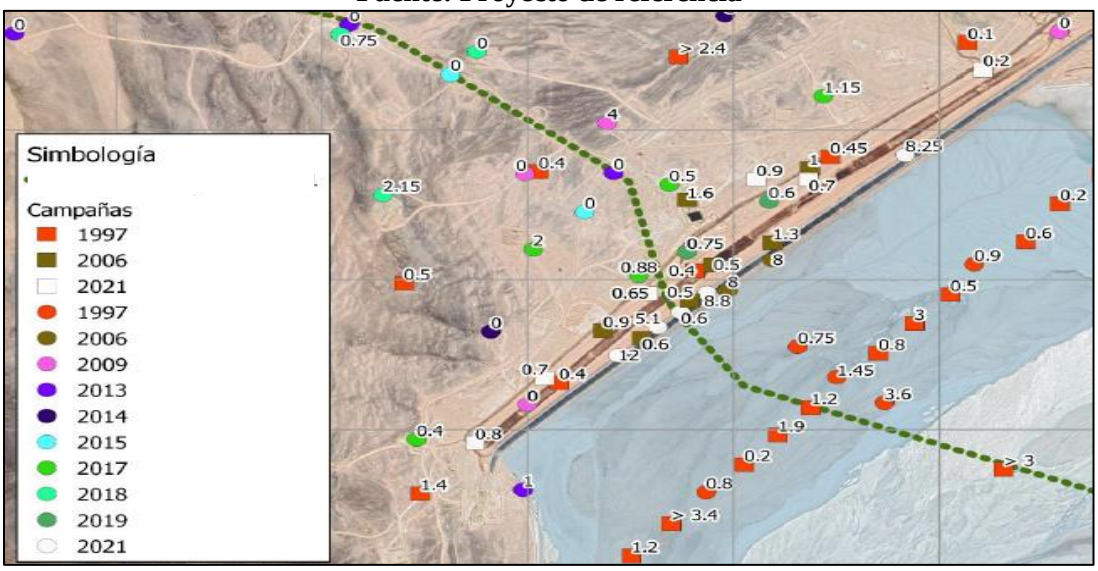
4.1.3 Definición de estratos de fundación y nivel freático regional

Los espesores de los estratos de fundación se definen a partir de información topográfica del terreno y de la información de sondajes realizados en el sector. De acuerdo a lo indicado en la sección 2.2.5.2, el suelo de fundación está compuestos por los siguientes estratos:

- Suelo de fundación (gravas) con una potencia media de 3,5 m con su disminución gradual hacia aguas abajo. La configuración de los estratos en la sección proviene de información de sondajes realizados en el sector entre el año 1997 al 2020.
- Roca fracturada (areniscas) con una potencia media de 30 m en donde se encuentra el nivel freático regional a una elevación estimada de 2.965 msnm.
- Roca basal (lutitas) que disminuyen su permeabilidad en profundidad.

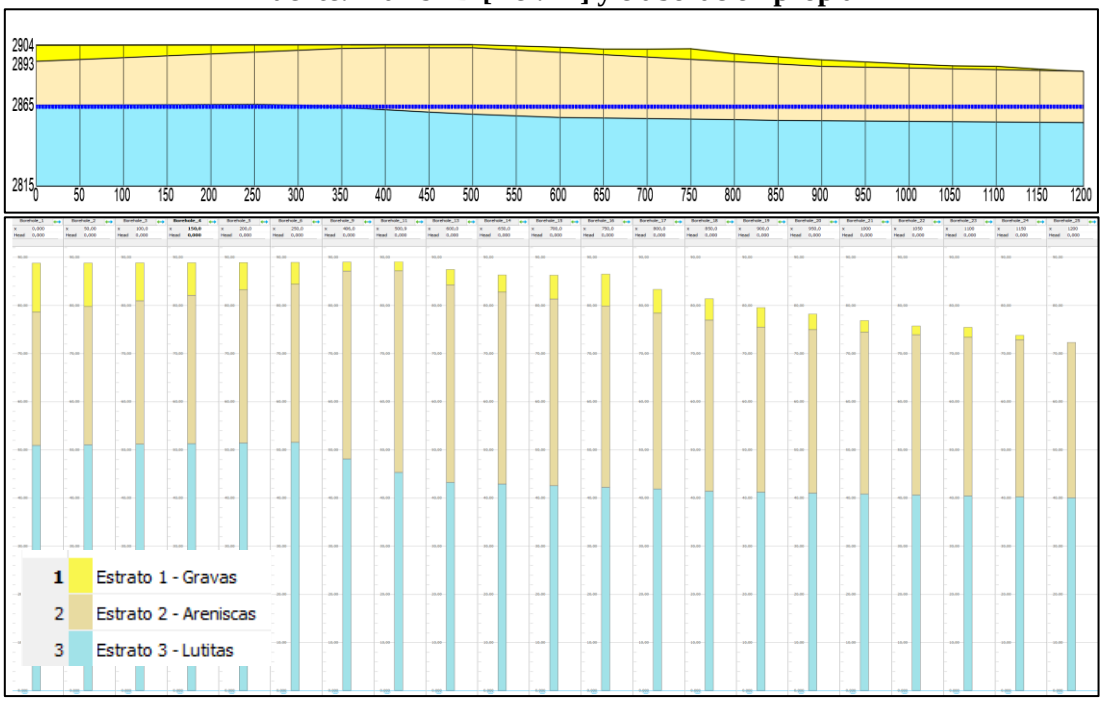
La disposición en planta de los sondajes realizados para estimar la estratigrafía de la fundación se muestra en la Figura 2-20, en donde se indica la profundidad del suelo de fundación (gravas) en toda la superficie e interés mostrándose además la vía preferente indicada en la traza mostrada en verde del nivel freático regional.

Figura 4-5: Definición en planta de sondajes realizados en zona de fundación muro
Fuente: Proyecto de referencia



La estratigrafía en la sección analizada consideró la implementación discreta de estratos (borehole) cada 50 m a partir del perfil longitudinal obtenido a partir de la topografía del sector. La estratigrafía implementada del suelo se muestra en la Figura 4-6.

Figura 4-6: Definición en Plaxis 2D de estratigrafía de sección de análisis
Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia



4.2 Consideraciones asociadas a la modelación

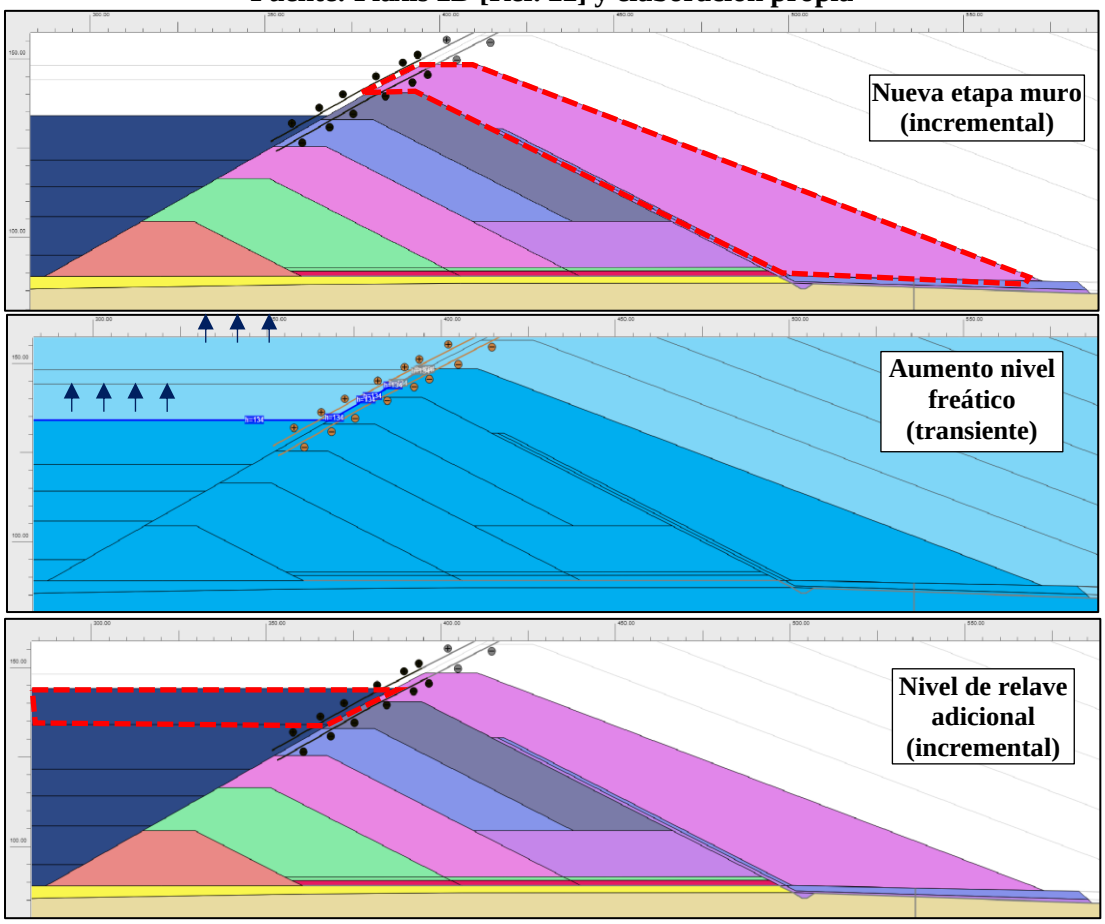
4.2.1 Definición de secuencia operativa por etapas y secuencia post-cierre

Para la definición de la secuencia de cálculo asociado al crecimiento del muro que aplica a las 13 etapas de crecimiento, se considera la secuencia tipo por cada etapa:

1. Construcción de etapa: Realiza un cálculo de tipo elastoplástico incremental (Plastic) como una nueva etapa implementada del muro definiendo la presión de poros de la etapa anterior.
2. Operación de etapa: Realiza un cálculo de acoplamiento hidromecánico (Fully coupled flow-deformation) con régimen transiente basado en el crecimiento en el tiempo del nivel de agua sobre el talud del muro hasta la siguiente etapa de crecimiento.
3. Término de etapa: Realiza un cálculo de tipo elastoplástico incremental (Plastic) considerando la presión de poros obtenida al término de la etapa anterior.
4. Factores de seguridad: Cálculo de los factores de seguridad mediante el método de reducción de resistencia de los materiales (Safety) para los puntos 1 y 3 asociados a la construcción y término de la etapa.

La definición de la secuencia de crecimiento del muro y del nivel de relaves se muestra en la Figura 4-7, en donde se para este caso, se muestra en específico la etapa 7 de la proyección con diseño modificado (diseño 1).

Figura 4-7: Definición de secuencia de crecimiento de una etapa en Plaxis 2D
Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia

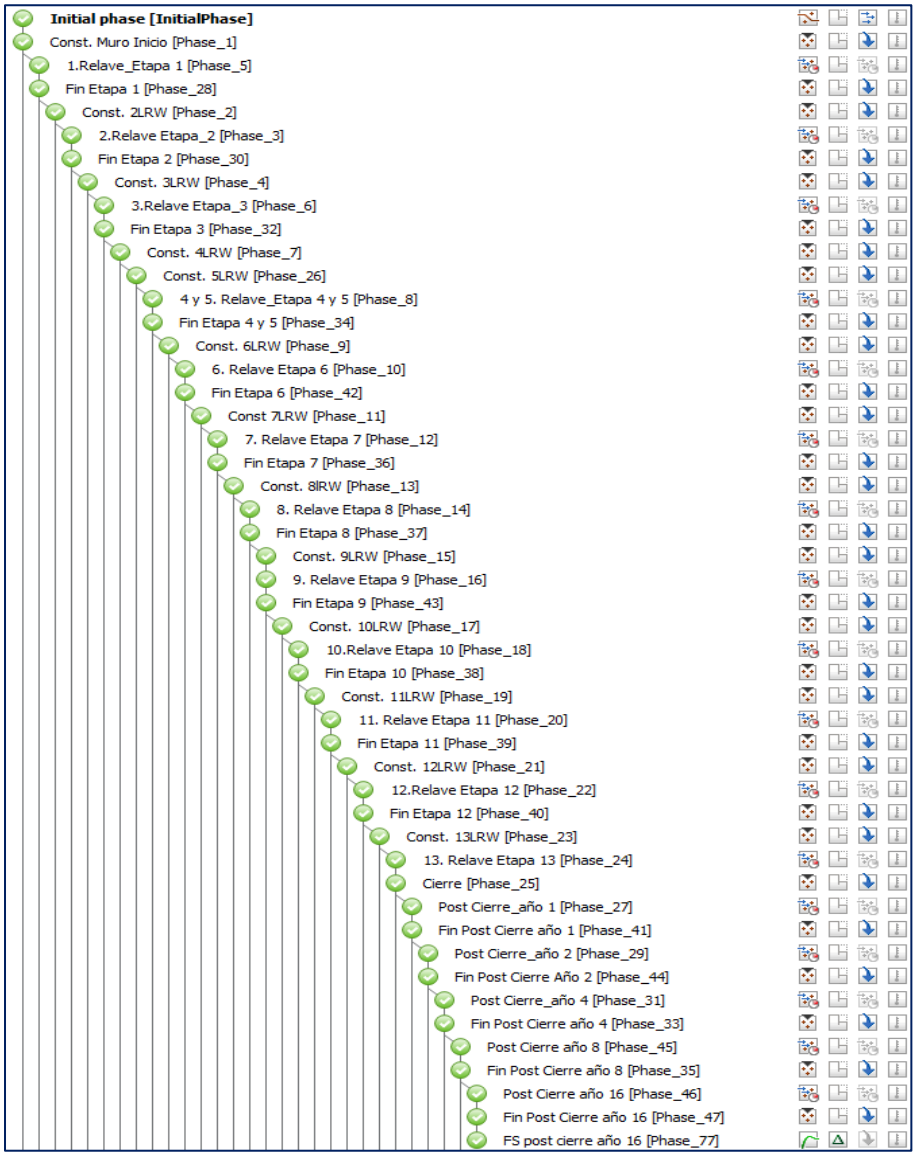


Posterior al término de la etapa 13, se incorpora una secuencia post-cierre del muro que considera el descenso del nivel freático a la condición inicial (nivel regional) por un tiempo efectivo de 16 años en etapas secuenciales de 1, 2 4 8 y 16 años. Para la definición de esta secuencia se considera las siguientes fases de cálculo:

1. Tiempo de post cierre: Realiza un cálculo de acoplamiento hidromecánico (Fully coupled flow-deformation) con régimen transiente basado en la reducción del nivel fréatico hasta el periodo de tiempo definido.
2. Término tiempo post cierre: Realiza un cálculo de tipo elastoplástico incremental (Plastic) considerando la presión de poros obtenida al término de la etapa anterior.
3. Factores de seguridad: Para el punto anterior, se realiza un análisis de cálculo del factor de seguridad (Safety) mediante el método de reducción de resistencia.

Las secuencias operativas de cada etapa y post-cierre implementadas en Plaxis 2D [Ref. 22] se muestran a modo de referencia en la Figura 4-8.

Figura 4-8: Secuencia de cálculo hidráulico y elastoplástico en Plaxis 2D
Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia



Para efectos de esta secuencia de análisis, se consideran los siguientes criterios de modelación:

- Para incorporar lagunas parásitas sobre el relave depositado en contacto con el muro, la condición de borde del nivel de agua presentado en el punto 2 de la secuencia operativa será el mismo que el nivel de crecimiento temporal del relave.

- La incorporación del relave depositado como un elemento sólido en el punto 3 tiene relación con la depositación del relave una vez que se genere su sedimentación. Por limitaciones del software en régimen transiente, no resulta factible incluir este material gradualmente como parte del crecimiento del nivel de agua.
- Todos los estratos del suelo de fundación y del muro presentan un comportamiento drenado, a excepción del relave depositado que presenta una condición no drenada y saturada debido a que el crecimiento del relave se acopla con el crecimiento del nivel freático aguas arriba. Para el caso de la secuencia post cierre presenta una condición drenada debido a la reducción del nivel freático.
- A partir de la etapa 5 en el talud aguas arriba del muro se incorpora una interfaz impermeable que correspondiente a la disposición de geomembranas.
- A partir de la etapa 2 se incorpora la extensión del sistema de drenaje en la base de cada crecimiento del muro, en donde para la proyección con diseño modificado (diseño 1) cambia su configuración desde la etapa 7 incorporando el retiro del estrato de suelo de fundación, mientras que para la proyección de diseño original (diseño 2) se mantiene la configuración original. No se incorporan condiciones de borde de drenaje en estos materiales, dado que se busca ver el comportamiento efectivo por una mayor permeabilidad saturada de estos materiales.
- La disposición de pozos de extracción se define como una condición de borde de altura de agua (head) basado en su ubicación en planta con respecto al pie del muro, definiendo la altura de agua de los registros disponibles indicados en la sección 2.2.6 y extrapolados para las siguientes etapas proyectadas. En la secuencia de post-cierre estas condiciones de borde se eliminan.
- Para estimar los factores de seguridad en los análisis de reducción de resistencia (Safety), el material de relave depositado no presentará reducción de resistencia, con el objetivo de forzar la falla en el cuerpo del muro.

Dentro de los puntos indicados, se destaca que la incorporación en el análisis incremental de los crecimientos del muro y del nivel de relave depositado como un sólido de forma inmediata en régimen permanente y no gradualmente, genera perturbaciones que afectan al inicio de los análisis con régimen transiente de excesos

de presiones de poros que aumentan abruptamente el comportamiento del nivel freático dentro del muro. No obstante, dado que el los parámetros de resistencia del cuerpo del muro presentan una condición drenada, estas perturbaciones se tienden a estabilizar rápidamente, sin generar cambios en el comportamiento del nivel freático en el tiempo.

4.2.2 Etapas de crecimiento del muro y del nivel de relave

La definición de las etapas de crecimiento del muro junto con la proyección del nivel de relaves depositados en contacto con el muro se indicó en la Tabla 2-2 y la Figura 2-18 de acuerdo a la información disponible del caso de aplicación. Para la implementación de esta información en el modelo, en la Tabla 4-1 se muestran las variaciones de la altura de muro y del nivel de relave con respecto al periodo de tiempo de cada etapa de crecimiento.

Tabla 4-1. Variación de nivel de relaves y altura de muro en el tiempo
Fuente: Proyecto de referencia

Etapa	Tiempo		Δt (días)	Altura nivel de relaves (m)		Altura muro (m)	
	años	días		ΔH	Elevación	ΔH	Elevación
1	4,9	1.797	1.797	10,0	2.899,9	15	2.919
2	10,2	3.732	1.935	10,8	2.910,7	11	2.931
3	14,4	5.265	1.533	8,4	2.919,1	10	2.940
4-5	18,9	6.908	1.643	7,4	2.926,5	7,5	2.947,5
6	22,2	8.113	1.205	12,5	2.939,0	8	2.955
7	24,7	9.026	913	10	2.949,0	8	2.963
8	26,1	9.537	511	4	2.953,0	8	2.971
9	28,7	10.486	949	10	2.963,0	8	2.979
10	31,7	11.581	1.095	6,7	2.969,7	8	2.987
11	35,2	12.859	1.278	9,2	2.978,9	8	2.995
12	40,6	14.830	1.971	7,5	2.986,4	8	3.003
13	48,7	17.787	2.957	8,6	2.995,0	7	3.010

La definición del crecimiento del nivel freático aguas arriba del muro fue definido en la superficie de la región de relave depositado mediante una condición de borde de altura (head), mientras que el resto del cuerpo del muro presenta una condición de drenaje (seepage). La condición de borde de altura (head) incorpora una función de flujo en régimen transiente que relaciona el aumento de la altura del nivel con respecto

al intervalo de tiempo. Las funciones de flujo fueron realizadas para cada etapa de crecimiento del muro a partir de la información definida en la Tabla 4-2.

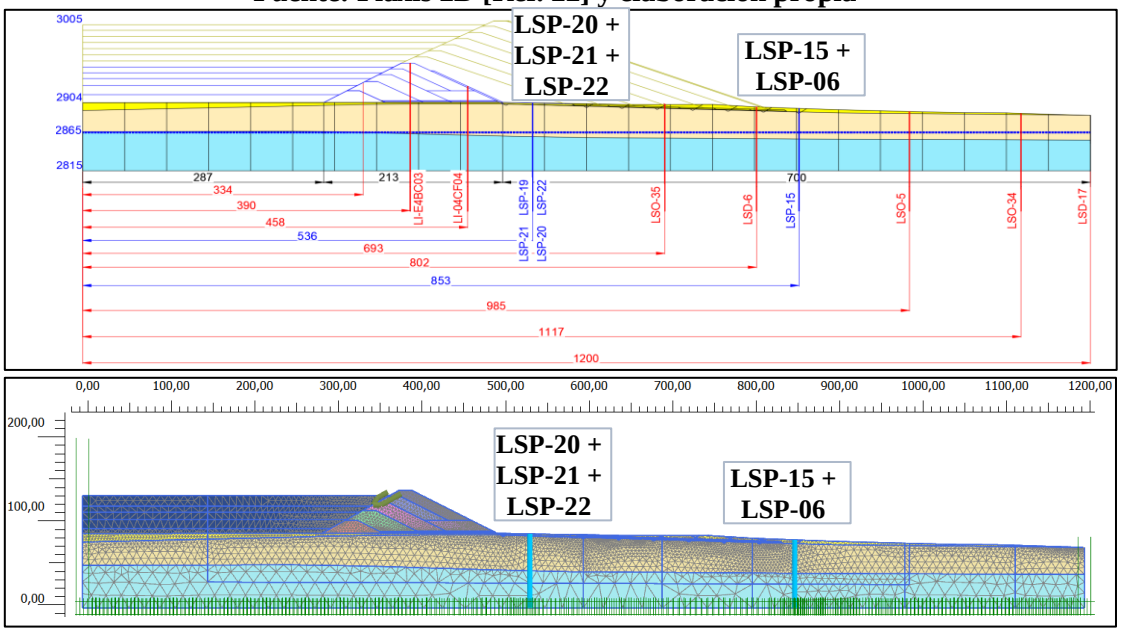
4.2.3 Definición de piezómetros, pozos de inspección y de extracción

Mediante la información de piezómetros, pozos de inspección y producción del caso de aplicación que se indicaron en la sección 2.2.6, se cuenta con mediciones entre los meses de septiembre de 2018 a febrero de 2020, los cuales se muestran en la Figura 2-23, Figura 2-25 y Figura 2-27, respectivamente.

La información de los pozos de piezómetros será utilizada como condición de borde tipo dren (drain) en donde se impone una altura específica dentro del comportamiento del nivel freático dentro de los estratos de roca fracturada. Por otra parte, la información asociada a los piezómetros y pozos de inspección será utilizada en la calibración del modelo como puntos de control definidos a partir de los valores máximos y mínimos definidos en el periodo de los registros.

La disposición de pozos y piezómetros de mayor representatividad para la sección de análisis se muestra en la Figura 4-9.

Figura 4-9: Disposición de pozos en sección de análisis en Plaxis 2D
Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia



En la Figura 4-10 y Tabla 4-2 se indica la disposición de piezómetros y pozos de inspección y producción con respecto a la distancia acumulada de la sección y los rangos de altura mínima y máxima obtenidos de los registros disponible.

Figura 4-10: Rangos de altura pozos de inspección, de bombeo y piezómetros
Fuente: Elaboración propia

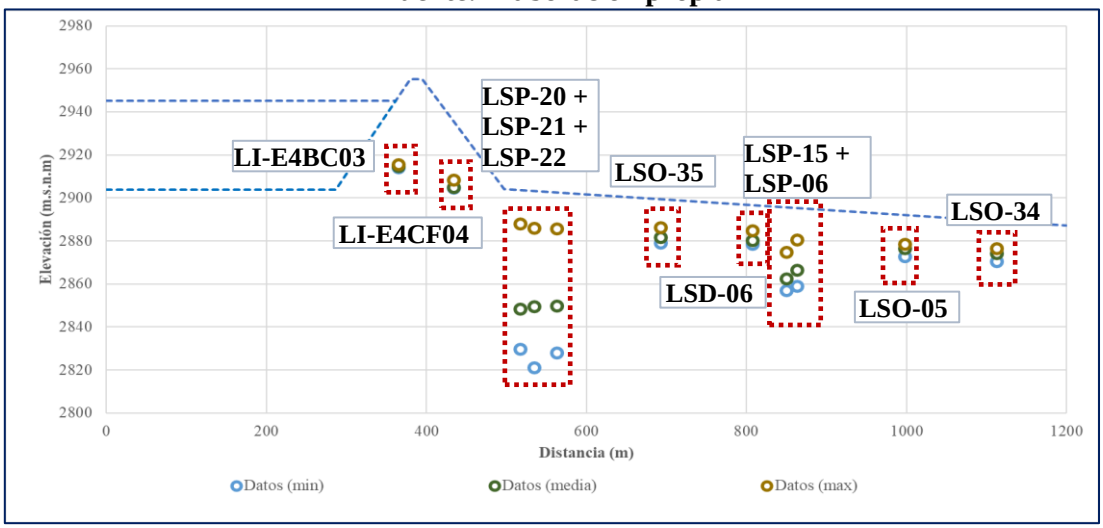


Tabla 4-2. Rangos de altura pozos de inspección, de bombeo y piezómetros
Fuente: Proyecto de referencia

Pozo		Distancia Acumulada (m)	Altura mínima absoluta (m)	Altura máxima absoluta (m)
Piezómetros en muro	LI-E4BC03	365	2.914,11	2.915,35
	LI-E4CF04	434	2.904,61	2.908,13
Pozos de inspección	LSO-12	636	2.879,09	2.886,06
	LSO-35	693	2.878,36	2.884,71
	LSO-4	768	2.872,57	2.878,45
	LSD-6	808	2.870,50	2.876,35
	LSO-5	998	2.865,92	2.868,72
	LSO-34	1.113	2.866,27	2.868,34
	LSD-17	1.308	2.866,17	2.867,27
	LSO-6	1.423	2.866,29	2.867,42
	LSD-8	1.608	2.879,09	2.886,06
	LSO-20	1.643	2.878,36	2.884,71
Pozos de extracción	LSP20	563	2.827,93	2.885,48
	LSP21	535	2.821,01	2.885,99
	LSP22	517	2.829,73	2.887,76
	LSP6	773	2.856,92	2.874,83
	LSP15	863	2.859,00	2.880,50

Se debe tener en cuenta que para la definición de condición de borde tipo dren (drain) asociada a los registros de los pozos de extracción, el software no contempla la incorporación del comportamiento de la altura de agua en el tiempo, por lo que solo se pueden imponer valores medios de las elevaciones indicadas en la Tabla 4-2.

4.3 Calibración modelo a partir de información disponible

4.3.1 Descripción procedimiento de calibración

Para los rangos de elevaciones del nivel de agua de los registros de piezómetros, pozos de inspección y pozos de extracción que se indicaron como puntos de control y condiciones de borde en la Figura 4-10, se busca ajustar los parámetros hidráulicos de los materiales definidos en el modelo mediante una calibración en el periodo de tiempo de los registros correspondientes a la etapa 6 mediante el ajuste de la permeabilidad saturada (K_s) y la razón entre la permeabilidad horizontal y vertical (K_x/K_y).

Para la definición de los parámetros hidráulicos de los materiales, se considera como referencia el rango de permeabilidades saturadas (K_s) definidas del muro y los estratos que se indicaron en la Tabla 2-6 para el caso de aplicación. Como punto de inicio de la calibración se estima la clasificación textural de los materiales según la USDA [Ref. 7], definiéndose los parámetros hidráulicos mediante la propuesta por Cársel & Parrish (1988) [Ref. 4], en donde se definen las permeabilidades saturadas, grados de saturación y los parámetros de Van Genuchten (g_n, g_a, g_l) [Ref. 6] asociados al comportamiento no saturado del material.

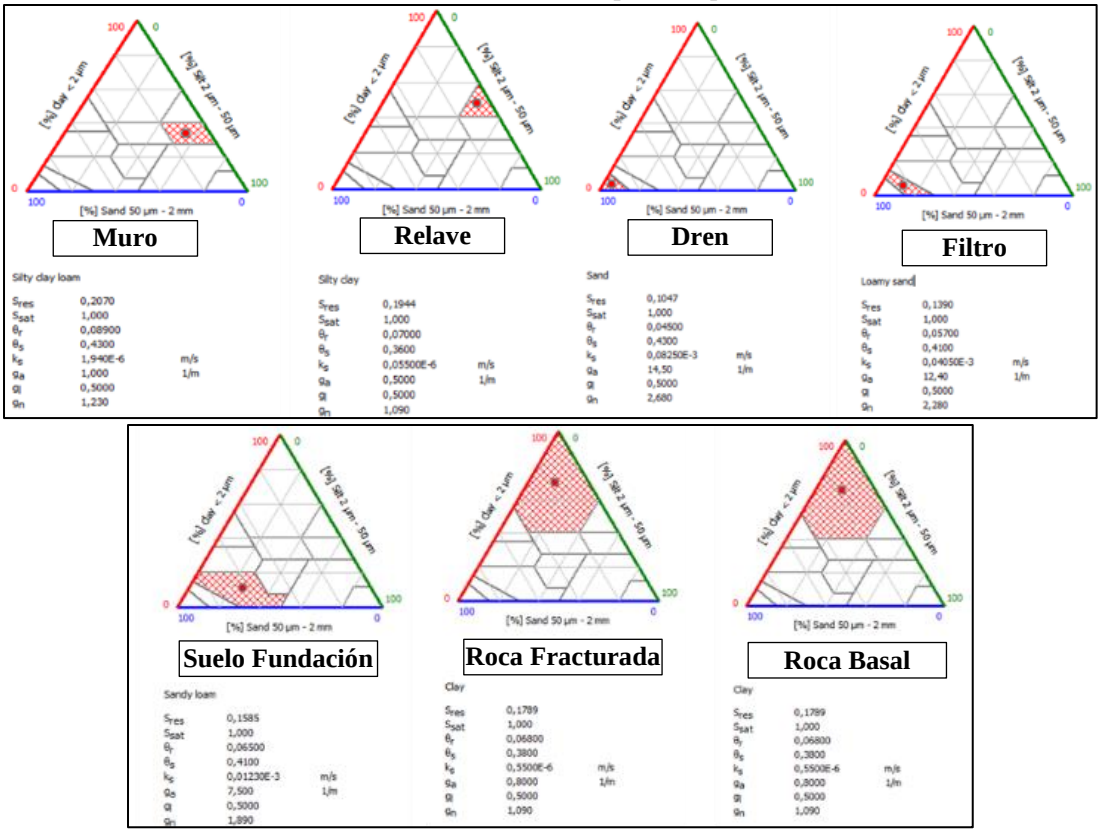
Para los materiales de drenes (dren y filtro) y estratos de rocas (roca fracturada y roca sana) se estimó una clasificación USDA equivalente a suelos granulares sobre malla N°4 y bajo malla N° 200, siendo equivalentes a arenas limpias y arcillas, respectivamente. Esta condición se debe a que se encuentran fuera de los extremos de la clasificación de la USDA, ya sea para el caso del material drenante por una mayor cantidad de volumen de vacíos y por ende una permeabilidad máxima, mientras que para rocas se presentan obstrucciones que limitan el flujo de agua solo en sectores de grietas, lo que se conlleva a una permeabilidad mínima.

Los parámetros hidráulicos utilizados al inicio de la calibración de los materiales se muestran en la Tabla 4-3, mientras que la clasificación de textura USDA se muestra en la Figura 4-11.

Tabla 4-3. Clasificación textura USDA de materiales
Fuente: Carsel & Parrish 1988 [Ref. 4]

Material	Categoría por textura	K_s(1) (m/s)	S_s (-)	S_{res} (-)	g_n (-)	g_a (1/m)	g_l (-)
Muro	Franco Arcilloso Limoso	1,94 10^{-6}	1,00	0,207	1,23	1,0	-0,187
Relave	Arcilla Limosa	5,50 10^{-8}	1,00	0,194	1,09	0,5	-0,083
Dren	Arenoso	8,25 10^{-5}	1,00	0,105	2,68	14,5	-0,627
Filtro	Arena Arcillosa	4,05 10^{-5}	1,00	0,139	2,28	12,4	-0,561
Suelo fundación	Franco Arenoso	1,23 10^{-5}	1,00	0,159	1,89	7,5	-0,471
Roca fracturada	Arcilla	6,00 10^{-7}	1,00	0,179	1,09	0,8	-0,083
Roca basal	Arcilla	6,00 10^{-7}	1,00	0,179	1,09	0,8	-0,083
(1) Valores de permeabilidad saturada indicados se presentan como un valor de referencia inicial para el proceso de calibración. Los valores ajustados se indican en la Tabla 4-4.							

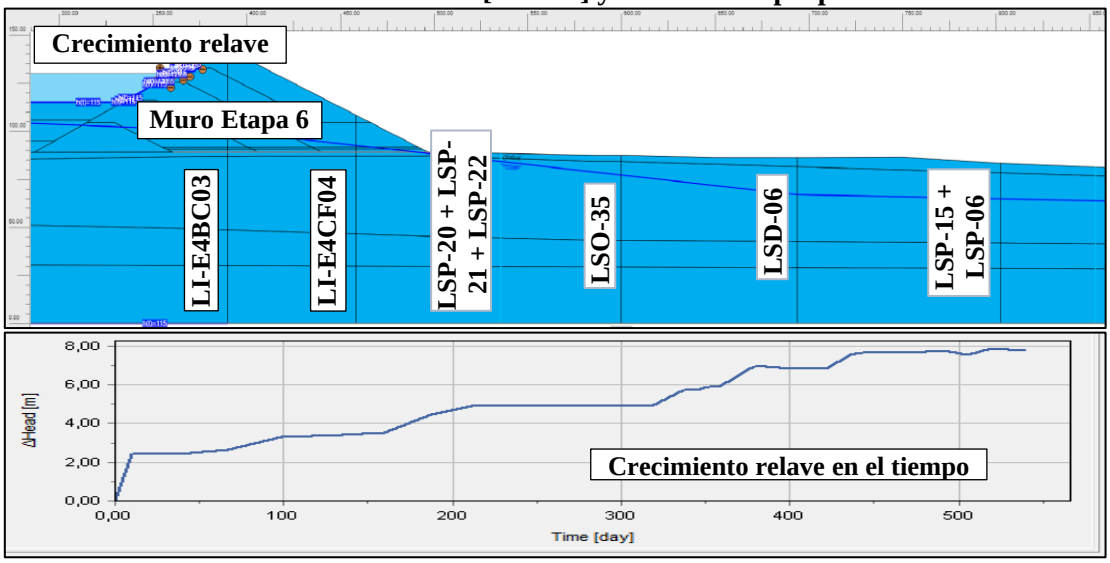
Figura 4-11: Clasificación textura USDA de materiales
Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22]



Una vez definidas las propiedades hidráulicas preliminares de los materiales, se realiza un cálculo de flujo transiente en Plaxis 2D [Ref. 22] con la sección de análisis correspondiente a la etapa 6 del crecimiento del muro, incorporando la elevación media del agua de los pozos de extracción indicadas en la Tabla 4-2 como condiciones de borde tipo "dren", y la información de los pozos de inspección y piezómetros como puntos de control para el análisis posterior de los resultados.

Para el crecimiento del relave, se definió una condición de borde transiente en la superficie del relave que cuenta con una función de flujo con los registros del crecimiento del relave en contacto con el talud aguas arriba del muro en el periodo analizado (ver Figura 2-18). Este aumento de altura corresponde a un crecimiento de 7,79 m de altura de agua en un periodo de 539 días definido en los registros de crecimiento de relave. La configuración hidráulica de la sección analizada se muestra en la Figura 4-12 incluyéndose la definición del crecimiento del nivel de relave como condición de borde.

Figura 4-12: Definición de sección de análisis para calibración flujo transiente
Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia



4.3.2 Parámetros hidráulicos obtenidos en procedimiento de calibración

Mediante el proceso de calibración, fue posible estimar un comportamiento del nivel freático tanto en el cuerpo del muro como en los estratos de suelo. Este proceso

contemplo un ejercicio de prueba y error que permitió definir cuáles serían los materiales que presentaban una mayor implicancia en el comportamiento del nivel freático. En este caso, esta definición fue controlada principalmente por los siguientes materiales.

- Material del cuerpo del muro: Permitió definir el comportamiento del nivel freático dentro del cuerpo del muro, el cual presentaba como puntos de control los registros de piezómetros. En este caso, el material de dren resulto ser el más sensible en la definición del comportamiento del nivel freático dentro del muro, mientras que el material del muro presentó ajustes de altura en un segundo orden.
- Estratos de suelo: Permitieron definir el comportamiento del nivel freático dentro de los estratos de suelo, en donde el suelo de fundación (grava) resulto el de mayor sensibilidad en la definición del comportamiento del nivel freático que se encontraba perturbado por la presencia de pozos de extracción. En segundo orden, la roca fracturada permitió definir el nivel de altura del nivel freático.

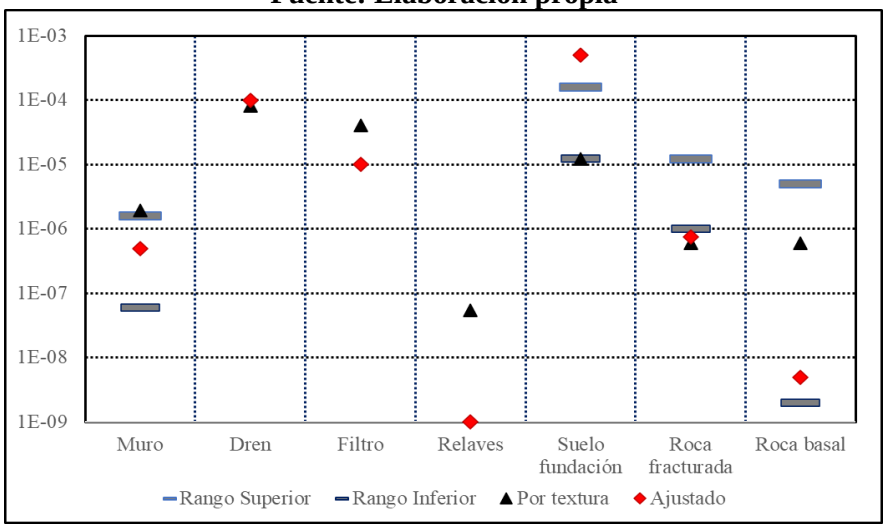
Tanto para el material de dren como del suelo de fundación (grava), la calibración definió una alta permeabilidad saturada para ambos casos, en donde los valores obtenidos resultan representativos para materiales tipo gravas con altos volúmenes de vacíos. En la Tabla 4-4 se muestran los valores de permeabilidad saturada y la razón entre permeabilidades horizontal y vertical que se obtuvieron a partir de la calibración y que reemplazan a los valores presentados a nivel de referencia en la Tabla 4-3.

Tabla 4-4. Parámetros hidráulicos ajustados por calibración
Fuente: Elaboración propia

Material	Muro	Relave	Dren	Filtro	Suelo fundación	Roca fracturada	Roca basal
K_s (m/s)	5,0 10^{-7}	1,0 10^{-9}	1,0 10^{-5}	1,0 10^{-4}	5,0 10^{-4}	7,5 10^{-7}	5,0 10^{-9}
K_x/K_y	0,1	0,1	0,2	0,2	0,5	0,2	0,2

Tomando como referencia el rango de permeabilidades saturadas indicados en la Tabla 2-6 y los valores definidos por la clasificación USDA [Ref. 7] de la Tabla 4-3, la comparación de los resultados obtenidos por la calibración con respecto a estos valores referenciados se presenta en la Figura 4-13.

Figura 4-13: Revisión de permeabilidades saturadas obtenidas por calibración
Fuente: Elaboración propia



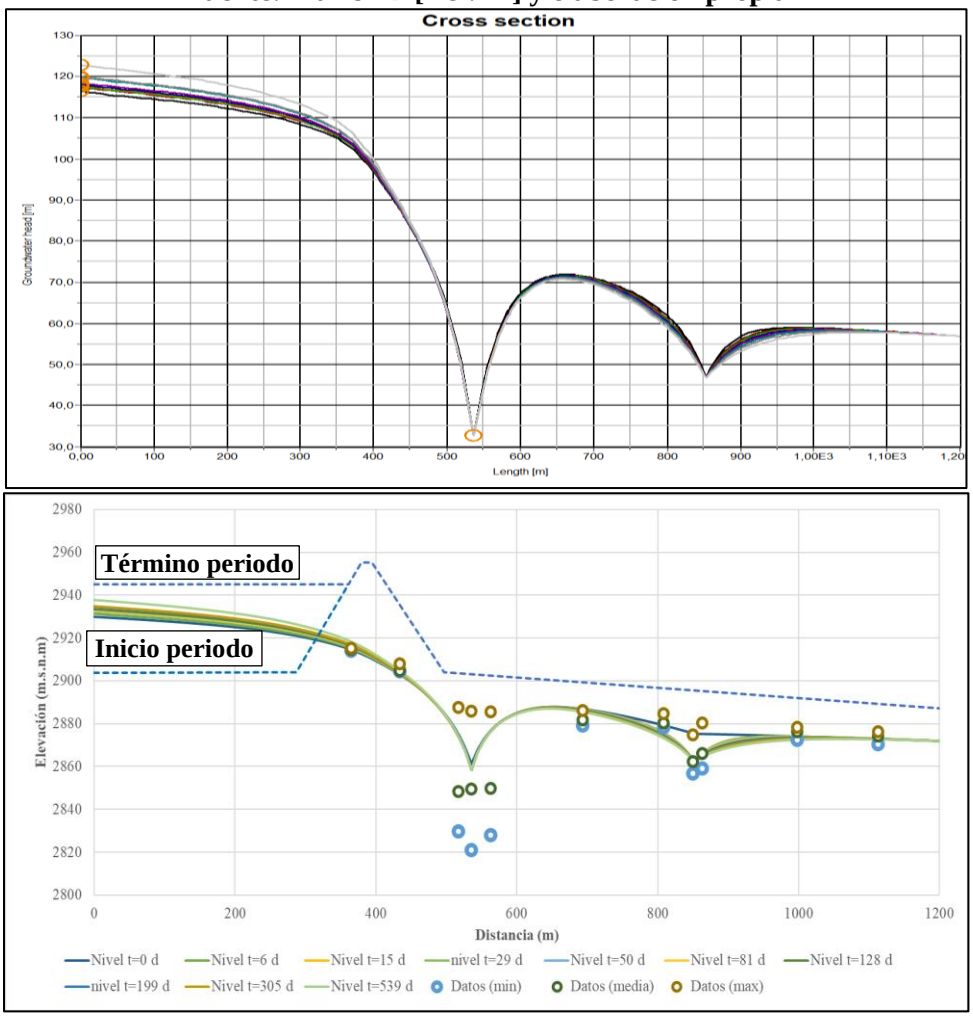
Para esta comparación de resultados de permeabilidades saturadas, se observaron los siguientes aspectos:

- Tanto los materiales del muro, roca fracturada y roca basal, si bien presentaron modificaciones con respecto a los definidos por la clasificación USDA, se encuentran dentro de los rangos definidos.
- El suelo de fundación (grava) presentó un valor mayor a los rangos definidos y el de la clasificación USDA. En este caso, resulta factible que los ensayos realizados en profundidad no fueron efectuados directamente sobre este material, debido a presentar un espesor del orden de 3,5 m en comparación con los 140 m observados.
- Dado que los materiales de dren, filtro y relave depositado no presentaban un rango de valores de referencia, fueron ajustados directamente con la referencia de los valores de permeabilidad saturada obtenidos por la clasificación USDA, en donde el material dren se definió similar al de la textura de la arena, y el filtro con una permeabilidad levemente menor, mientras que para el caso del relave resultó significativamente menor al valor de arcillas.

A partir de la definición de los parámetros hidráulicos de los materiales mediante la calibración realizada, se obtuvieron los resultados de altura de agua que se muestran en la Figura 4-14, en donde la imagen superior corresponde a los resultados gráficos obtenidos en la modelación, mientras que en la imagen inferior se muestran los

resultados procesados para su comparación con los rangos de elevaciones de agua indicado en los registros piezométricos de la Figura 4-10.

Figura 4-14: Resultados obtenidos en puntos de control por calibración flujo transiente
Fuente: Plaxis 2D [Ref. 22] y elaboración propia



De los resultados obtenidos para el periodo analizado, el comportamiento del nivel freático resulta consecuente con los rangos de elevación definidos por la instrumentación analizada, por lo que las propiedades hidráulicas obtenidas en la calibración resultan representativas para la modelación de la proyección del diseño del muro en el largo plazo.

5 INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS OBTENIDOS

5.1 Descripción general de resultados

A partir de los parámetros obtenidos en la calibración del modelo hidráulico en la sección 4.3 (ver Tabla 4-3 y Tabla 4-4) junto a los parámetros resistentes definidos en la sección 2.2.5.3 (ver Tabla 2-4 y Tabla 2-5), se realizó el análisis de acoplamiento hidromecánico correspondiente a las 13 etapas de crecimiento del muro bajo el caso de la condición actual de las etapas 1 a la 6 y los dos escenarios de proyección de las etapas 7 a 13, tanto con diseño modificado (diseño 1) como con diseño actual (diseño 2), los cuales fueron descritos en la sección 4.1.2.

En general, los resultados mostrados en todas las figuras de esta sección corresponden a procesamiento de resultados obtenidos de tablas y gráficos generados en el software Bentley Plaxis 2D [Ref. 22], en donde los resultados asociados al comportamiento hidráulico de cada caso analizado se muestran en detalle en el Anexo E, mientras que los resultados asociados al comportamiento elastoplástico de cada caso se muestran en el en el Anexo F.

Para el análisis de los resultados obtenidos en esta sección, se muestran los gráficos que representan el comportamiento de los parámetros medidos al término del periodo de tiempo de cada etapa analizada, en donde para el caso de los resultados asociados al comportamiento hidráulico fueron obtenidos en función de la distancia horizontal de la sección analizada, o en profundidad con respecto al coronamiento del muro. En el caso de los resultados del comportamiento elastoplástico del muro, fueron obtenidos en puntos de control ubicados en el coronamiento de cada etapa de crecimiento en función del comportamiento en elevación y con respecto al tiempo.

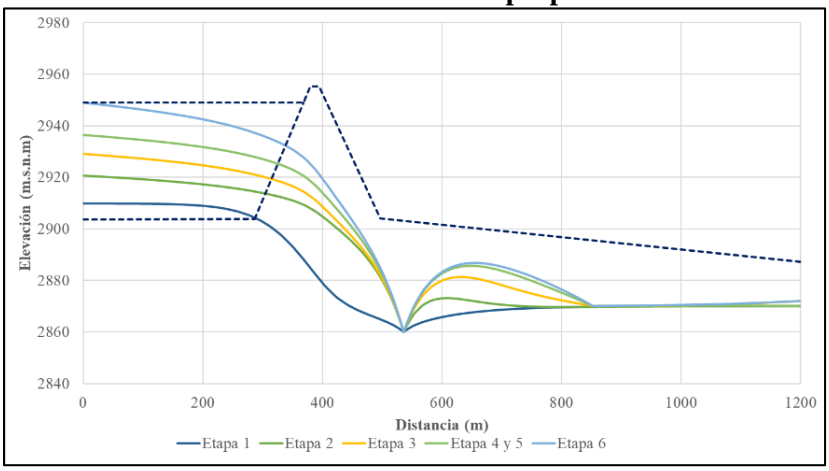
Adicionalmente, para fines de interpretación, se debe tener en cuenta que, para la notación de esfuerzos se considera que los valores negativos corresponden a compresión y valores positivos corresponden a tracción y/o succión.

5.2 Resultados asociados al comportamiento hidráulico

5.2.1 Resultados de altura de agua

Este análisis permite analizar la depresión del nivel freático en el tiempo producto del crecimiento del nivel de relave como de la extracción de agua en drenes basales y pozos de extracción. Este comportamiento se relaciona directamente con la presión de poros obtenida en el comportamiento elastoplástico, y por ello en la estabilidad del muro. Para la condición actual correspondiente al crecimiento de las etapas 1 a la 6, el comportamiento del nivel freático se muestra en la Figura 5-1.

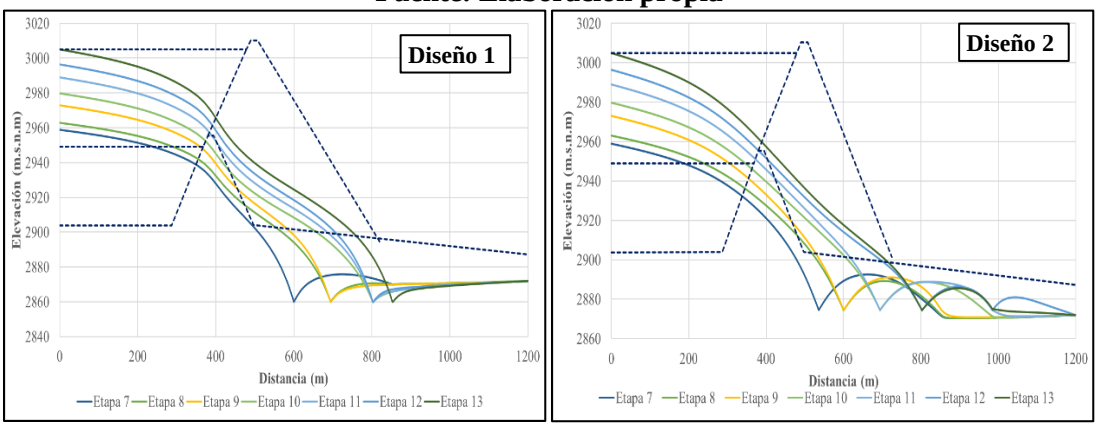
Figura 5-1: Altura de presión condición actual
Fuente: Elaboración propia



Para este caso se observa que el aumento gradual del nivel freático producto del crecimiento del relave depositado es deprimido dentro del cuerpo del muro principalmente por la disposición de los pozos de extracción ubicados aguas abajo de este, mientras que el radio de influencia de este comportamiento se regula antes de los 900 m de largo en donde se ubica la segunda cortina de pozos.

Para la proyección de las etapas de crecimiento, en la imagen izquierda de la Figura 5-2 se muestra el comportamiento del nivel freático para la condición de diseño modificado (diseño 1), mientras que en la imagen derecha se muestra para la condición de diseño actual (diseño 2).

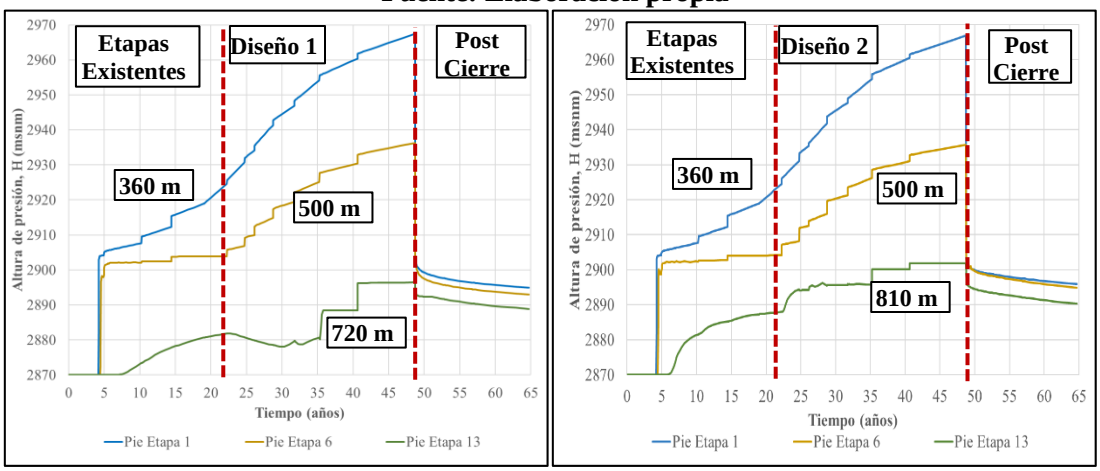
Figura 5-2: Altura de presión para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2)
Fuente: Elaboración propia



Al igual que para el caso de la condición actual, para ambos casos se observa que el aumento gradual del nivel freático producto del crecimiento del relave depositado es deprimido dentro del cuerpo del muro principalmente por la disposición de los pozos de extracción ubicados aguas abajo de este, los cuales se van desplazando en el tiempo en la medida que el muro va creciendo, pero en este caso, el sistema de drenaje basal tendrá mayor influencia en la tendencia de disminución, siendo más efectivo para la condición de diseño modificado (diseño 1) producto de presentar una mayor longitud basal, dado que al término de la etapa 13, se mantiene distancia con el pie del muro, lo que no ocurre para la condición de diseño actual (diseño 2).

Con respecto al comportamiento de la altura de presión de agua en el tiempo, en la Figura 5-3 se muestra su variación en tres puntos de control representativos del muro, los cuales corresponden al pie del muro de las etapas 1, 6 y 13. Como tendencia general, se observa un crecimiento gradual en el tiempo de la altura de presión de agua en el tiempo vinculado principalmente al crecimiento del relave depositado aguas arriba, por lo que el nivel de agua se va reduciendo en la medida que avanza en distancia, hasta alcanzar su equilibrio hacia aguas abajo.

Figura 5-3: Comportamiento de altura de agua en el tiempo para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2)
Fuente: Elaboración propia



El comportamiento de la altura de presión de agua para ambas proyecciones de diseños es relativamente similar para los puntos ubicados en el pie de la etapa 1 y la 6. Solo en el caso del pie de la etapa 13 se muestran diferencias significativas, que se asocian principalmente a la distancia que recorre el agua dentro del cuerpo del muro y debido a las diferencias de caudal colectado de acuerdo a lo indicado en la sección 5.2.3.

Con respecto al fenómeno que se genera posterior al cierre de la operación del depósito, se produce una disminución de la altura de agua con una tendencia de equilibrio en el tiempo, la cual no es suficiente para ser encontrada en los primeros 16 años.

De forma complementaria, en el crecimiento de la altura de agua se observan escalones que corresponden a un aumento brusco de la altura de agua debido a la generación de excesos de presión de poros al inicio de cada etapa. Esta condición se debe a una simplificación en la modelación generado por la alternancia entre análisis régimen transiente y análisis incrementales en régimen permanente, ya que entre cada etapa de análisis se mezclan crecimientos “inmediatos” entre etapas de crecimiento del muro con los fenómenos transientes producido durante la etapa.

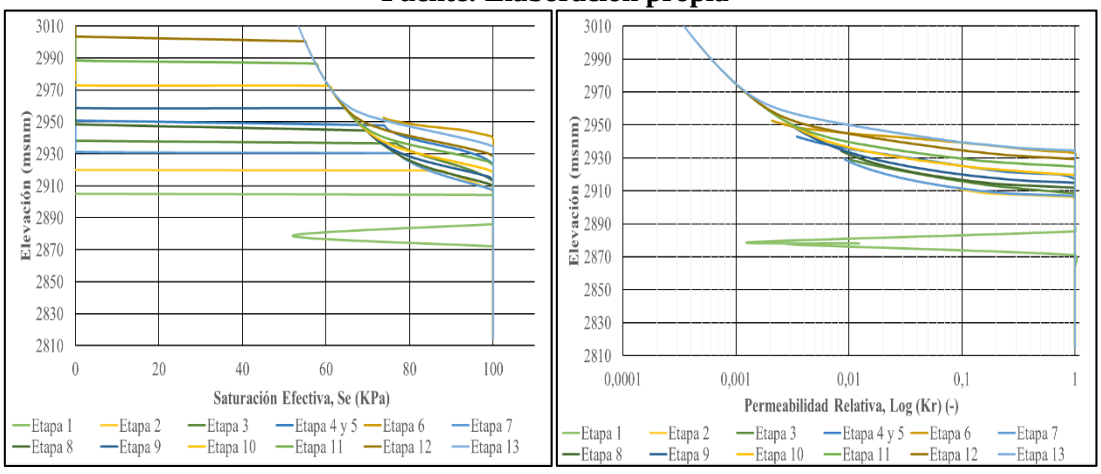
.

5.2.2 Resultados del grado de saturación efectiva y la permeabilidad relativa

El grado de saturación se relaciona directamente con los rangos de comportamiento del muro principalmente en zonas que presenta un comportamiento no saturado. Este comportamiento está alineado con la permeabilidad relativa ante la acción de la altura de presión de agua, lo cual se asocia a una reducción importante de la capacidad de escurrimiento del agua ante presiones negativas (succión). Por otra parte, este parámetro tiene importancia en incorporar el término de la succión en el comportamiento elastoplástico del muro, lo que conlleva a una condición más estable al aumentar el confinamiento efectivo del muro (ver sección 5.3.1).

En la imagen izquierda de la Figura 5-4 se muestra el comportamiento del grado de saturación efectiva, mientras que en la imagen derecha se muestra el comportamiento de la permeabilidad relativa, ambos con respecto a la elevación del muro. Dado que para ambas proyecciones de crecimiento no se observan diferencias significativas en estos parámetros, solo se muestran los resultados de la proyección con diseño modificado (diseño 1).

Figura 5-4: Grado de saturación efectiva y permeabilidad relativa para proyección con diseño modificado (diseño 1)
Fuente: Elaboración propia



En la medida que se genera un aumento de altura de agua dentro del muro (ver Figura 5-2), aumenta la elevación del estado saturado (saturación efectiva de 100%) del orden de 30 m a lo largo de las 13 etapas de crecimiento, pasando de tener un grado de

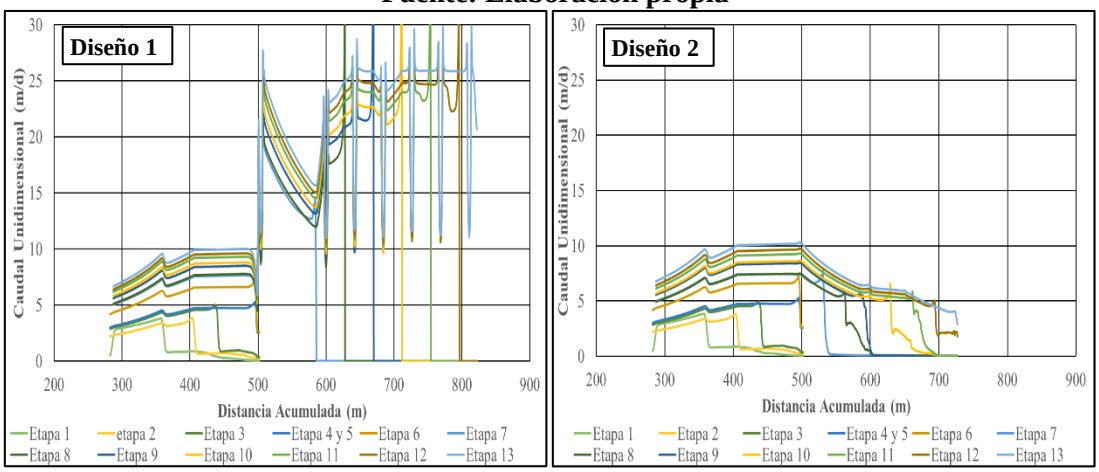
saturación efectiva de 50% a un 100%, mientras que en la permeabilidad relativa se presenta un aumento drástico de un 0,1% a un 100%.

5.2.3 Resultados de caudales extraídos

Los caudales extraídos se relacionan con la depresión de la altura de agua en sectores definidos como condiciones de borde de drenaje, ya sea por el caudal colectado por los drenes basales al pie del muro, como en pozos de extracción dispuestos aguas abajo.

El caudal colectado a la salida del pie del muro corresponde a la captación de agua generada en los drenes dispuestos a lo largo de la base del muro con el objetivo de deprimir la altura de agua. En la Figura 5-5 se muestran los resultados de los caudales colectados a lo largo del muro, en donde en la imagen izquierda se muestra para la condición de diseño modificado (diseño 1), mientras que en la imagen derecha se muestra para la condición de diseño actual (diseño 2).

Figura 5-5: Caudales en base muro para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2)
Fuente: Elaboración propia



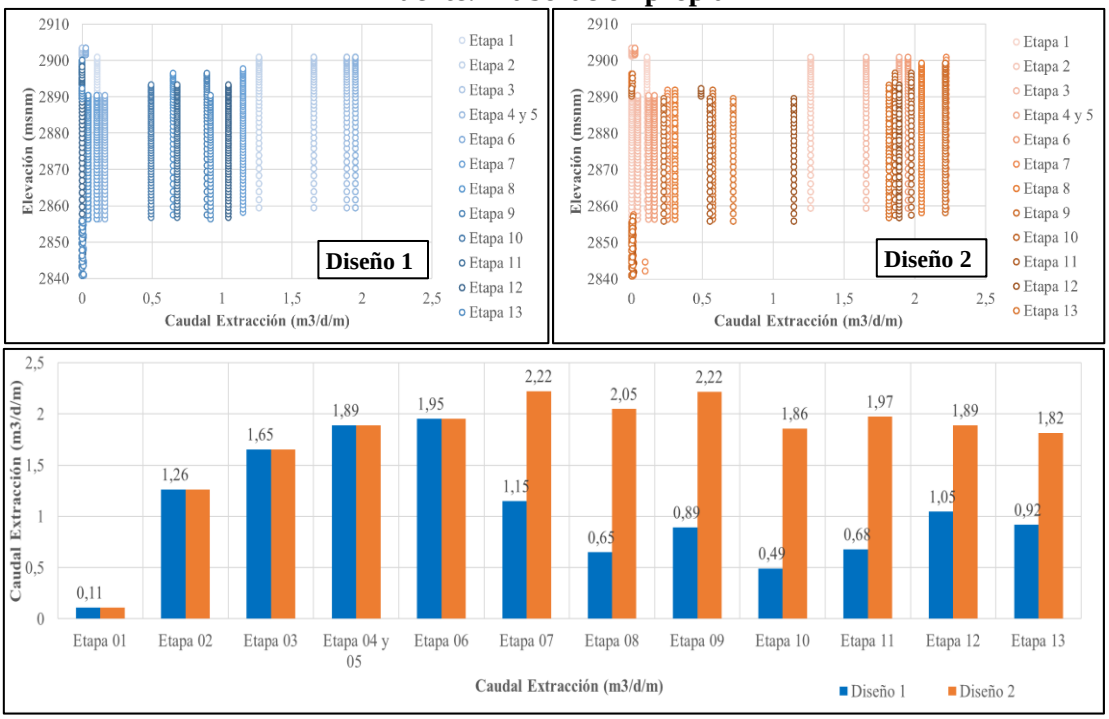
De acuerdo a los resultados obtenidos, se observa que hasta la etapa 6 se muestra un crecimiento gradual del caudal unidimensional colectado a un valor de 10 $m^3/m^2/d$ en donde para la proyección de crecimiento con diseño modificado (diseño 1) aumenta a una tendencia del orden de 25 $m^3/m^2/d$, mientras que para la proyección de crecimiento con diseño actual (diseño 2) disminuye a una tendencia del orden de 5 $m^3/m^2/d$. Estas diferencias se deben a dos factores:

- La permeabilidad del dren para la proyección de diseño modificada (diseño 1) considera una mejora en los espesores de los drenes que generan una captación más eficiente de agua.

- Dado que la altura de presión de agua disminuye a lo largo del cuerpo del muro (ver Figura 5-2), el caudal colectado, para los mismos parámetros hidráulicos de los drenes, disminuye de forma proporcional.

Con respecto al caudal colectado en pozos de extracción ubicados aguas abajo del muro, se relacionan con la diferencia del flujo total proveniente del relave y el colectado por los drenes basales. En la Figura 5-6 se muestran los resultados de los caudales colectados por los pozos en profundidad, en donde en la imagen izquierda se muestra para la proyección de diseño modificado (diseño 1), mientras que en la imagen derecha se muestra para la proyección de diseño actual (diseño 2). Adicionalmente, para comprender el comportamiento de los caudales extraídos en los pozos, se incluye una comparación de los flujos representativos por cada etapa.

Figura 5-6: Caudales en pozos de extracción para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2)
Fuente: Elaboración propia

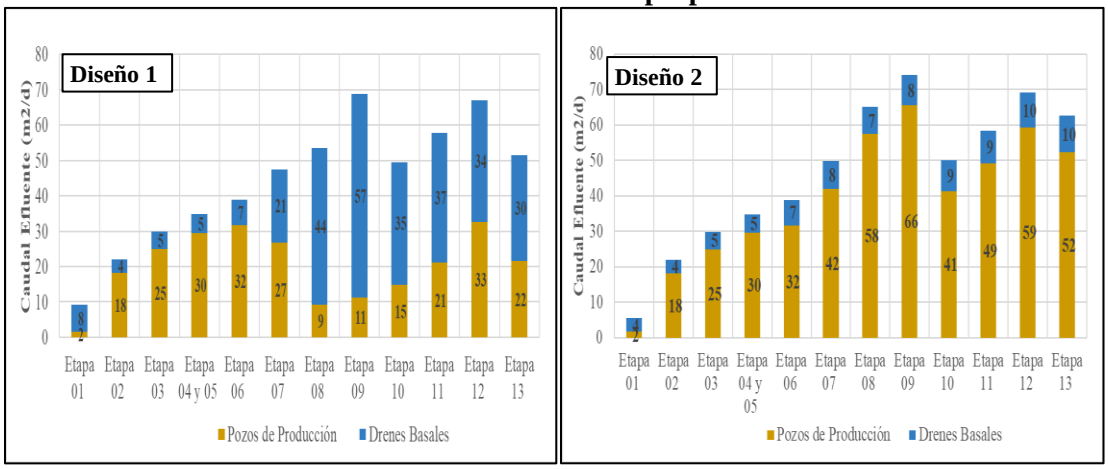


De acuerdo a los resultados obtenidos, el agua es colectada completamente por el segundo estrato de suelo de forma uniforme en profundidad, mientras que en el tercer estrato de roca la captación es casi nula. Con respecto a los resultados entre proyección de crecimiento, se observa que en las primeras seis etapas de crecimiento se presenta un aumento gradual del caudal extraído a valores del orden de 2 $m^3/m^2/d$, en donde para la proyección con modificación del diseño (diseño 1) se presenta una reducción de más de la mitad de la tendencia inicial, mientras que para la proyección con diseño original (diseño 2) se mantiene con un caudal de extracción uniforme en el tiempo.

En la Figura 5-7 se muestra el caudal total extraído en cada etapa, como la suma de los caudales de extracción mediante drenes basales y pozos de extracción (en unidades $m^3/m/d$).

En esta comparación, adicional a la tendencia del aumento de caudal extraído en cada etapa, se observa que, a pesar que la diferencia de captación es diferente para ambos casos, el caudal total extraído en cada etapa es relativamente similar. Por otra parte. Se observa que el caudal extraído en los drenes para la proyección con diseño modificado (diseño 1) es mayor que la condición actual (diseño 2), por lo que requiere menor consumo de energía para extraer caudal en los pozos de extracción.

Figura 5-7: Contribución de caudales efluentes para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2)
Fuente: Elaboración propia



5.3 Resultados asociados al comportamiento elastoplástico

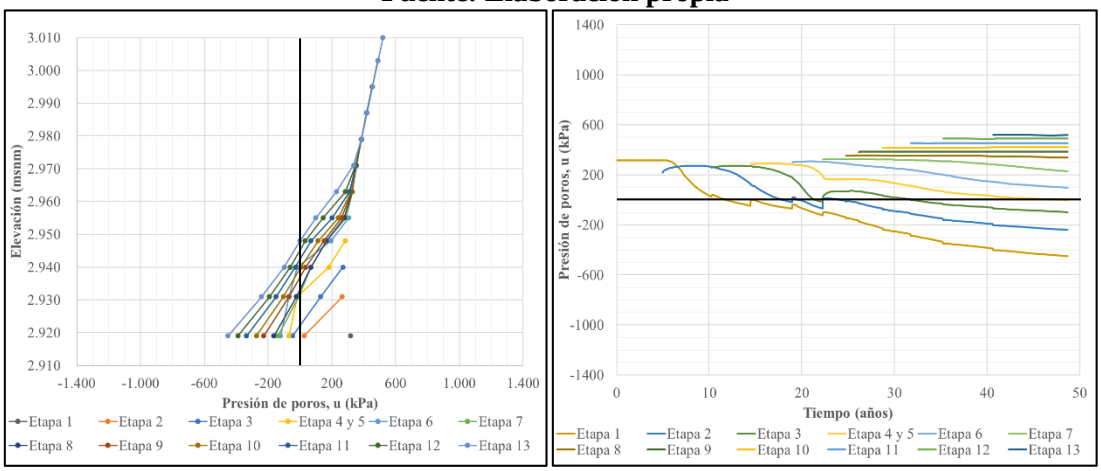
5.3.1 Resultados de esfuerzos internos

5.3.1.1 Presiones de poros

Los esfuerzos internos dentro del muro se asocian al comportamiento elastoplástico del material en la medida que aumentan las fuerzas de empuje e hidrostáticas debido al crecimiento del muro y el aumento del nivel de relave depositado, respectivamente. Dado que para ambas proyecciones de crecimiento no se observan diferencias significativas en los resultados analizados, solo se muestran los resultados de la proyección con diseño modificado (diseño 1).

Para analizar los esfuerzos generados dentro del muro, primero se debe revisar el comportamiento de la presión de poros generada por la altura de agua en el muro en función de la elevación y el tiempo, los cuales se muestran en la Figura 5-8 en la imagen izquierda y derecha, respectivamente.

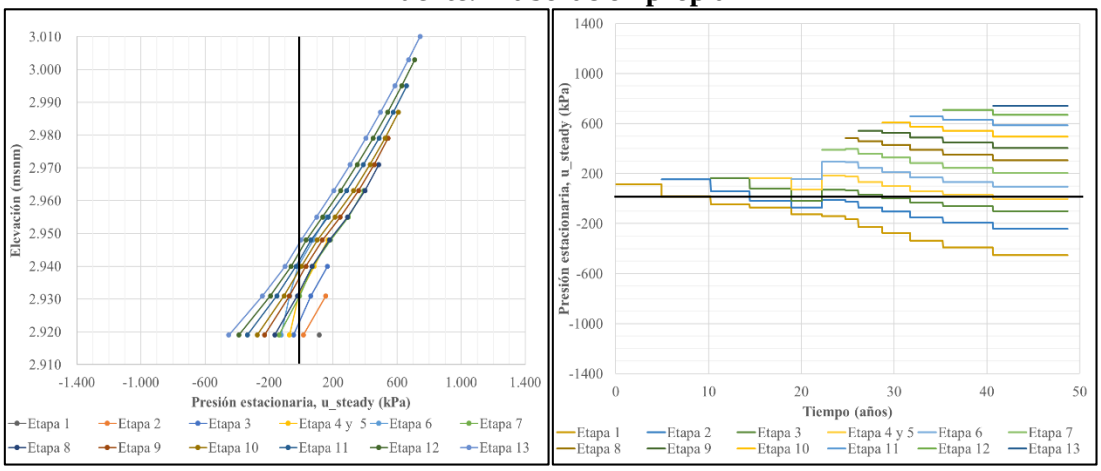
Figura 5-8: Presión de poros para proyección con diseño modificado (diseño 1)
Fuente: Elaboración propia



Para analizar el comportamiento de la presión de poros, se debe tener en cuenta que corresponde a la diferencia de la presión hidrostática y el exceso de presión de poros, por lo que, para fines de análisis, en la Figura 5-9 y Figura 5-10 muestran por separado el comportamiento de la presión hidrostática y el exceso de presión de poros, respectivamente. En ambos casos se revisa el comportamiento para cada etapa de

crecimiento, ya sea en función del tiempo como en función de la elevación del muro (imagen izquierda y derecha, respectivamente).

Figura 5-9: Presión hidrostática para proyección con diseño modificado (diseño 1)
Fuente: Elaboración propia

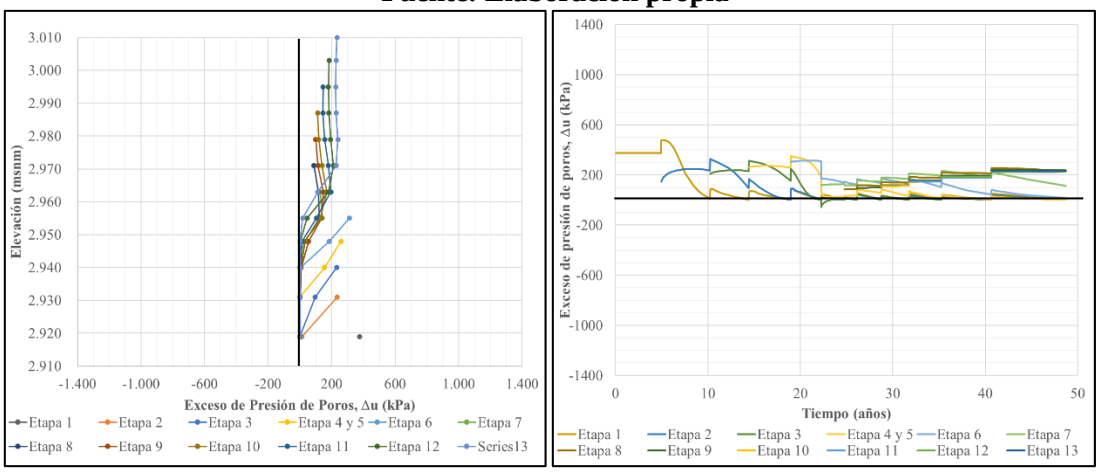


Para el comportamiento de la presión hidrostática en elevación se observa claramente la distribución triangular de esfuerzos en profundidad, presentándose esfuerzos de compresión en el fondo que disminuyen con una tendencia lineal en elevaciones pasando a presiones de succión (o presiones positivas).

Con respecto al comportamiento en el tiempo, se observa que inicialmente existe una tendencia a generar presiones de succión (presiones positivas), las que van aumentando a mayor altura en la medida que crece el nivel freático en el tiempo, pasando a ser presiones en compresión (presiones negativas). Esta variación en el tiempo es más marcada en los puntos de menor elevación del muro, disminuyendo en altura hasta anularse en los puntos altos asociados al coronamiento del muro.

Con respecto al comportamiento del exceso de presión de poros que se indica en la Figura 5-3, se observan los escalones mencionados previamente, que corresponde a la generación de excesos de presión de poros del orden de 200 kPa debido a la incorporación de crecimientos “inmediatos” del muro en cada cambio de etapa de crecimiento.

Figura 5-10: Exceso de presión de poros para proyección diseño modificado (diseño 1)
Fuente: Elaboración propia



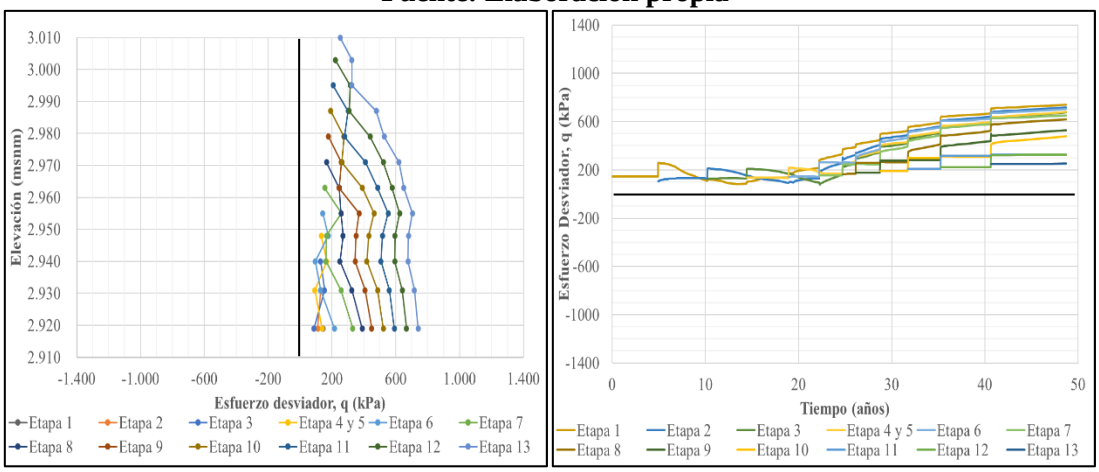
Esta brecha de esfuerzos es disipada en el tiempo, a excepción del comportamiento de los puntos de la etapa 8 en adelante, en donde este exceso se mantiene. Complementándose con la revisión de la información de la Figura 5-4, se infiere que esta brecha se debe a que el grado de saturación efectiva sobre ese punto disminuye a valores menores a 70% en altura, lo que implica que la permeabilidad relativa del material se reduce considerablemente a valores menores a un 5%, restringiendo la capacidad de drenaje y por lo mismo, no se disipe este exceso de presión de poros.

5.3.1.2 Esfuerzos desviadores y de confinamiento

Una vez definido el comportamiento de la presión poros, es posible analizar las diferencias entre los esfuerzos desviadores y de confinamiento.

Con respecto a los esfuerzos desviadores del muro, en la Figura 5-11 se muestra su comportamiento en el tiempo y en profundidad (imagen izquierda y derecha, respectivamente). En este caso presentan una tendencia a aumentar en profundidad, mientras que, para el comportamiento en el tiempo, los esfuerzos van aumentando en la medida que se van incorporando las etapas de crecimiento del muro.

Figura 5-11: Esfuerzos desviador para proyección con diseño modificado (diseño 1)
Fuente: Elaboración propia



Con respecto a los esfuerzos de confinamiento del muro, En la Figura 5-12 y Figura 5-13 se muestra el comportamiento de los esfuerzos de confinamiento totales y efectivos, respectivamente. En ambos casos se muestra su comportamiento en el tiempo y en profundidad (imagen izquierda y derecha, respectivamente).

Figura 5-12: Confinamiento total para proyección con diseño modificado (diseño 1)
Fuente: Elaboración propia

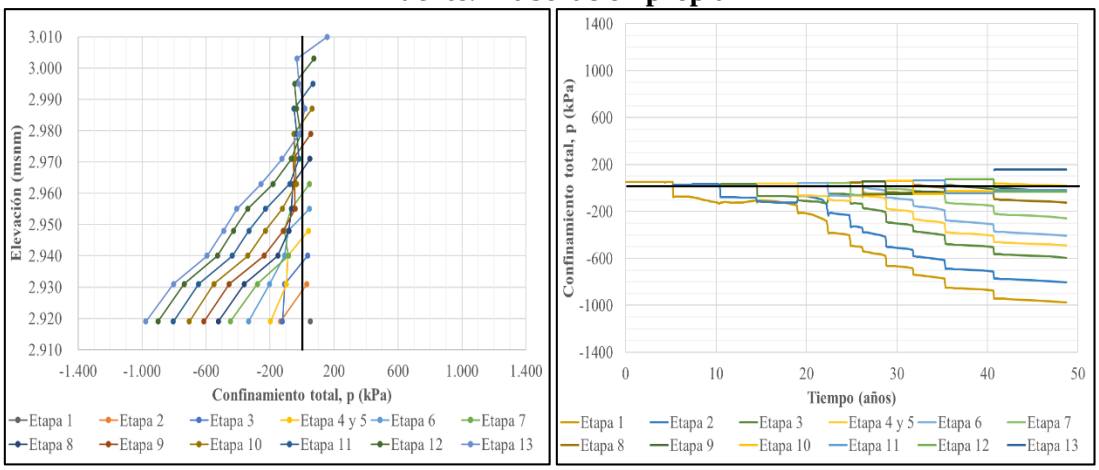
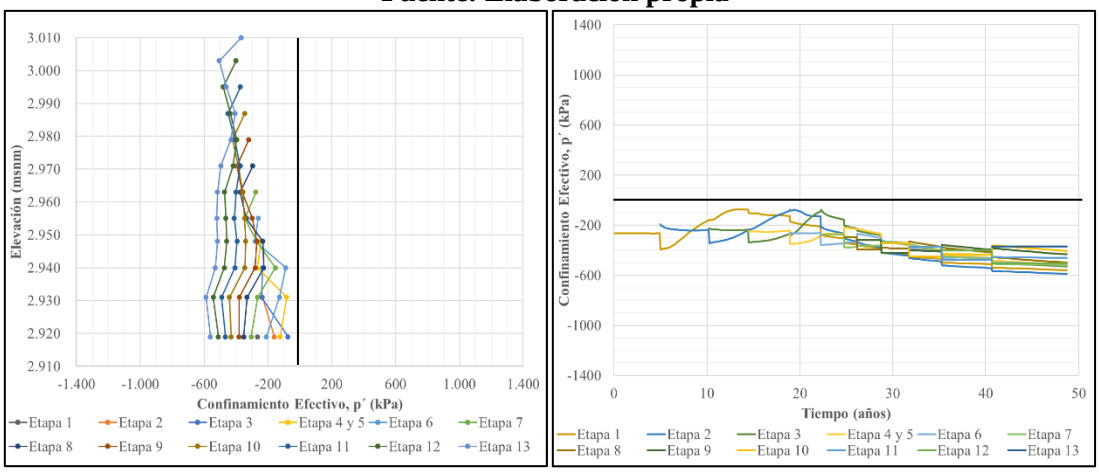


Figura 5-13: Confinamiento efectivo para proyección con diseño modificado (diseño 1)
Fuente: Elaboración propia

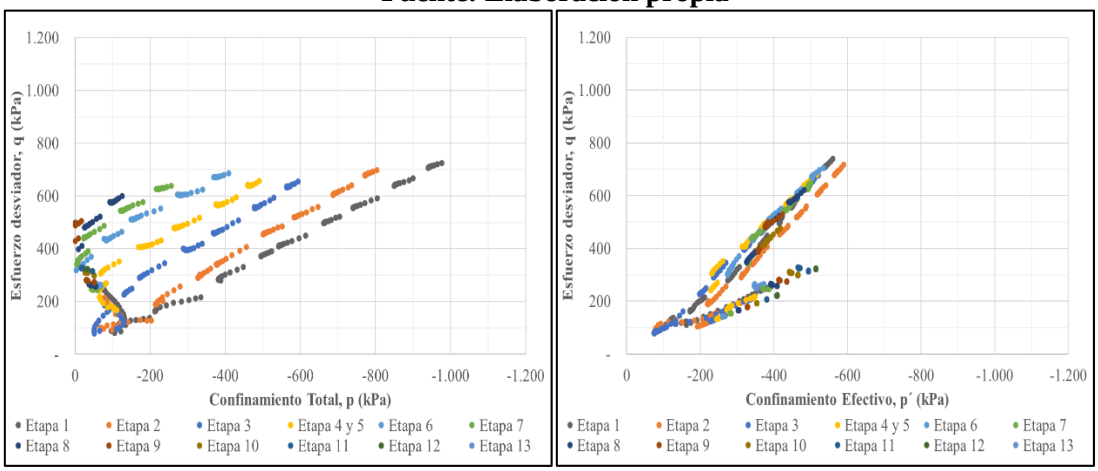


En los esfuerzos de confinamiento total se muestra una tendencia a generar presiones de compresión en profundidad (presiones negativas) por peso propio del muro. Con respecto al comportamiento en el tiempo, estos esfuerzos de compresión van aumentando en el tiempo en la medida que se van incorporando las etapas de crecimiento del muro.

En los esfuerzos de confinamiento efectivo, al incorporar la reducción por presión de poros mostrada en la Figura 5-8, se muestra una reducción de los esfuerzos de compresión en los puntos de menor elevación, mientras que a mayores elevaciones se muestra un aumento de los esfuerzos de compresión. En este caso, teniendo en cuenta que la contribución que la presión de poros en la zona de succión está ponderada por el porcentaje asociado al grado de saturación efectiva (ver ecuación (3-12) y (3-13)) la reducción no es tan significativa en zonas no saturadas, pero suficiente para mantener un confinamiento efectivo en compresión relativamente uniforme en profundidad.

De forma complementaria al análisis realizado en los esfuerzos internos, en la Figura 5-14 se muestra la relación entre los resultados de los esfuerzos desviadores con respecto a los esfuerzos de confinamiento total y efectivo (imagen izquierda y derecha, respectivamente), haciendo una analogía a la trayectoria de esfuerzos asociada al comportamiento de ensayos triaxiales.

Figura 5-14: Esfuerzos desviador con respecto a confinamiento total y efectivo para proyección con diseño modificado (diseño 1)
Fuente: Elaboración propia



Al analizar el comportamiento de los esfuerzos desviadores con respecto al confinamiento total, se observa una trayectoria de esfuerzos que al aumentar inicialmente disminuyen su confinamiento, pasando incluso a un comportamiento de extensión (o succión) para aumentan su confinamiento de compresión a mayores esfuerzos desviadores. Por otra parte, se observa que la trayectoria de todos los puntos sigue hacia una tendencia de una envolvente lineal similar a la del estado último.

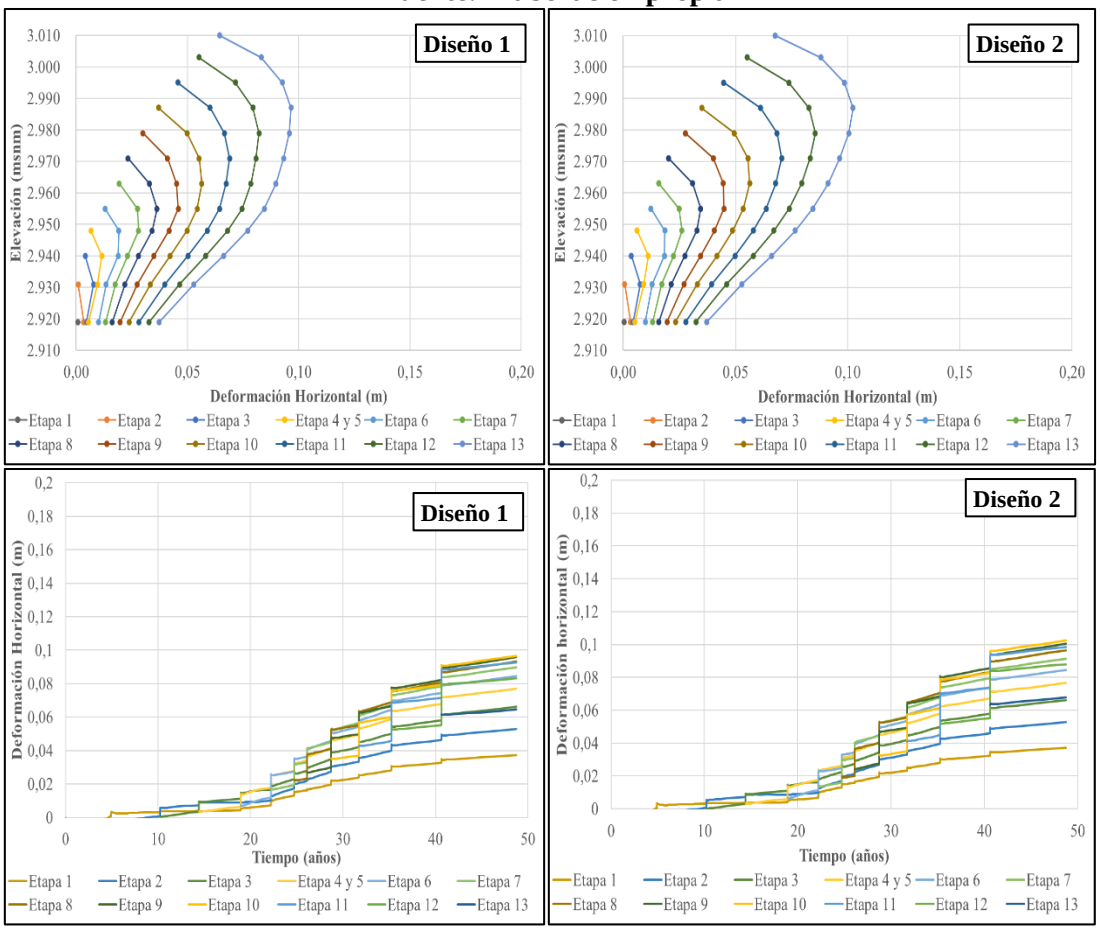
Para el caso del comportamiento de los esfuerzos desviadores con respecto al confinamiento efectivo, se muestran dos tendencias lineales claras, la primera de menor pendiente se asocia a los puntos con esfuerzos en la zona no saturada, mientras que la segunda tendencia lineal de mayor pendiente se asocia a los puntos con esfuerzos en la zona saturada. Este comportamiento se observa al comparar los esfuerzos totales y de confinamiento con las presiones de poros, en donde para zonas saturadas, el confinamiento efectivo disminuye, mientras que en zonas no saturadas el confinamiento efectivo aumenta.

5.3.2 Resultados de deformaciones en el muro

Las deformaciones generadas en el muro producto de los esfuerzos internos se miden en el coronamiento de cada etapa del muro. En la Figura 5-15 y Figura 5-16 se muestran las deformaciones horizontales y verticales generadas, respectivamente. En ambos casos se muestra el comportamiento para la proyección de diseño modificado (diseño

1) en las imágenes de la izquierda, y para la proyección de diseño actual (diseño 2) en función de la elevación (imágenes superiores) y el tiempo (imágenes inferiores).

Figura 5-15: Deformaciones horizontales para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2)
Fuente: Elaboración propia

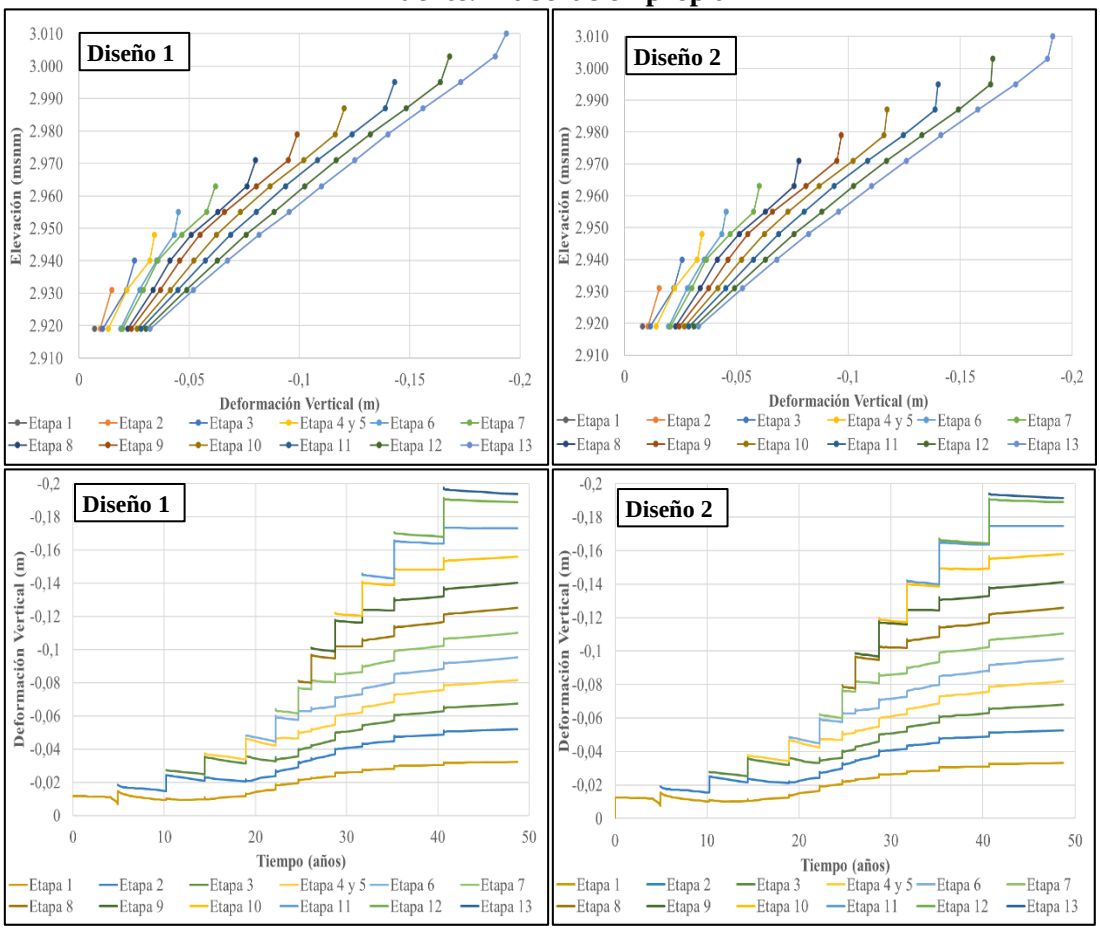


Con respecto al comportamiento en el tiempo de las deformaciones horizontales, se observa un aumento en la medida que se van incorporando las etapas de crecimiento del muro, en donde a partir del año 20 se muestra una tasa de aumento de la deformación, la cual se desacelera a partir desde el año 30 hasta el término del análisis.

Para el caso del comportamiento de las deformaciones horizontales en elevación, se muestra una tendencia de aumento en un segundo orden de las deformaciones en altura, con un valor máximo aproximado de 10 cm en aproximadamente al 75% de la altura del muro, descendiendo a mayores alturas hasta aproximadamente 7 cm. Este comportamiento de las deformaciones en altura se debe a la configuración geométrica

del muro y las cargas de empuje hidrostático generados por la acumulación de relave depositado. Al comparar las deformaciones horizontales entre ambas proyecciones de crecimiento, se observa un comportamiento relativamente similar, solo observándose diferencias del orden de 1 cm, lo cual no resulta representativo.

Figura 5-16: Deformaciones verticales para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2)
Fuente: Elaboración propia



Para el caso de las deformaciones verticales en el tiempo, se presenta similar comportamiento que las deformaciones horizontales, incluyéndose una tasa inicial de disminución para posteriormente mostrar una tasa de crecimiento en la medida que aumentan las etapas de crecimiento.

Con respecto al comportamiento de las deformaciones verticales en elevación, se muestra una tendencia lineal de aumento en altura, con un valor máximo aproximado de 20 cm en el coronamiento de última etapa del muro. Este comportamiento se debe

principalmente a los asentamientos acumulados generados por el peso propio del crecimiento del muro. Al igual que en las deformaciones horizontales, entre proyecciones de crecimiento se observan diferencias poco significativas con valores menores a 1 cm, lo cual no resulta representativo.

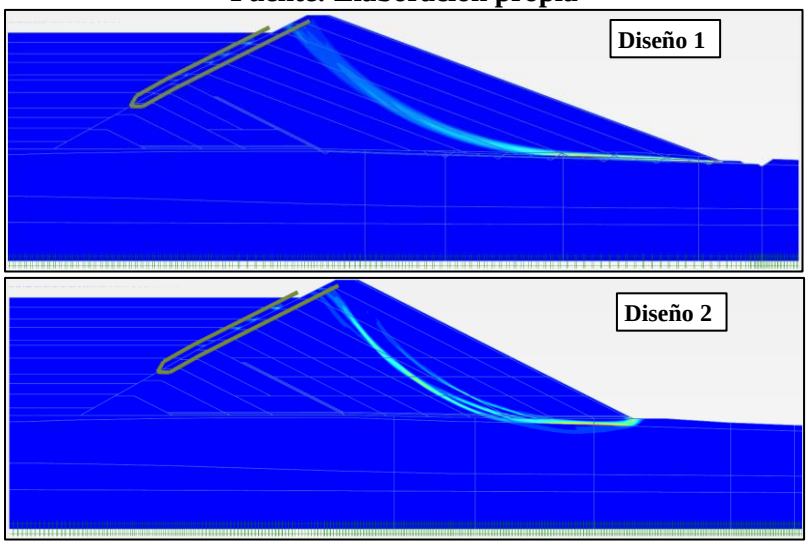
En general, en ambas proyecciones de crecimiento se alcanzan deformaciones horizontales y verticales máximas de 10 cm y 20 cm, respectivamente, las cuales no resultan significativas al comparar con análisis dinámico de depósitos de relaves con análisis que incluyen sismos de diseño, en donde las deformaciones máximas son del orden de 1 m.

5.3.3 Factores de seguridad obtenidos por etapa

5.3.3.1 Condición estática

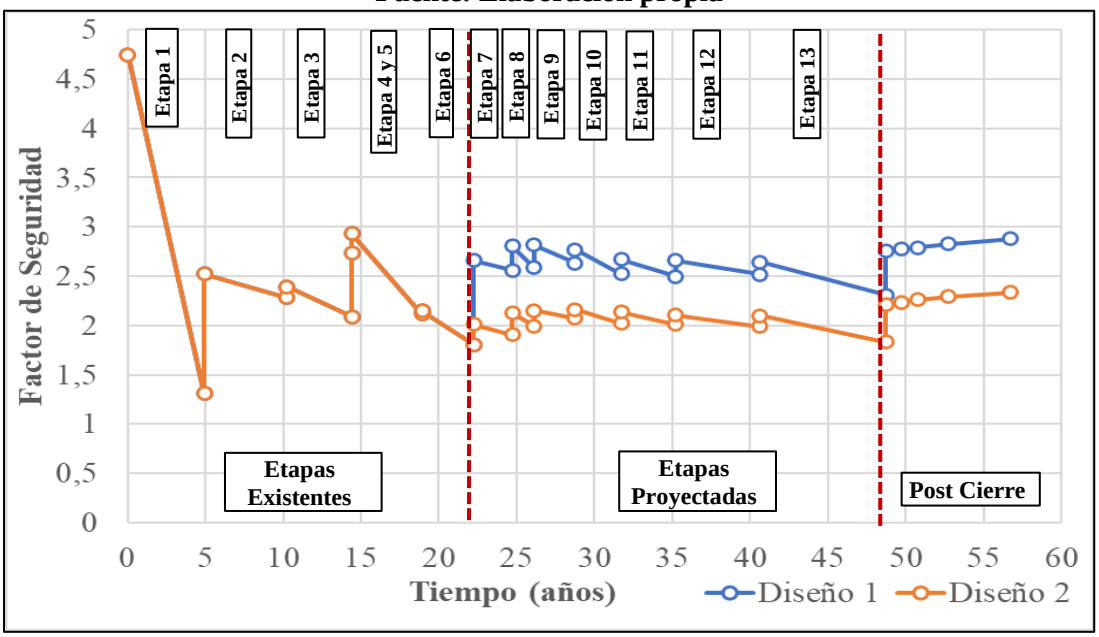
Para cada etapa de crecimiento asociado a ambas proyecciones de diseño, se estima el comportamiento a la falla del muro para una condición estática, la cual presenta la generación de fallas circulares en todas las etapas hacia el talud aguas abajo (ver Anexo F). En la Figura 5-17 se muestra la etapa 13 el comportamiento a la falla para la proyección de crecimiento con diseño modificado (diseño 1) y para la proyección de crecimiento con diseño actual (diseño 2).

Figura 5-17: Falla generada al final de crecimiento de muro para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) – condición estática
Fuente: Elaboración propia



A partir de esta información, se realizó la estimación de los factores de seguridad para la condición estática al termino de cada etapa de crecimiento para las dos proyecciones de crecimiento analizadas. La tendencia de los factores de seguridad con respecto a cada proyección de crecimiento en el tiempo se muestra en la Figura 5-18, identificándose las etapas de tiempo asociadas a la condición actual (etapa 1 a 6), la proyección de crecimiento (etapa 7 a 13) y la etapa post cierre.

Figura 5-18: Factores de seguridad por etapas para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) – Condición estática
Fuente: Elaboración propia



Al analizar los factores obtenidos para cada proyección de crecimiento, se observa una tendencia cíclica marcada por un descenso gradual de la estabilidad del muro durante el desarrollo de cada etapa en el tiempo, con un incremento puntual al inicio de la etapa siguiente debido al crecimiento del muro.

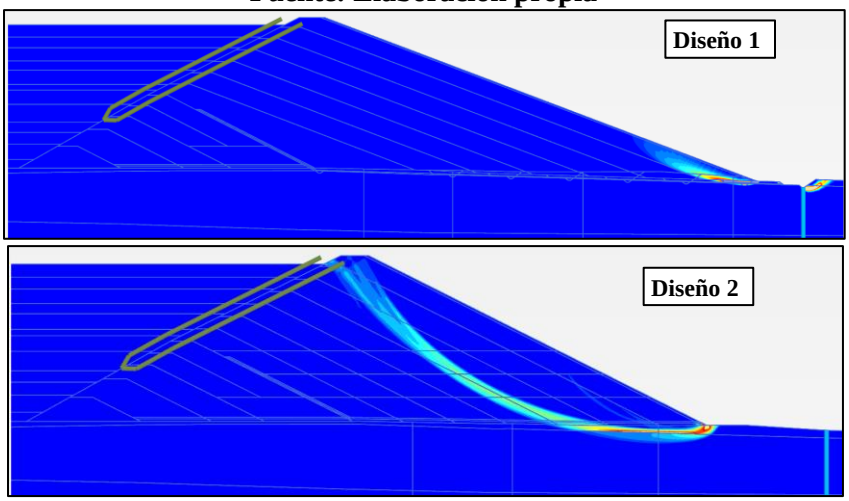
Para la condición actual, los aumentos de los factores de seguridad no resultan significativos entre etapas de crecimiento debido principalmente a que la altura de agua dentro del muro resulta significativa, llegando incluso a saturar el pie del muro. Esta condición se normaliza para la proyección de las etapas de crecimiento, en donde la el caso de proyección con diseño modificado (diseño 1) es mayor en aproximadamente en un valor de 0,5 con respecto al caso de proyección con diseño actual (diseño 2), debido

a que la configuración del muro del primer caso presenta una condición más estable. Para el caso de la etapa post cierre se observa un aumento drástico de los factores de seguridad una vez terminada la operación del muro, manteniendo una tendencia lineal de aumento de los factores de seguridad en el tiempo debido al descenso de la altura de presión de agua dentro del muro.

5.3.3.2 Condición pseudo-estática

Para cada etapa de crecimiento de ambas proyecciones de diseño, se estima el comportamiento de la falla del muro para una condición pseudo-estática considerando un coeficiente horizontal de referencia igual a 0,15. En este caso, para la proyección de diseño modificado (diseño 1) se generan de forma alternada entre etapas fallas circulares hacia el talud aguas abajo y fallas en la interfaz del talud aguas arriba del muro, mientras que para la proyección con diseño actual (diseño 2) solo se generan fallas circulares en todas las etapas hacia el talud aguas abajo (ver Anexo F). Esta diferencia se debe a que, para el primer caso, al presenta un muro con un talud aguas abajo más estable, aparecen modos de falla alternativos, que en este caso se asocian al desplazamiento del relave depositado y la tensión de la interfaz impermeable en el talud aguas arriba del muro. En la Figura 5-19 se muestran el comportamiento a la falla en la etapa 13 para ambas proyecciones de diseño.

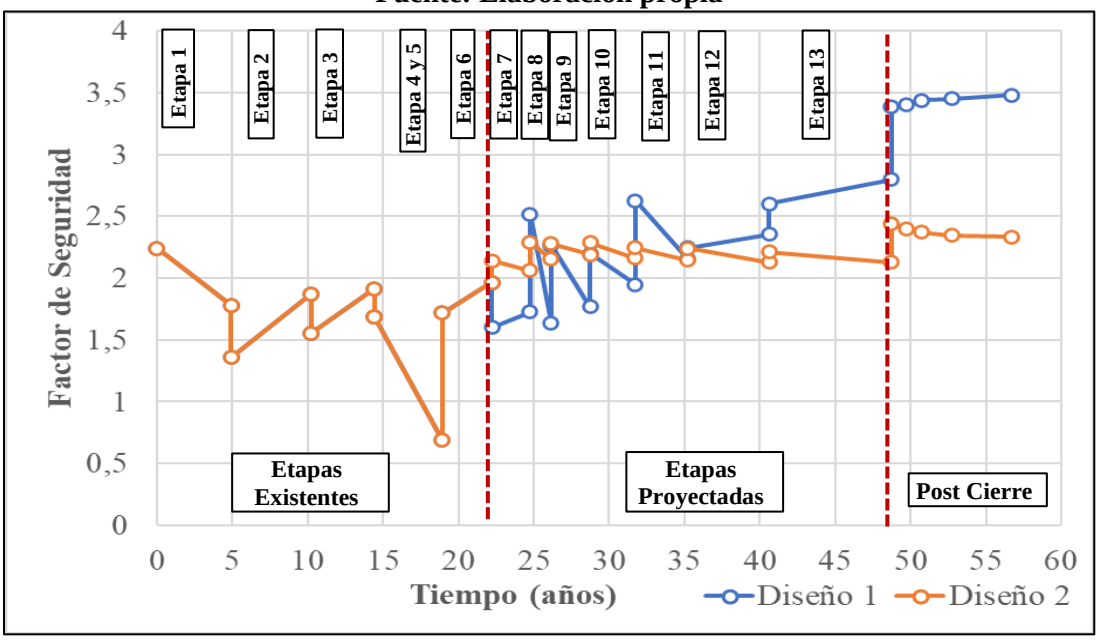
Figura 5-19: Falla generada en etapa 13 para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) – condición pseudo-estática
Fuente: Elaboración propia



A partir de esta información, se realizó la estimación de los factores de seguridad para la condición pseudo-estática al termino de cada etapa de crecimiento del muro para las dos proyecciones de crecimiento analizadas. Se destaca que, dentro de los resultados obtenidos en los análisis, debido a que el material de relave depositado presenta un comportamiento no drenado y se encontraba en una condición de saturación, las fallas se generaban debido a asentamientos importantes del relave con una condición de inestabilidad en todas las etapas. No obstante, dado que la prioridad del análisis tiene relación con el comportamiento de los materiales del muro, se realizó un ajuste de las propiedades del relave depositado, sin que presente reducción en sus propiedades resistentes y presentando un comportamiento drenado, de acuerdo a las propiedades previamente indicadas en la Tabla 2-4.

La tendencia de los factores con respecto a cada proyección de crecimiento de diseño en el tiempo se muestra en la Figura 5-20, identificándose las etapas de tiempo asociadas a la condición actual (etapa 1 a 6), la proyección de crecimiento (etapa 7 a 13) y la etapa post cierre.

Figura 5-20: Factores de seguridad por etapas para proyección con diseño modificado (diseño 1) y para proyección con diseño actual (diseño 2) – Condición pseudo-estática
Fuente: Elaboración propia



Al analizar los factores de seguridad obtenidos en cada proyección, se mantiene en parte el comportamiento de la condición estática asociado a una tendencia cíclica marcada por un descenso de la estabilidad del muro durante el desarrollo de cada etapa en el tiempo, la cual se intensifica significativamente en las etapas 4 y 5 llegando a estar en esta etapa como una condición inestable.

Para el caso de las etapas 7 a 13, se observa que para la proyección de diseño actual (diseño 2) es más estable que la proyección de diseño modificado (diseño 1), dado que la primera presenta fallas circulares pasando a lo largo de todo el muro, mientras que la otra presenta fallas localizadas específicamente al pie del muro.

Al igual que para el caso de la condición estática, la etapa post cierre se observa un aumento importante en los factores de seguridad una vez terminada la operación del muro presentando una tendencia lineal de aumento en el tiempo debido al descenso de la altura de agua dentro del muro.

5.4 Interpretación de resultados con respecto a la normativa nacional

En general, en ambas proyecciones de crecimiento, salvo excepciones en algunas etapas, se alcanzan factores de seguridad por sobre el valor de 1,2 asociado a la condición estática y pseudo-estática requerido por la normativa nacional del Ministerio de Minería (D.S. N° 248 [Ref. 20]), por lo que para esta condición de análisis queda validada su estabilidad.

No obstante, para depósitos con muros de altura mayor a 15 m, esta validación debe ser complementada con análisis dinámicos basado en ensayos de propiedades cíclicas de los materiales y estratos de suelo, lo cual no es alcance de este estudio. En este caso el sismo a analizar debe obtenerse de estudios sismológicos específicos para la zona de emplazamiento del depósito para obtener el a partir de aspectos determinísticos para obtener el Sismo Máximo Creíble (MCE) y determinísticos-probabilísticos para obtener el Sismo de Diseño (OBE).

6 ANÁLISIS DE ESCENARIOS DE DISEÑO

6.1 Descripción de los escenarios analizados

A partir de los resultados obtenidos para cada proyección de crecimiento del muro, se complementa con un análisis que permita definir cuáles son los componentes del diseño que presentan una mayor influencia en el comportamiento del nivel de agua generado dentro del cuerpo del muro y por ende su influencia en su capacidad resistente. Para este análisis se consideran los siguientes escenarios con ajustes en los componentes del diseño que se indican en la Figura 6-1, los cuales serán ajustados a partir de la etapa 7 de crecimiento hasta el término de la etapa 13, tanto para la proyección con diseño modificado (diseño 1) como para la proyección con diseño actual (diseño 2).

a. **Condición base:** Condición proyectada del depósito que se describió en detalle en el capítulo 4, con un comportamiento que fue definido de acuerdo a los resultados obtenidos en el capítulo 5, los cuales se muestran a modo de referencia frente a los resultados de los otros escenarios analizados.

b. **Condición sin impermeabilización en talud aguas arriba:** Condición proyectada del muro que no implementa la interfaz de impermeabilización en el talud aguas arriba del muro desde la etapa 7. Teniendo en cuenta que este aspecto de diseño corresponde a la primera barrera de reducción del nivel de agua dentro del muro, se analiza como un potencial escenario en que se genera la falla a tensión o desgarro de la lámina de geomembrana debido a la subsidencia generada por la consolidación del relave en contacto con el talud del muro. Bajo este enfoque, el relave depositado entrará directamente en contacto con el relleno del muro sin contar con una barrera impermeable.

c. **Condición con detención de pozos:** Condición proyectada del depósito que anula la operación de los pozos de extracción desde la etapa 7. Si bien esta condición corresponde a un escenario poco probable, requiere de una acción en la operación y de consumo de recursos para implementarla, por lo que tiene un enfoque humano de abandono de la operación o debido a problemas de mantención. Teniendo en

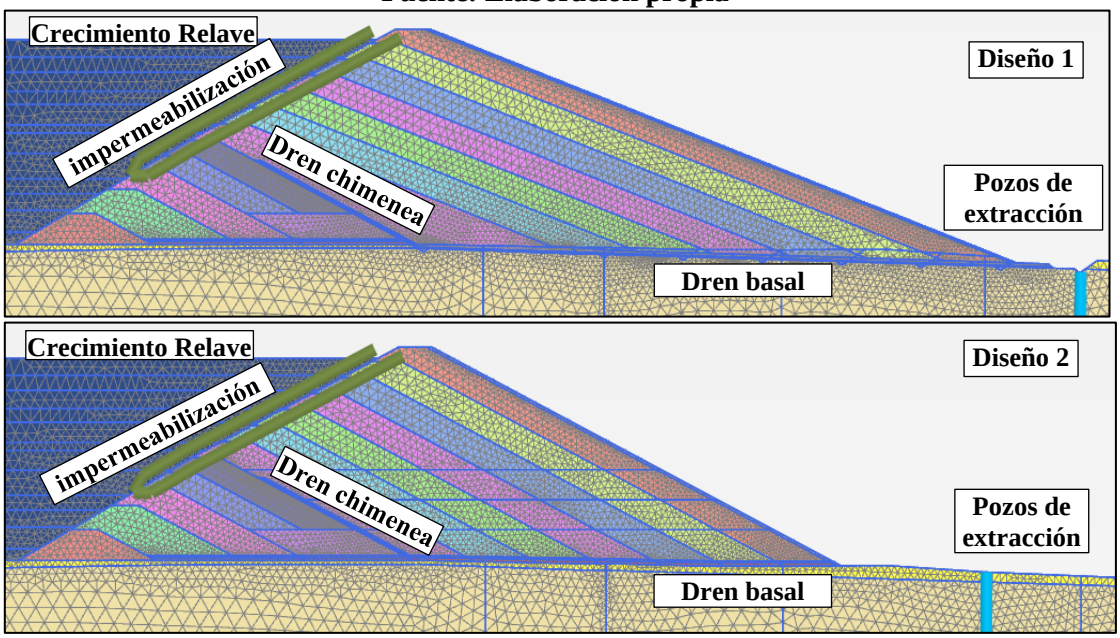
cuenta que este aspecto de diseño permite reducir el comportamiento del nivel de agua dentro del muro desde aguas abajo se busca analizar qué tan significativa es su reducción en la superficie al pie del muro.

d. **Condición sin dren chimenea:** Condición proyectada del muro que elimina la disposición del dren chimenea proyectado sobre el talud aguas abajo de la etapa 6. Dado que este aspecto de diseño corresponde a una segunda barrera de reducción del nivel de agua dentro del muro, se requiere analizar qué tan significativa fue su incorporación, teniendo en cuenta que el sistema ya contaba con un sistema de impermeabilización en el talud aguas arriba como primera barrera.

e. **Condición con degradación de drenes basales:** Condición proyectada del muro que considera, a partir de la etapa 7, una reducción de la permeabilidad saturada en un orden de magnitud en todos los materiales drenantes implementados en la base del muro. Este aspecto tiene directa relación con la contaminación de los vacíos de materiales debido al transporte de finos que se genera en el flujo de agua en el cuerpo del muro, lo que conlleva a reducir su capacidad permeable. Bajo este concepto, este escenario busca analizar qué tan significativa corresponde una degradación de la capacidad drenante en la base del muro en el largo plazo. Se debe tener en cuenta que este análisis solo se realiza para la proyección de diseño modificado (diseño 1), ya que en la proyección con diseño actual (diseño 2) ya considera propiedades hidráulicas degradadas como condición base, por lo que este escenario es una réplica de la condición base.

f. **Condición de aumento de tasa de crecimiento de nivel de relave:** Condición proyectada del depósito que acelera el crecimiento de nivel de relave aguas arriba del muro en un 20% a partir de la etapa 7. Dado que la proyección de crecimiento del relave depositado es producto de una planificación de la producción de concentrado en el largo plazo, existe incerteza en su implementación en el corto plazo. Bajo este concepto, este escenario busca incorporar la incertidumbre ante un aumento en la tasa de crecimiento en el tiempo del nivel de agua dentro del cuerpo del muro producto de este aumento en la tasa de llenado del depósito.

Figura 6-1: Aspectos de diseño analizados en escenarios de análisis – proyección con diseño modificado (diseño 1) y con diseño actual (diseño 2)
Fuente: Elaboración propia



A partir de los escenarios planteados, se analizan los resultados en el comportamiento del muro que tuvieron representatividad en el análisis de la condición base desarrollada en el capítulo 6. Estos comportamientos corresponden a los siguientes:

- Comportamiento hidráulico: Se analiza el comportamiento de la altura de agua dentro del muro y los caudales extraídos en drenes basales y pozos de extracción.

- Comportamiento elastoplástico: Se analiza el comportamiento de la presión de poros dentro del muro y analizar su influencia en la relación entre los esfuerzos desviadores y de confinamiento efectivo. Adicionalmente, se analizan los factores de seguridad obtenidos en cada etapa de crecimiento para la condición de falla tanto para el caso estático como para el pseudo-estático.

6.2 Resultados obtenidos en escenarios analizados

6.2.1 Comportamiento hidráulico

6.2.1.1 Altura de agua

Para analizar el comportamiento del nivel de agua por etapas de crecimiento para cada escenario de análisis, en la Figura 6-2 y Figura 6-3 se muestra el nivel de agua al término de las etapas 7, 10 y 13 tanto para la proyección con diseño modificado (diseño 1) como para la proyección con diseño actual (diseño 2), respectivamente.

Figura 6-2: Altura de agua para escenarios de análisis – Proyección con diseño modificado (diseño 1)
Fuente: Elaboración propia

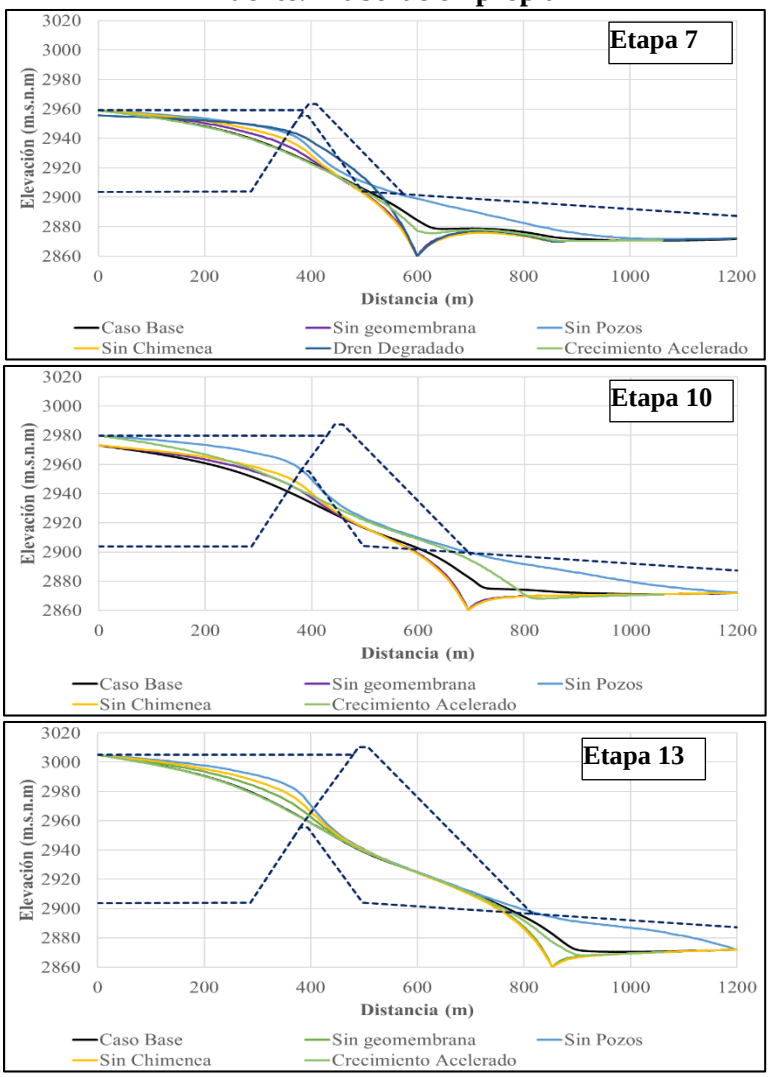
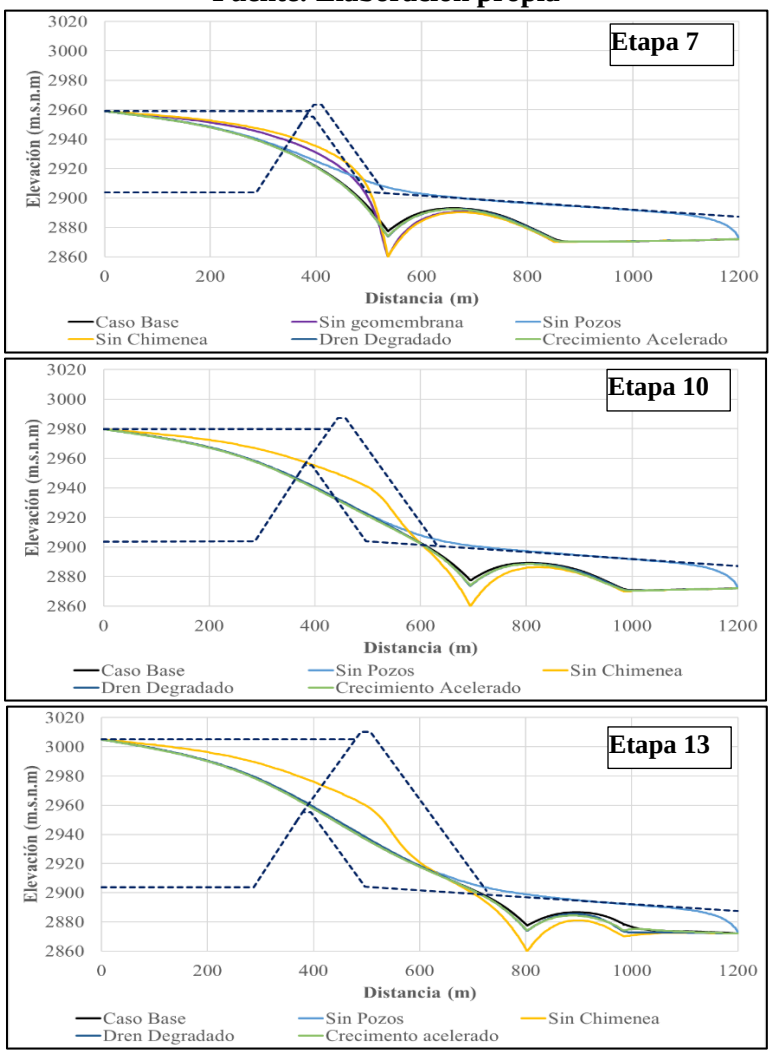


Figura 6-3: Altura de agua para escenarios de análisis – Proyección con diseño actual (diseño 2)
Fuente: Elaboración propia



Como tendencia general de todos los escenarios, se mantiene el comportamiento definido en la condición base relacionado con un nivel de agua en la superficie del relave depositado que es deprimido dentro del muro, ya sea por la impermeabilización en talud aguas arriba, drenes basales como por pozos de extracción para estabilizarse hacia aguas abajo.

Para ambas proyecciones de crecimiento, los escenarios muestran diferencias tanto en la zona de contacto del muro con el relave depositado como en la zona del pie del muro en donde se encuentran los pozos de monitoreo. En el caso del contacto del muro con relave depositado, todos los escenarios muestran un leve aumento en comparación con

la condición base, los cuales se pronuncian principalmente en el escenario sin dren chimenea para la proyección con diseño actual (diseño 2), pero esta variación se normaliza hacia aguas abajo, dado que la tendencia de depresión es más marcada por los drenes basales en el cuerpo del muro.

En el caso del pie del muro se observan aumentos en el nivel alcanzado en el punto de captación de los pozos de extracción con respecto a la condición base, en donde para el escenario que no considera pozos el nivel de agua llega a sobrepasar la superficie.

En los escenarios con drenes basales degradados de la proyección con diseño modificado (diseño 1) y sin impermeabilización para la proyección con diseño actual (diseño 2), se alcanza la falla en la etapa 7. Esto se debe a que en ambos casos el nivel de agua dentro del cuerpo del muro se encuentra sobre la tendencia general del nivel de agua de los otros escenarios.

6.2.1.2 Caudales extraídos

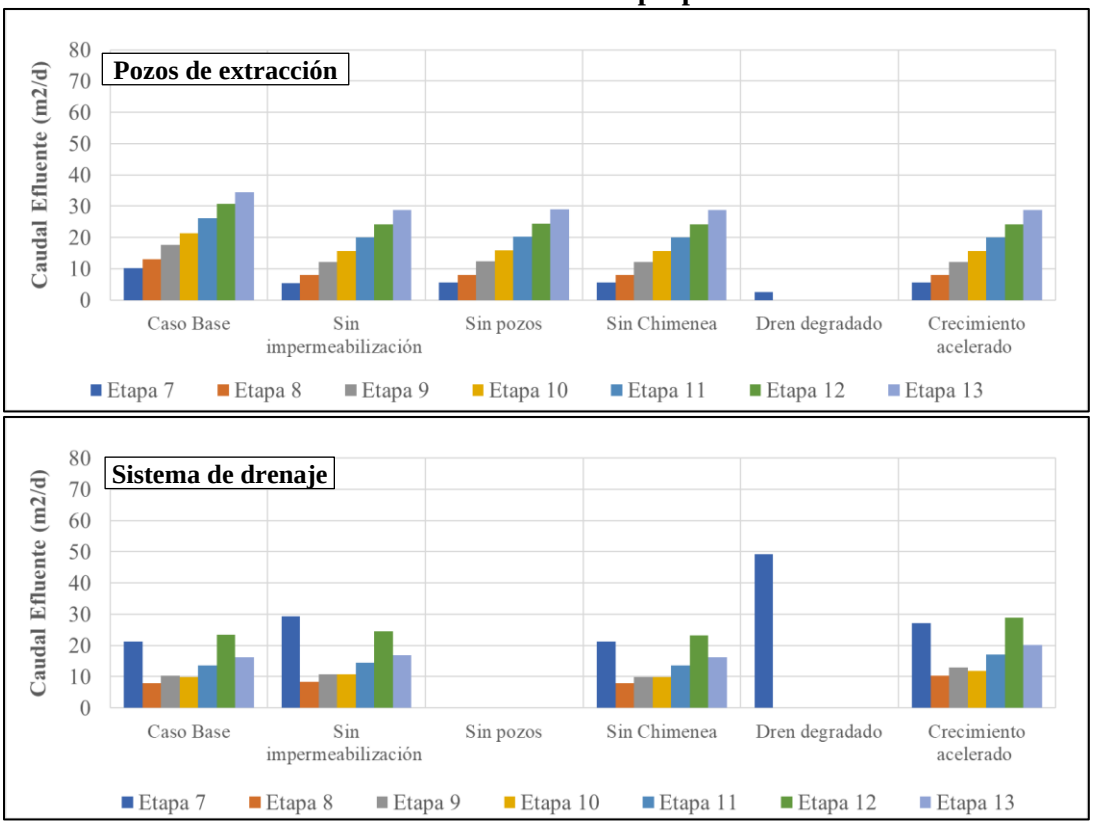
Para analizar el comportamiento de los caudales extraídos, ya sea mediante drenes basales como por pozos de extracción al pie del muro, en la Figura 6-4 se muestra el caudal extraído para cada escenario de análisis entre la etapa 7 y la etapa 13. tanto para la proyección con diseño modificado (diseño 1) como para la proyección con diseño actual (diseño 2).

En general los escenarios analizados no presentan mayor diferencia en su comportamiento con respecto a la condición base, a excepción del escenario del dren degradado, en donde en la etapa 7 se reduce significativamente el caudal del sistema de drenaje y por ende aumenta, en igual proporción, el caudal en los pozos de extracción, alcanzándose la falla del muro. Esta condición de falla se debe a una decisión de reemplazar el primer estrato de gravas debido a presencia de altos porcentajes de sales solubles que generarían problemas de asentamientos bruscos del muro al contacto con el agua. Si bien esto es un requerimiento a nivel de resistencia a la falla de la fundación, se debe tener en cuenta que este estrato presenta una alta permeabilidad, la cual mejoraba la capacidad de drenaje basal original. Bajo este contexto, su eliminación solo

puede realizarse incorporando un sistema de drenaje de mayor permeabilidad, por lo que, al degradarse se pierde su capacidad de drenaje.

Para la proyección de diseño modificado (diseño 1), el drenaje basal del muro tiene una condición base con un crecimiento gradual uniforme entre etapas, mientras que, para el caso del caudal colectado en los pozos de extracción, la condición base muestra una tendencia irregular de crecimiento, la cual se va ajustando en la medida que se desplaza hacia aguas abajo los pozos entre etapas, en la medida que se extiende la base del muro.

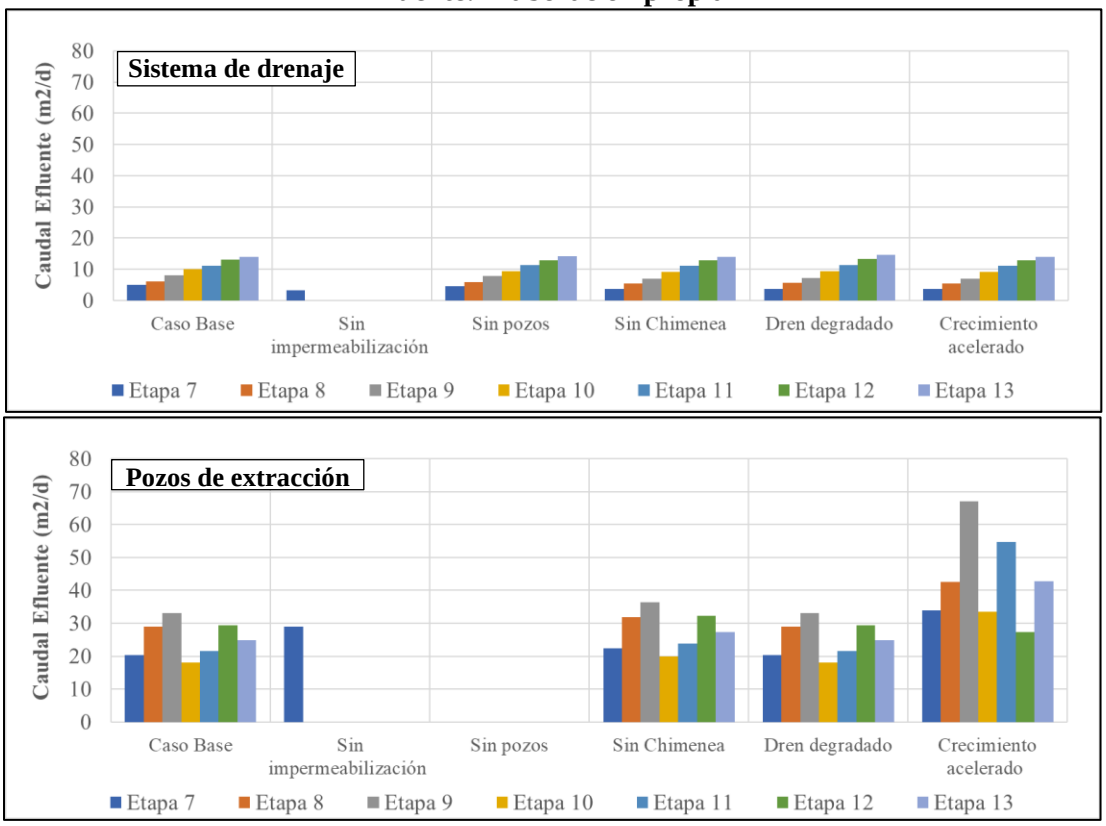
Figura 6-4: caudales efluentes para escenarios de análisis – Proyección de crecimiento modificado (diseño 1)
Fuente: Elaboración propia



Para la proyección de diseño actual (diseño 2), el drenaje basal tiene una condición base con un crecimiento gradual menor del caudal colectado en comparación con los extraídos en los pozos de extracción. En este caso, debido a que la configuración del muro presenta un menor recorrido de drenes basales y pozos más cercanos a la zona de depresión del nivel de agua, el escenario con aumento en la tasa de crecimiento del

nivel de agua dentro del muro aumenta la extracción de agua con los pozos, manteniendo los mismos caudales colectados en los drenes basales, por lo que para este escenario se observa un aumento significativo de los caudales totales con respecto a la condición base.

Figura 6-5: caudales efluentes para escenarios de análisis – Proyección de crecimiento actual (diseño 2)
Fuente: Elaboración propia



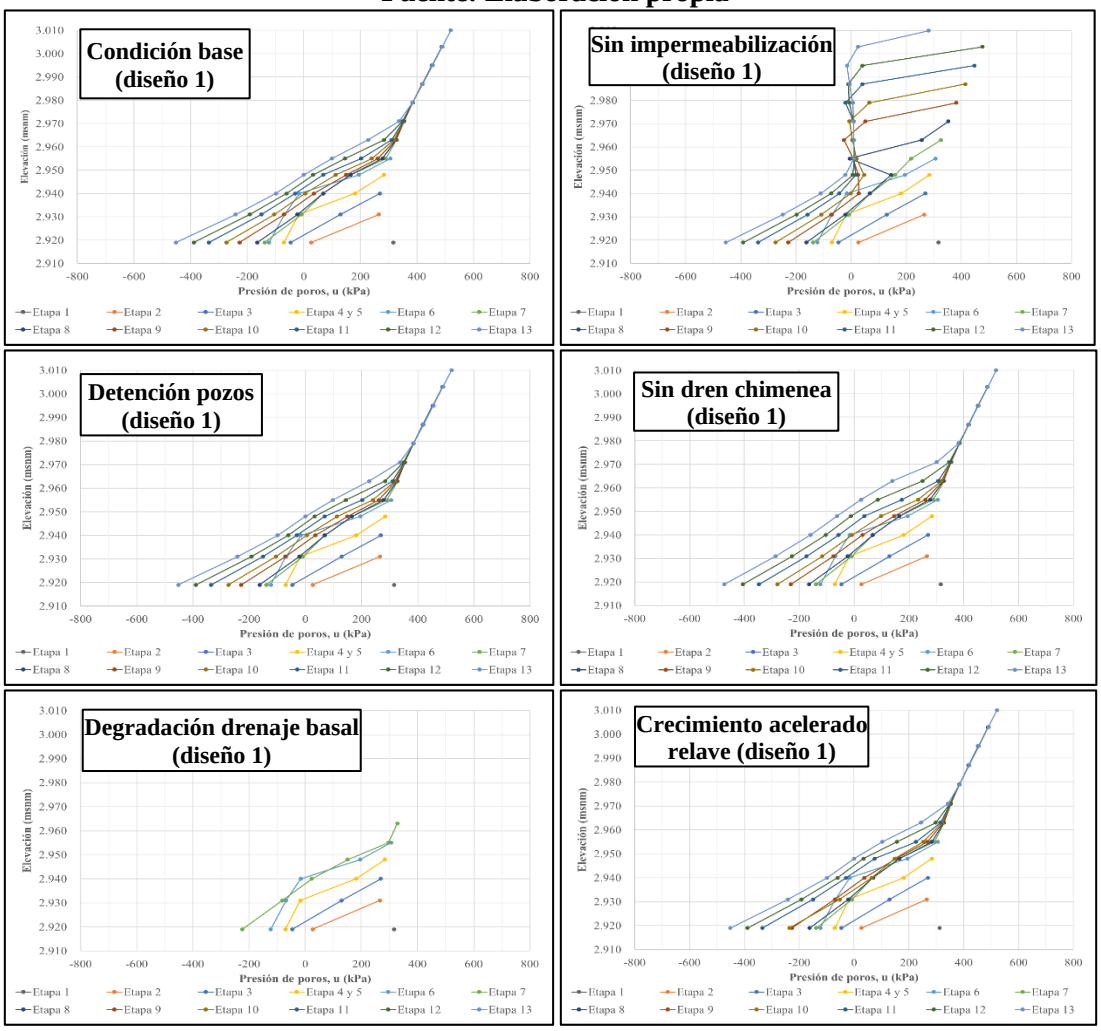
Para el caso del escenario sin impermeabilización para la proyección de diseño actual (diseño 2, en la Figura 6-3, se observa un aumento del nivel de agua, lo que genera un aumento del caudal colectado en los pozos de extracción en la etapa 7, alcanzándose la falla del muro.

6.2.2 Comportamiento elastoplástico

6.2.2.1 Esfuerzos internos

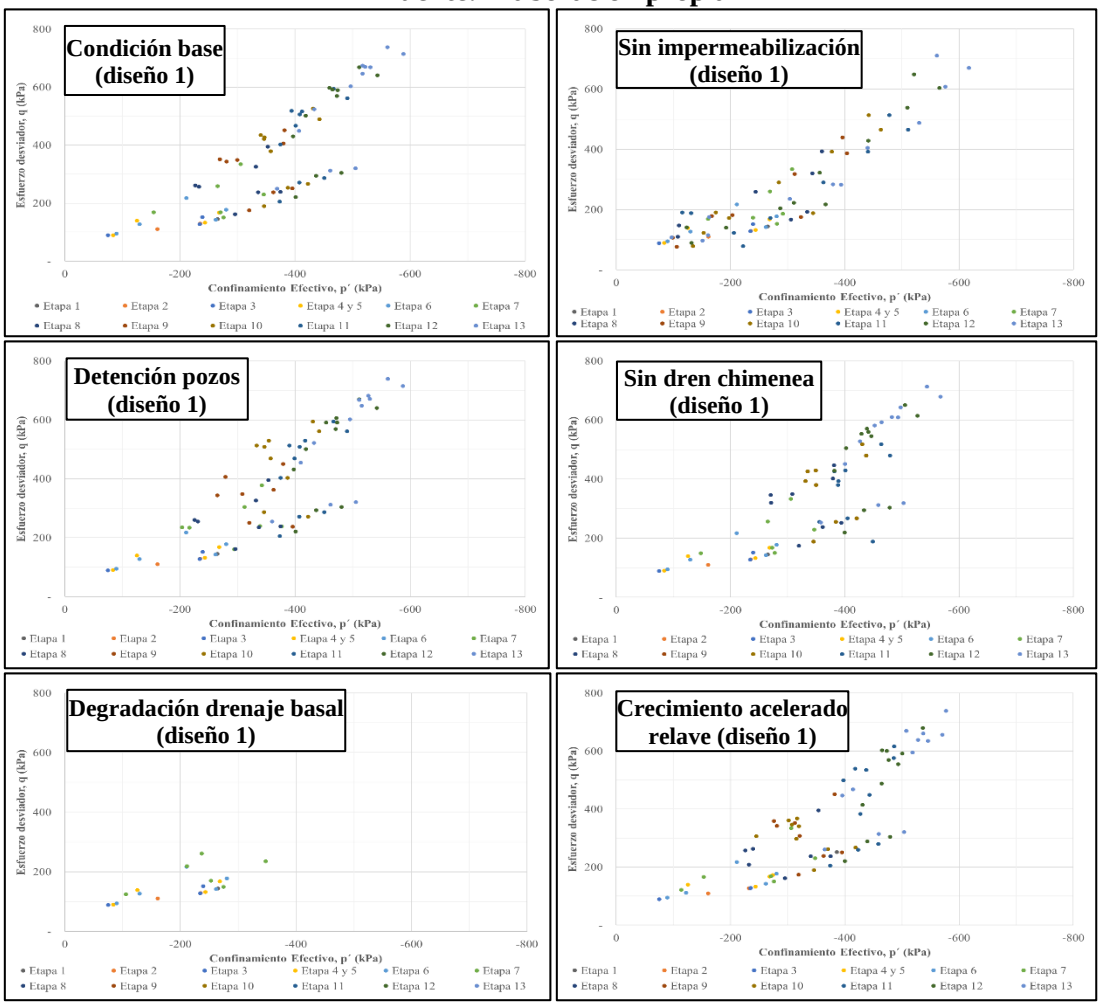
Para analizar el comportamiento de los esfuerzos internos generados para cada escenario, se debe analizar el comportamiento de la presión de poros (nivel de agua) y como afecta en la relación entre el esfuerzo desviador y el confinamiento efectivo, ambos mostrados en la Figura 6-6 y Figura 6-7, respectivamente. Dado que para ambas proyecciones no se observan diferencias significativas en los resultados, solo se indican resultados de la proyección con diseño modificado (diseño 1).

Figura 6-6: Presión de poros en altura para cada escenario de análisis
Fuente: Elaboración propia



En la mayoría de los escenarios se observa que la presión de poros en profundidad presenta una tendencia similar, en donde la presión de poros (presión negativa) va aumentando en la medida que el nivel freático aumenta entre etapas mientras que la presión de poros por sobre el nivel freático (positiva) definida como presión de succión, va aumentando a mayor elevación. Este comportamiento no aplica para el escenario sin impermeabilización en el talud aguas arriba, en donde la presión de succión (presión positiva) de la zona no saturada es menor que en otros escenarios al presentarse un nivel de agua mayor dentro del muro, solo presentándose una zona no saturada en el tramo de mayor elevación del muro.

Figura 6-7: Relación confinamiento efectivo y esfuerzo desviador para cada escenario de análisis
Fuente: Elaboración propia



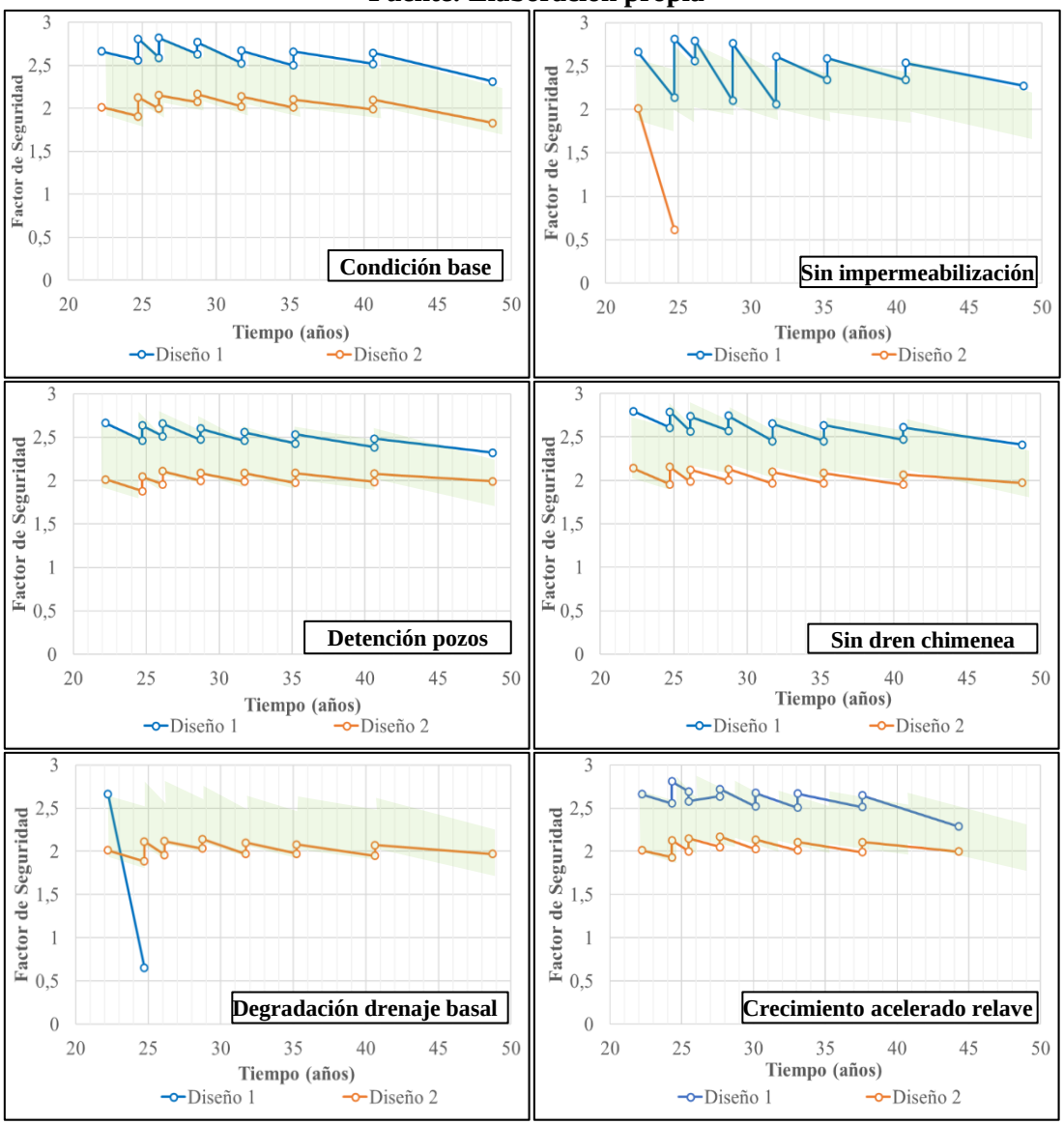
Al incorporar la presión de poros en la relación entre los esfuerzos de confinamiento efectivo y desviadores asociado a cada escenario, se muestran dos tendencias lineales claras que ya se indicaron previamente en la sección 5.3.1, en donde la tendencia de menor pendiente se asocia a la zona no saturada, mientras que la de mayor pendiente se asocia a la zona saturada. En este caso, el escenario sin impermeabilización en el talud aguas arriba al presentar una zona no saturada menor, solo se observa una tendencia lineal asociada a la zona saturada, lo que conlleva en una pérdida de resistencia a nivel general del muro al no incluirse esfuerzos de succión en el muro, lo que conlleva a que en el caso de la proyección con diseño actual (diseño 2) se alcanza la falla en la etapa 7.

6.2.2.2 Factores de seguridad obtenidos por etapa

Para todos los escenarios se analiza el comportamiento a la falla del muro en una condición estática para cada escenario de análisis, la cual presenta una tendencia de fallas circulares en todas las etapas hacia el talud aguas abajo (ver Anexo G). La tendencia de los factores de seguridad para la condición estática de cada escenario entre las etapas 7 y 13 para proyección de crecimiento de diseño se muestra en la Figura 6-8.

Al analizar los factores de seguridad en cada etapa obtenidos en todos los escenarios, se mantiene el comportamiento de la condición base asociado a una tendencia cíclica marcada por un descenso gradual de la estabilidad del muro en el tiempo hasta terminar cada etapa, diferenciándose en que en la mayoría de los escenarios los descensos son mayores. En particular para el escenario sin impermeabilización en el talud aguas arriba del muro, las reducciones entre etapas son marcadas para la proyección con diseño modificado (diseño 1), mientras que para la proyección con diseño actual (diseño 2) se alcanza inmediatamente la falla en la etapa 7. Por otra parte, para el caso del escenario con dren degradado, para la proyección con diseño modificado (diseño 1), se alcanza inmediatamente la falla en la etapa 7, lo que no pasa en la proyección con diseño actual (diseño 2) en donde se presentan los mismos aspectos de diseño que la condición actual (dren ya se encontraba degradado).

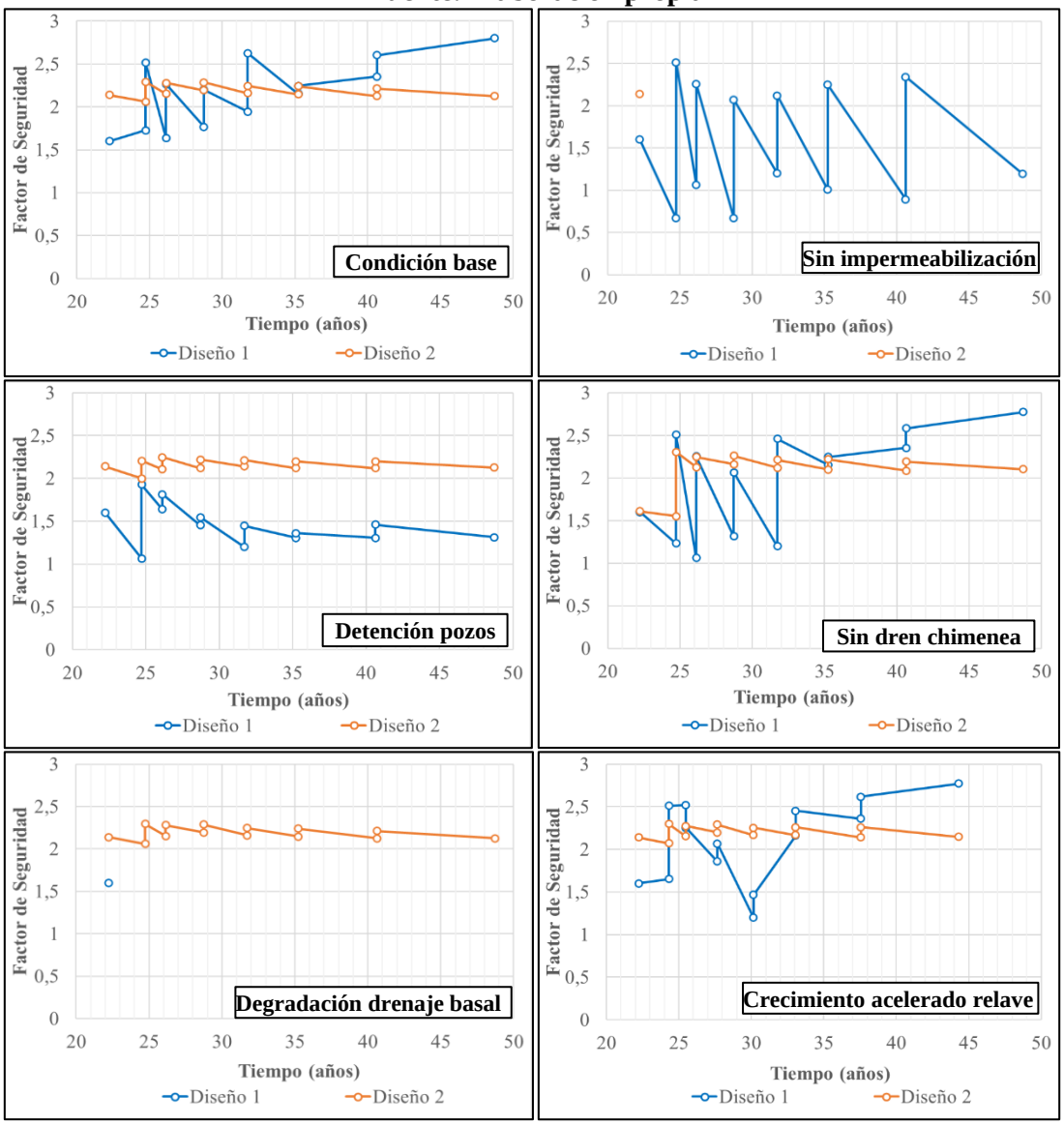
Figura 6-8: Factores seguridad condición estática para cada escenario de análisis
Fuente: Elaboración propia



De forma complementaria, en la Figura 6-9 se analiza el comportamiento de la falla del muro en una condición pseudo-estática considerando un coeficiente sísmico horizontal de 0,15. Para la condición base y los escenarios sin dren chimenea y con drenes basales degradados se generan fallas circulares localizadas al pie del muro, pero en el caso de los escenarios sin impermeabilización y con pozos detenidos, dado que el aumento del nivel de agua es mayor con respecto a los otros escenarios, se generan fallas en contacto con el relave depositado en el talud aguas arriba, lo que conlleva a presentarse una mayor pérdida de resistencia del muro en este sector (ver Anexo G).

Al analizar los factores de seguridad obtenidos en cada escenario, se mantiene en parte el comportamiento de la condición base asociado a una tendencia cíclica marcada por un descenso de la estabilidad del muro durante el desarrollo de cada etapa en el tiempo, la cual se intensifica en los escenarios en que la falla se genera en el talud aguas arriba.

Figura 6-9: Factores seguridad condición pseudo-estática para cada escenario de análisis
Fuente: Elaboración propia



6.3 Aspectos definidos en el comportamiento de escenarios analizados

De los resultados obtenidos en cada escenario, se deducen algunos temas de importancia en la definición de los componentes del sistema de drenaje del muro, permitiendo interpretar si se consideran como componentes críticos o de refuerzo.

- La disposición de impermeabilización en el talud aguas arriba resulta clave para mitigar el crecimiento del nivel de agua. En caso de no incorporarse, aumenta el nivel freático y omite la succión en la zona no saturada del muro, por lo que, en comparación con los otros escenarios, se reduce el confinamiento efectivo en los tramos de mayor altura del muro, mostrando una condición de estabilidad menor. Por lo mismo, se requiere reforzar la resistencia axial de la impermeabilización, para evitar asentamientos del relave depositado en contacto con el muro, ya sea por consolidación en el tiempo o por efectos de licuefacción sísmica.

- Para mejorar la resistencia de la fundación del muro, se requiere remover los estratos superficiales del terreno natural, ya sea por su baja densidad o por presencia de sales solubles, resulta crítico incorporar una alfombra drenante y drenes basales que permitan compensar la capacidad drenante del estrato removido. Dado que en estos casos la estabilidad del muro está directamente relacionado con las propiedades hidráulicas del drenaje basal, la degradación de este material en el tiempo puede afectar significativamente en su estabilidad, por lo que resulta necesario reforzar el control de granulometrías de materiales tanto de drenaje como de filtros de protección.

- La incorporación de pozos permitirá reforzar la depresión del nivel de agua al pie del muro, la cual podría alcanzar la superficie del terreno. Frente a un aumento en la tasa de crecimiento del nivel de relave y/o por problemas de operación en los componentes del sistema de drenaje, el aumento del nivel de agua generado solo puede ser mitigado aumentando los caudales de extracción en pozos ubicados aguas abajo. En base a esta condición, para mantener la estabilidad del cuerpo del muro, este aspecto de diseño toma mayor importancia al permitir compensar la potencial deficiencia de otros componentes del sistema.

7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Aspectos analizados en los objetivos de esta actividad

Basándose en la metodología de modelación propuesta en el estado del arte descrito en el capítulo 3, en esta actividad se implementó el desarrollo de un análisis de acoplamiento hidromecánico aplicado a un muro de un depósito de relaves, el cual fue analizado en todas sus etapas de crecimiento en el tiempo. Para el desarrollo de cada etapa de crecimiento se contempló su análisis hidráulico y mecánico simultaneo en régimen transiente, incorporando entre etapas los crecimientos del muro y del nivel de relave depositado mediante la incorporación de análisis incrementales entre etapas.

Para el desarrollo de esta actividad, se escogió un proyecto de referencia que actualmente se encuentra en operación, incorporando en la definición del modelo la configuración geométrica del muro y estratos de la fundación, secuencias de crecimiento proyectadas en etapas, secuencia de crecimiento del relave depositado en contacto con el muro, registros piezométricos disponibles en periodos de tiempo definidos, junto con parámetros hidráulicos y mecánicos de materiales y de estratos de la fundación. La elección de este proyecto de referencia tiene relación con incertidumbres en su comportamiento actual que hicieron replantear su diseño, debido principalmente a la formación de zonas de saturación en el pie del muro debido a la formación de lagunas en contacto con el talud aguas arriba del muro, lo que generó incertidumbres en el comportamiento del nivel freático en el largo plazo, el que podría generar potenciales problemas en la estabilidad física del muro durante su crecimiento. A partir de esta definición del proyecto de referencia, se realizó su modelación a partir de los siguientes pasos:

- Calibración del comportamiento hidráulico para la condición actual a partir de lecturas piezométricas en el muro y pozos ubicados aguas abajo, permitiendo ajustar los parámetros hidráulicos de materiales del muro y de estratos de fundación.
- Desarrollo de un análisis de acoplamiento hidromecánico en las etapas de la condición actual y de crecimiento proyectado para dos tipos de proyecciones de

diseño, uno basado en un replanteo del diseño a partir de recomendaciones realizadas para reforzar la estabilidad del muro, y otra manteniendo el diseño actual.

- Desarrollo de un análisis de escenarios que presentan la intervención individual de componentes del diseño del sistema de drenaje del muro, verificando con ello cuan significativa resulta su remoción en los análisis de acoplamiento hidromecánico.

7.2 Conclusiones del análisis

A partir de los resultados obtenidos tanto para la proyección de diseño modificada como para la actual, los crecimientos graduales de la altura de presión de agua (o presión de poros) dentro del cuerpo del muro se vinculan con el crecimiento de la laguna sobre el talud de contacto con el muro. Este nivel de agua se va reduciendo en la medida que el flujo de agua es interceptado por drenes basales y pozos de extracción, hasta alcanzar su equilibrio hacia aguas abajo. Esto es consistente físicamente con el comportamiento esperado en los registros, por lo que la calibración de los parámetros ajustados hizo factibles los resultados de las etapas de crecimiento proyectadas para cada proyección.

El crecimiento del nivel de agua en el tiempo conlleva a una reducción gradual de resistencia hasta el término de cada etapa. Una vez alcanzado, se incorpora el crecimiento de la siguiente etapa del muro (mediante análisis incremental) generándose un aumento abrupto de su estabilidad, para posteriormente mostrar un nuevo descenso gradual durante el desarrollo de la siguiente etapa.

Con respecto al comportamiento en el tiempo de los esfuerzos internos, se destaca que la presión de poros tiene influencia directa en el confinamiento efectivo de los materiales del muro, en donde al incluirse la componente no saturada sobre el nivel freático (succión), se aumenta el confinamiento efectivo en las zonas de mayor elevación del muro. Si bien, la variabilidad en el tiempo de la presión de poros permitió obtener resultados representativos tanto por su análisis en zonas saturadas como no saturadas, la generación del análisis de acoplamiento hidromecánico durante el desarrollo de cada etapa, continuado con un análisis incremental generado al término de la etapa presentó un cierto grado de error de interpretación en los resultados obtenidos en la etapa siguiente. Esto se debe a que cada análisis incremental incorpora

crecimientos de muros y de niveles de relaves como elementos sólidos dispuestos de forma “inmediata” entre etapas, lo que conlleva a la generación de aumentos significativos en los excesos de presiones de poros al inicio de la etapa siguiente. Este error de interpretación de los resultados en el tiempo, se muestra como escalones o cambios bruscos en el comportamiento de cada parámetro analizado entre etapas. Si bien para este caso de aplicación se contempló que los muros presentaban un comportamiento drenado, este error de interpretación se normaliza en los primeros resultados del análisis en régimen transiente, por lo que no resulta un problema de interpretación en los resultados obtenidos. Sin embargo, su implementación en muros con resistencia no drenada, tales como los formados con arenas de relave en tranques, presentarían errores de interpretación que no se podrían normalizar, debido a la dificultad de los materiales no drenados en disipar su exceso de presión de poros, por lo que su aplicación en estos casos quedaría condicionada.

Con respecto al análisis realizado en los escenarios de retiro y/o intervención de componentes del sistema de drenaje del muro, se destacan tres aspectos de importancia:

- La capacidad drenante de drenes basales permite mantener estable el comportamiento del nivel freático dentro del cuerpo del muro evitando que se genere saturación en el talud aguas abajo. Por otra parte, dado que una reducción en la permeabilidad del material puede presentar aumentos considerables del nivel de agua dentro del muro, la incorporación de protección con materiales de filtro resulta clave en mitigar la degradación de su permeabilidad en el largo plazo.
- La impermeabilización del talud aguas arriba del muro, resulta útil para formar una interfaz impermeable que evite el contacto del relave depositado con el muro y con ello mejorar la estabilidad del muro frente al comportamiento del nivel de agua dentro del muro, dado que su eliminación generaría aumentos del nivel de agua dentro del muro y con ello minimizar la presión de succión generada en zonas no saturadas, reduciendo el confinamiento efectivo en los tramos de mayor altura, y por ende disminuyendo su resistencia global.
- La incorporación de pozos de extracción de agua permite mantener alineado el nivel freático en el sector del pie del muro, además de mantener estable el

comportamiento del nivel de agua en el caso que se generen aumentos en el crecimiento de relave depositado desde aguas arriba, o debido a problemas en otros componentes del diseño, mediante un aumento del caudal de extracción de agua.

En ambas proyecciones de crecimiento del muro se alcanzan factores de seguridad por sobre los requerimientos exigidos por la normativa nacional (D.S. N° 248), por lo que para esta condición de análisis en condición estática y pseudo-estático queda validada en la mayoría de las etapas analizadas en el capítulo 5. Por otra parte, se alcanzan deformaciones horizontales y verticales máximas de 10 cm y 20 cm, respectivamente, las cuales no resultan significativas en comparación con valores obtenidos en análisis de depósitos de relaves a partir de la aplicación de sismos de diseño.

Si bien, esta actividad actualmente no se considera como un requerimiento de la normativa nacional para el diseño y operación de depósitos de relave (D.S. N° 248 [Ref. 20]), al incorporar un análisis en cada etapa de crecimiento del muro busca dar respuesta a la definición de un diseño que cubra las buenas prácticas internacionales para el manejo de depósitos según los principios definidos en el estándar denominado GISTM (Global Industry Standard on Tailings Management).

7.3 Recomendaciones para estudios posteriores

Tomando en consideración que esta actividad fue realizada con énfasis en el análisis del comportamiento hidráulico de un muro, no fueron definidas relaciones constitutivas de mayor complejidad que se utilizan en la práctica. Por lo mismo, se considera como opción de estudios posteriores a esta actividad, el desarrollo de una modelación de muros con énfasis en el análisis de deformaciones mediante modelos constitutivos que resulten más representativos para estos casos.

Por otra parte, dado que el acoplamiento hidromecánico está asociado principalmente a un análisis estático junto con análisis pseudo estático referenciales, se considera como opción el desarrollo de análisis dinámicos basado en ensayos de propiedades cíclicas de los materiales y estratos de suelo, incorporando registros de la zona.

BIBLIOGRAFIA

[Ref. 1] FREDLUNG, D. G. & RAHARDJO, H. (1993). *"Soil mechanics for unsaturated soils". John Wiley & Sons, Inc. New York.*

[Ref. 2] DARCY, N. (1856), *"Les fontaines publiques de la ville de Dijon- Les principes à suivre et les formules à employer dans les distribution d'eau", Voctor Dalmont.*

[Ref. 3] RICHARDS, L.A. (1931). *"Capillary conduction of liquids through porous mediums". Physics. 1 (5): 318–333.*

[Ref. 4] CARSEL, R. F. & PARRISH, R. S. (1990). *"Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics", Water Resources. Res., 24, 755-769, 1988.*

[Ref. 5] LAMBE, T. & WITHMAN, R. (1969). *"Soil mechanics", John Wiley & Sons, New York.*

[Ref. 6] VAN GENUCHTEN, M.TH. (1980). *"A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils". Soil Science Society of America Journal 44: 892-898.*

[Ref. 7] SCS (Soil Conservation Service). (1972). *"National Engineering Handbook, Section 4", Hydrology. USDA, U. S. Government printing Office, Washington, DC.*

[Ref. 8] ESTEBAN SAEZ, (2019). *"Apuntes curso IEG3680 "Modelación Computacional en Geotecnia". Departamento de ingeniería Estructural y Geotécnica, Pontificia Universidad Católica de Chile.*

[Ref. 9] TOMAS ZEGARD, (2020). *"Apuntes curso IEG3110 Elementos Finitos Lineales". Pontificia Universidad Católica de Chile.*

[Ref. 10] NEWMAN, L. (1999). *"Preferential flow in vertically oriented, unsaturated soil layers". M.A.Sc. thesis. Department of Civil Engineering. Saskatoon, University of Saskatchewan, Canada.*

[Ref. 11] FREDLUNG, D. G. & XING, A. (1994). *"Equations for the soil-water characteristic curve". Can. Geotech- J., 31:521-532.*

[Ref. 12] SWANSON, D. A., SAVCI, G., DANZIGER, G., MOHR, & R. N., WEISKOPF, T. (1999). *"Predicting the soil-water characteristics of mine soils, Tailings and Mine Waste", pp. 345-349.*

[Ref. 13] BISHOP, A (1959). *"The principle of effective stress". Teknisk Ukeblad 106, N° 39, 859-863.*

[Ref. 14] VANAPALLI, S., FREDLUNG, D., PUFAHL, D., & CLIFTON, A. (1996). *"Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction". Canadian Geotechnical Journal, 33, 379-392.*

[Ref. 15] MUALEM, Y. (1974). *"A New Model for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Porous Media". Water Resources Research, vol. 12, núm. 3. pp. 513-522.*

[Ref. 16] FREDLUND, D.G., MORGENSTERN, N.R. y WIDGER, R. a, 1978. *"The shear strength of unsaturated soils". Canadian Geotechnical Revue canadienne, vol. 321, pp. 313-321.*

[Ref. 17] ESCARIO, V., & SAEZ, J. (1986). *"The Shear strength of partly saturated soils. Geotecnique", 36, 453-456.*

[Ref. 18] Página web Codelco Educa. https://www.codelcoeduca.cl/

[Ref. 19] Página web SERNAGEOMIN. https://www.sernageomin.cl/

[Ref. 20] DECRETO SUPREMO N°248 MINISTERIO DE MINERÍA. *"Reglamento para la aprobación de proyectos de diseño, construcción, operación y cierre de los depósitos de relaves". Publicado en el diario oficial el 11 de abril de 2007.*

[Ref. 21] GlobalTailingReview.org *"Global Industry Standard on Tailings Management (GISTM)". 5 de agosto de 2020. https://globaltailingsreview.org/global-industry-standard/*

[Ref. 22] BENTLEY (2020). *PLAXIS CONNECT Edition V21.00 Scientific Manual. https://communities.bentley.com/*

A N E X O S

ANEXO A
DEFINICIONES

A.1 Escalares

(u, v) : Componentes de desplazamiento.

(x, y) : Coordenadas globales.

(ξ_i, η_i, ζ_i) : Coordenadas locales.

$(\xi_i^*, \eta_i^*, \zeta_i^*)$: Coordenadas de funciones de integración.

(f, r) : Grado de libertad libre y grado de libertad restringido.

α : Coeficiente de iteración de Picard.

γ_w : Densidad específica de agua.

γ_{xy} : Distorsión en plano xy.

δ_{ij} : Delta de Dirac.

Δt : Intervalo de tiempo.

ε_{xx} : Deformación unitaria en dirección horizontal x

ε_{yy} : Deformación unitaria en dirección vertical y

ε_v Deformación volumétrica unitaria.

ϕ' : Angulo de fricción efectiva.

ϕ'_b : Angulo de fricción efectiva boyante.

ϕ'_m : Angulo de fricción movilizada.

ϕ'_c : Angulo de fricción crítica.

ϑ : Humedad del suelo.

ψ : Ángulo de dilatancia.

σ_1 : Esfuerzos axiales (ensayo triaxial).

σ_3 : Esfuerzos radiales (ensayo triaxial).

σ'_{xx} : Esfuerzo efectivo en dirección horizontal.

σ'_{yy} : Esfuerzo efectivo en dirección vertical.

ρ : Densidad aparente del suelo.

ρ_s : Densidad de la partícula sólida.

ρ_w : Densidad del agua.

τ : Esfuerzo de corte.

τ_{xy} : Esfuerzo de corte en plano xy.

λ, μ : Parámetros de Lamé.

$\dot{\lambda}$: Multiplicador plástico.

χ : Coeficiente de Bishop asociado a un medio poroso.

v : Módulo de Poisson del suelo.

a, b : Grados de libertad del elemento.

a_{ij} : Coeficientes de funciones de forma.

c' : Cohesión efectiva.

C : Capacidad de almacenamiento específico.

e : Índice de vacíos de suelo.

E : Módulo de deformación del suelo.

f : Función de fluencia.

g : Función de potencia.

g_a, g_n, g_c : Parámetros de Van Genuchten.

G : Módulo de corte del suelo.

h : Altura total de agua del suelo.

$\overline{h}$: Altura total constante (condición de borde).

h_w : Altura de Presión de agua.

i : Registro de tiempo del análisis.

k : Iteración asociada al método de Newton Raphson.

k_{rel} : Permeabilidad relativa.

k_{sat} : Permeabilidad saturada.

K : Módulo de rigidez del suelo.

K_w : Coeficiente de compresibilidad del agua.

K_s : Coeficiente de compresibilidad de la partícula.

m : Número de elementos e.

M : Pendiente de función de fluencia Mohr Coulomb.

M^* : Pendiente de función de potencia Mohr Coulomb.

M_w : Masa de agua del suelo.

n : Porosidad de suelo.

$N_i{}^e$: Función de forma del punto i del elemento.

p_a : Presión de aire.

p_w : Presión de agua.

$p´$: Esfuerzo de confinamiento efectivo del suelo (ensayo triaxial).

q : Esfuerzo desviador del suelo (ensayo triaxial).

Q : Caudal (condición de borde).

S_r : Grado de saturación relativa.

S_e : Grado de saturación específica.

S_{res} : Grado de saturación residual.

S_{sat} : Grado de saturación saturada.

t : Tiempo.

V_v : Volumen de Vacíos de suelo.

V : Volumen total de suelo.

V_w : Volumen de agua de suelo.

w_i : Factor de ponderación.

z : Altura topográfica.

A.2 Filas y columnas

$\underline{\Delta b}$: Variación de fuerzas externas en la región.

$\underline{\Delta t´}$: Variación de fuerzas externas en el contorno de la región.

$\underline{\Delta F_u}$: Vector de fuerzas externas incrementales.

$\underline{\Delta F_u^e}$: Vector de fuerzas externas incrementales del elemento.

$\Delta \underline{p_{wn}}$: Variación de presión de agua de un nodo.

$\underline{\Delta u_n}$: Variación de desplazamiento de un nodo.

$\underline{\Delta X}$: Variable incremental de acoplamiento hidromecánico.

$\underline{\varepsilon}$: Deformación unitaria de un elemento.

$\underline{\bar{\varepsilon}}$: Deformación unitaria media del medio poroso.

$\underline{\varepsilon^e}$: Deformación unitaria elástica.

$\underline{\varepsilon^p}$: Deformación unitaria plástica.

$\underline{\varepsilon^{*e}}$: Deformación unitaria del elemento.

$\underline{\sigma}$: Esfuerzos totales.

$\underline{\sigma'}$: Esfuerzos efectivos.

$\underline{\sigma^e}$: Esfuerzo total del elemento.

$\underline{b}$: Fuerzas externas en la región.

$\underline{F^*}$: Matriz de fuerzas externas del acoplamiento hidromecánico.

$\underline{F^{*e}}$: Matriz de fuerzas externas del acoplamiento hidromecánico del elemento.

$\underline{G}$: Flujo Gravitacional.

$\underline{G}^{\mathrm{e}}$: Flujo Gravitacional del elemento.

$\underline{g}$: Gravedad.

$\underline{m}$: Vector de dirección.

$\underline{n}$: Vector normal.

$\underline{p_w^e}$: Presión de agua de un elemento.

$\underline{p_{wn}}$: Presión de agua de un nodo.

$\underline{Q_p}$: Flujo Prescrito.

$\underline{{Q_p}^e}$: Flujo Prescrito de un elemento.

$\underline{\overline{q}}$: Flujo efectivo de agua en un medio poroso.

$\underline{q'}$: Flujo real de agua en un medio poroso.

$\underline{t'}$: Fuerzas externas en el contorno de la región.

$\underline{r}$: Residuo ponderado de Galerkin.

$\underline{R^{i-1}}$: Matriz de residuos ponderados intervalo anterior.

$\underline{{R^e}^{i-1}}$: Matriz de residuos ponderados intervalo anterior del elemento.

$\underline{u}$: Desplazamiento.

$\underline{u^e}$: Desplazamiento de un elemento.

$\underline{u_n}$: Desplazamiento de un nodo.

$\underline{w}$: Factores de ponderación.

$\underline{X^i}$: Variable de acoplamiento hidromecánico.

A.3 Matrices

$\underline{\overline{\varepsilon}}$: Deformación media unitaria de un elemento.

$\underline{\underline{\sigma}}$: Matriz de esfuerzos totales.

$\underline{\underline{A}}$: Matriz de parámetros función de forma.

$\underline{\underline{B}}$: Derivada de función de forma.

$\underline{\underline{B}}^e$: Derivada de función de forma de un elemento.

$\underline{\underline{B}}^*$: Matriz de acoplamiento hidromecánico incremental.

$\underline{\underline{B}}^{*e}$: Matriz de acoplamiento hidromecánico incremental del elemento.

$\underline{\underline{C}}$: Matriz de Acoplamiento.

$\underline{\underline{C}}^e$: Matriz de Acoplamiento del elemento.

$\underline{\underline{C}}^*$: Matriz de acoplamiento hidromecánico.

$\underline{\underline{C}}^{*e}$: Matriz de acoplamiento hidromecánico del elemento.

$\underline{\underline{D}}^e$: Matriz constitutiva elástica.

$\underline{\underline{\underline{D}}}^{ep}$: Matriz constitutiva a grandes deformaciones.

$\underline{\underline{F}}$: Matriz de variables función de forma.

$\underline{\underline{H}}$: Matriz de Permeabilidad.

$\underline{\underline{H}}^e$: Matriz de Permeabilidad del elemento.

$\underline{\underline{I}}$: Matriz de identidad.

$\underline{\underline{J}}$: Matriz Jacobiana.

$\underline{\underline{k}}$: Matriz de permeabilidad.

$\underline{\underline{\underline{k}}}^{sat}$: Matriz de permeabilidad saturada.

$\underline{\underline{K}}$: Matriz de Deformación.

$\underline{\underline{K}}^e$: Matriz de Deformación del elemento.

$\underline{\underline{L}}$: Operador matricial de derivada.

$\underline{\underline{N}}$: Función de forma.

$\underline{\underline{N}}^e$: Función de forma de un elemento.

$\underline{\underline{Q}}$: Matriz de humedad efectiva.

$\underline{\underline{Q^e}}$: Matriz de humedad efectiva del elemento.

$\underline{\underline{S}}$: Matriz de Compresibilidad.

$\underline{\underline{S^e}}$: Matriz de Compresibilidad de un elemento.

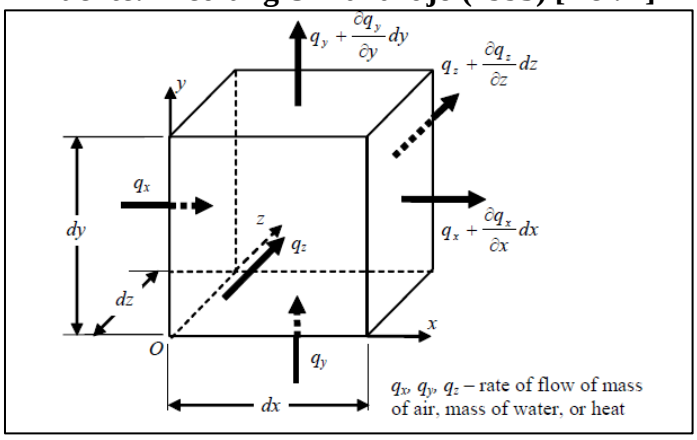
$\underline{s}$: Matriz de esfuerzos efectivos.

ANEXO B
FORMULACIÓN DEBIL Y FUERTE ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

B.1 Formulación débil ecuación de flujo

Para realizar el balance de masa en un medio poroso, se define un volumen de control lo suficientemente pequeño para analizar la conservación de masa que establece que el flujo neto es igual a la variación de masa de fluido en el tiempo, siempre que no se incluyan fuentes o sumideros en sus áreas de control (Figura B-1).

Figura B-1: Conservación de masa de un volumen de control discreto
Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1]



La masa de agua almacenada en el volumen de control (M_w) depende de la densidad, porosidad y el grado de saturación del volumen de control, a partir de la expresión:

$$M_w = \int_V \rho_w \cdot \vartheta \cdot dV = \int_V \rho_w \cdot n \cdot S_r \cdot dV \qquad \text{(B-1)}$$

La variación de la masa de agua en el tiempo se estima a partir de la derivación de la expresión (B-1):

$$\frac{dM_w}{dt} = \int_V \frac{d}{dt}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) \cdot dV + \oint_{dV}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) \cdot \underline{q}' \cdot \underline{n} \cdot dS \qquad \text{(B-2)}$$

$$\frac{dM_w}{dt} = \int_V \frac{d}{dt}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) \cdot dV + \oint_{dV}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) \cdot \underline{q}' \cdot \underline{n} \cdot dS \qquad \text{(B-3)}$$

Se define la conservación de masa como la variación de la masa de agua en el tiempo dentro del volumen de control más el flujo neto generado en su contorno, lo que se traduce en la expresión:

$$\frac{dM_w}{dt} = \int_V \frac{d}{dt}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) \cdot dV + \oint_{dV}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) \cdot \underline{q}' \cdot \underline{n} \cdot dS \quad \text{(B-4)}$$

Bajo la condición que en un medio poroso el flujo real ($\underline{q}'$) es distinto al flujo medio ($\underline{q}$) en función del grado de saturación específico del medio (S_e), se expresa de la siguiente forma:

$$\overline{\underline{q}} = \frac{\underline{q}'}{S_e} = \frac{\underline{q}'}{n \cdot S_r} \quad \text{(B-5)}$$

Al incluir el flujo medio ($\underline{q}$) en la expresión de la conservación de masa (B-4), queda simplificada mediante la expresión:

$$\frac{dM_w}{dt} = \int_V \frac{d}{dt}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) \cdot dV + \oint_{dV} \rho_w \cdot \overline{\underline{q}} \cdot \underline{n} \cdot dS \quad \text{(B-6)}$$

Tomando como referencia la aplicación del teorema de Gauss que considera la definición de una función de referencia $\underline{\phi}$ mediante la expresión matricial:

$$\int_V \nabla \underline{\phi} \cdot dV = \oint_{dV} \underline{\phi} \cdot \underline{n} \cdot dS \quad \text{(B-7)}$$

Implementando el teorema de Gauss en la ecuación (B-6), la ecuación de conservación de masa queda expresada de la forma:

$$\frac{dM_w}{dt} = \int_V \frac{d}{dt}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) \cdot dV + \int_v \nabla\left(\rho_w \cdot \overline{\underline{q}}\right) \cdot dV \quad \text{(B-8)}$$

En donde esta expresión se puede simplificar de la siguiente forma:

$$\frac{dM_w}{dt} = \int_V \left[\frac{d}{dt}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) + \nabla\left(\rho_w \cdot \overline{\underline{q}}\right)\right] \cdot dV \quad \text{(B-9)}$$

Teniendo en cuenta que la variación de la masa de agua en el tiempo es igual a la variación del flujo externo que ingresa y sale del volumen de control, se genera la siguiente expresión:

$$\frac{dM_w}{dt} = \int_V \rho_w \cdot \overline{q} \tag{B-10}$$

$$\int_V \left[\frac{d}{dt}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) + \nabla\left(\rho_w \cdot \overline{q}\right)\right] \cdot dV - \int_V \rho_w \cdot \overline{q} = 0 \tag{B-11}$$

Dado que los términos de la integral son independientes del volumen de control, es posible simplificar la expresión, tal que:

$$\nabla\left(\rho_w \cdot \underline{q}\right) + \frac{d}{dt}(\rho_w \cdot n \cdot S_r) - \rho_w \cdot \overline{q} = \underline{0} \tag{B-12}$$

Expandiendo esta expresión por regla de la cadena, y teniendo en cuenta que la densidad del agua, la porosidad y grado de saturación del medio son dependientes del tiempo, la expresión queda dada por:

$$\nabla\left(\rho_w \cdot \underline{q}\right) + \left[\frac{d\rho_w}{dt} \cdot n \cdot S_r + \frac{dn}{dt} \cdot \rho_w \cdot S_r + \frac{dS_r}{dt} \cdot \rho_w \cdot n\right] - \overline{q} = 0 \tag{B-13}$$

Para analizar el comportamiento del flujo, se deben analizar las variaciones de la densidad del agua, la porosidad del medio y la humedad de forma independiente.

- <u>Expresión asociada a la variación en el tiempo de la densidad del agua</u> $\frac{d\rho_w}{dt}$

  Considerando que la masa de agua del volumen de control es constante, su variación es igual a cero, por lo que queda dada por la expresión:

  $$dM_w = \rho_w \cdot dV_w + d\rho_w \cdot V_w = 0 \tag{B-14}$$

  Reformulando la expresión en términos del volumen de agua al lado izquierdo y de densidad al lado derecho, se obtiene la siguiente ecuación diferencial.

  $$\frac{dV_w}{V_w} = -\frac{d\rho_w}{\rho_w} \tag{B-15}$$

  Definiendo el factor de compresibilidad del agua (K_w) se define una expresión que relaciona la presión y el volumen de agua:

  $$\frac{1}{K_w} = \frac{1}{V_w} \cdot \frac{dV_w}{dp_w} \tag{B-16}$$

  Sustituyendo este factor en la ecuación (B-15), la expresión se reformula de la forma:

$$\frac{dp_w}{\mathrm{K_w}} = -\frac{d\rho_w}{\rho_w} \tag{B-17}$$

Reorganizando los términos de la expresión y derivando con respecto al tiempo se obtiene la variación de la densidad del agua en el tiempo:

$$\frac{d\rho_w}{dt} = -\frac{\rho_w}{K_w} \cdot \frac{dp_w}{dt} \tag{B-18}$$

De esta forma la variación de volumen provisto por la compresibilidad del fluido debido al incremento de presión de agua queda dado por la expresión:

$$-\frac{d\rho_w}{dt} \cdot n \cdot S_r = \frac{n \cdot S_r \cdot \rho_w}{K_w} \cdot \frac{dp_w}{dt} \tag{B-19}$$

- Expresión asociada a la porosidad $\frac{dn}{dt}$:

  La variación de la porosidad del medio se asocia a la relación entre la variación del volumen de agua y la variación espacial del volumen de control, la cual se vincula a la capacidad de almacenamiento del medio. A partir de esto, la variación de la porosidad en el tiempo queda afectada por tres aspectos.

  - La compresibilidad del esqueleto sólido debido al cambio del estado de deformaciones.
  - Volumen adicional de vacíos provisto por la compresión del fluido debido al aumento de presión de agua.
  - Volumen de vacíos debido a la compresibilidad de los granos por el aumento de presión de poros.

  A partir de la inclusión de estos tres aspectos, la expresión asociada a la variación de la porosidad en el tiempo queda de la siguiente forma:

$$\rho_w \cdot S_r \cdot \frac{dn}{dt} = \rho_w \cdot S_r \cdot \left(\underline{m^t} \cdot \frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} - \frac{n}{K_w} \cdot \frac{dp_w}{dt} - \frac{(1-n)}{K_s} \cdot \frac{dp_w}{dt} \right) \tag{B-20}$$

- Expresión asociada a la saturación $\frac{dS_r}{dt}$:

  Dado que el grado de saturación es dependiente de la presión de succión del medio, la variación del grado de saturación en el tiempo se puede replantear por la siguiente expresión que incorpora el término de la presión de agua.

$$\frac{dS_r}{dt} = \frac{dS_r}{dp_w} \cdot \frac{dp_w}{dt} \tag{B-21}$$

La variación del grado de saturación con respecto a la presión de succión del agua ($\frac{dS_r}{dp_w}$) se estima a partir de la ecuación (3-10) correspondiente a la capacidad de almacenamiento definida en las curvas SWCC por el modelo de Van Genuchten (1980) [Ref. 6]. De esta forma, el término de la variación del grado de saturación en el tiempo queda dado por la expresión:

$$\rho_w \cdot n \cdot \frac{dS_r}{dt} = \rho_w \cdot n \cdot \frac{dS_r}{dp_w} \cdot \frac{dp_w}{dt} \tag{B-22}$$

De esta forma, la expresión general del flujo en medios porosos no saturados queda definida por la siguiente expresión:

$$\rho_w \cdot S_r \cdot \underline{m^t} \cdot \frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} - \rho_w \cdot S_r \cdot \left(\frac{n}{K_w} + \frac{(1-n)}{K_s}\right) \cdot \frac{dp_w}{dt} + \rho_w \cdot n \cdot \frac{dS_r}{dp_w} \cdot \frac{dp_w}{dt} + div\left(\rho_w \cdot \underline{q}\right) - \underline{\overline{q}} = \underline{0} \tag{B-23}$$

Teniendo en cuenta la expresión de flujo definido por la ley de Darcy (1856) [Ref. 2] que se indicó en la ecuación (3-6), la expresión general queda dada por la función del residuo ponderado ($\underline{r}$), la cual será empleada para la implementación de la solución mediante elementos finitos.

$$\boxed{\underline{r} = S_r \cdot \underline{m^t} \cdot \frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} - S_r \cdot \frac{n}{K_w} \cdot \frac{dp_w}{dt} + n \cdot \frac{dS_r}{dp_w} + k_{rel} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \left(\frac{\overline{\nabla} p_w}{\gamma_w} + \underline{g}\right) - \underline{\overline{q}} \approx \underline{0}} \tag{B-24}$$

B.2 Formulación fuerte ecuación de flujo

B.1.1 Definición de ecuación matricial mediante método de residuos ponderados

Para la estimación de la ecuación de flujo en medios porosos (B-24) se implementa el método de residuos ponderados de Galerkin que postula que el error asociado a la aproximación generada por la ecuación en la región es cercano a cero.

$$\int_V \underline{\underline{N^t}} \cdot \underline{r} \cdot dV \approx 0 \tag{B-25}$$

Implementando la ecuación de residuos ponderados, se incluyen los siguientes reordenamientos en función de la variación de la presión de agua, la variación de desplazamientos y al asociado a los cambios por flujos externos.

$$\int_V \underline{\underline{N^t}} \cdot \left(S_r \cdot \underline{m^t} \cdot \frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} - S_r \cdot \frac{n}{K_w} \cdot \frac{dp_w}{dt} + n \cdot \frac{dS_r}{dp_w} + k_{rel} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \left(\frac{\nabla(p_w)}{\gamma_w} + \underline{g} \right) - \underline{\bar{q}} \right) \cdot dV = \underline{0} \tag{B-26}$$

De esta forma, la expresión se define en términos de integración de la región a partir de desplazamientos nodales y presiones nodales junto con los términos de flujos externos definidos en los términos de integración del contorno, por lo que queda expresada de la forma:

$$S_r \cdot \int_V \underline{\underline{N^t}} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{m^t} \cdot \frac{du_n}{dt} \cdot dV - \left(S_r \cdot \frac{n}{K_w} - n \cdot \frac{dS_r}{dp_w} \right) \cdot \int_V \underline{\underline{N^t}} \cdot \underline{\underline{N}} \cdot \frac{dp_{wn}}{dt} \cdot dV + \frac{\rho_w \cdot k_{rel}}{\gamma_w} \cdot \int_V \underline{\underline{\left(\nabla \underline{N}\right)^t}} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \underline{\underline{\left(\nabla \underline{N}\right)}} \cdot \underline{p_{wn}} \cdot dV + k_{rel} \int_V \underline{\underline{\left(\nabla \underline{N}\right)^t}} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \underline{g} \cdot dV - \oint_{dv} \underline{\bar{q}} \cdot \underline{N^t} \cdot dS = \underline{0} \tag{B-27}$$

Para darle forma matricial a la ecuación, se reordenan los términos en la siguiente ecuación y se definen las siguientes matrices:

$$-\underline{\underline{H}} \cdot \underline{p_{wn}} - \underline{\underline{S}} \cdot \frac{dp_{wn}}{dt} + \underline{\underline{C}} \cdot \frac{du_n}{dt} = \underline{G} + \underline{Q_p} \tag{B-28}$$

Donde,

Matriz de Permeabilidad: $\underline{\underline{H}} = \frac{\rho_w \cdot k_{rel}}{\gamma_w} \cdot \int_V \underline{\underline{\left(\nabla \underline{N}\right)^t}} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \underline{\underline{\left(\nabla \underline{N}\right)}} \cdot dV$

Matriz de Compresibilidad: $\underline{\underline{S}} = \left(\frac{n \cdot S_r}{K_w} - n \cdot \frac{dS_r}{dp_w} \right) \cdot \int_V \underline{\underline{N^t}} \cdot \underline{\underline{N}} \cdot dV$

Matriz de Acoplamiento: $\underline{\underline{C}} = S_r \cdot \int_V \underline{\underline{N^t}} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{m^t} \cdot dV$

Flujo Gravitacional: $\underline{G} = \frac{\rho_w \cdot k_{rel}}{\gamma_w} \cdot \int_V \underline{\left(\nabla \underline{N}\right)^t} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \underline{g} \cdot dV$

Flujo Prescrito: $\underline{Q_p} = \oint_{dv} \underline{\bar{q}} \cdot \underline{N^t} \cdot dS$

B.1.1 Integración en el tiempo de ecuación matricial

Para la resolución de la ecuación matricial de flujo en el tiempo (3-36) se utiliza la regla de punto medio generalizada de Picard, la cual considera un término α definido en un rango entre 0 y 1, donde $\alpha = 0$ corresponde a una condición implícita y $\alpha = 1$ a una condición explícita. De esta forma, la variación en el tiempo de la presión de poros y la deformación para el intervalo $(i + \alpha)$ queda dado por las siguientes expresiones para presiones de poros y desplazamientos nodales:

$$\left(\frac{d\underline{\underline{p_{wn}}}}{dt}\right)^{i+\alpha} = \left(\frac{\Delta\underline{\underline{p_{wn}}}}{\Delta t}\right) = \left(\frac{\underline{\underline{p_{wn}}}^{i+\alpha} - \underline{\underline{p_{wn}}}^{i}}{\Delta t}\right) \tag{B-29}$$

$$\left(\frac{d\underline{\underline{u_{wn}}}}{dt}\right)^{i+\alpha} = \left(\frac{\Delta\underline{\underline{u_{wn}}}}{\Delta t}\right) = \left(\frac{\underline{\underline{u_{wn}}}^{i+\alpha} - \underline{\underline{u_{wn}}}^{i}}{\Delta t}\right) \tag{B-30}$$

Reorganizando las variables de presión de poros y de desplazamientos para el intervalo de tiempo $(i + \alpha)$, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\underline{p_{wn}}^{i+\alpha} = (1-\alpha)\cdot p_{wn}{}^{i} + \alpha \cdot p_{wn}{}^{i+1} = p_{wn}{}^{i} + \alpha \cdot \Delta\underline{p_{wn}} \tag{B-31}$$

$$\underline{u_n}^{i+\alpha} = (1-\alpha)\cdot u_n{}^{i} + \alpha \cdot u_n{}^{i+1} = u_n{}^{i} + \alpha \cdot \Delta\underline{u_n} \tag{B-32}$$

Al implementar este término en la ecuación (B-25) para el intervalo de tiempo $(i + \alpha)$, reordenando los parámetros y multiplicando por el intervalo de tiempo (Δt), queda expresada de la forma:

$$-\left(\alpha \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \Delta t + \underline{\underline{S}}\right)\cdot \Delta\underline{p_{wn}} + \underline{\underline{C}} \cdot \Delta\underline{u_n} = \left(\underline{G} + \underline{Q_p}\right)\cdot \Delta t + \underline{\underline{H}} \cdot \Delta t \cdot p_{wn}{}^{i} \tag{B-33}$$

Finalmente, la ecuación matricial en términos incrementales presentará una condición explícita dada por $\alpha = 1$, quedando definida de la forma:

$$\boxed{-\left(\underline{\underline{H}} \cdot \Delta t + \underline{\underline{S}}\right)\cdot \Delta\underline{p_{wn}} + \underline{\underline{C}} \cdot \Delta\underline{u_{wn}} = \left(\underline{G} + \underline{Q_p}\right)\cdot \Delta t + \underline{\underline{H}} \cdot \Delta t \cdot p_{wn}{}^{i}} \tag{B-34}$$

ANEXO C
FORMULACIÓN DEBIL Y FUERTE ECUACIÓN DE ELASTOPLASTICIDAD MECÁNICA

C.1 Formulación débil ecuación de elastoplasticidad mecánica

La formulación débil de la ecuación de elastoplasticidad mecánica está definida por la ecuación de equilibrio del sistema (C-4) en complemento con la ecuación cinemática (C-3) y la relación constitutiva incremental (C-25). La definición de estas ecuaciones se detalla a continuación.

C.1.1 Ecuación cinemática

Para un medio bidimensional, el campo de desplazamientos tiene la forma dada por la siguiente expresión.

$$\underline{u} = \begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{Bmatrix} \tag{C-1}$$

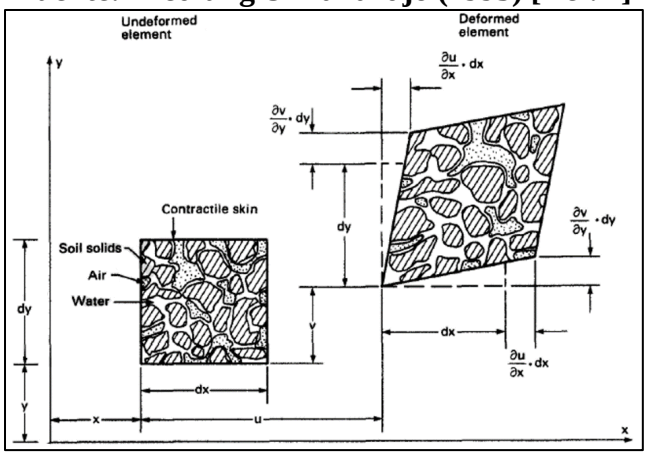
Las deformaciones unitarias corresponden al término asociado a la derivada del campo de desplazamientos que se relaciona con el comportamiento del elemento que se muestra en la Figura C-1. Entonces la expresión de la deformación unitaria del elemento queda definida de acuerdo con la notación de Voigt por la siguiente expresión.

$$\underline{\varepsilon} = d\underline{u} \qquad \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{du}{dx} \\ \frac{dv}{dy} \\ \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \end{Bmatrix} \tag{C-2}$$

Esta expresión permite definir un sistema lineal para la resolución de las ecuaciones de elasticidad, en donde el campo de deformaciones del elemento se puede obtener pre multiplicando por una matriz de operaciones de derivación ($\underline{\underline{L}}$), obteniéndose la ecuación cinemática.

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{u} = \begin{bmatrix} d/dx & 0 & d/dy \\ 0 & d/dy & d/dx \end{bmatrix}^t \cdot \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{C-3}$$

Figura C-1: Desplazamientos y deformaciones de un volumen de control discreto
Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1]



C.1.2 Ecuación de equilibrio

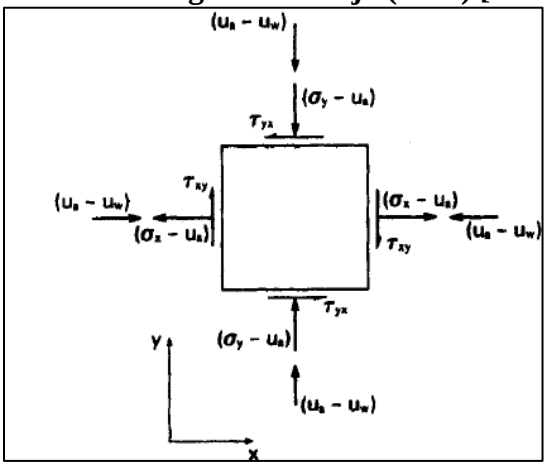
Tomando como referencia la Figura C-2 que presenta la variación de esfuerzos en dos dimensiones, obteniendo el equilibrio de fuerzas y momentos en el volumen de control, se pueden obtener las ecuaciones de Cauchy que se muestran de la expresión.

$$div\left(\underline{\sigma'} + p_w \cdot \underline{I}\right) + \underline{b} = \underline{0} \qquad \begin{bmatrix} \left(\frac{d\sigma'_{xx}}{dx} + \frac{dp_w}{dx}\right) & \frac{d\tau_{xy}}{dy} \\ \frac{d\tau_{yx}}{dx} & \left(\frac{d\sigma'_{yy}}{dy} + \frac{dp_w}{dy}\right) \end{bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \text{(C-4)}$$

Donde,

$$\underline{b} = \rho \cdot \underline{g} \qquad \rho = (1-n) \cdot \rho_s + n \cdot S_r \cdot \rho_w$$

Figura C-2: Volumen de control de un medio poroso con variaciones de esfuerzos
Fuente: Fredlung & Rahardjo (1993) [Ref. 1]



C.1.3 Relación constitutiva elastoplástica incremental

C.1.3.1 Ley de Hooke generalizada

La relación entre tensiones y deformaciones de un elemento, se define mediante la implementación de la ley de Hooke generalizada, en donde para el caso bidimensional, el espesor del sistema se asume infinito o está confinado fuera del plano. En base a esta consideración, la relación constitutiva elástica queda definida por el módulo de deformación (E) y el módulo de Poisson (υ) a partir de la expresión.

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\underline{D^{e-1}}} \cdot \underline{\sigma'} \qquad \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\upsilon & 0 \\ -\upsilon & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot (1+\upsilon) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma'_{xx} \\ \sigma'_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \tag{C-5}$$

Donde,

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} \cdot \left(\sigma'_{xx} - \upsilon \cdot \sigma'_{yy}\right) \qquad \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} \cdot \left(\sigma'_{yy} - \upsilon \cdot \sigma'_{xx}\right) \qquad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1+\upsilon)}$$

En términos de esfuerzos, la ecuación anterior queda definida como la relación directa entre esfuerzos y deformaciones unitarias mediante la siguiente expresión.

$$\underline{\sigma'} = \underline{\underline{D^e}} \cdot \underline{\varepsilon} \tag{C-6}$$

La matriz constitutiva elástica para deformaciones planas (D^e) se obtiene a partir de la inversión de la matriz de la ecuación anterior, la cual también se puede expresar en términos de los parámetros de Lamé λ y μ.

$$\underline{\underline{D^e}} = \frac{E}{(1+\upsilon) \cdot (1-2 \cdot \upsilon)} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \upsilon & 0 \\ \upsilon & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\upsilon)}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\lambda + 2 \cdot \mu) & \lambda & 0 \\ \lambda & (\lambda + 2 \cdot \mu) & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \tag{C-7}$$

Donde,

$$\lambda = \frac{E \cdot \upsilon}{(1+\upsilon) \cdot (1-2 \cdot \upsilon)} \qquad \mu = G = \frac{E}{2 \cdot (1+\upsilon)}$$

Para la definición de las ecuaciones de elasticidad en términos incrementales, se define un análisis pseudo-estático de la ecuación (C-6) considerando variaciones incrementales en el tiempo, tal que.

$$\frac{d\underline{\underline{\sigma'}}}{dt} = \underline{\underline{\underline{\underline{D^e}}}} \cdot \frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}}{dt} \tag{C-8}$$

La expresión de la relación constitutiva elástica en términos de los tensores de esfuerzos y deformaciones queda definida por la siguiente expresión, en donde el primer término se asocia a la deformación por distorsión del material (ε_v), y el segundo asociado a las deformaciones volumétricas ($\underline{\underline{\varepsilon}}$).

$$\begin{gathered}\underline{\underline{\sigma}} = 2 \cdot \mu \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} + \lambda \cdot \underline{\underline{I}} \cdot trace\left(\underline{\underline{\varepsilon}}\right) = 2 \cdot \mu \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} + \lambda \cdot \underline{\underline{I}} \cdot \varepsilon_v \\ \begin{bmatrix}\sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy}\end{bmatrix} = 2 \cdot \mu \cdot \begin{bmatrix}\varepsilon_{xx} & \gamma_{xy}/2 \\ \gamma_{xy}/2 & \varepsilon_{yy}\end{bmatrix} + \lambda \cdot \left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}\right) \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 \\ 0 & 1\end{bmatrix}\end{gathered} \tag{C-9}$$

La deformación volumétrica (ε_v) y la deformación desviadora ($\overline{\varepsilon}$) del material están dadas por las expresiones.

$$\underline{\underline{\overline{\varepsilon}}} = \underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_v \cdot \underline{\underline{I}} \tag{C-10}$$

$$\varepsilon_v = trace\left(\underline{\underline{\varepsilon}}\right) \tag{C-11}$$

El tensor desviador o de corte ($\underline{\underline{s}}$) corresponde a la diferencia entre el tensor de esfuerzos totales ($\underline{\underline{\sigma}}$) y los esfuerzos de confinamiento (p').

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - p' \cdot \underline{\underline{I}} = 2 \cdot \mu \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} + \lambda \cdot \underline{\underline{I}} \cdot \varepsilon_v - p' \cdot \underline{\underline{I}} \tag{C-12}$$

Al no generarse cambios volumétricos se cumple la condición $trace\left(\underline{\underline{s}}\right) = 0$. Por otra parte, de la ecuación (C-9), se obtiene que el esfuerzo de confinamiento es igual a:

$$p' = \frac{1}{3} \cdot trace\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) = \left(\lambda + \frac{2}{3} \cdot \mu\right) \cdot \varepsilon_v = K \cdot \varepsilon_v \tag{C-13}$$

Al reemplazar el esfuerzo de confinamiento (p') en la ecuación (C-10) e incorporando la deformación desviadora ($\overline{\varepsilon}$) de la ecuación (C-12) se obtiene.

$$\underline{\underline{s}} = 2 \cdot \mu \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} \tag{C-14}$$

De esta forma, el esfuerzo desviador queda expresado de la forma.

$$q = \frac{3}{2} \cdot trace\left(\underline{\underline{s}}\right) = 3 \cdot G \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} \tag{C-15}$$

A partir de las expresiones obtenidas en las ecuaciones (C-13) y (C-15) se puede estimar la relación constitutiva elástica incremental para esfuerzos desviadores y esfuerzos de confinamiento en términos de la ecuación (C-8), a partir de la expresión.

$$\begin{Bmatrix} \frac{dp'}{dt} \\ \frac{dq}{dt} \end{Bmatrix} = \underline{\underline{\underline{\underline{D}}}}^{e} \cdot \frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}}{dt} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3 \cdot G \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{d\varepsilon_v}{dt} \\ \frac{d\underline{\underline{\bar{\varepsilon}}}}{dt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\lambda + \frac{2}{3} \cdot \mu\right) & 0 \\ 0 & 3 \cdot \mu \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{d\varepsilon_v}{dt} \\ \frac{d\underline{\underline{\bar{\varepsilon}}}}{dt} \end{Bmatrix} \tag{C-16}$$

Dado que esta relación constitutiva solo corresponde al caso elástico, requiere ser extrapolada para el caso a grandes deformaciones, en base a esto en la siguiente sección se considera la implementación de un modelo constitutivo elastoplástico.

C.1.3.2 Definición de modelos constitutivos elastoplásticos

Para la condición de fluencia de un elemento, la deformación unitaria generada por una trayectoria de esfuerzos presenta una componente elástica (reversible) y una componente plástica (irreversible).

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon^e}} + \underline{\underline{\varepsilon^p}} \tag{C-17}$$

Teniendo en cuenta que la ecuación constitutiva elástica incremental indicada en la ecuación (C-8) considera solo la componente de deformación elástica, se incluye el término de la deformación plástica a partir de la siguiente expresión.

$$\frac{d\underline{\underline{\sigma'}}}{dt} = \underline{\underline{\underline{\underline{D}}}}^{e} \cdot \frac{d\underline{\underline{\varepsilon^e}}}{dt} = \underline{\underline{\underline{\underline{D}}}}^{e} \cdot \left(\frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}}{dt} - \frac{d\underline{\underline{\varepsilon^p}}}{dt}\right) \tag{C-18}$$

Para una trayectoria de carga de un elemento, la condición de carga considera endurecimiento si se alcanza su dominio elástico y la variación de esfuerzos hacia el dominio plástico resulta positivo. Para que esto ocurra se debe cumplir la condición de consistencia dada por la expresión definida a partir de la función de fluencia (f).

$$f(\underline{\sigma}, \mathrm{E}) = 0 \qquad \frac{df(\underline{\sigma},\mathrm{E})}{d\underline{\sigma}} \cdot \frac{d\underline{\sigma}}{dt} > 0 \tag{C-19}$$

Para incrementos pequeños de esfuerzos, la ecuación de consistencia (C-19) se modifica a partir del desarrollo una serie de Taylor de primer orden.

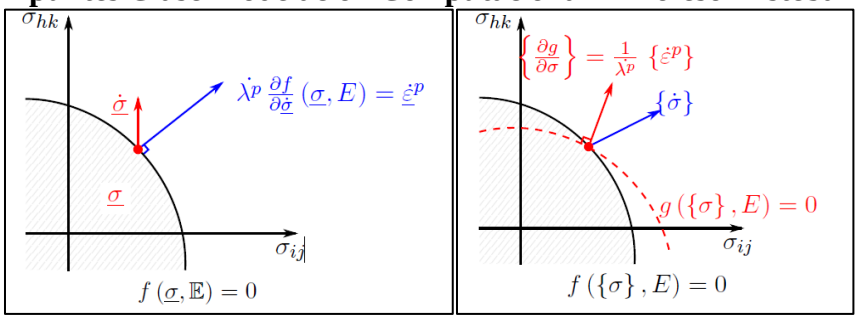
$$f(\underline{\sigma}, \mathrm{E}) + \frac{df}{dt}\left(\underline{\sigma}, \frac{d\underline{\sigma}}{dt}, \mathrm{E}, \frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dt}}\right) = f(\underline{\sigma}, \mathrm{E}) + \frac{df(\underline{\sigma},\mathrm{E})}{d\underline{\sigma}} \cdot \frac{d\underline{\sigma}}{dt} + \frac{df(\underline{\sigma},\mathrm{E})}{dE} \cdot \frac{dE}{dt} = 0$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{df}{d\underline{\sigma}} \cdot \frac{d\underline{\sigma}}{dt} + \frac{df}{dE} \cdot \frac{dE}{dt} = 0 \tag{C-20}$$

Dado que la relación constitutiva considera que las deformaciones plásticas son colineales con la dirección del esfuerzo, pueden quedar expresadas a partir un multiplicador plástico ($\dot{\lambda}$) y una función del potencial plástico (g) que es independiente de la dirección de la función de flujo (f).

La forma de las trayectorias de esfuerzos de estas dos funciones se muestra en la Figura C-3, en donde para la imagen de la derecha se muestra que, para un material asociado, la deformación plástica esta alineada con la función de fluencia, mientras que para la imagen de la izquierda se muestra que, para un material no asociado, la deformación plástica esta alineado con la función potencial y no a la función de fluencia.

Figura C-3: Trayectoria de esfuerzos basado en condición de carga para un material asociado (izquierda) y un material no asociado (derecha)
Fuente: Apuntes Clase Modelación Computacional – Profesor Esteban Sáez [Ref. 8]



De esta forma, la variación de la deformación plástica que permite definir el elemento en un material no asociado, queda dada por la expresión.

$$\frac{d\underline{\varepsilon}^p}{dt} = \dot{\lambda} \cdot \frac{dg}{d\underline{\sigma}} \tag{C-21}$$

Para incluir el término incremental del endurecimiento en la ecuación de consistencia (C-20), se incorpora la siguiente expresión:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{\lambda} \cdot \frac{dE}{d\underline{\varepsilon^e}} \cdot \frac{df}{d\underline{\sigma}} \tag{C-22}$$

Al incorporar la matriz constitutiva elástica (C-7) y las otras expresiones en la ecuación de consistencia (C-12), se obtiene la expresión:

$$\frac{df}{d\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{D^e}} \cdot \left(\frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} - \dot{\lambda} \cdot \frac{dg}{d\underline{\sigma}}\right) + \frac{df}{dE} \cdot \dot{\lambda} \cdot \frac{dE}{d\underline{\varepsilon^e}} \cdot \frac{df}{d\underline{\sigma}} = 0 \tag{C-23}$$

Despejando esta expresión, se obtiene el multiplicador plástico ($\dot{\lambda}$):

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{df}{d\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{D^e}}\right)}{\left(\frac{df}{d\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{D^e}} \cdot \frac{dg}{d\underline{\sigma}} - \frac{df}{dE} \cdot \frac{dE}{d\underline{\varepsilon^e}} \cdot \frac{df}{d\underline{\sigma}}\right)} \cdot \frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} \tag{C-24}$$

Al reemplazar el multiplicador plástico ($\dot{\lambda}$) en la ecuación (C-21) y reemplazarlo en la ecuación (3-24), se obtiene la relación constitutiva para grandes deformaciones:

$$\frac{d\underline{\underline{\sigma'}}}{dt} = \underline{\underline{D^{ep}}} \cdot \frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} \tag{C-25}$$

Donde la matriz constitutiva elastoplástica queda dada por la expresión:

$$\underline{\underline{D^{ep}}} = \left(\underline{\underline{D^e}} - \frac{\underline{\underline{D^e}} \cdot \frac{df}{d\underline{\sigma}} \cdot \frac{dg}{d\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{D^e}}}{\frac{df}{d\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{D^e}} \cdot \frac{dg}{d\underline{\sigma}} - \frac{df}{dE} \cdot \frac{dE}{d\underline{\varepsilon^e}} \cdot \frac{df}{d\underline{\sigma}}}\right) \tag{C-26}$$

C.1.3.3 Implementación en modelo de falla de Mohr-Coulomb

Para implementar el modelo de falla de Mohr-Coulomb como relación constitutiva del modelo, se define como un material no asociado en donde la función de fluencia (f) y la función de potencial plástica (g) quedan expresadas en términos de las trayectorias de ensayos triaxiales asociadas al esfuerzo desviador (q) y el esfuerzo de confinamiento (p'), a partir de la definición de las siguientes ecuaciones lineales.

$$f(p,q) = q - M \cdot p' \tag{C-27}$$

$$g(p,q) = q - M^* \cdot p' \tag{C-28}$$

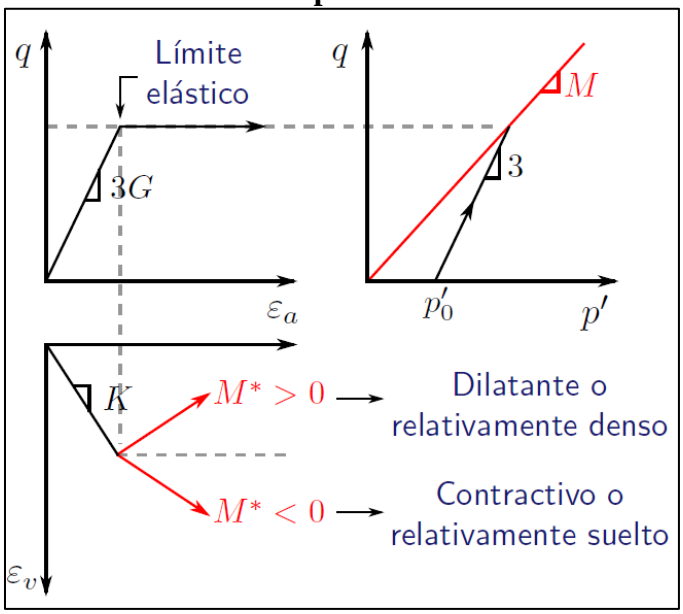
Donde,

$q = \frac{2}{3} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)$ $\quad\quad$ $p' = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3)$

$M^* = \left(\frac{6 \cdot Sen(\psi)}{3 - Sen(\psi)}\right)$ $\quad\quad$ $M = \left(\frac{6 \cdot Sen(\phi)}{3 - Sen(\phi)}\right)$

Las trayectorias del modelo de Mohr-Coulomb consideran que los esfuerzos desviadores (q) en el rango elástico son proporcionales a las deformaciones axiales (ε_1), siendo proporcional al módulo de elasticidad al corte ($3 \cdot G$), mientras que para el caso plástico no se presenta endurecimiento. Por otra parte, en la relación entre el esfuerzo desviador (q) y la presión de confinamiento (p'), se considera una envolvente de falla dada por la función de fluencia (f) definida por la pendiente (M) que corresponde a los parámetros resistentes críticos del material (ϕ_c). Con respecto a la relación entre la deformación volumétrica (ε_v) y la deformación axial (ε_1) queda definido por la pendiente (M^*) de la función de potencia (g) asociada a la dilatancia del material (ψ), en donde para valores positivos, la trayectoria del material presenta un comportamiento denso o dilatante, mientras que, para valores negativos, la trayectoria presenta un comportamiento suelto o contractivo. En la Figura C-4 se muestra la descripción gráfica del comportamiento tipo de las trayectorias del modelo constitutivo de Mohr-Coulomb.

Figura C-4: Comportamiento trayectorias modelo de Mohr-Coulomb
Fuente: Apuntes Clase Modelación Computacional en Geotecnia– Esteban Sáez [Ref. 8]



El comportamiento dilatante o contractivo a grandes deformaciones queda dado por la expresión de la dilatancia (ψ) que relaciona la diferencia entre la resistencia en la trayectoria de esfuerzos movilizados (ϕ_m) y la resistencia crítica o última (ϕ_c), en donde para el estado último, la función de fluencia (f) coincide con la función de potencia (g) en donde la dilatancia se anula.

$$Tan(\psi) = Tan(\phi'_m) - Tan(\phi'_c) \tag{C-29}$$

Para la definición de la ecuación constitutiva del material dada por la expresión (C-25), se estima la matriz constitutiva a grandes deformaciones ($\underline{\underline{D^{ep}}}$) definida de la ecuación (C-26). Para ello, teniendo en cuenta que las expresiones de las funciones de fluencia y potencial del modelo constitutivo de Mohr-Coulomb (C-27) y (C-28), respectivamente, además de tener en cuenta que no considera endurecimiento plástico, la definición de las siguientes expresiones queda dada por.

$$\frac{df(\underline{\sigma},\mathrm{E})}{d\underline{\sigma}} = \begin{Bmatrix} -M \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad \frac{dg(\underline{\sigma},\mathrm{E})}{d\underline{\sigma}} = \begin{Bmatrix} -M^* \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad \frac{df}{dE} = \{0\} \qquad \frac{dE}{d\underline{\varepsilon^e}} = \{0\}$$

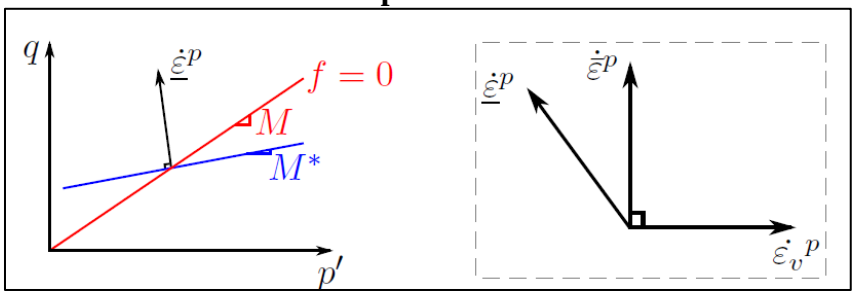
Incorporando estas expresiones en la expresión (C-26), la matriz constitutiva a grandes deformaciones ($\underline{\underline{D^{ep}}}$) queda dada por.

$$\underline{\underline{D^{ep}}} = \frac{3 \cdot G \cdot K}{(K \cdot M \cdot M^* + 3 \cdot G)} \cdot \begin{bmatrix} 1 & M^* \\ M & M \cdot M^* \end{bmatrix} \tag{C-30}$$

De esta forma, el modelo constitutivo de Mohr-Coulomb se define por la siguiente expresión, la cual presenta el comportamiento de deformaciones plásticas tal como se muestra en la Figura C-5.

$$\begin{Bmatrix} \frac{dp'}{dt} \\ \frac{dq}{dt} \end{Bmatrix} = \frac{3 \cdot G \cdot K}{(K \cdot M \cdot M^* + 3 \cdot G)} \cdot \begin{bmatrix} 1 & M^* \\ M & M \cdot M^* \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} \\ \frac{d\varepsilon_v}{dt} \end{Bmatrix} \tag{C-31}$$

Figura C-5: Estimación de deformación plástica a partir de Función de fluencia (f) y función de potencial plástico (g) en modelo de Mohr-Coulomb
Fuente: Apuntes Clase Modelación Computacional en Geotecnia –Esteban Sáez [Ref. 8]



C.2 Formulación fuerte ecuación de elastoplasticidad mecánica

Para la formulación de la ecuación elastoplástica se realiza a partir de la ecuación de equilibrio en términos incrementales (C-4), la cual se redefine en términos de la matriz de operaciones de derivación ($\underline{L}$):

$$\underline{L}^t \cdot \left(\frac{d\underline{\sigma}'}{dt} + S_e \cdot \frac{dp_w}{dt} \cdot \underline{m}\right) + \frac{d\underline{b}}{dt} = \underline{0} \qquad \text{(C-32)}$$

Esta ecuación se implementa por el método de residuos ponderados de Galerkin en términos incrementales a partir de la expresión:

$$\int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{r}^i \cdot dV = \int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{\Delta r} \cdot dV - \int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{r}^{i-1} \cdot dV \approx 0 \qquad \text{(C-33)}$$

Redefiniendo la ecuación cinemática (C-3) y la relación constitutiva (C-25) en términos matriciales, quedan definidas por las siguientes expresiones:

Ecuación Cinemática:

$$\underline{\varepsilon} = \frac{d\underline{\bar{u}}}{d\underline{x}} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\bar{u}} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{N}} \cdot \underline{u_n} = \underline{\underline{B}} \cdot \underline{u_n} \qquad \text{(C-34)}$$

Relación Constitutiva:

$$\frac{d\underline{\underline{\sigma}}'}{dt} = \underline{\underline{D}}^{ep} \cdot \frac{d\underline{\varepsilon}}{dt} = \underline{\underline{D}}^{ep} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \frac{d\underline{u_n}}{dt} \qquad \text{(C-35)}$$

Incorporando estas expresiones en la ecuación (C-32), la ecuación de equilibrio queda dada por la expresión en términos del residuo ($\underline{r}$):

$$\underline{r} = \left(\underline{\underline{L}}^t \cdot \underline{\underline{\underline{D}}}^{ep} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \frac{d\underline{\underline{u_n}}}{dt} + \underline{\underline{L}}^t \cdot S_e \cdot \underline{\underline{m}} \cdot \frac{dp_w}{dt}\right) + \frac{d\underline{\underline{b}}}{dt} \approx \underline{0} \tag{C-36}$$

Implementando la expresión anterior en la expresión de los residuos ponderados de Galerkin incremental (C-33) en términos de desplazamientos nodales ($\underline{\Delta u_n}$), presiones de poros nodales ($\underline{\Delta p_{w_n}}$) y fuerzas externas, separándose como fuerzas externas dentro de la región ($\underline{\Delta b}$) y como fuerzas externas en el contorno de la región ($\underline{\Delta t}$), se obtiene:

$$\int_V \underline{\underline{B}}^t \cdot \left(\underline{\underline{\underline{D_{pe}}}} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\Delta u_n} + {S_e}^{i-1} \cdot \underline{\underline{N}}^t \cdot \Delta p_{wn} \cdot \underline{\underline{m}}\right) \cdot dV = \int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{\Delta b} \cdot dV + \oint_{dv} \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{t} \cdot dS + \int_V \underline{\underline{\underline{N}}}^t \cdot \underline{r}^{i-1} \cdot dV \tag{C-37}$$

Donde,

$$\underline{\Delta u_n} = \underline{{u_n}^i} - {u_n}^{i-1}$$

$$\underline{\Delta p_{w_n}} = \underline{{p_{w_n}}^i} - {p_{w_n}}^{i-1}$$

$$\underline{\Delta b} = \underline{b^i} - \underline{b^{i-1}}$$

$$\underline{\Delta t'} = \underline{t'^i} - \underline{t'^{i-1}}$$

Para darle forma matricial a la ecuación, se reordenan los términos en la siguiente ecuación definida en términos de las siguientes matrices:

$$\underline{\underline{K}} \cdot \underline{\Delta u_n} + \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\Delta p_{wn}} = \underline{\Delta F_u} + \underline{R}^{i-1} \tag{C-38}$$

Donde,

Matriz de Deformación: $\underline{\underline{K}} = \int_V \underline{\underline{B}}^t \cdot \underline{\underline{\underline{D}}}^{ep} \cdot \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{N}} \cdot dV$

Matriz de humedad efectiva: $\underline{\underline{Q}} = {S_e}^{i-1} \cdot \int_V \underline{\underline{B}}^t \cdot \underline{\underline{m}} \cdot \underline{\underline{N}} \cdot dV$

Vector de fuerzas externas incrementales: $\underline{\Delta F_u} = \int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{\Delta b} \cdot dV + \oint_{dv} \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{\Delta t'} \cdot dS$

Matriz de residuos ponderados anterior:

$$\underline{R}^{i-1} = \int_V \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{b^{i-1}} \cdot dV + \oint_{dv} \underline{\underline{N}}^t \cdot \underline{t'^{i-1}} \cdot dS - \int_V \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\sigma^{i-1}} \cdot dV$$

ANEXO D
FORMULACIÓN MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

A.1 Definición de elementos en coordenadas locales

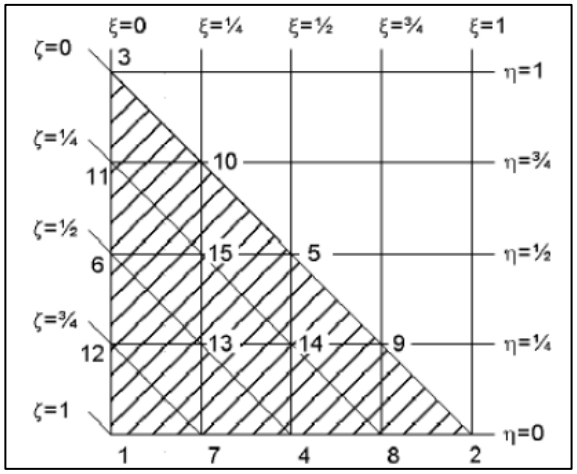
Para la definición de desplazamientos y presiones de cada elemento "e" ($\underline{u^e}$ y $\underline{p_w^e}$), con respecto a desplazamientos y presiones de poros en cada nodo del elemento ($\underline{u_n}$ y $\underline{p_{w_n}}$), se definen de funciones de forma $N_i{}^e$ linealmente independientes entre sí. Estas funciones son definidas a partir de la posición local de cada nodo del elemento "e" mediante las coordenadas (ξ y η).

$$\underline{u^e} = \underline{\underline{N^e}} \cdot \underline{u_n} \tag{D-1}$$

$$\underline{p_w^e} = \underline{\underline{N^e}} \cdot \underline{p_{w_n}} \tag{D-2}$$

Para la implementación de los elementos del sistema, se imponen elementos triangulares de 15 nodos (T15) que en su configuración local corresponde a la de triángulos rectángulos isósceles en donde los 15 nodos del elemento permiten definir funciones de forma mediante polinomios de Lagrange de tercer orden. Para su definición, a las coordenadas locales (ξ y η) se incluye una coordenada auxiliar definida por $\zeta = (1 - \xi - \eta)$ que se referencia en un eje definido en el lado del triángulo opuesto al vértice de ángulo 45°. La configuración local del elemento T15 se muestra en la Figura D-1.

Figura D-1: Definición de elemento triangular T15
Fuente: PLAXIS CONNECT Edition, Scientific Manual (2020) [Ref. 22]



La función de forma general de un nodo "i" de un elemento "e" queda definida por el polinomio definido por la siguiente expresión asociada a un polinomio de Lagrange.

$$N_i{}^e = a_{i1}\cdot \xi_i^4 + a_{i2}\cdot \eta_i^4 + a_{i3}\cdot \zeta_i^4 + a_{i4}\cdot \xi_i^3\cdot \eta_i + a_{i5}\cdot \xi_i^2\cdot \eta_i^2 + a_{i6}\cdot \xi_i\cdot \eta_i^3 + a_{i7}\cdot \xi_i^3\cdot \zeta_i + a_{i8}\cdot \xi_i^2\cdot \zeta_i^2 + a_{i9}\cdot \xi_i\cdot \zeta_i^3 + a_{i10}\cdot \eta_i^3\cdot \zeta_i + a_{i11}\cdot \eta_i^2\cdot \zeta_i^2 + a_{i12}\cdot \eta_i\cdot \zeta_i^3 + a_{i13}\cdot \xi_i^2\cdot \eta_i\cdot \zeta_i + a_{i14}\cdot \xi_i\cdot \eta_i^2\cdot \zeta_i + a_{i15}\cdot \xi_i\cdot \eta_i\cdot \zeta_i^2 \quad \text{(D-3)}$$

Para que las funciones de forma de los 15 nodos del elemento "e" sean linealmente independientes, deben ser definidas de tal forma que para cada nodo se presente un valor 1 en el nodo "i", manteniendo los otros nodos del elemento con un valor 0, lo cual queda expresado en términos matriciales como una matriz de identidad de la forma.

$$\underline{N^e_{(\xi_i,\eta_i,\zeta_i)}} = \underline{\underline{A}}\cdot \underline{F_{(\xi_i,\eta_i,\zeta_i)}} = \underline{I}$$

$$\begin{bmatrix} \xi_1^4 & \eta_1^4 & \zeta_1^4 & \cdots & \xi_1\cdot\eta_1\cdot\zeta_1^2 \\ \xi_2^4 & \eta_2^4 & \zeta_2^4 & & \xi_2\cdot\eta_2\cdot\zeta_2^2 \\ \xi_3^4 & \eta_3^4 & \zeta_3^4 & \ddots & \xi_3\cdot\eta_3\cdot\zeta_3{}^2 \\ \vdots & & & & \vdots \\ \xi_{15}^4 & \eta_{15}^4 & \zeta_{15}^4 & \cdots & \xi_{15}\cdot\eta_{15}\cdot\zeta_{15}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{1\,1} & a_{1\,2} & a_{1\,3} & \cdots & a_{1\,15} \\ a_{2\,1} & a_{2\,2} & a_{2\,3} & & a_{1\,15} \\ a_{3\,1} & a_{3\,3} & a_{3\,3} & & a_{1\,15} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{15\,1} & a_{15\,2} & a_{15\,3} & \cdots & a_{15\,15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(D-4)}$$

Mediante la resolución matricial de la ecuación matricial anterior, es posible obtener los coeficientes de las funciones de forma (a_{ij}), por lo que las 15 funciones quedan expresadas de la siguiente forma:

$$N_1{}^e = \zeta\cdot(4\cdot\zeta-1)\cdot(4\cdot\zeta-2)\cdot(4\cdot\zeta-3)/6$$

$$N_2{}^e = \xi\cdot(4\cdot\xi-1)\cdot(4\cdot\xi-2)\cdot(4\cdot\xi-3)/6$$

$$N_3{}^e = \eta\cdot(4\cdot\eta-1)\cdot(4\cdot\eta-2)\cdot(4\cdot\eta-3)/6$$

$$N_4{}^e = 4\cdot\xi\cdot\zeta\cdot(4\cdot\zeta-1)\cdot(4\cdot\zeta-1)$$

$$N_5{}^e = 4\cdot\xi\cdot\eta\cdot(4\cdot\xi-1)\cdot(4\cdot\eta-1)$$

$$N_6{}^e = 4\cdot\eta\cdot\zeta\cdot(4\cdot\zeta-1)\cdot(4\cdot\zeta-1)$$

$$N_7{}^e = 8\cdot\xi\cdot\zeta\cdot(4\cdot\zeta-1)\cdot(4\cdot\zeta-2)/3$$

$$N_8{}^e = 8\cdot\xi\cdot\zeta\cdot(4\cdot\xi-1)\cdot(4\cdot\xi-2)/3$$

$N_9{}^e = 8 \cdot \xi \cdot \eta \cdot (4 \cdot \xi - 1) \cdot (4 \cdot \xi - 2)/3$

$N_{10}{}^e = 8 \cdot \eta \cdot \zeta \cdot (4 \cdot \eta - 1) \cdot (4 \cdot \eta - 2)/3$

$N_{11}{}^e = 8 \cdot \eta \cdot \zeta \cdot (4 \cdot \eta - 1) \cdot (4 \cdot \eta - 2)/3$

$N_{12}{}^e = 8 \cdot \eta \cdot \zeta \cdot (4 \cdot \zeta - 1) \cdot (4 \cdot \zeta - 2)/3$

$N_{13}{}^e = 32 \cdot \xi \cdot \eta \cdot \zeta \cdot (4 \cdot \zeta - 1)$

$N_{14}{}^e = 32 \cdot \xi \cdot \eta \cdot \zeta \cdot (4 \cdot \xi - 1)$

$N_{15}{}^e = 32 \cdot \xi \cdot \eta \cdot \zeta \cdot (4 \cdot \eta - 1)$

A partir de las 15 funciones de forma definidas, se obtiene la matriz de forma de cada elemento $\underline{\underline{N}}^e$ las cuales son reordenada para definirse de forma bidimensional.

$$\underline{\underline{N}}^e = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \cdots & N_{15} & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \cdots & 0 & N_{15} \end{bmatrix} \tag{D-5}$$

De esta forma se pueden obtener los desplazamientos y presiones de poros de los elementos:

$$\underline{u}^e(\underline{x}) = \begin{bmatrix} u(\underline{x}) \\ v(\underline{x}) \end{bmatrix} = \underline{\underline{N}}^e \cdot \underline{u_n} \tag{D-6}$$

$$\underline{p_w}{}^e(\underline{x}) = \underline{\underline{N}}^e \cdot \underline{p_{w_n}} \tag{D-7}$$

Donde,

$\underline{u_n} = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad \ldots \quad u_{15} \quad v_{15}]^t$

$\underline{p_{wn}} = [p_{w1} \quad 0 \quad p_{w2} \quad 0 \quad p_{w3} \quad 0 \quad \ldots \quad p_{w15} \quad 0]^t$

A.2 Conversión de coordenadas locales a globales

La relación entre las derivadas de las funciones de forma en coordenadas globales (x, y) y en coordenadas locales (ξ, η) se obtiene a partir del Jacobiano $\underline{\underline{J}}$, el cual está dado por la siguiente relación matricial.

$$\underline{\underline{J}}^{e} = \nabla_{\xi} \underline{\underline{N}}^{e} \cdot \underline{x} = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_1}{\delta \xi} & \frac{\delta N_2}{\delta \xi} & \cdots & \frac{\delta N_{15}}{\delta \xi} \\ \frac{\delta N_1}{\delta \eta} & \frac{\delta N_2}{\delta \eta} & \cdots & \frac{\delta N_{15}}{\delta \eta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_{15} & y_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta x}{\delta \xi} & \frac{\delta y}{\delta \xi} \\ \frac{\delta x}{\delta \eta} & \frac{\delta y}{\delta \eta} \end{bmatrix} \tag{D-8}$$

A partir de la inversa del Jacobiano y el gradiente de la función de forma del elemento "*e*", se estima el gradiente de la función de forma asociado a los vértices en coordenadas globales.

$$\nabla_x \underline{\underline{N}}^{e} = \underline{\underline{J}}^{-1} \cdot \nabla_{\xi} \underline{\underline{N}}^{e}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta N_1}{\delta x} & \frac{\delta N_2}{\delta x} & \cdots & \frac{\delta N_{15}}{\delta x} \\ \frac{\delta N_1}{\delta y} & \frac{\delta N_2}{\delta y} & \cdots & \frac{\delta N_{15}}{\delta y} \end{bmatrix}^{t} = \begin{bmatrix} \frac{\delta x}{\delta \xi} & \frac{\delta y}{\delta \xi} \\ \frac{\delta x}{\delta \eta} & \frac{\delta y}{\delta \eta} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\delta N_1}{\delta \xi} & \frac{\delta N_2}{\delta \xi} & \cdots & \frac{\delta N_{15}}{\delta \xi} \\ \frac{\delta N_1}{\delta \eta} & \frac{\delta N_2}{\delta \eta} & \cdots & \frac{\delta N_{15}}{\delta \eta} \end{bmatrix}^{t} \tag{D-9}$$

Reordenando los términos obtenidos en la expresión anterior de forma bidimensional, se obtiene la matriz de derivadas de la función de forma $\underline{\underline{B}}^{e}$.

$$\underline{\underline{B}}^{e} = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_1}{\delta x} & 0 & \frac{\delta N_2}{\delta x} & 0 & \cdots & \frac{\delta N_{15}}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_1}{\delta y} & 0 & \frac{\delta N_2}{\delta y} & \cdots & 0 & \frac{\delta N_{15}}{\delta y} \\ \frac{\delta N_1}{\delta y} & \frac{\delta N_1}{\delta x} & \frac{\delta N_2}{\delta y} & \frac{\delta N_2}{\delta x} & & \frac{\delta N_{15}}{\delta y} & \frac{\delta N_{15}}{\delta x} \end{bmatrix} \tag{D-10}$$

Por otra parte, las deformaciones unitarias asociadas a la ecuación cinemática se vinculan a partir del desplazamiento mediante la siguiente expresión asociada a la notación de Voigt:

$$\underline{\varepsilon}^{e}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \underline{\underline{B}}^{e} \cdot \underline{u_n} \tag{D-11}$$

Donde,

$$\underline{u_n} = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad \ldots \quad u_{15} \quad v_{15}]^t$$

A.3 Integración de matrices de elementos

La solución numérica de las integrales de las matrices de las ecuaciones se obtiene mediante la implementación de la cuadratura de Gauss dada por la expresión:

$$\int_{\eta=0}^{\eta=1}\int_{\xi=0}^{\xi=1} f(\xi_i^*,\eta_i^*,\zeta_i^*)\cdot\delta\xi\cdot\delta\eta = \frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{n} w_i\cdot f(\xi_i^*,\eta_i^*,\zeta_i^*) \qquad \text{(D-12)}$$

Para elementos triangulares de tercer orden que presentan 15 nodos, se presentan 12 puntos de integración $(\xi_i^*,\eta_i^*,\zeta_i^*)$ definidos por factores de ponderación w_i de acuerdo a los valores indicados en la Tabla D-1.

Tabla D-1: Puntos de integración Gaussiana para elementos triangulares de 15 nodos
Fuente: PLAXIS CONNECT Edition, Scientific Manual (2020) [Ref. 22]

Punto de integración	ξ_i^*	η_i^*	ζ_i^*	w_i
1, 2 y 3	0,063089	0,063089	0,873821	0,050845
4,5 y 6	0,249286	0,249286	0,501426	0,116786
7, 8, 9, 10, 11 y 12	0,310352	0,053145	0,636502	0,082851

Para la integración de las matrices de cada elemento "*e*" mediante la cuadratura de Gauss es factible realizar la conversión de las integrales de las matrices de la ecuación de flujo (3-33) y la ecuación de elasticidad mecánica (3-41) a soluciones numéricas definidas por las matrices $\underline{\underline{B}}^e$, $\underline{\underline{N}}^e$ y la determinante de $\underline{\underline{J}}^e$.

Ecuación de flujo:

- Matriz de Permeabilidad:
$$\underline{\underline{H}}^{\mathrm{e}} = \frac{\rho_w\cdot k_{rel}}{\gamma_w}\cdot\underline{w}\cdot\underline{\underline{B}}^{e^t}\cdot\underline{\underline{\underline{k^{sat}}}}\cdot\underline{\underline{B}}^e\cdot e\cdot det\,(\underline{\underline{J}}^e)$$
- Matriz de Compresibilidad:
$$\underline{\underline{S}}^{\mathrm{e}} = \left(\frac{n\cdot S_r}{K_w} - n\cdot\frac{dS_r}{dp_w}\right)\cdot\underline{w}\cdot\underline{\underline{N}}^{e^t}\cdot\underline{\underline{N}}^e\cdot e\cdot det\,(\underline{\underline{J}}^e)$$
- Matriz de Acoplamiento:
$$\underline{\underline{C}}^{\mathrm{e}} = S_r\cdot\underline{w}\cdot\underline{\underline{N}}^{e^t}\cdot\underline{\underline{B}}^e\cdot\underline{m^t}\cdot e\cdot det\,(\underline{\underline{J}}^e)$$

- Flujo Gravitacional:
  $\underline{G}^{\mathrm{e}} = \frac{\rho_w \cdot k_{rel}}{\gamma_w} \cdot \underline{w} \cdot \underline{\underline{B}}^{et} \cdot \underline{\underline{k^{sat}}} \cdot \underline{g} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

- Flujo Prescrito:
  $\underline{Q_p}^{\mathrm{e}} = \underline{w} \cdot \underline{\bar{q}} \cdot \underline{N}^{et} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

Ecuación de elasticidad mecánica:

- Matriz de Deformación:
  $\underline{\underline{K}}^{\mathrm{e}} = \underline{w} \cdot \underline{\underline{B}}^{et} \cdot \underline{\underline{D^{ep}}} \cdot \underline{\underline{B}}^{e} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

- Matriz de humedad efectiva:
  $\underline{Q}^{\mathrm{e}} = {S_e}^{i-1} \cdot \underline{w} \cdot \underline{\underline{B}}^{et} \cdot \underline{m} \cdot \underline{\underline{N}}^{e} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

- Vector de fuerzas externas incrementales:
  $\underline{\Delta F_u}^{\mathrm{e}} = \underline{w} \cdot \underline{\underline{N}}^{et} \cdot \underline{\Delta b} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e}) + \underline{w} \cdot \underline{\underline{N}}^{et} \cdot \underline{\Delta t'} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

- Matriz de residuos ponderados anterior:
  $\underline{R}^{ej-1} = \underline{w} \cdot \underline{\underline{N}}^{et} \cdot \underline{b^{j-1}} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e}) + \underline{w} \cdot \underline{\underline{N}}^{et} \cdot \underline{t'^{j-1}} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e}) - \underline{w} \cdot \underline{\underline{B}}^{e} \cdot \underline{\sigma^{j-1}} \cdot e \cdot det\,(\underline{\underline{J}}^{e})$

Debido a que las integrales de volúmenes solo se relacionan con el área, se define un ancho unitario ($e = 1$) en la estimación de las matrices. Por otra parte, se debe tener en cuenta que las filas y columnas de cada matriz del elemento "e" se relacionan con el tramo de interacción entre nodos (i, j).

A partir de la estimación numérica de las matrices de cada elemento "e", se obtienen las matrices asociadas a la ecuación de acoplamiento hidromecánico para cada elemento ($\underline{\underline{B}}^{*e}$ y $\underline{\underline{C}}^{*e}$) y posteriormente se realiza su ensamblaje para obtener las matrices del sistema, para ello se reordenan los términos de las filas y columnas asociadas a los nodos del elemento "e" (i, j) y se reubican en términos de las filas y columnas de los nodos del sistema global. El número de nodo global está definido como un grado de libertad del sistema con los términos de filas y columnas (a, b) de las siguientes columnas y matrices globales.

$$\underline{\underline{B^*}} = \sum_{e=1}^{n} \underline{\underline{B^*_{a,b}}}^{e} \tag{D-13}$$

$$\underline{\underline{C^*}} = \sum_{e=1}^{n} \underline{\underline{C^*_{a,b}}}^{e} \tag{D-14}$$

$$\underline{F^*} = \sum_{e=1}^{n} \underline{F_a^*}^{e} \tag{D-15}$$

A.4 Resolución del sistema

Para la resolución del sistema, la matrices y vectores de la ecuación matricial (3-42) se reordenan y separan a partir de los grados de libertad libres (X_f y $\underline{\Delta X_f}$) y los grados de libertad restringidos ($\bar{X}$ y $\underline{\Delta \bar{X}}$) asociados a las condiciones de borde de Dirichlet. Para el caso de las condiciones de borde de Newman las cargas y flujos externos se ordenan a partir de los grados de libertad libres ($\underline{F_f^*}$) y los grados de libertad restringidos ($\underline{\overline{R^*}}$).

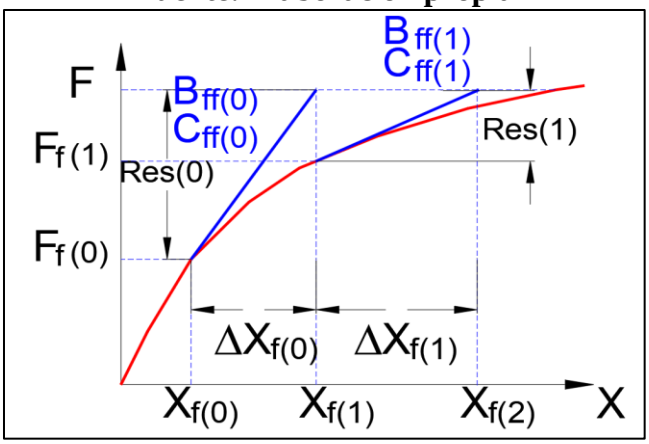
$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{B^*_{ff}}} & \underline{\underline{B^*_{fr}}} \\ \underline{\underline{B^*_{rf}}} & \underline{\underline{B^*_{rr}}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \underline{\Delta X_f} \\ \underline{\Delta \bar{X}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{C^*_{ff}}} & \underline{\underline{C^*_{fr}}} \\ \underline{\underline{C^*_{rf}}} & \underline{\underline{C^*_{rr}}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \underline{X_f} \\ \underline{\bar{X}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{F_f^*} \\ \underline{\overline{R^*}} \end{Bmatrix} \tag{D-16}$$

Para la resolución del sistema, se considera el método iterativo de Newton Raphson para problemas no lineales, en donde para un paso de iteración resuelve el problema lineal asociado a la condición de cargas o flujos para la variable analizada para una iteración "i". Adicionalmente, se considera la implementación temporal, por lo que la resolución del sistema incluye la implementación de una segunda iteración con respecto al caso incremental con referencia al paso anterior "k". El procedimiento de cálculo considera realizar una aproximación de primer orden que se muestra de forma esquemática en la siguiente expresión:

$$\underline{F_f^*}^{k+1} \cong \underline{F_f^*}^{k} + \underline{\underline{B^*_{ff}}} \cdot \left(\underline{X_f^{k,i}} - X_f^{k,i-1}\right) + \underline{\underline{B^*_{fr}}} \cdot \left(\underline{\bar{X}}^{k,i} - \underline{\bar{X}}^{k,i-1}\right) + \underline{\underline{C^*_{ff}}} \cdot \underline{X_f^k} + \underline{\underline{C^*_{fr}}} \cdot \underline{\bar{X}}^{k} \tag{D-17}$$

$$\underline{\overline{R^*}}^{k+1} \cong \underline{\overline{R^*}}^{k} + \underline{\underline{B^*_{rf}}} \cdot \left(\underline{X_f^{k,i}} - X_f^{k,i-1}\right) + \underline{\underline{B^*_{rr}}} \cdot \left(\underline{\bar{X}}^{k,i} - \underline{\bar{X}}^{k,i-1}\right) + \underline{\underline{C^*_{rf}}} \cdot \mathrm{z} + \underline{\underline{C^*_{rr}}} \cdot \underline{\bar{X}}^{k} \tag{D-18}$$

Figura D-2: Esquema de procedimiento iterativo de Newton Raphson
Fuente: Elaboración propia



Resolviendo este sistema de ecuaciones en términos incrementales para cada intervalo "k", es posible estimar los valores de $\underline{X_f}$ y $\underline{\Delta X_f}$ y obtener los valores de desplazamiento, presiones de poros, deformaciones y esfuerzos de todos los elementos del sistema:

$$\underline{u^e} = \underline{\underline{N}} \cdot \underline{u_n} \tag{D-19}$$

$$\underline{p_w^e} = \underline{\underline{N}} \cdot \underline{p_{w_n}} \tag{D-20}$$

$$\underline{\varepsilon^{*e}} = \underline{\underline{B}} \cdot \underline{u_n} \tag{D-21}$$

$$\underline{\sigma^e} = \underline{\underline{D^{ep}}} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{u_n} + S_e \cdot \underline{\underline{N}} \cdot \underline{p_{w_n}} \cdot \underline{m} \tag{D-22}$$

ANEXO E
RESULTADOS ANÁLISIS HIDRÁULICO

E.1 Altura de agua por etapas

E.1.1 Condición actual

Figura E-1: Resultados altura de agua condición actual

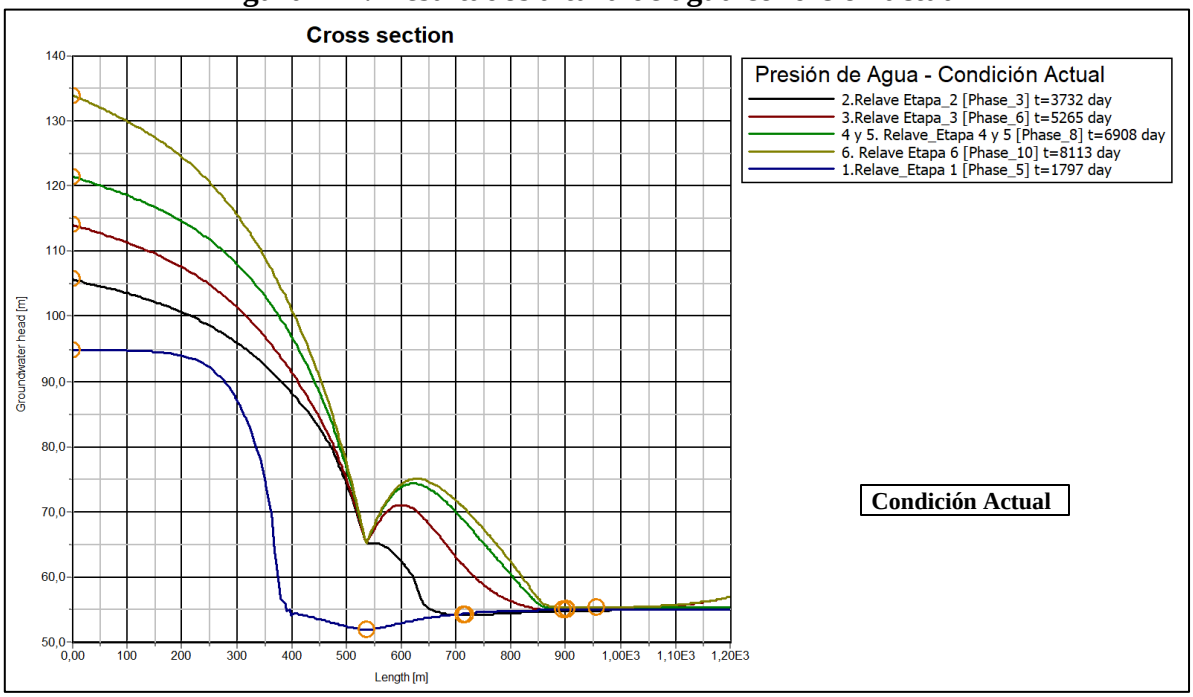
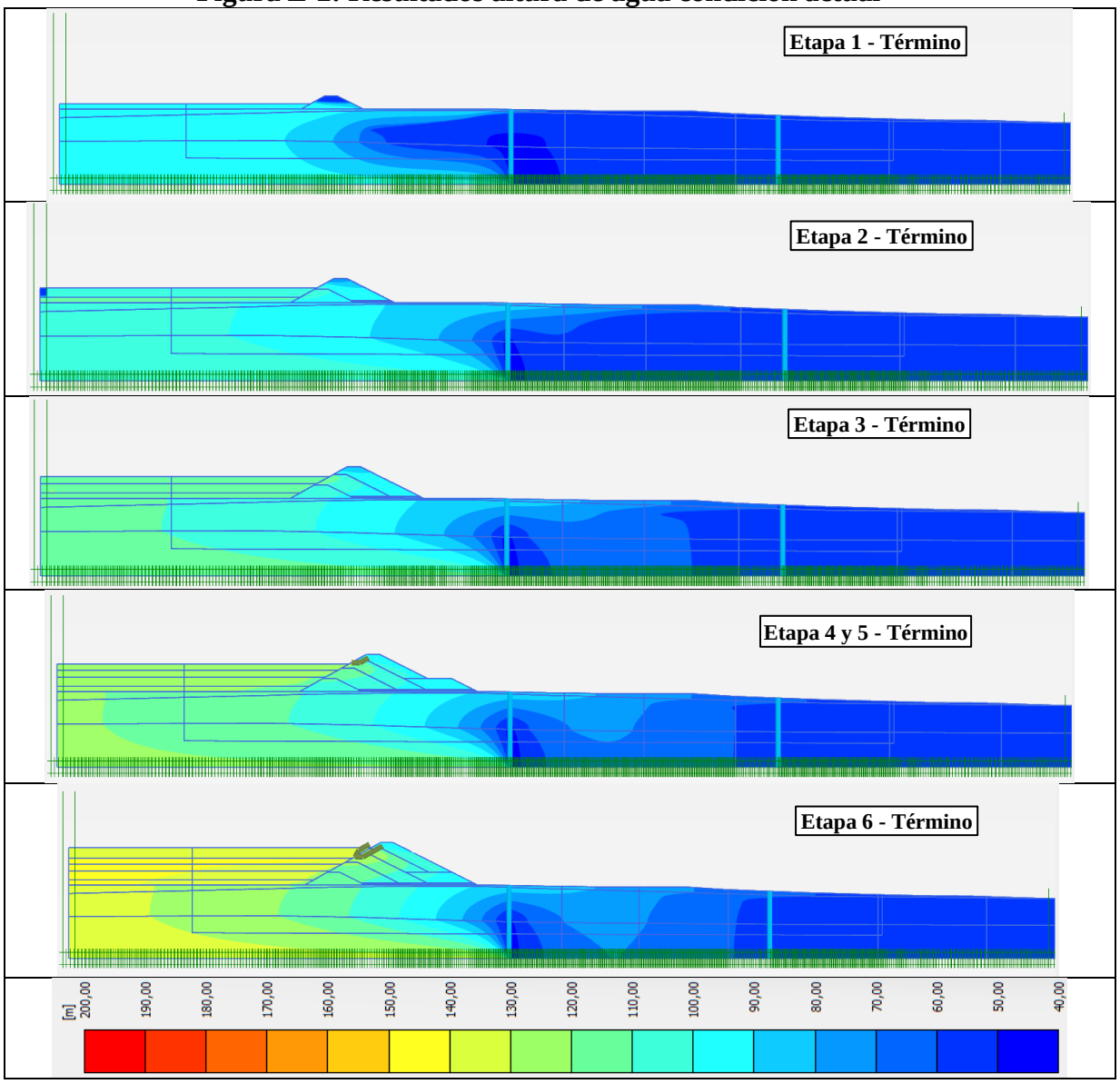
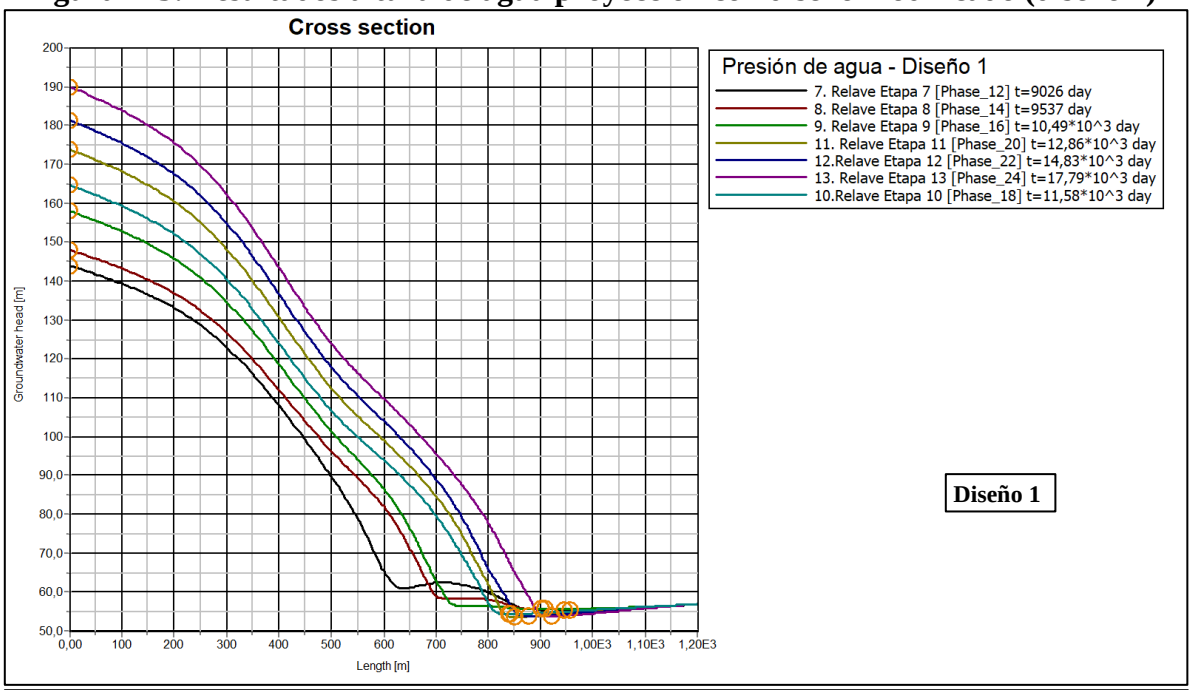


Figura E-2: Resultados altura de agua condición actual



E.1.2 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

Figura E-3: Resultados altura de agua proyección con diseño modificado (diseño 1)



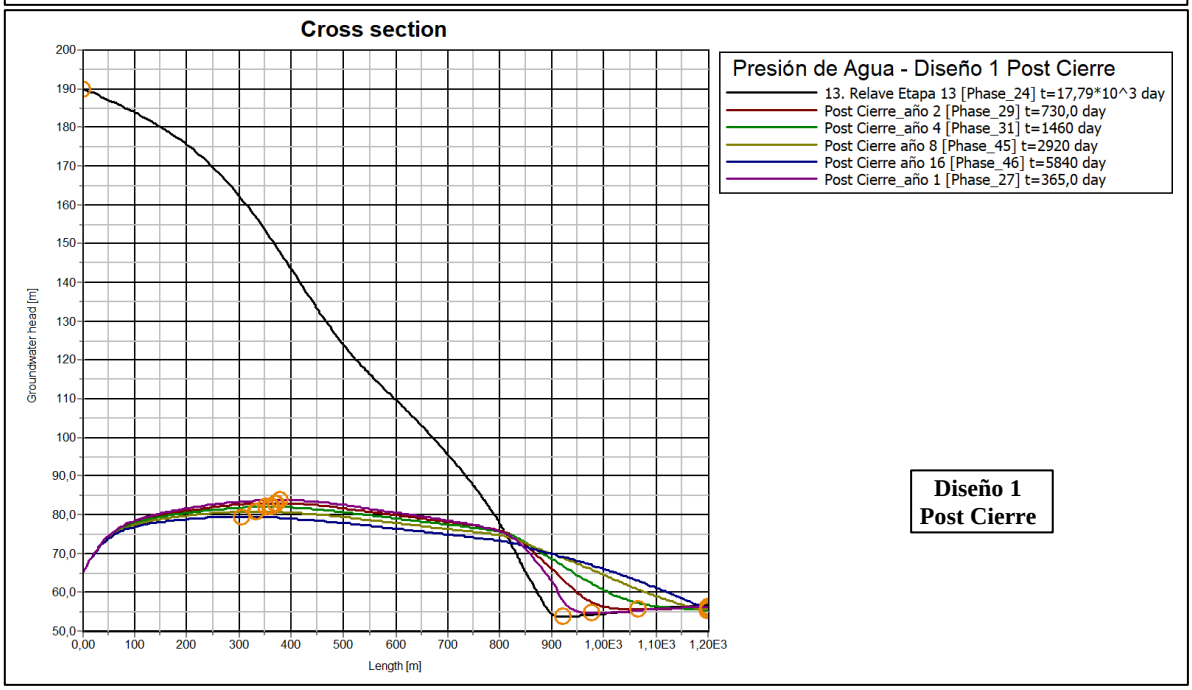


Figura E-4: Resultados altura de agua proyección con diseño modificado (diseño 1)

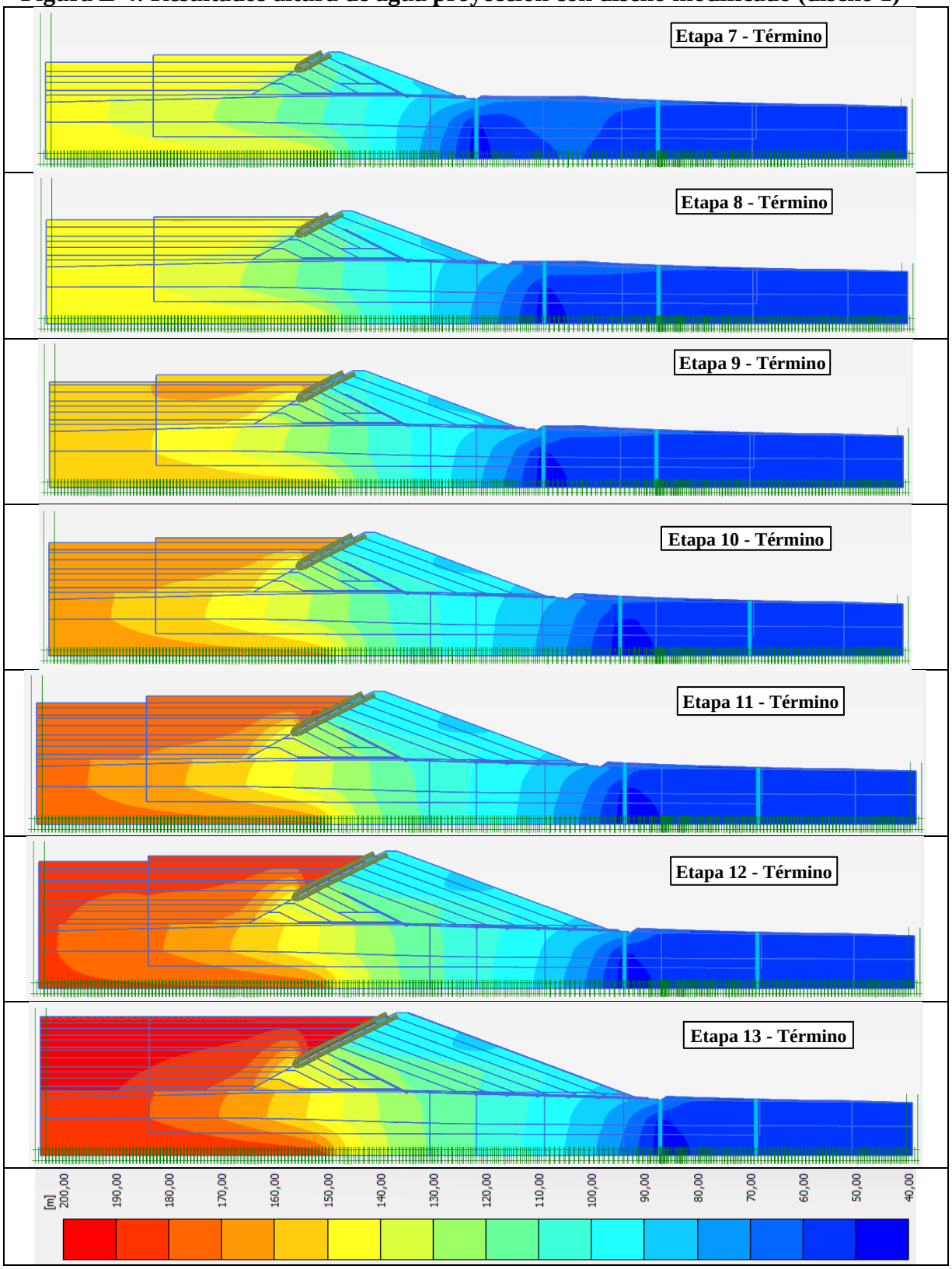
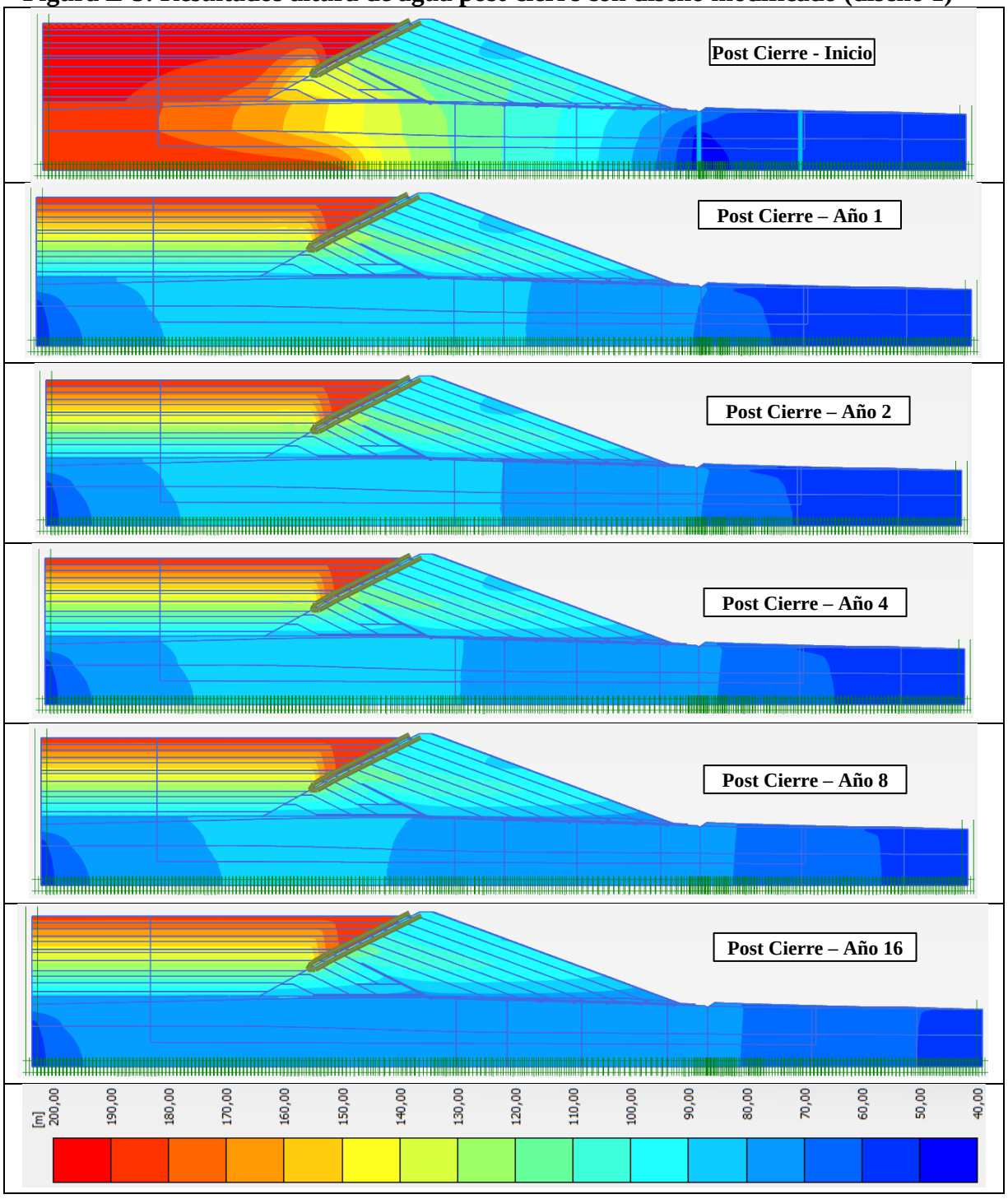
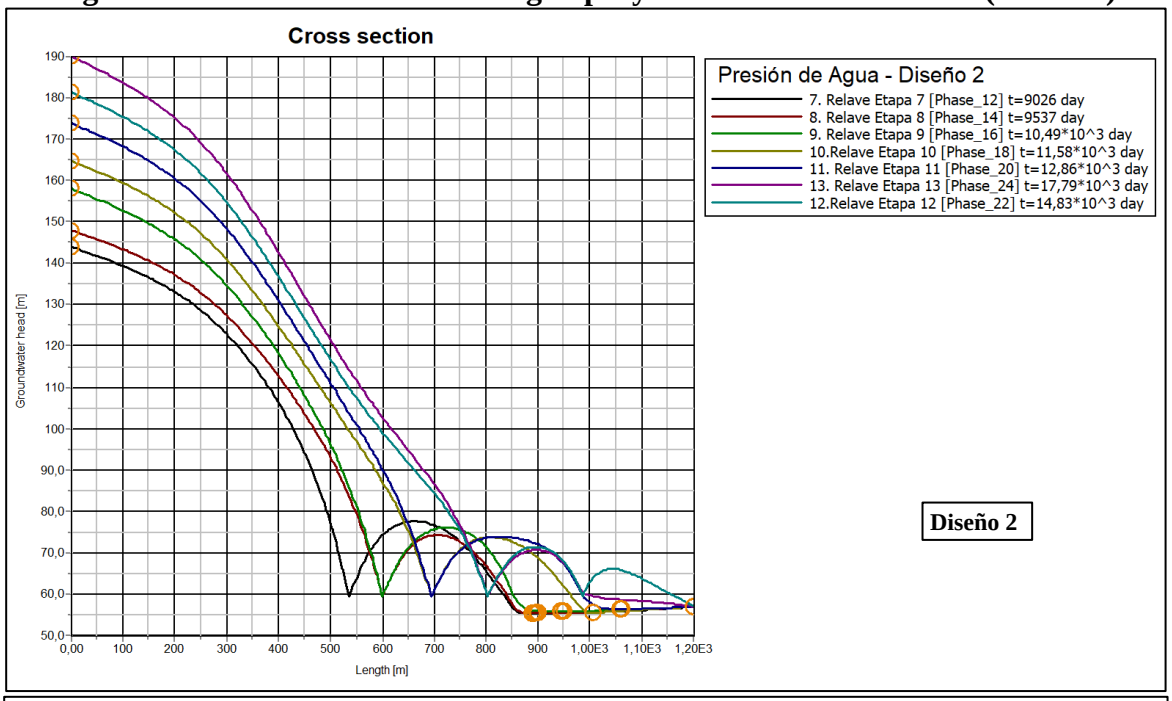


Figura E-5: Resultados altura de agua post-cierre con diseño modificado (diseño 1)



E.1.3 Proyección con diseño actual (diseño 2)

Figura E-6: Resultados altura de agua proyección con diseño actual (diseño 2)



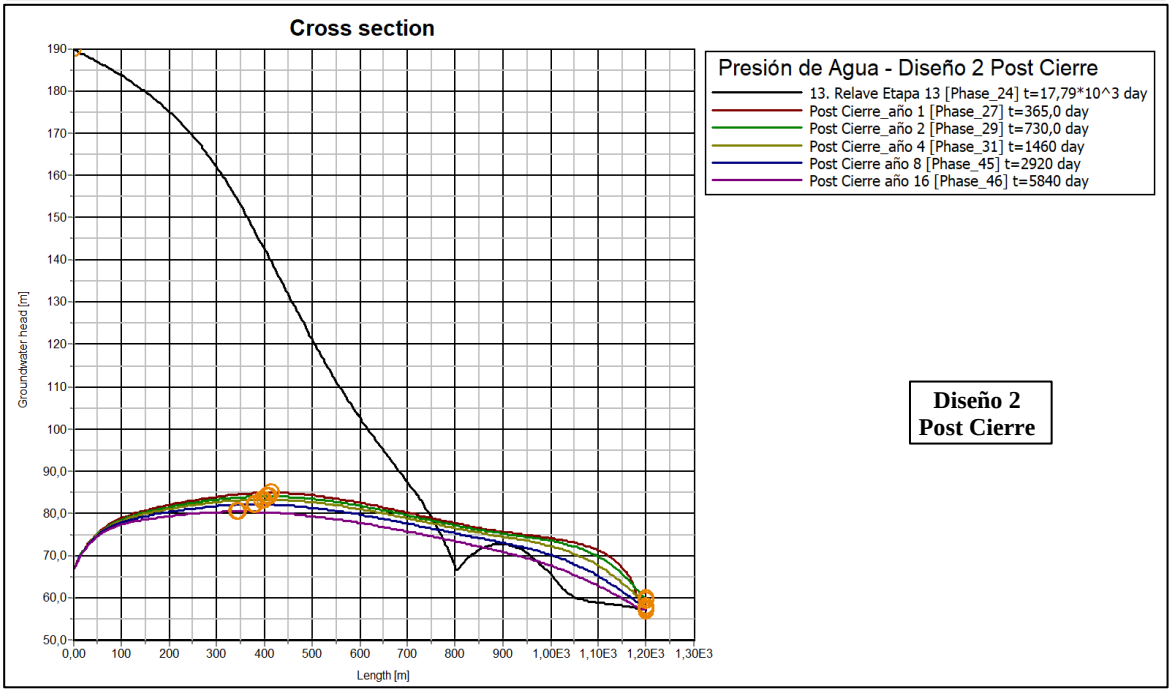


Figura E-7: Resultados altura de agua proyección con diseño actual (diseño 2)

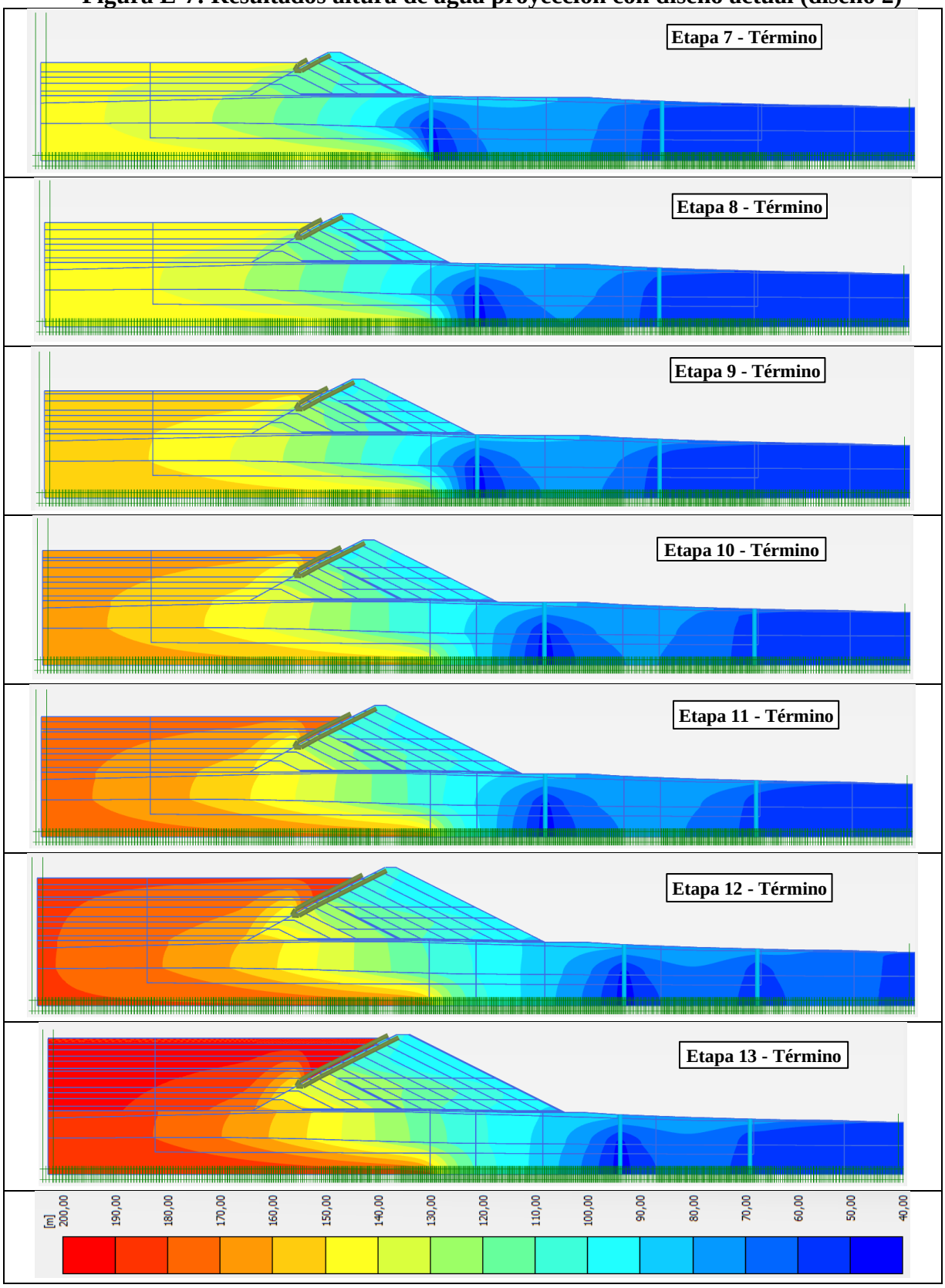
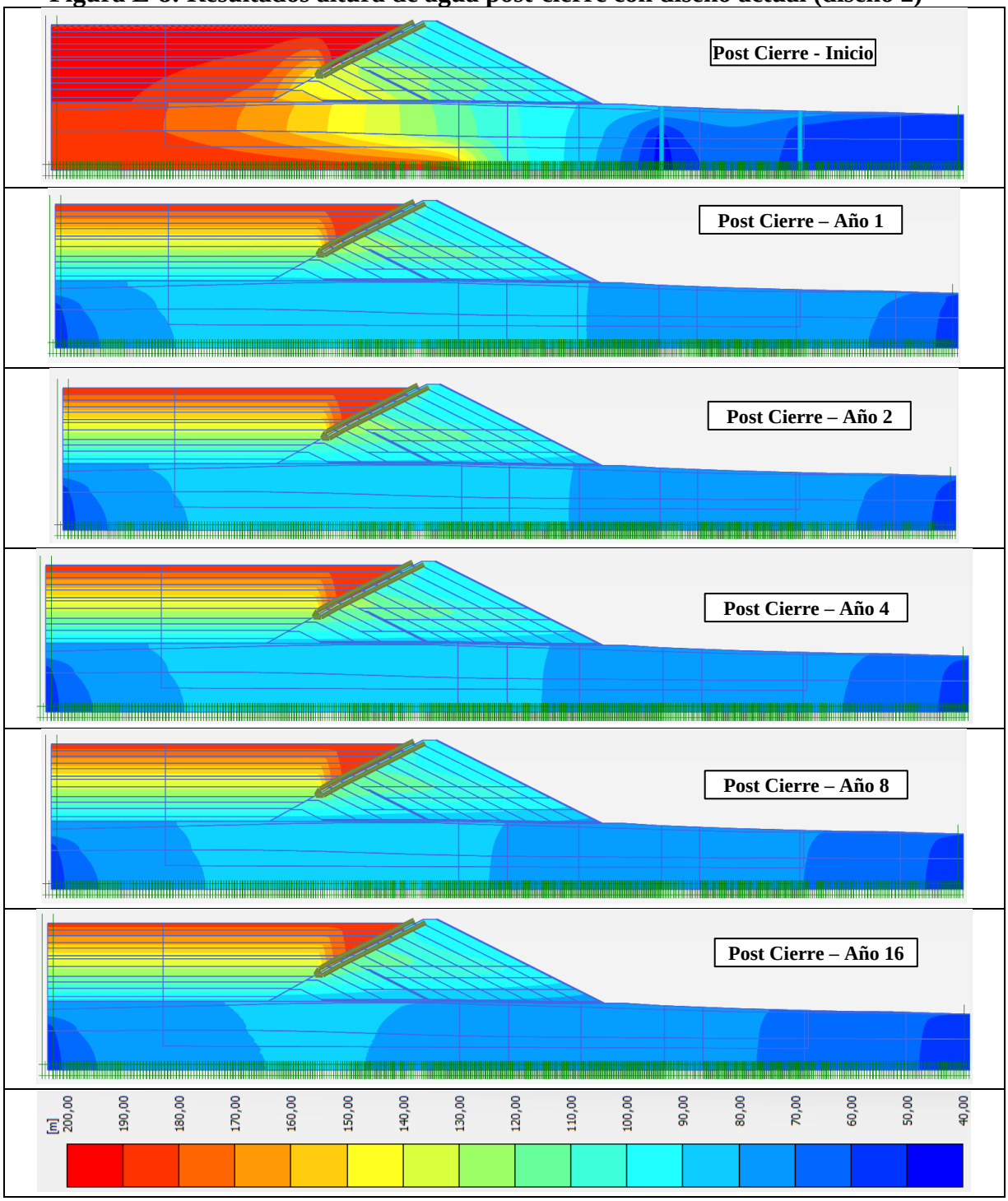


Figura E-8: Resultados altura de agua post-cierre con diseño actual (diseño 2)



E.2 Saturación efectiva por etapas

E.2.1 Condición actual

Figura E-9: Resultados grado de saturación efectiva condición actual

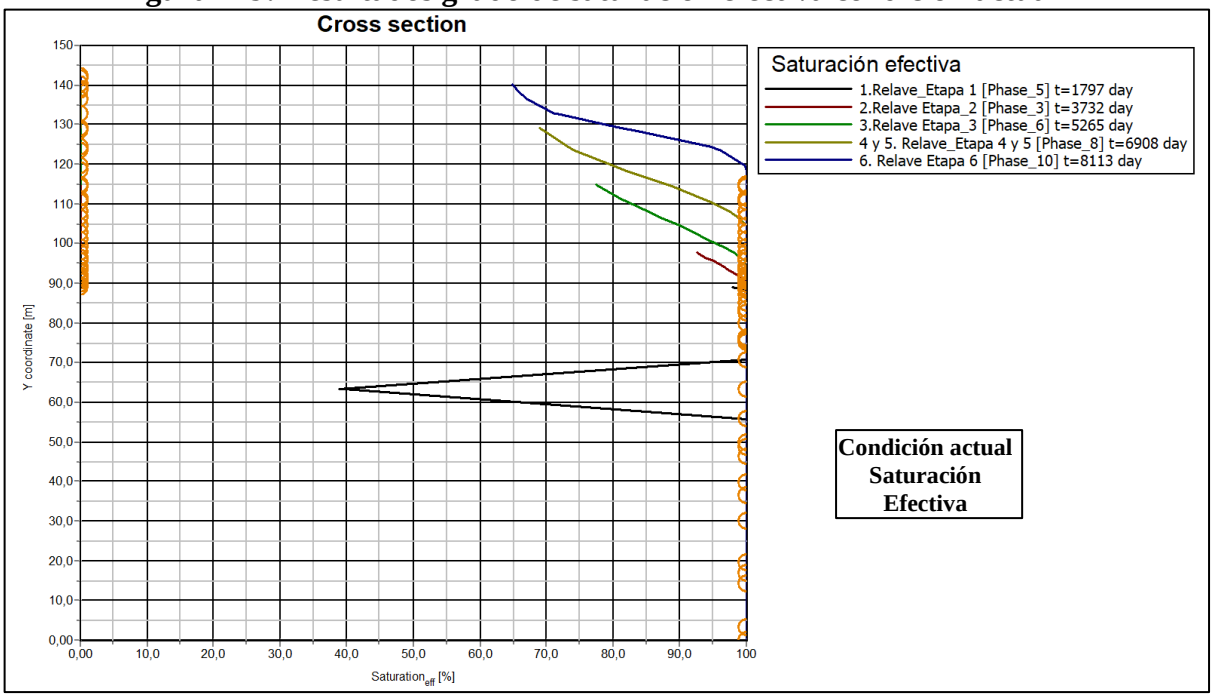
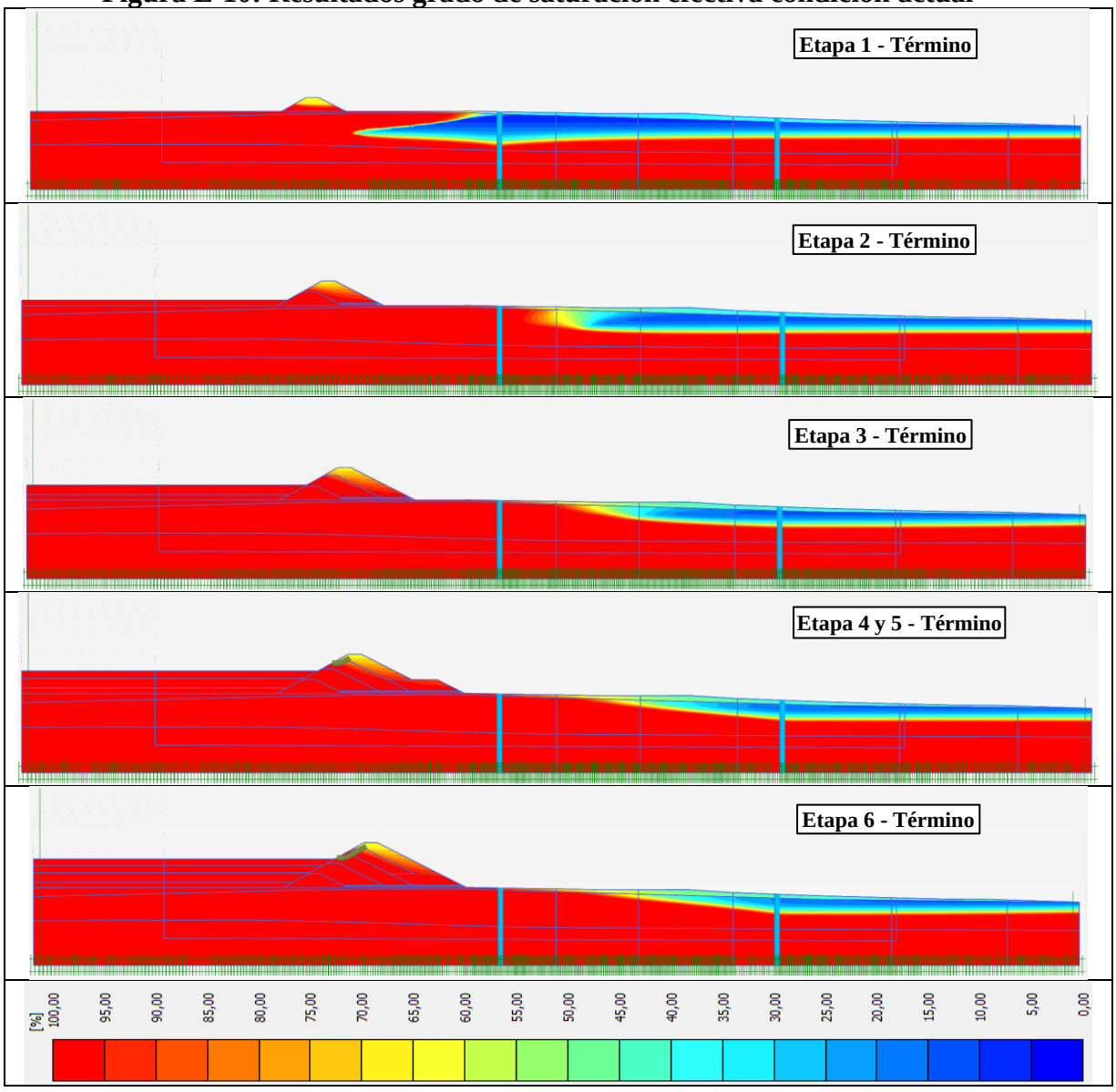


Figura E-10: Resultados grado de saturación efectiva condición actual



E.2.2 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

Figura E-11: Resultados grado de saturación efectiva proyección con diseño modificado (diseño 1)

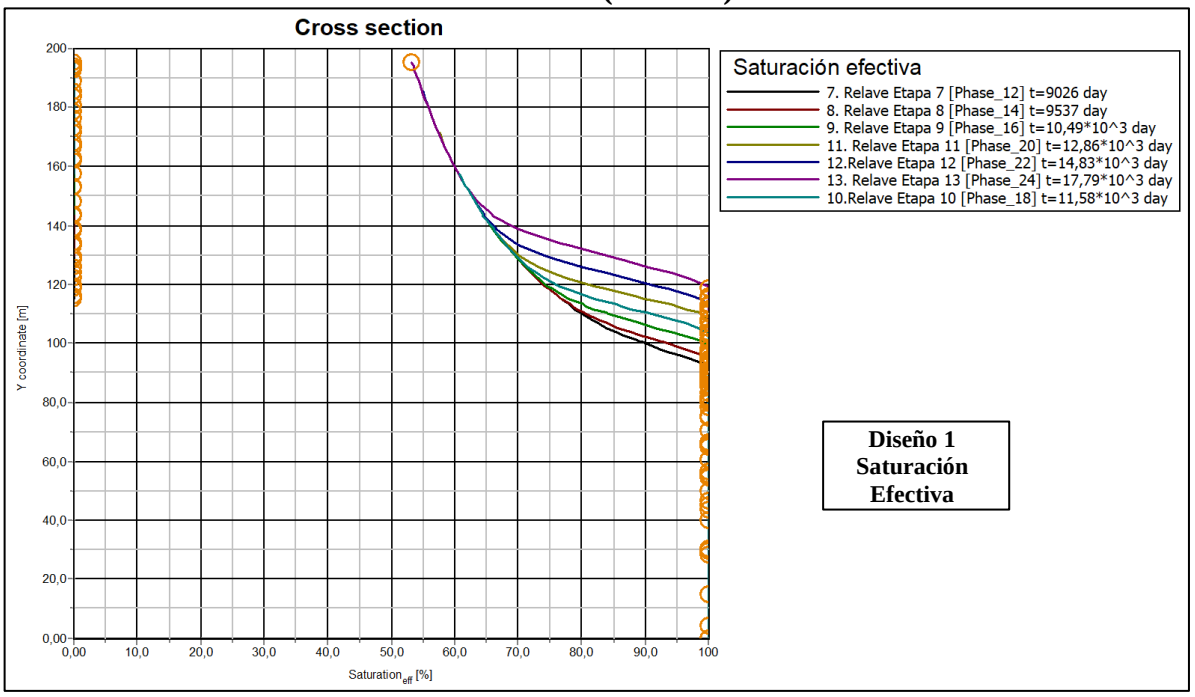
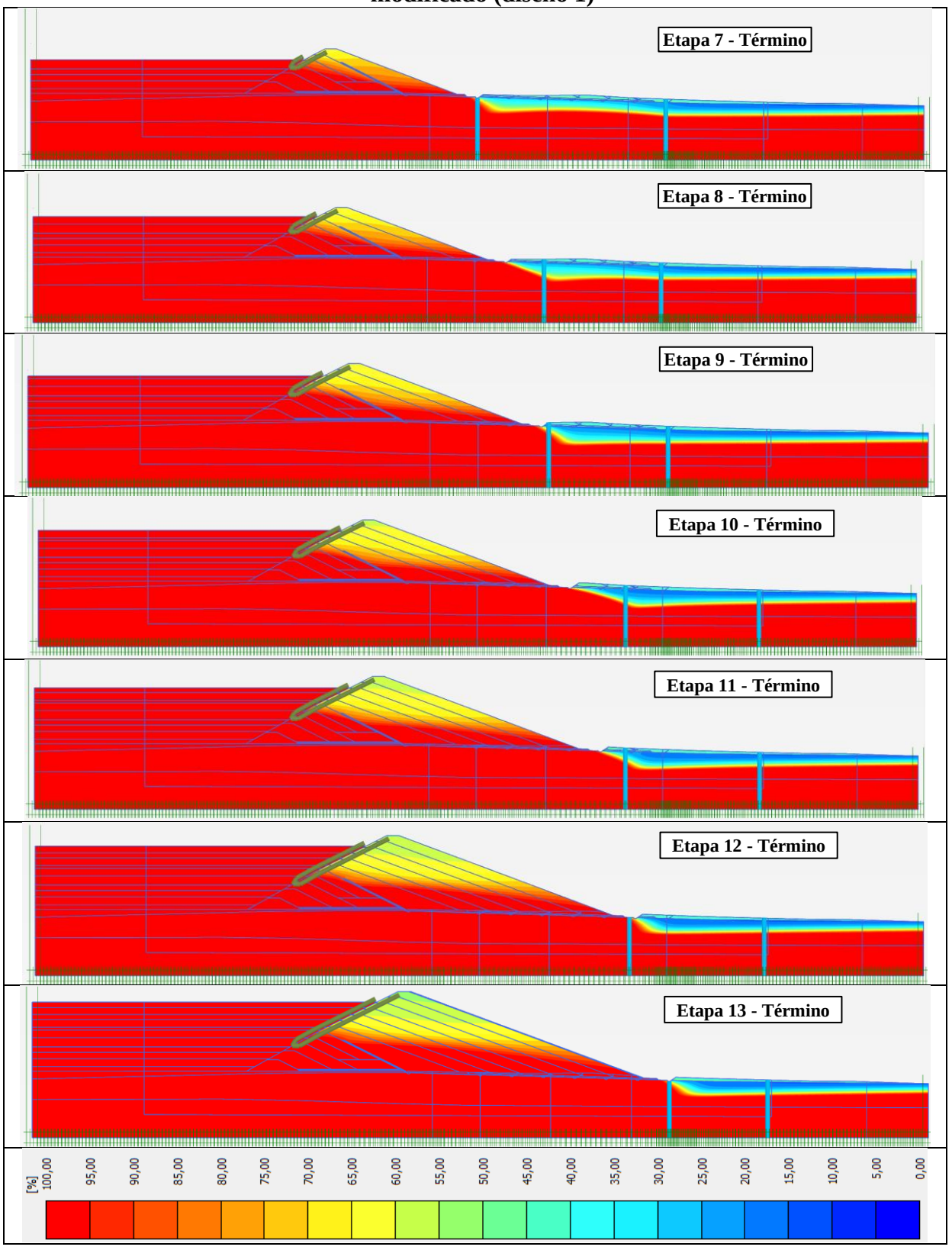


Figura E-12: Resultados grado de saturación efectiva proyección con diseño modificado (diseño 1)



E.2.3 Proyección con diseño actual (diseño 2)

Figura E-13: Resultados grado de saturación efectiva proyección con diseño actual (diseño 2)

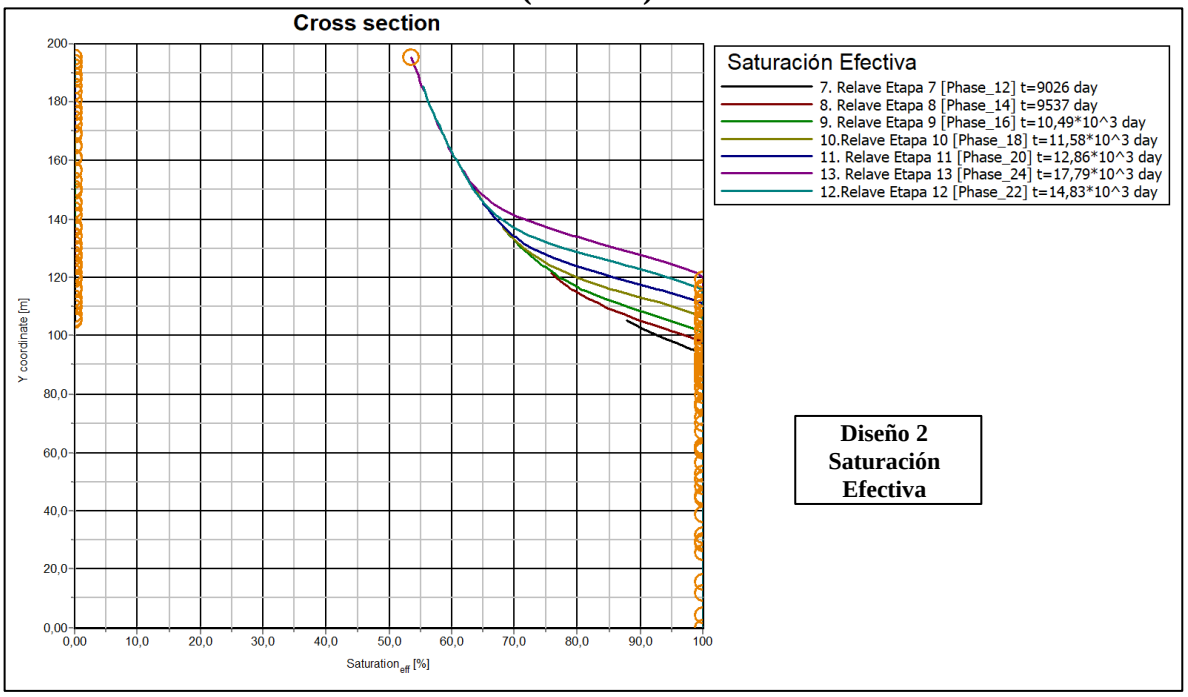
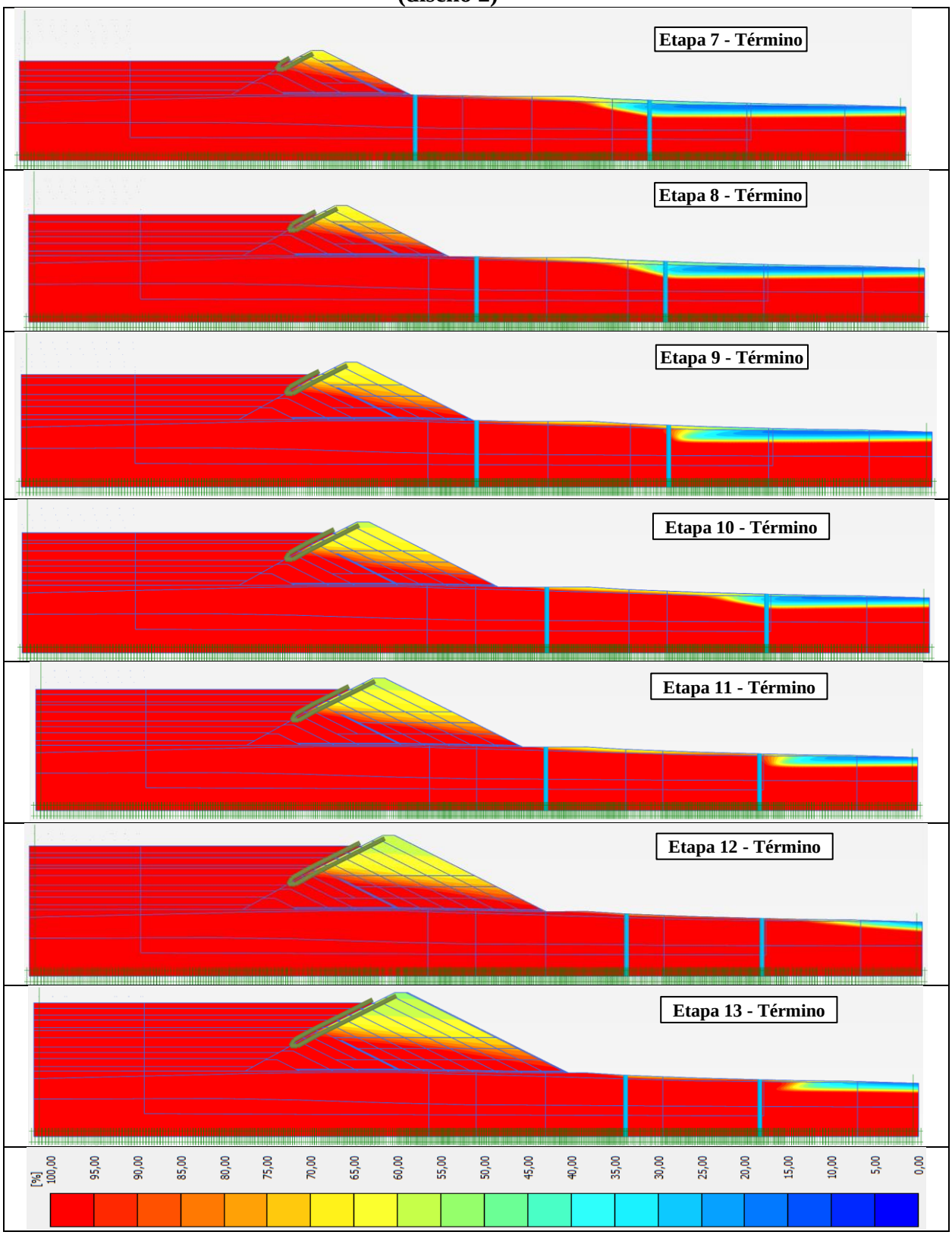


Figura E-14: Resultados grado de saturación efectiva proyección con diseño actual (diseño 2)



E.3 Permeabilidad relativa por etapas

E.3.1 Condición actual

Figura E-15: Resultados permeabilidad relativa condición actual

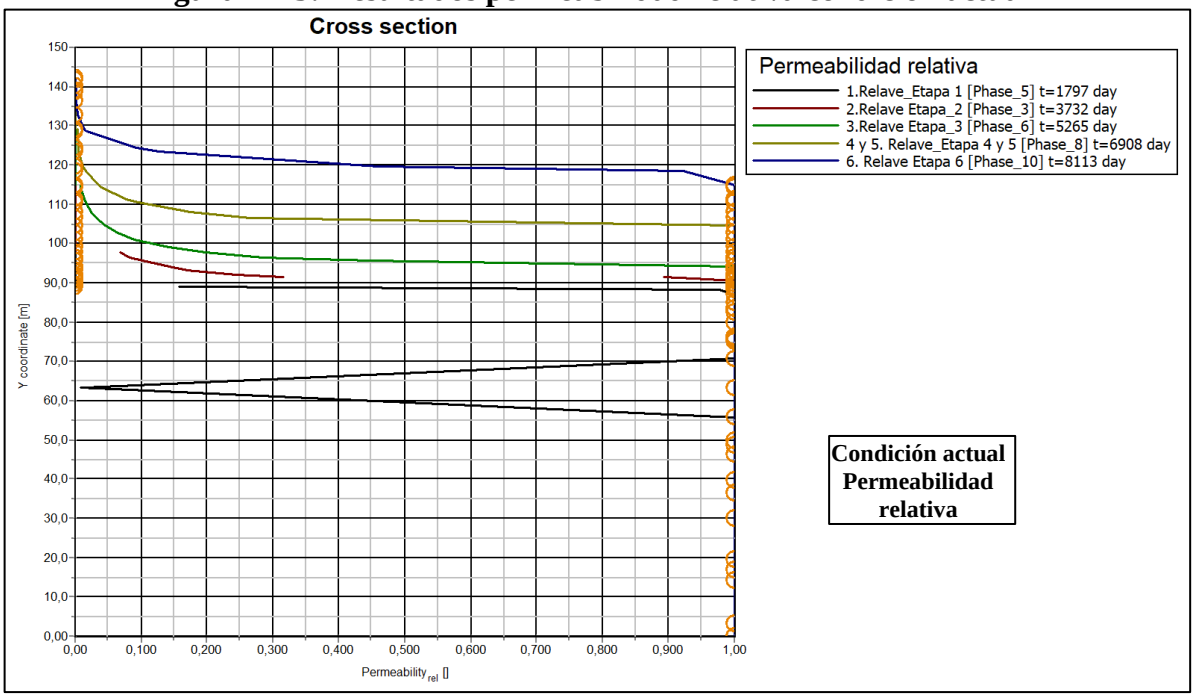
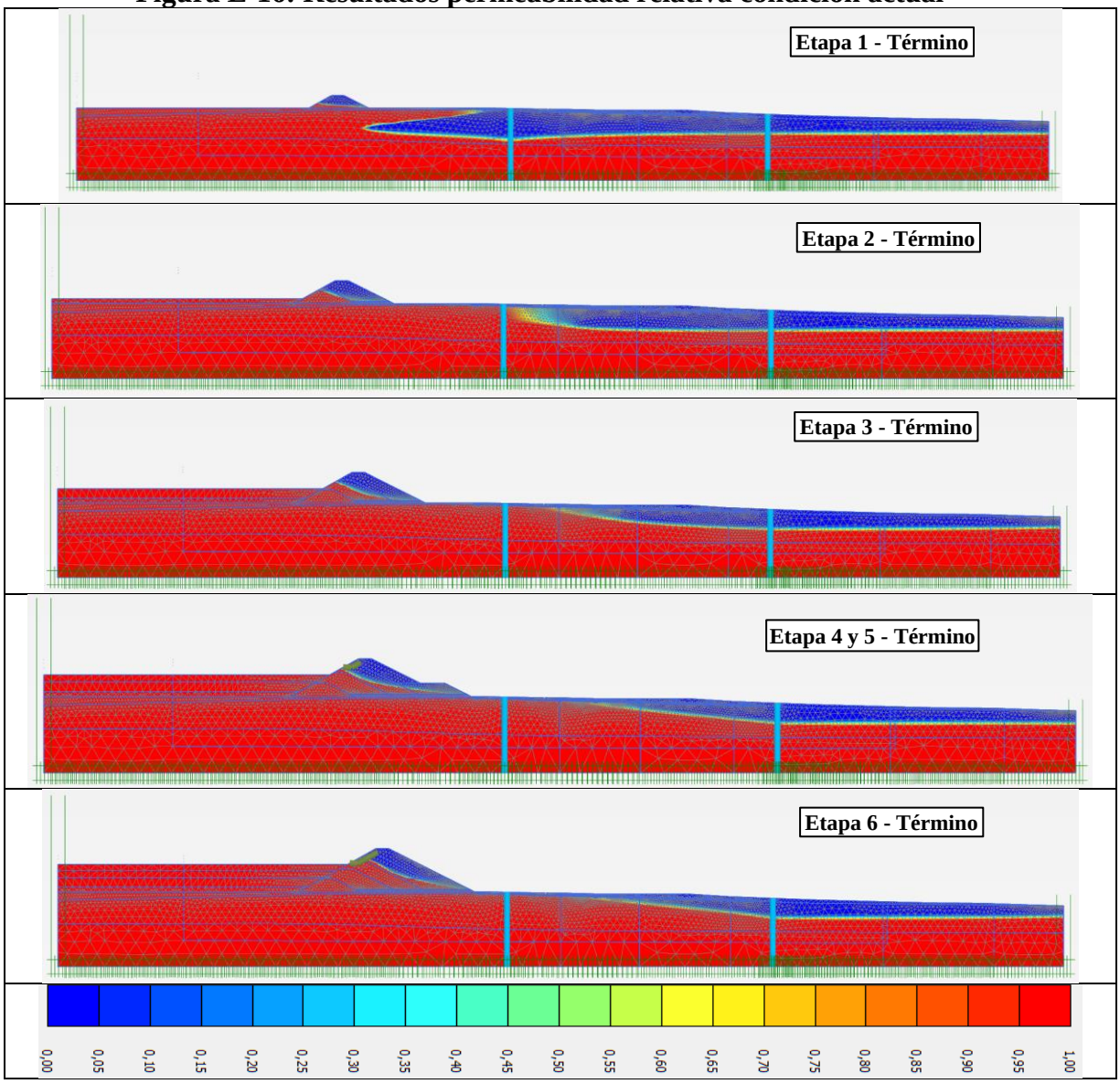


Figura E-16: Resultados permeabilidad relativa condición actual



E.3.2 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

Figura E-17: Resultados permeabilidad relativa proyección con diseño modificado (diseño 1)

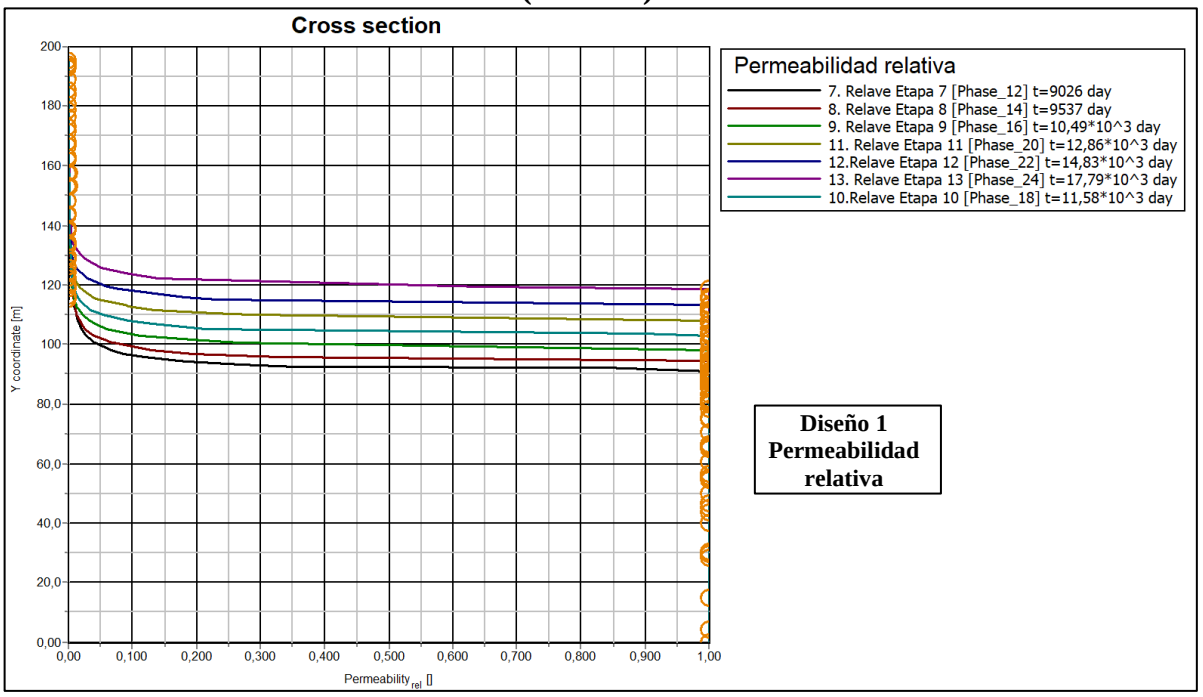


Figura E-18: Resultados permeabilidad relativa proyección con diseño modificado (diseño 1)

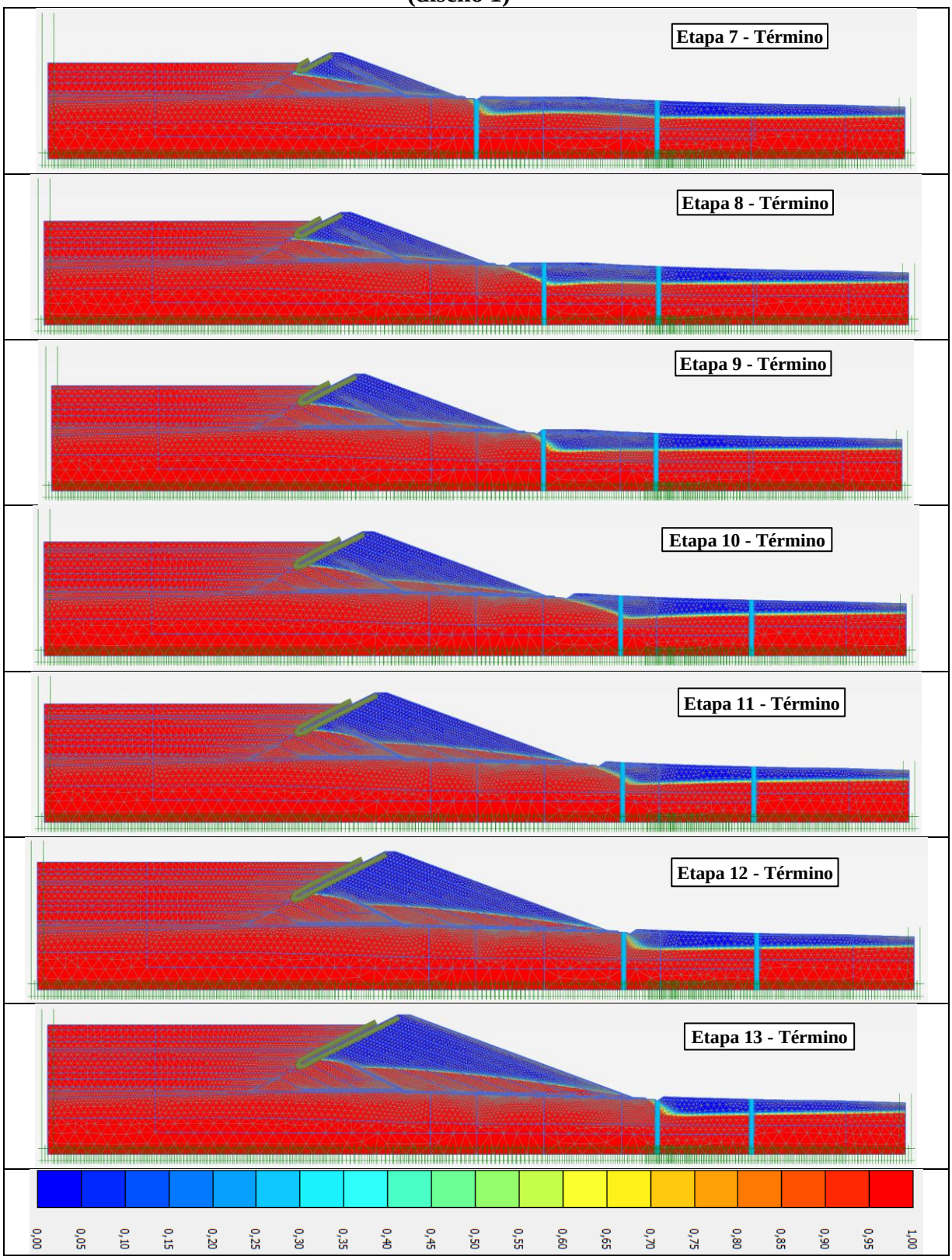
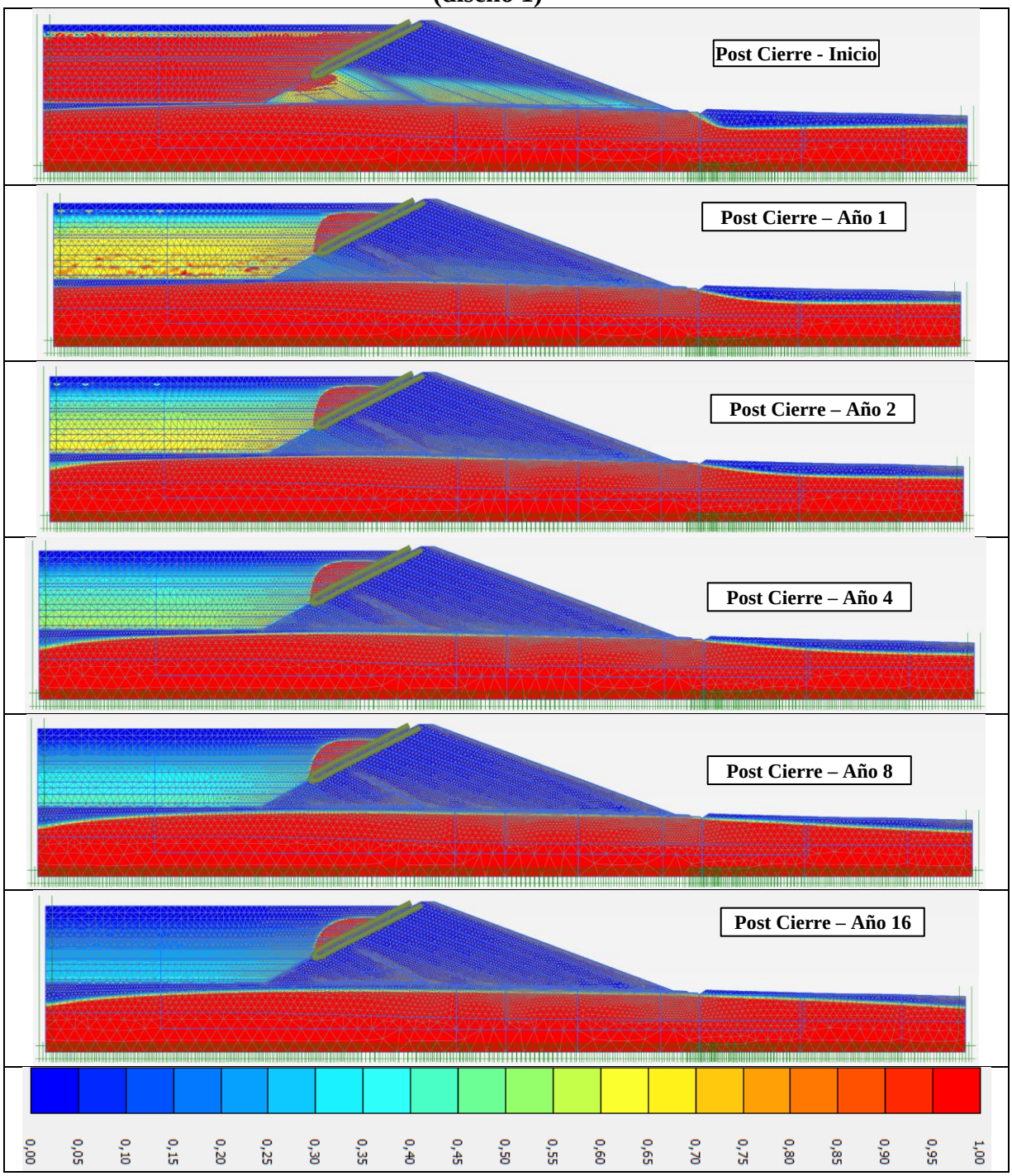


Figura E-19: Resultados permeabilidad relativa post-cierre con diseño modificado (diseño 1)



E.3.3 Proyección con diseño actual (diseño 2)

Figura E-20: Resultados permeabilidad relativa proyección con diseño actual (diseño 2)

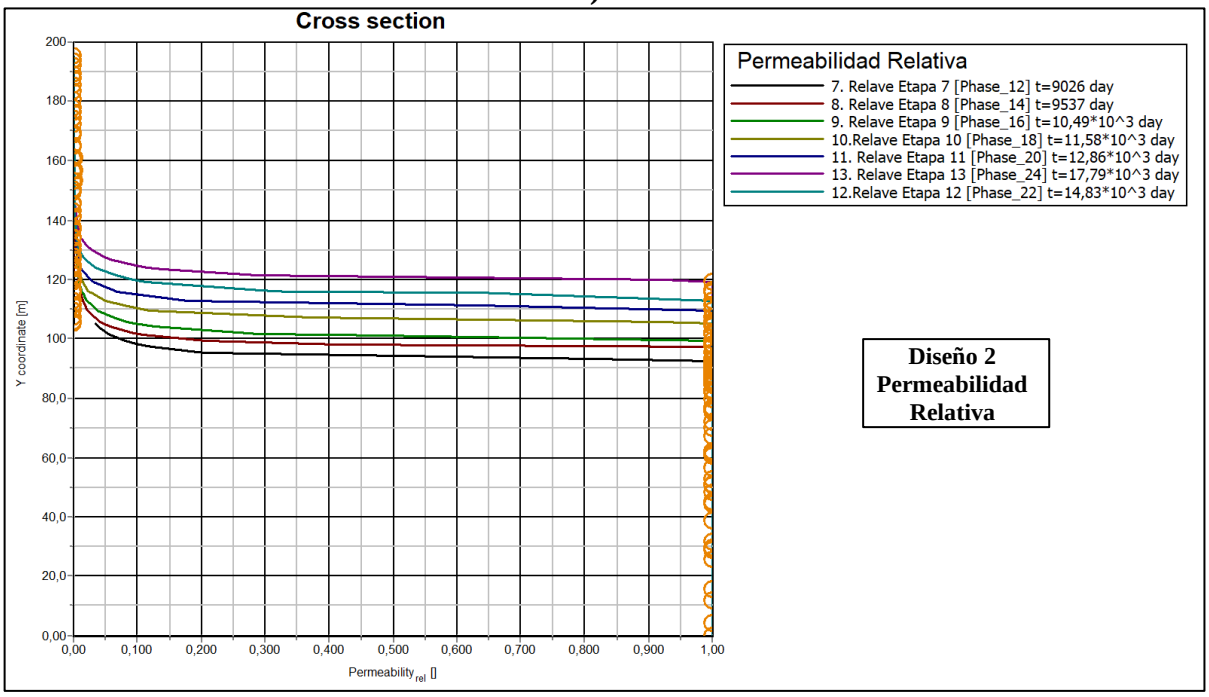


Figura E-21: Resultados permeabilidad relativa proyección con diseño actual (diseño 2)

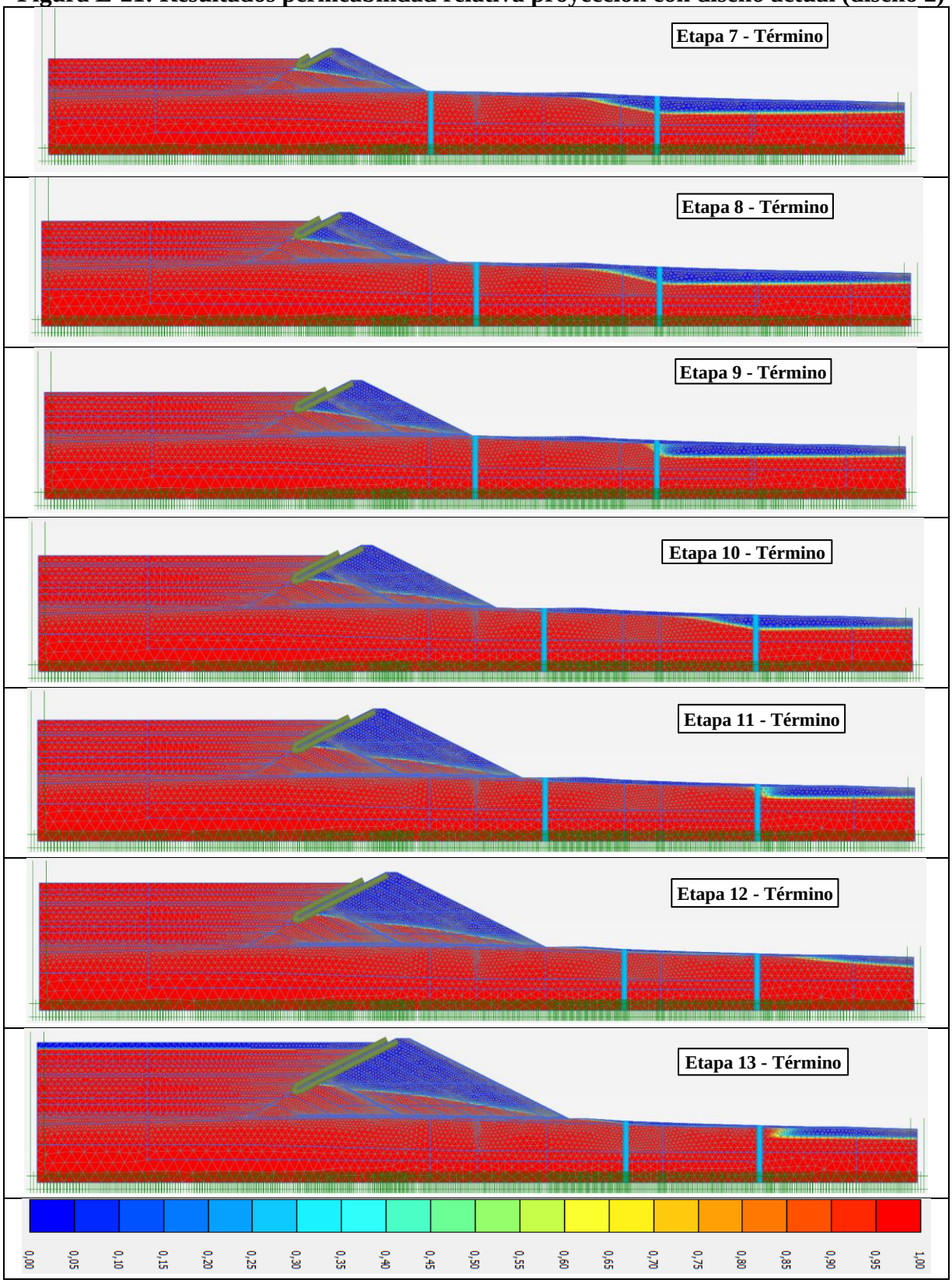
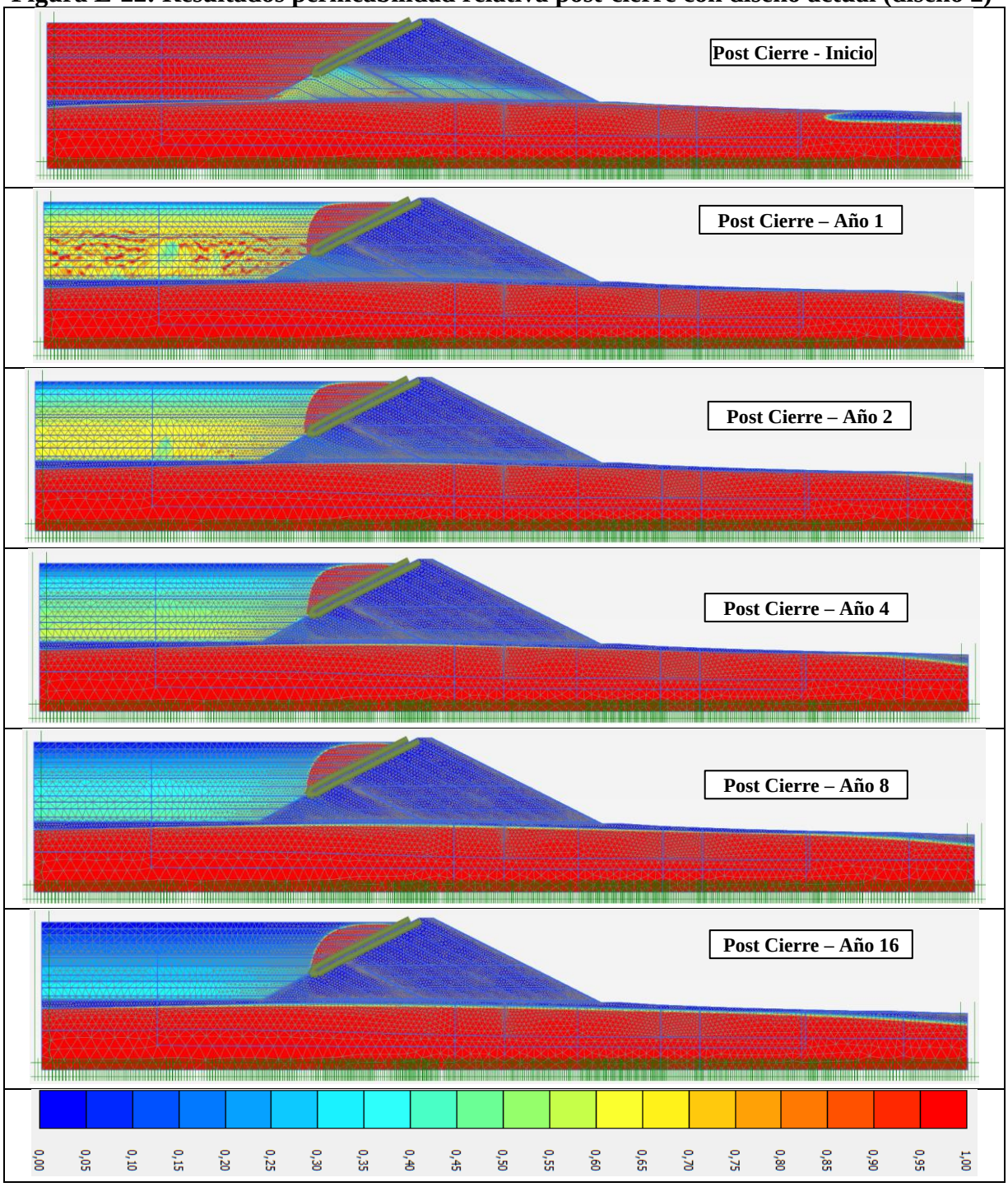


Figura E-22: Resultados permeabilidad relativa post-cierre con diseño actual (diseño 2)



E.4 Altura de presión de agua en el tiempo

Figura E-23: Resultados altura de presión en el tiempo proyección con diseño modificado (diseño 1)

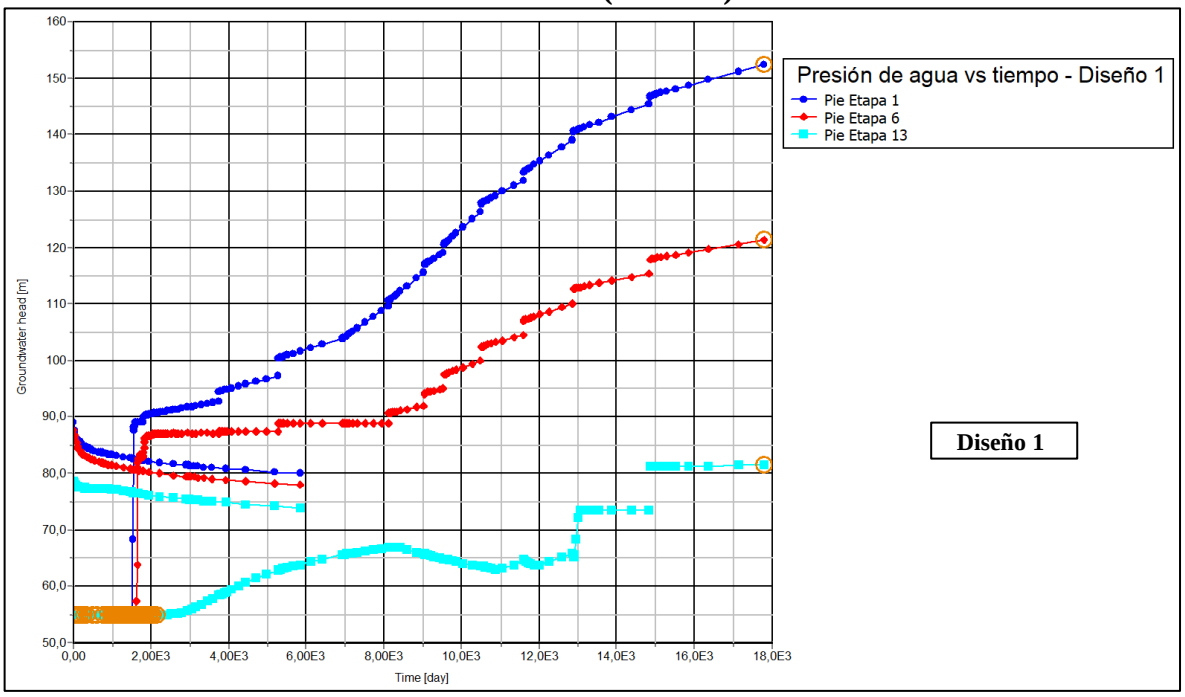
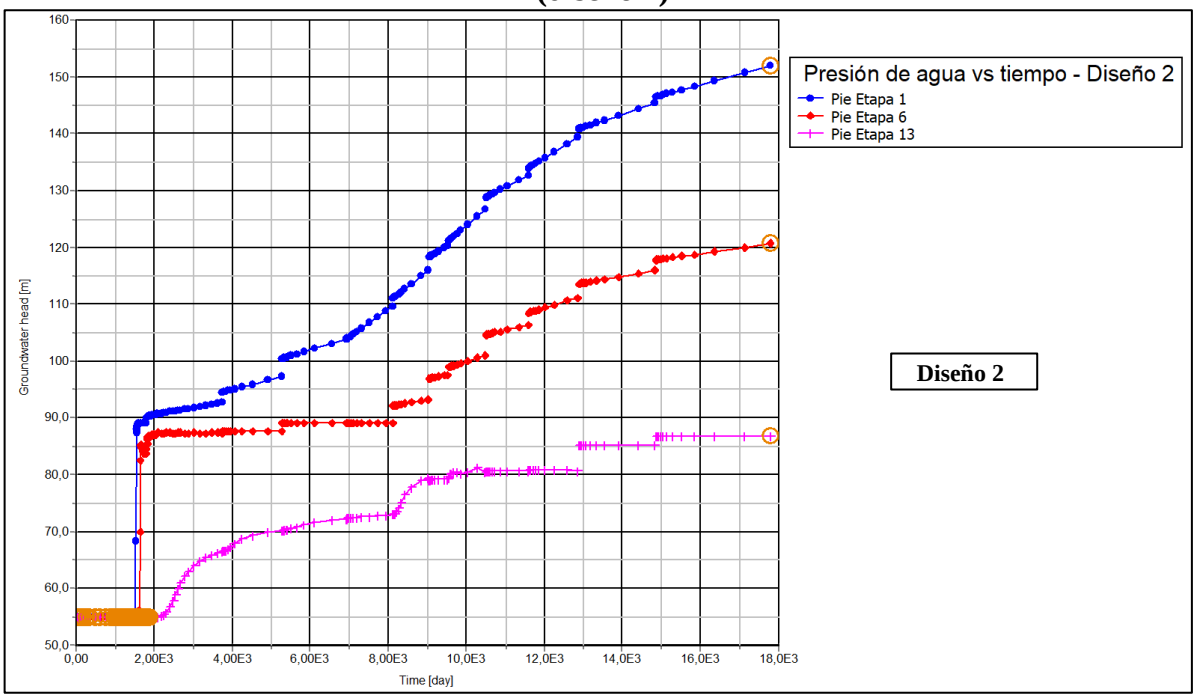
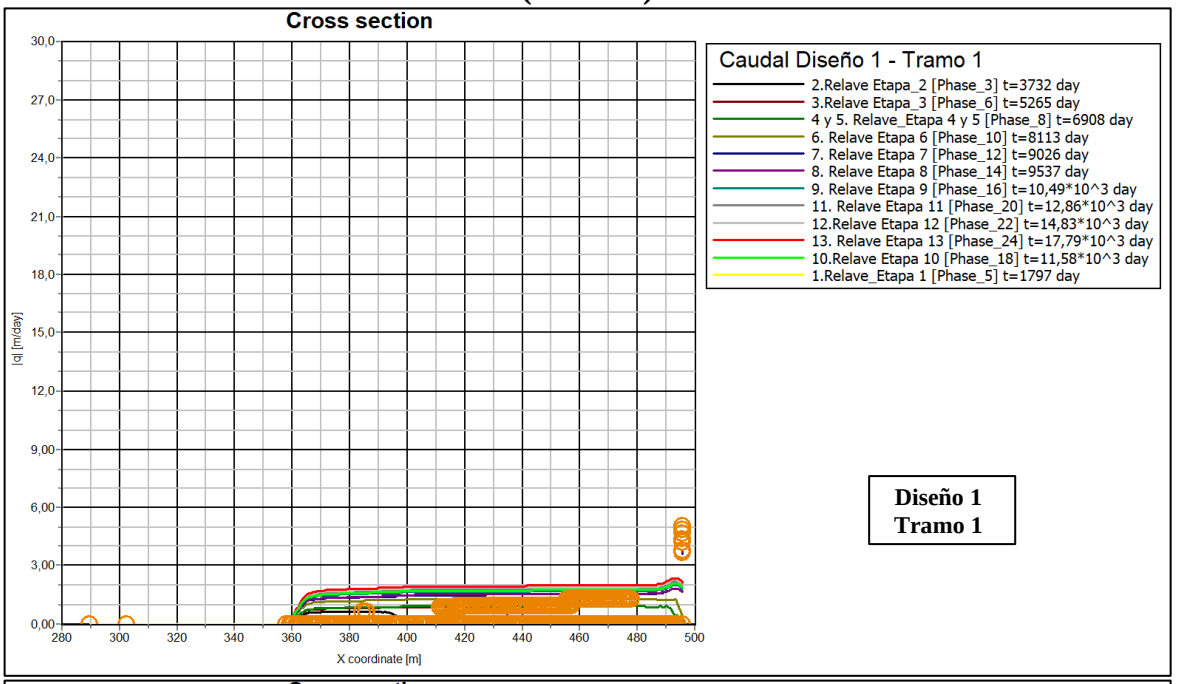


Figura E-24: Resultados altura de presión en el tiempo proyección con diseño actual (diseño 2)



E.5 Caudales en base muro

Figura E-25: Resultados caudales en drenes proyección con diseño modificado (diseño 1)



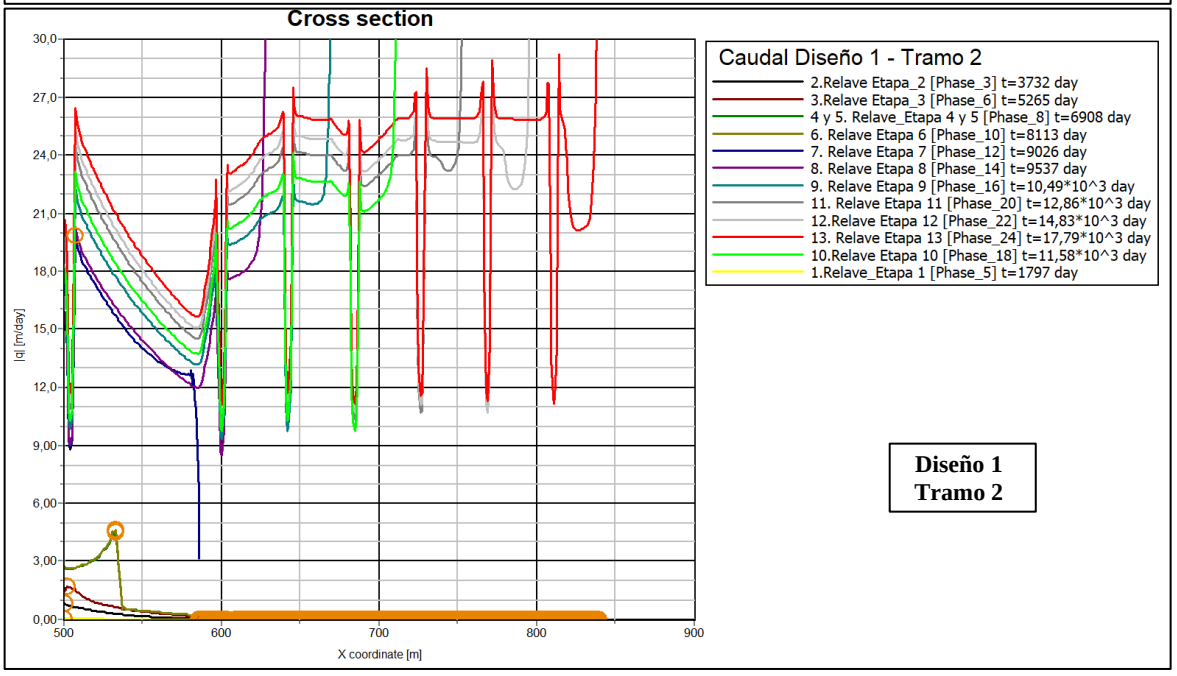
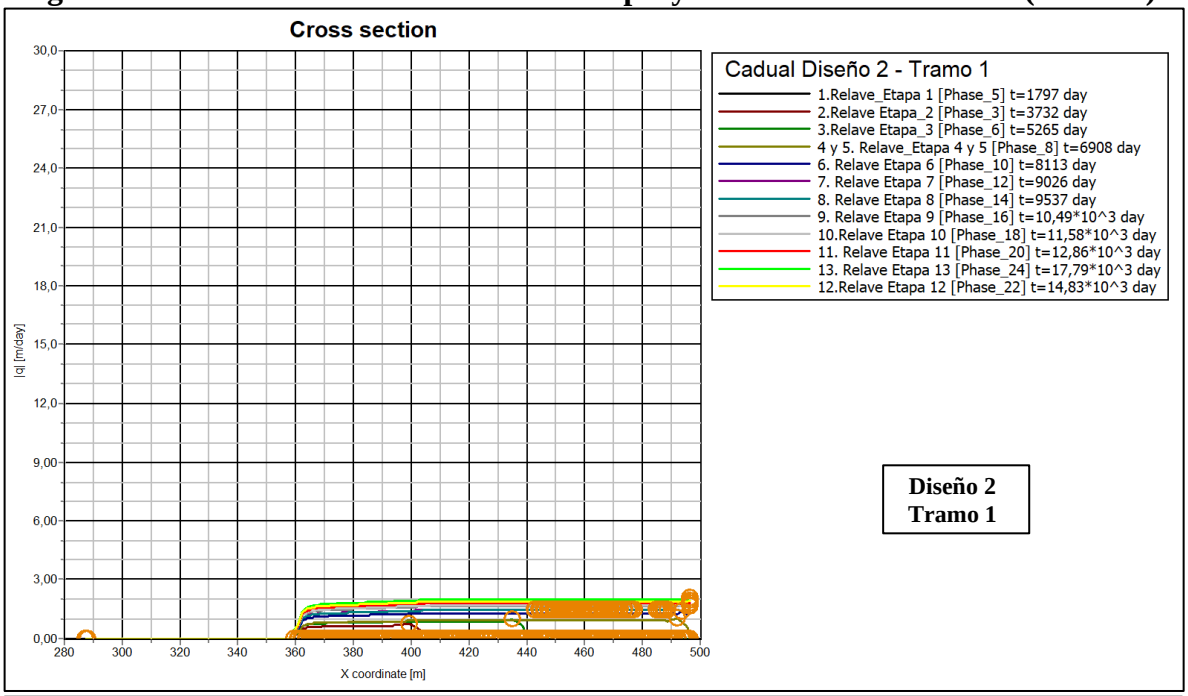
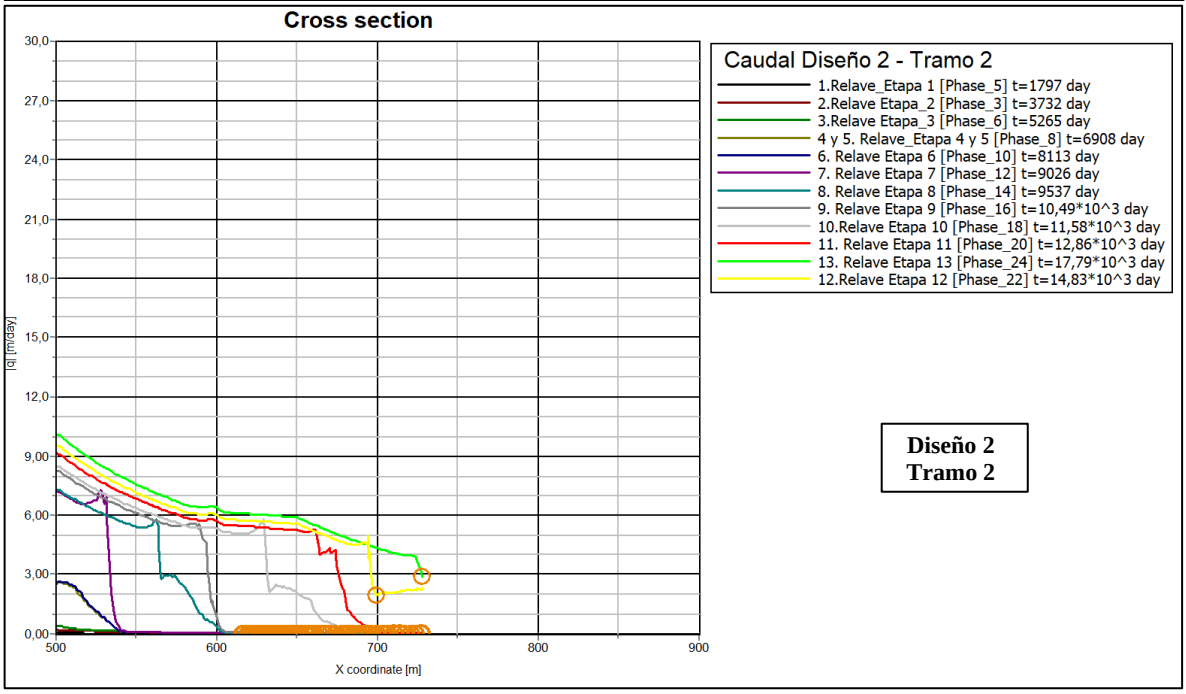


Figura E-26: Resultados caudales en drenes proyección con diseño actual (diseño 2)



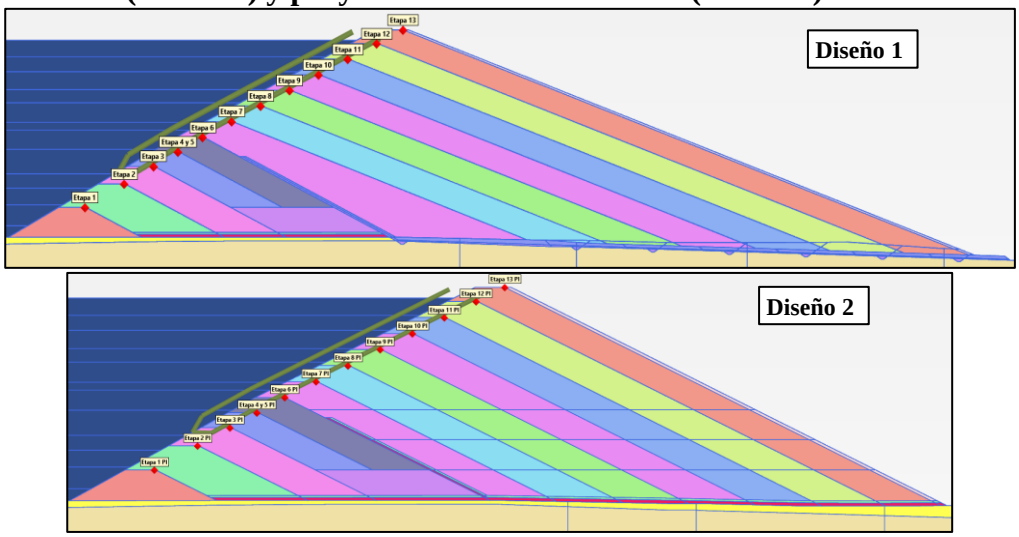


ANEXO F

RESULTADOS ANÁLISIS ELASTOPLÁSTICO

F.1 Disposición de puntos de monitoreo

Figura F-1: Disposición de puntos de monitoreo - proyección con diseño modificado (diseño 1) y proyección con diseño actual (diseño 2)



F.2 Presiones de poros

F.2.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

Figura F-2: Resultados presión de poros en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)

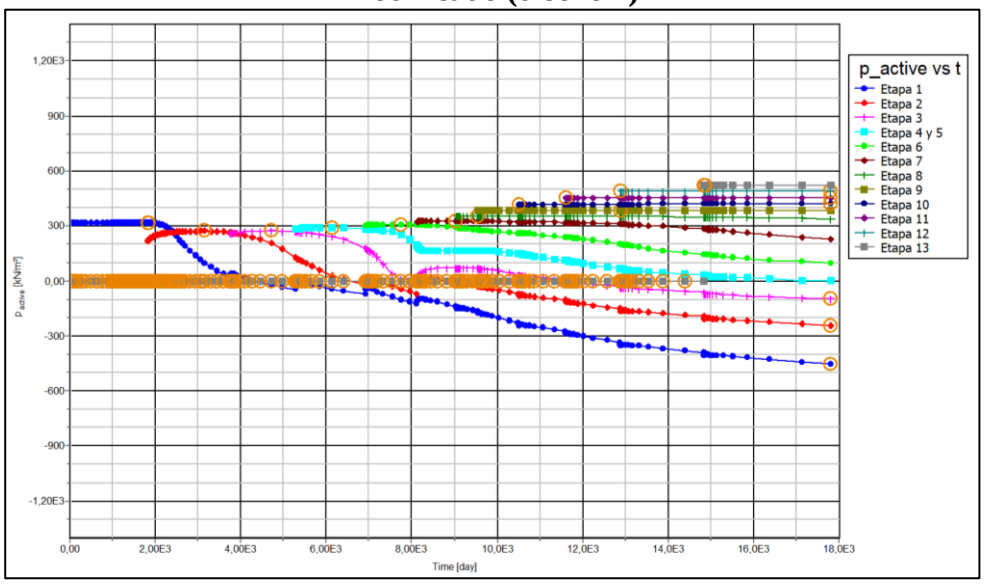
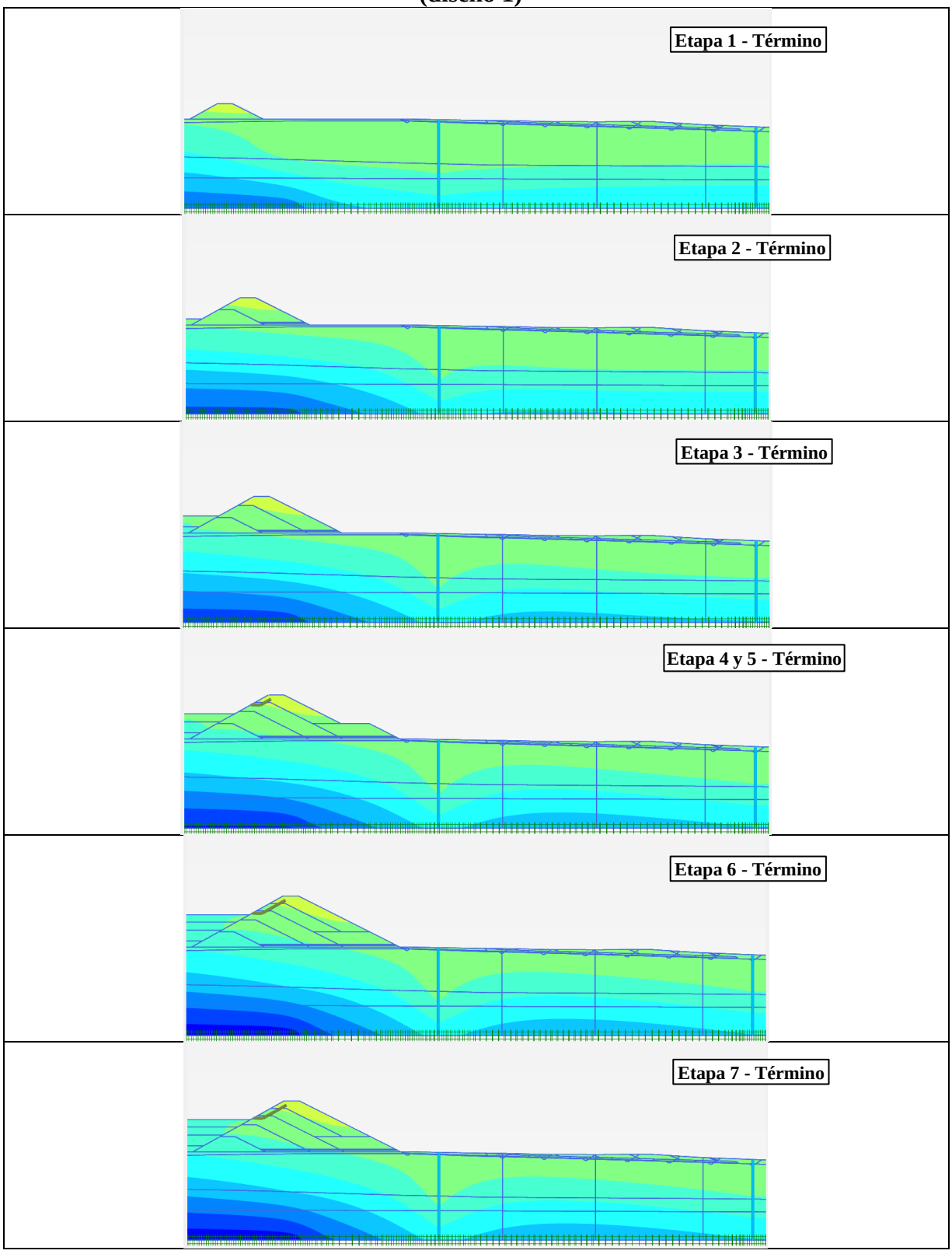


Figura F-3: Resultados presión de poros por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)



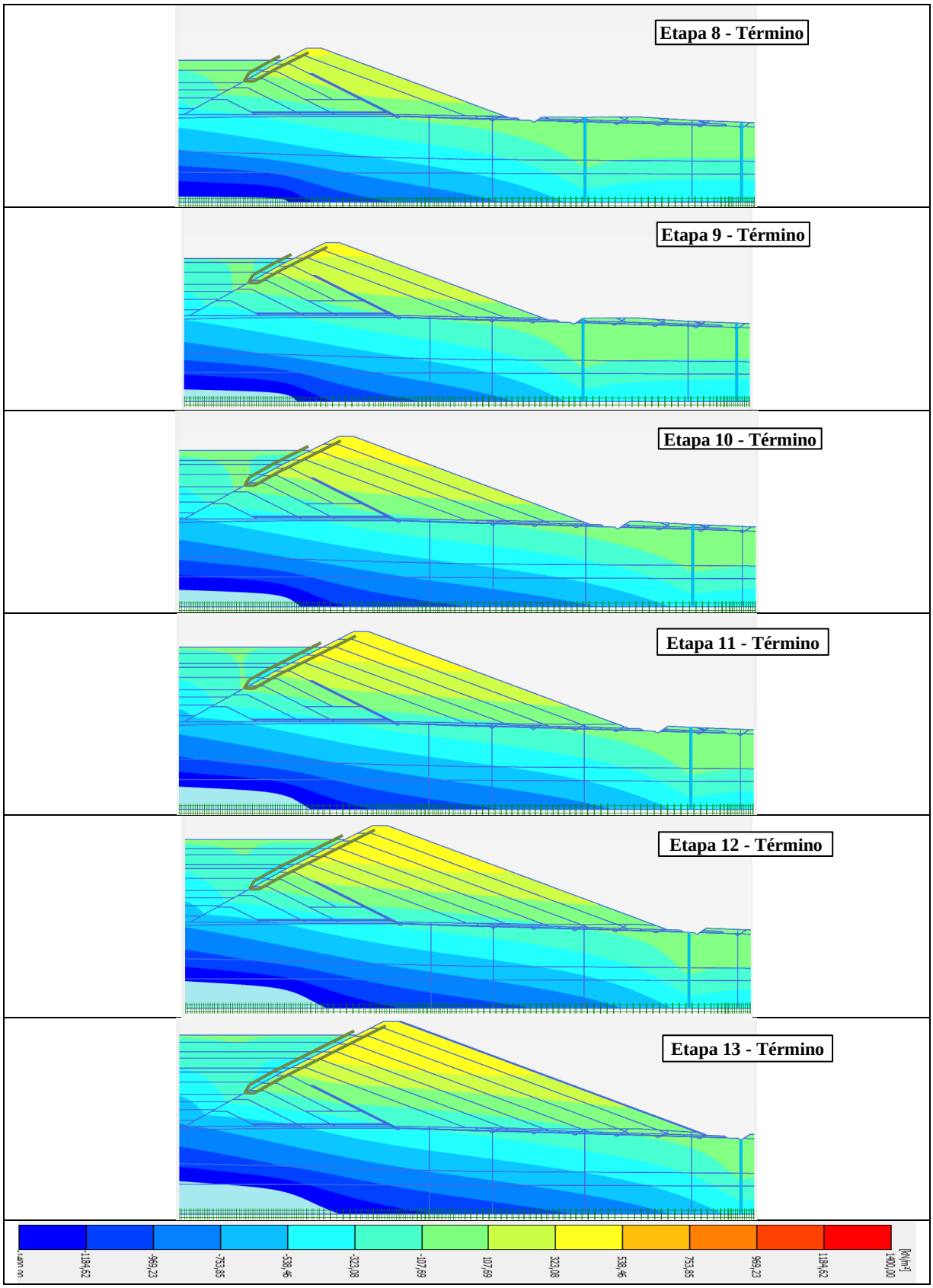

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1400,00
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m²]

Figura F-4: Resultados presión estacionaria en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)

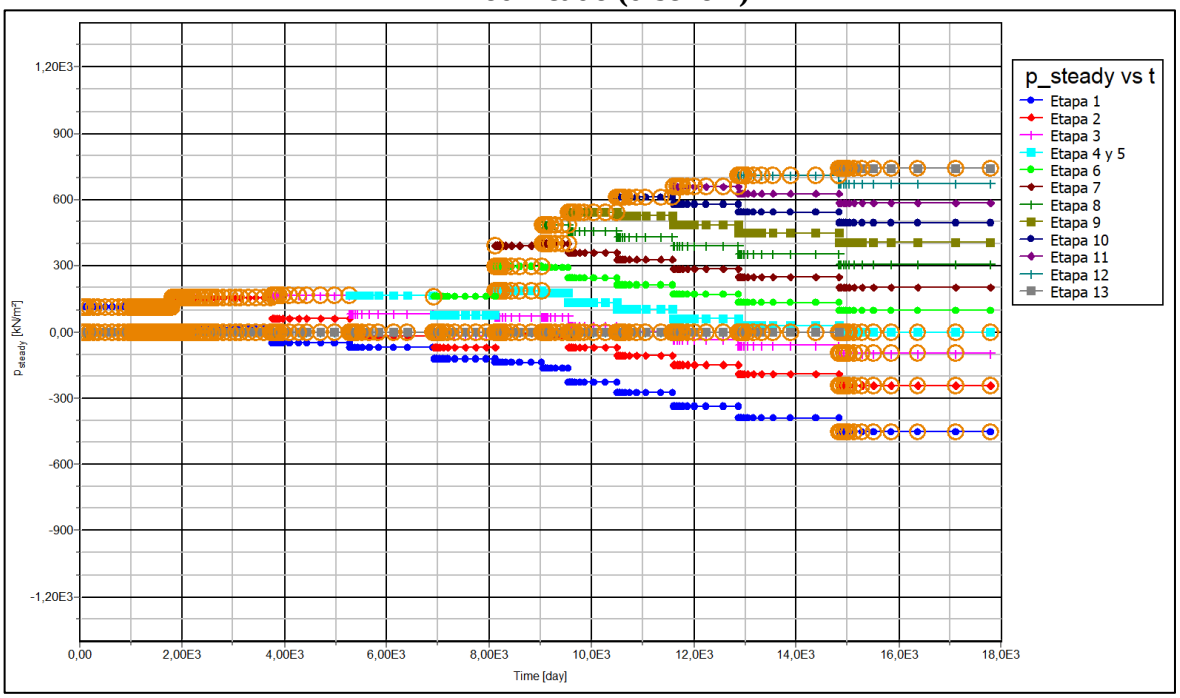
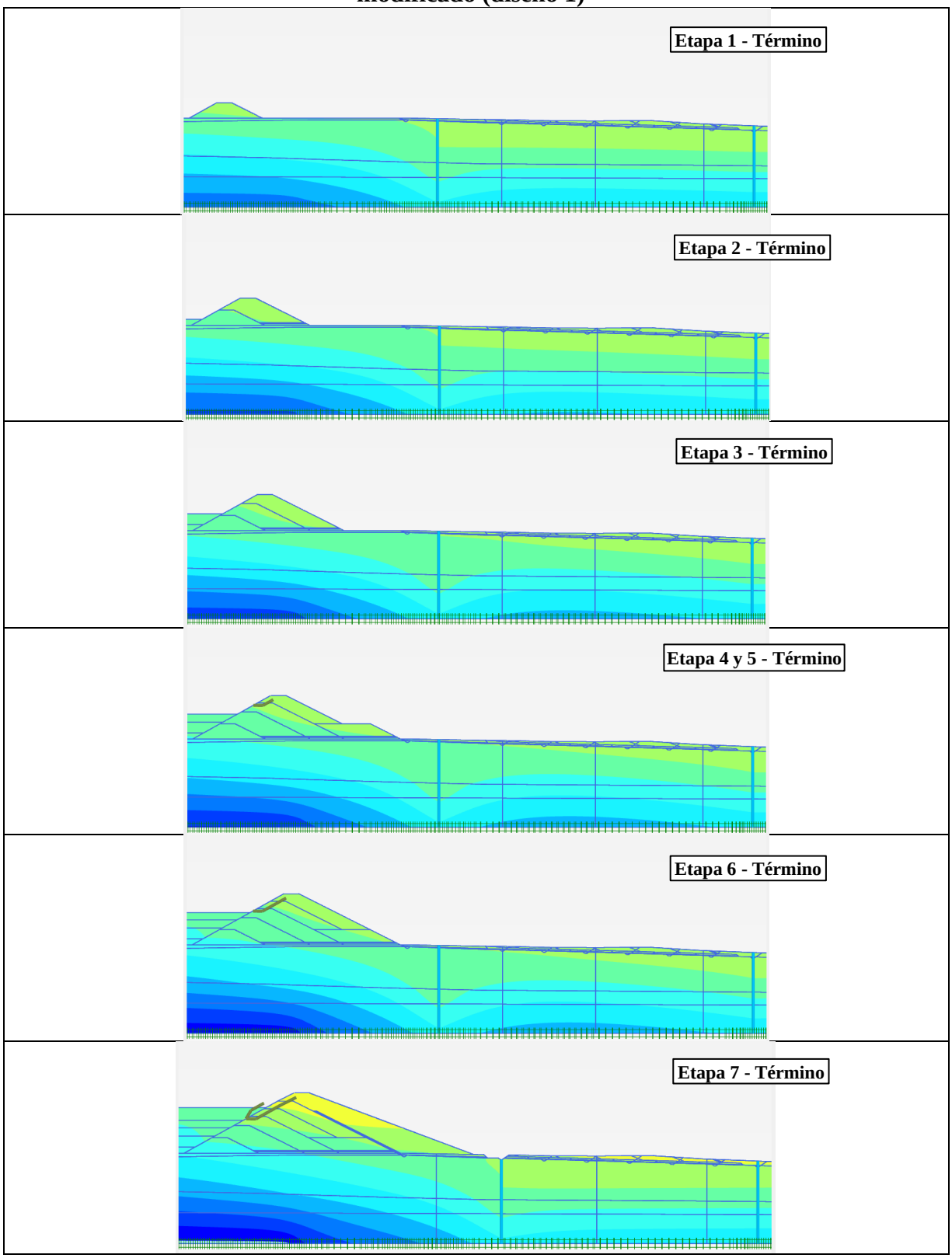


Figura F-5: Resultados presión estacionaria por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)



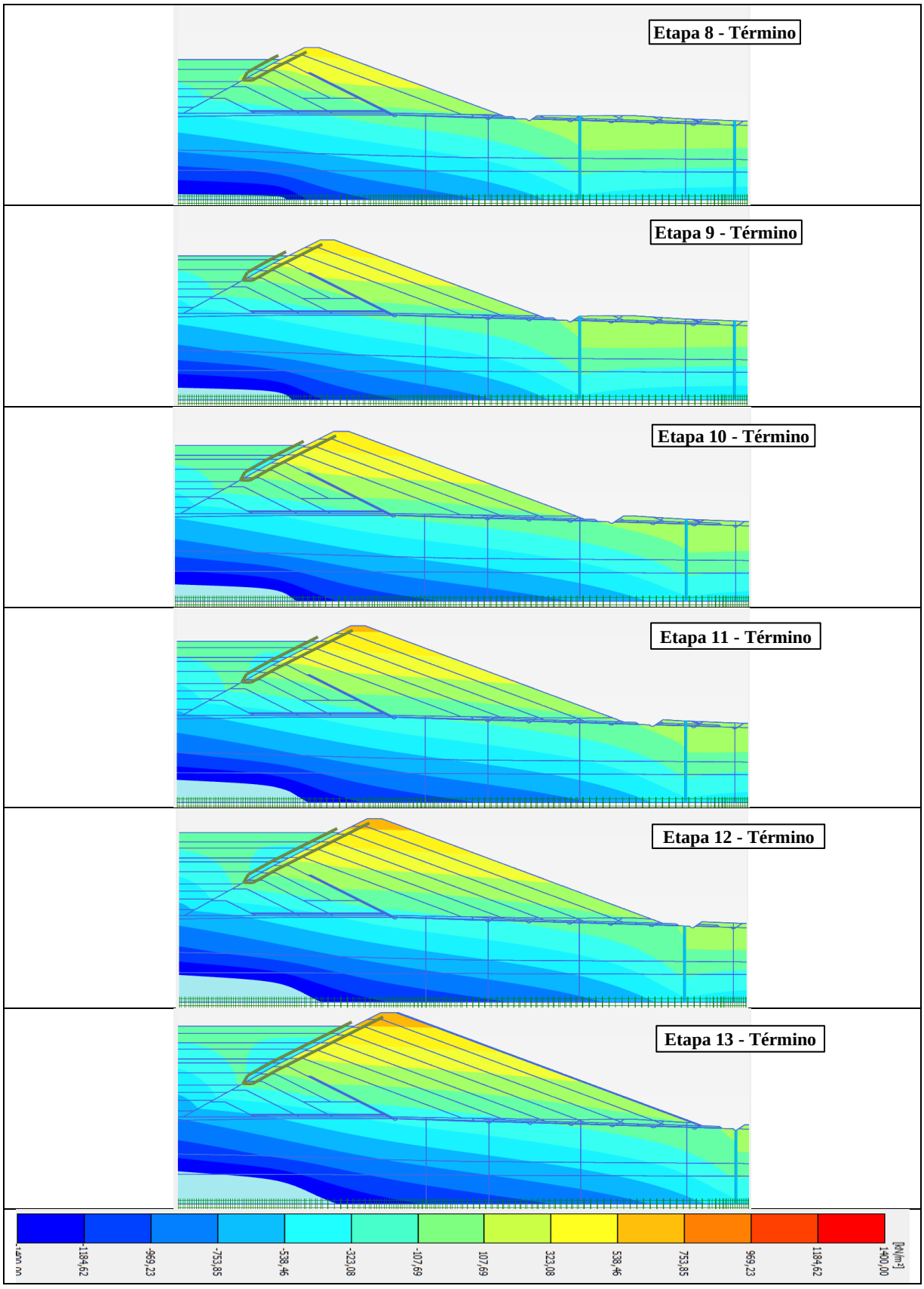

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1400,00
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m²]

Figura F-6: Resultados exceso presión de poros en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)

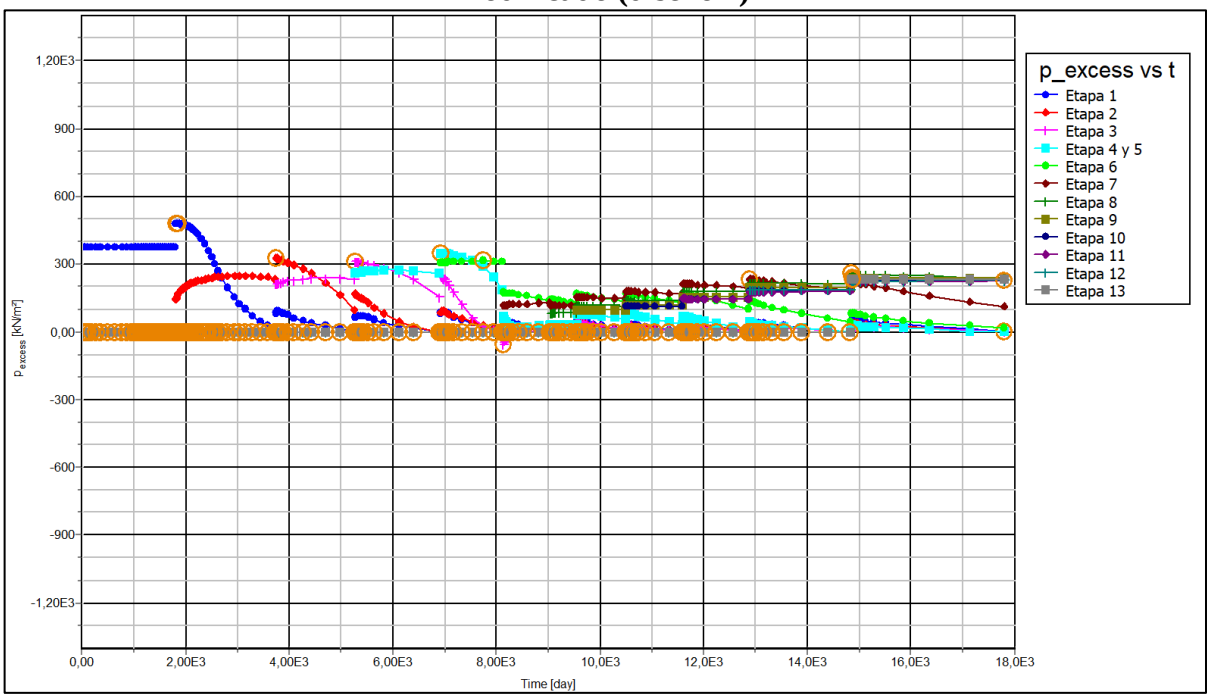
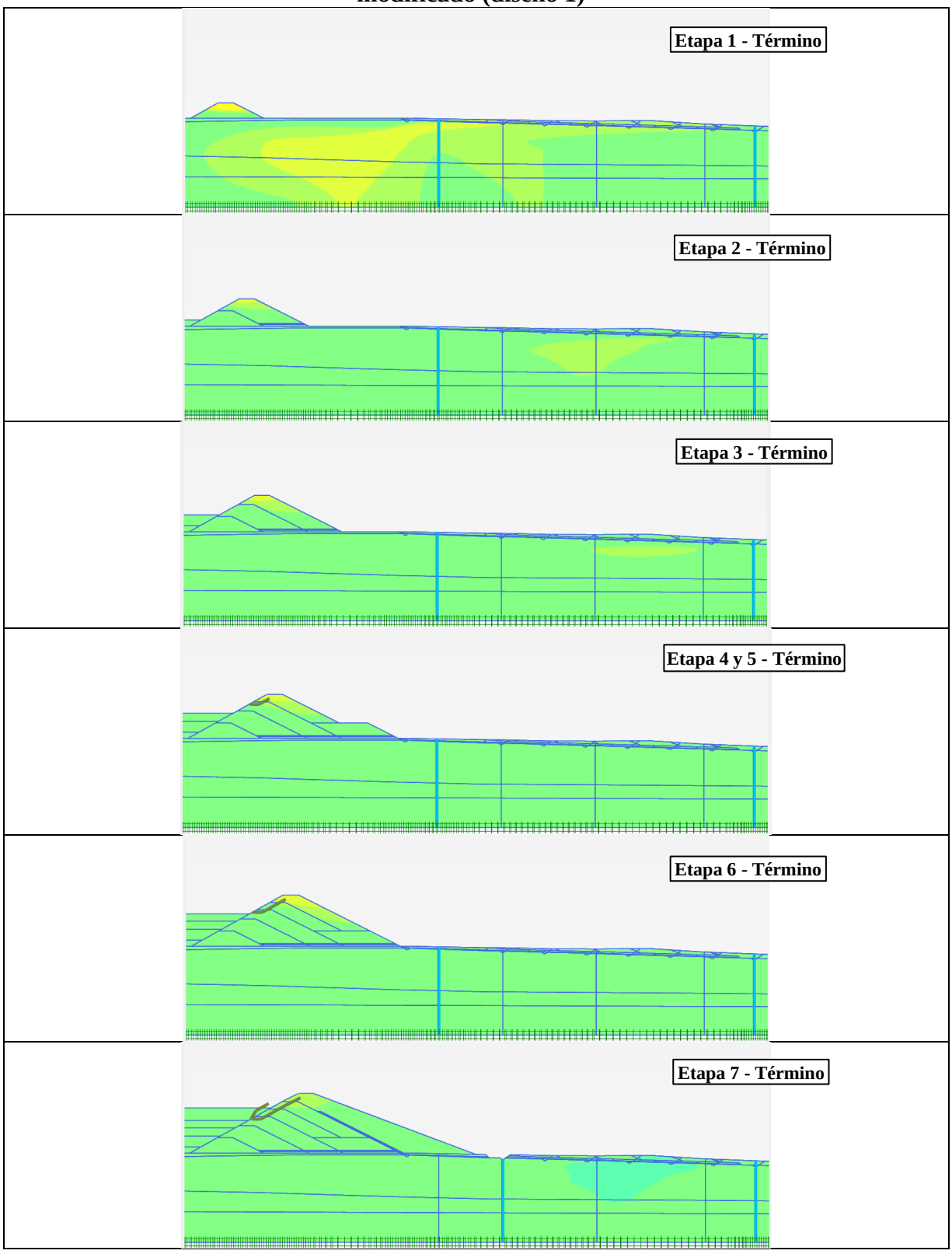
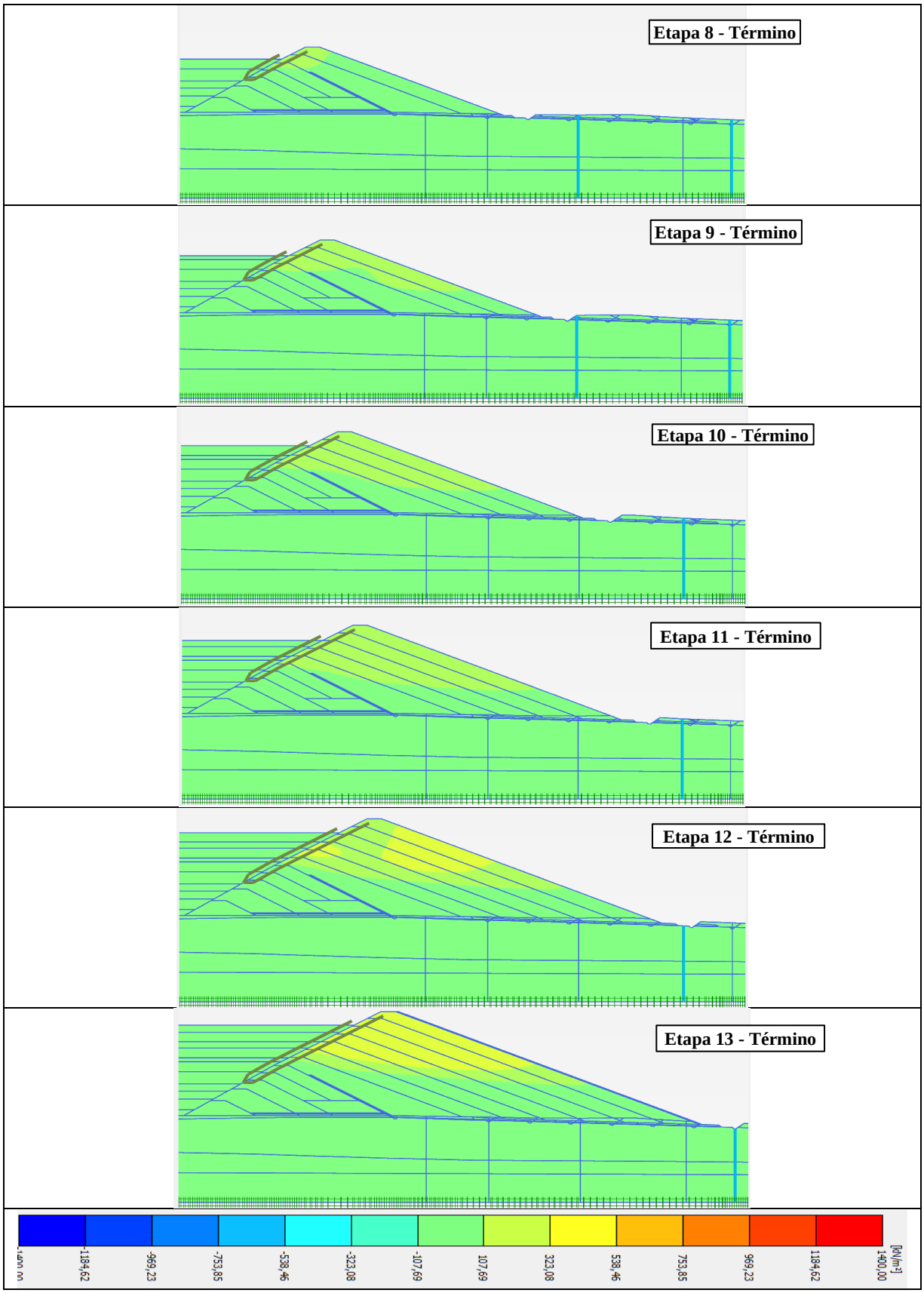


Figura F-7: Resultados exceso presión de poros por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)




Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1400,00
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m²]

F.2.2 Proyección con diseño actual (diseño 2)

Figura F-8: Resultados presión de poros en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)

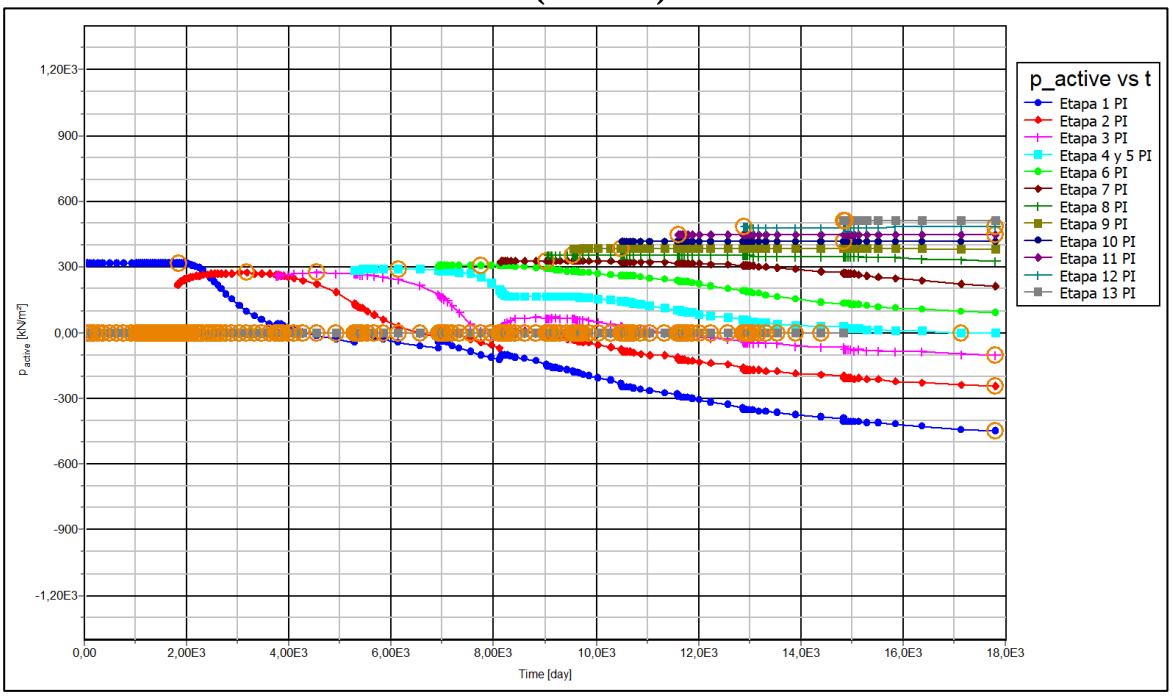
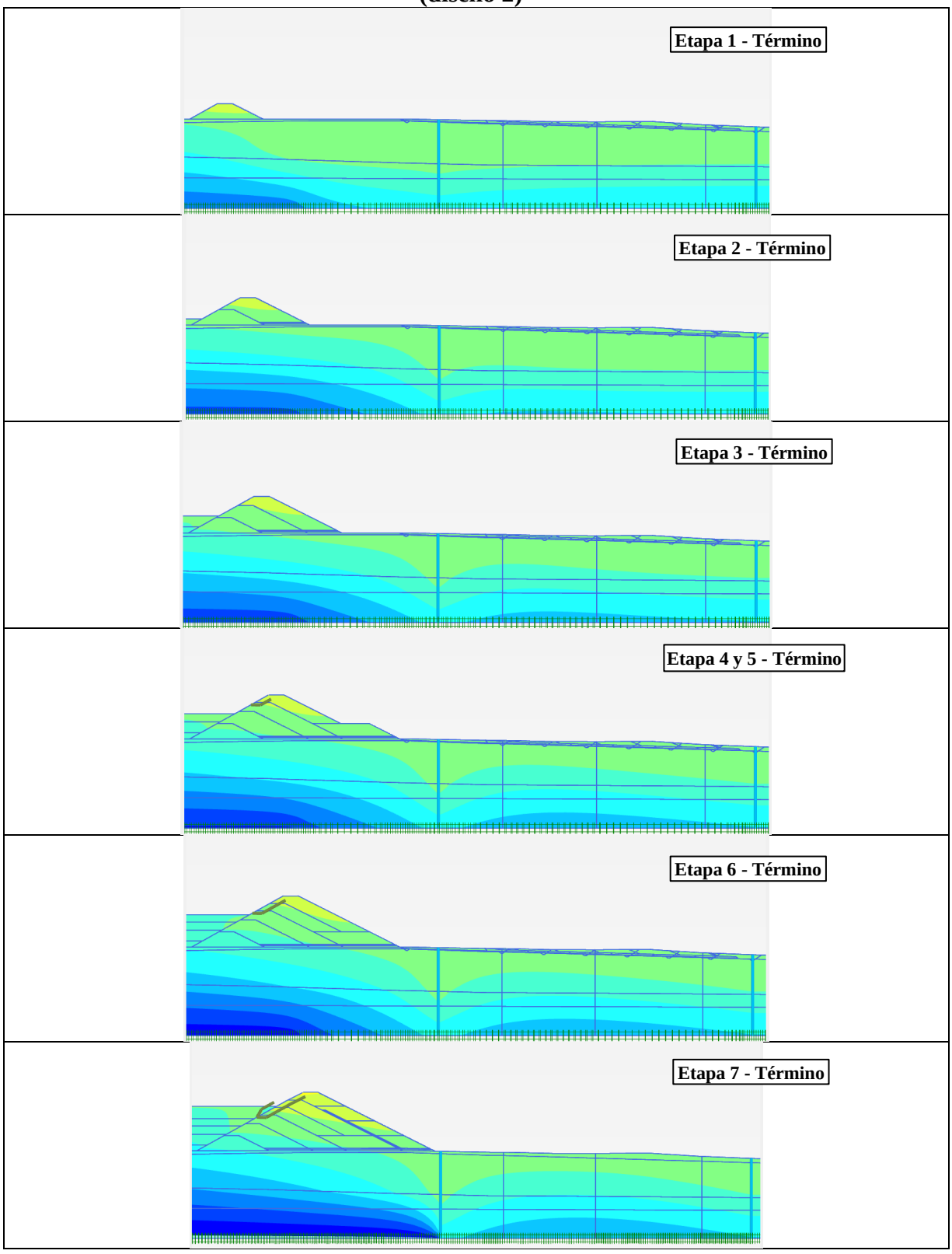


Figura F-9: Resultados presión de poros por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 2)



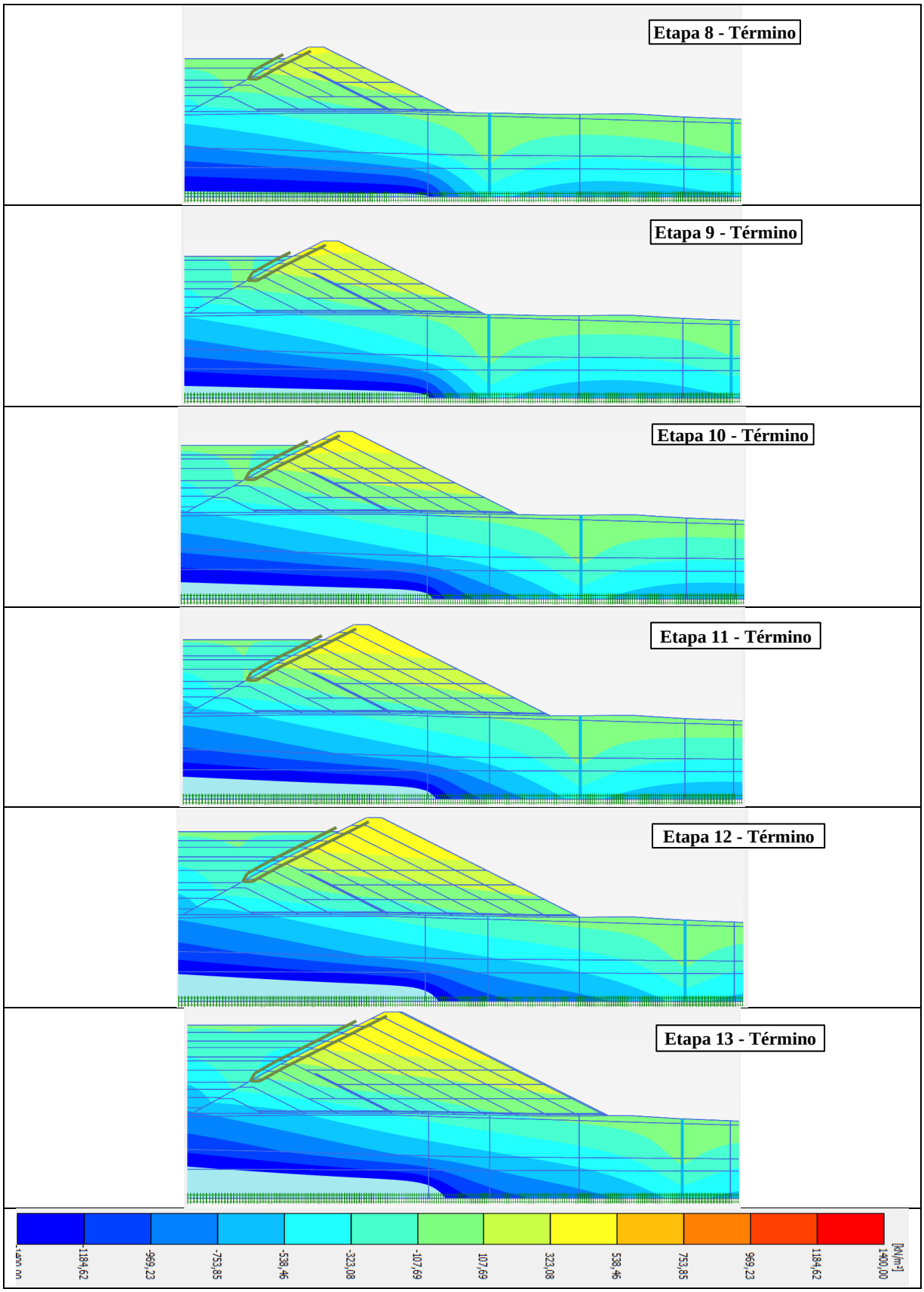

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1400,00
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m²]

Figura F-10: Resultados presión estacionaria en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)

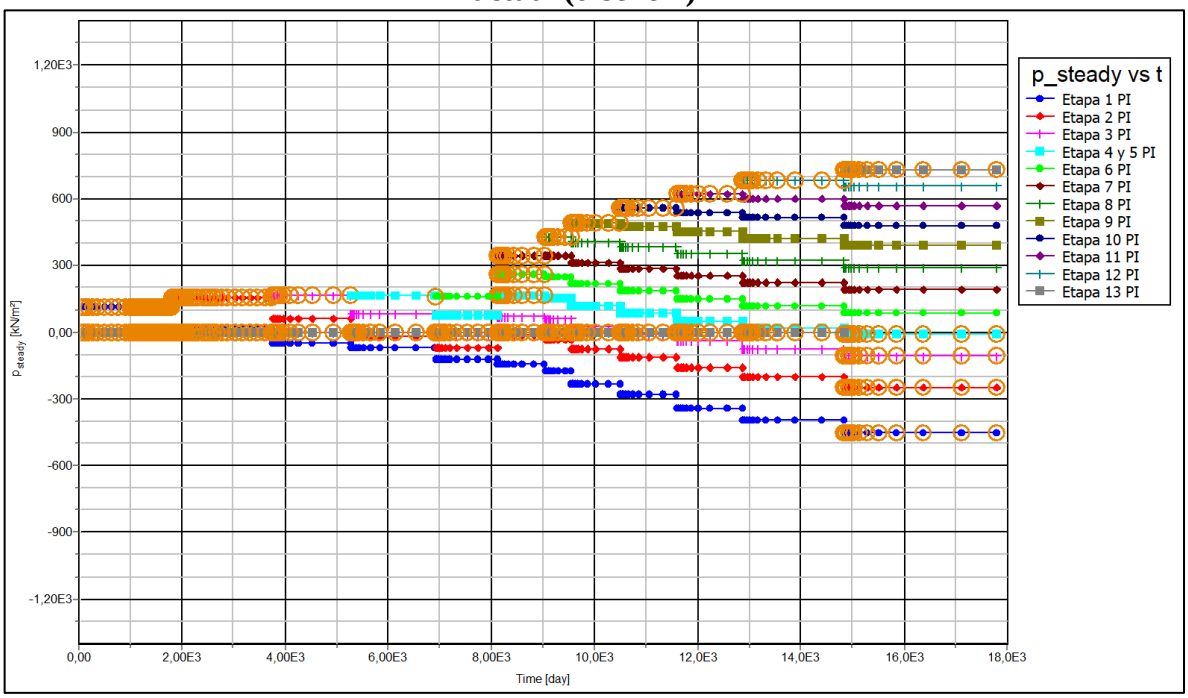
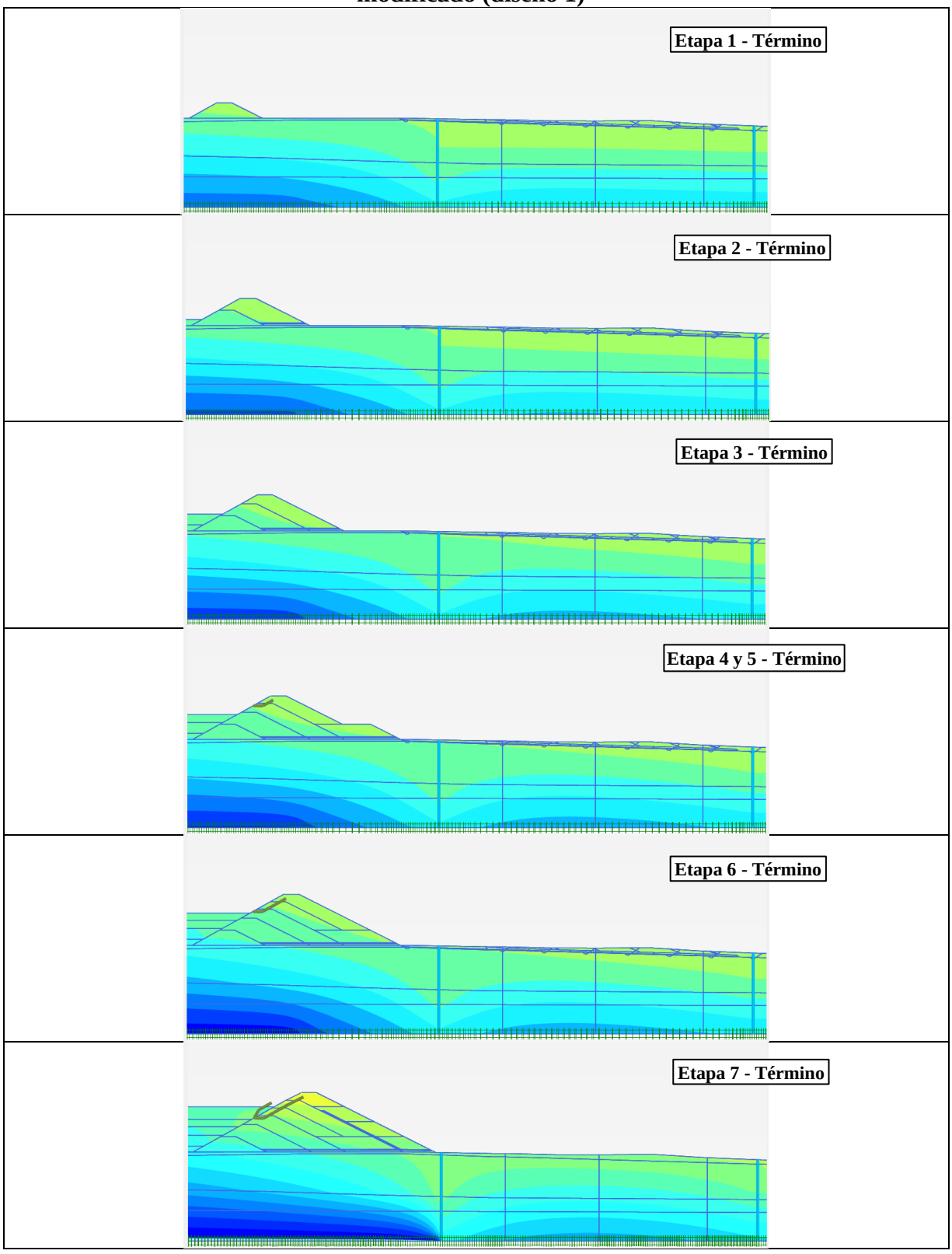


Figura F-11: Resultados presión estacionaria por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)



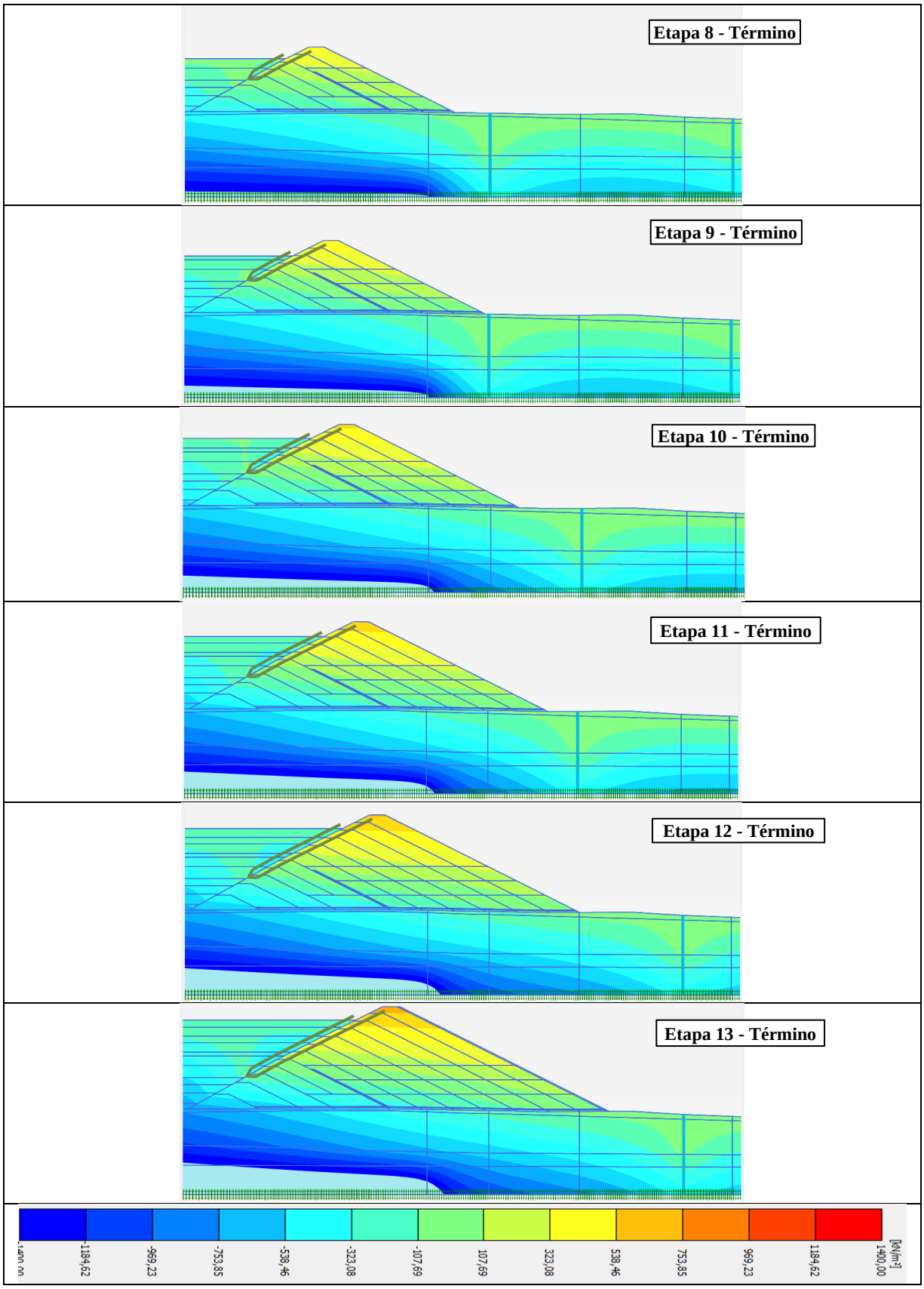

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1400,00
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m²]

Figura F-12: Resultados exceso presión de poros en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)

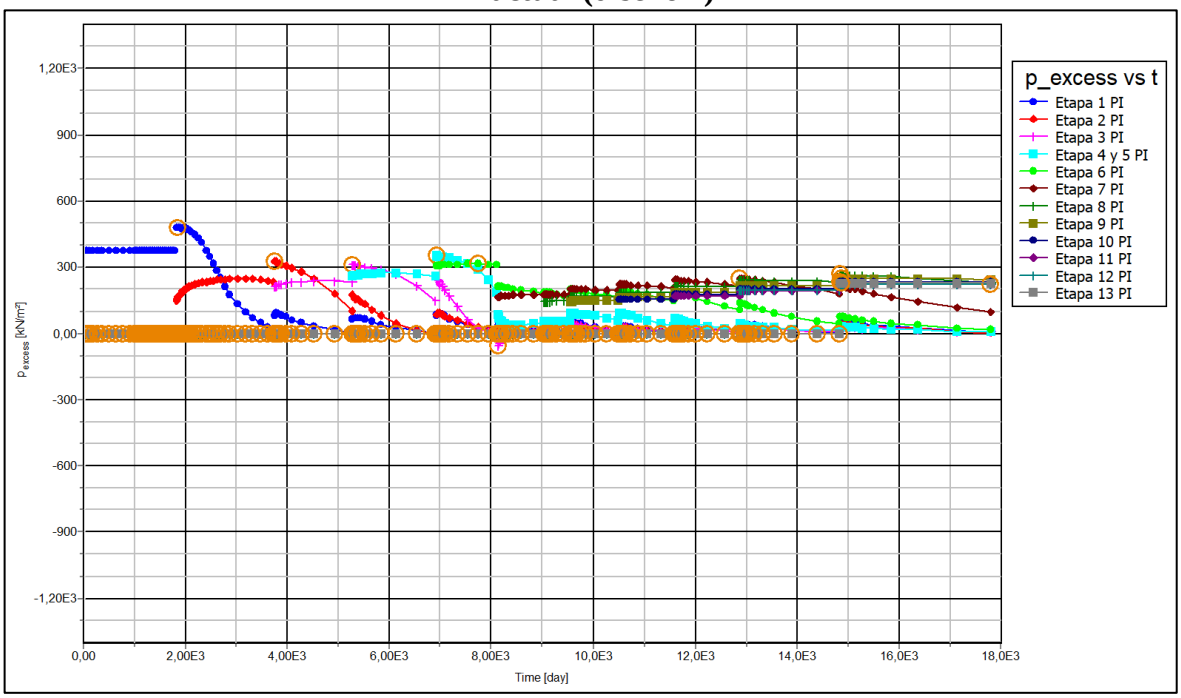
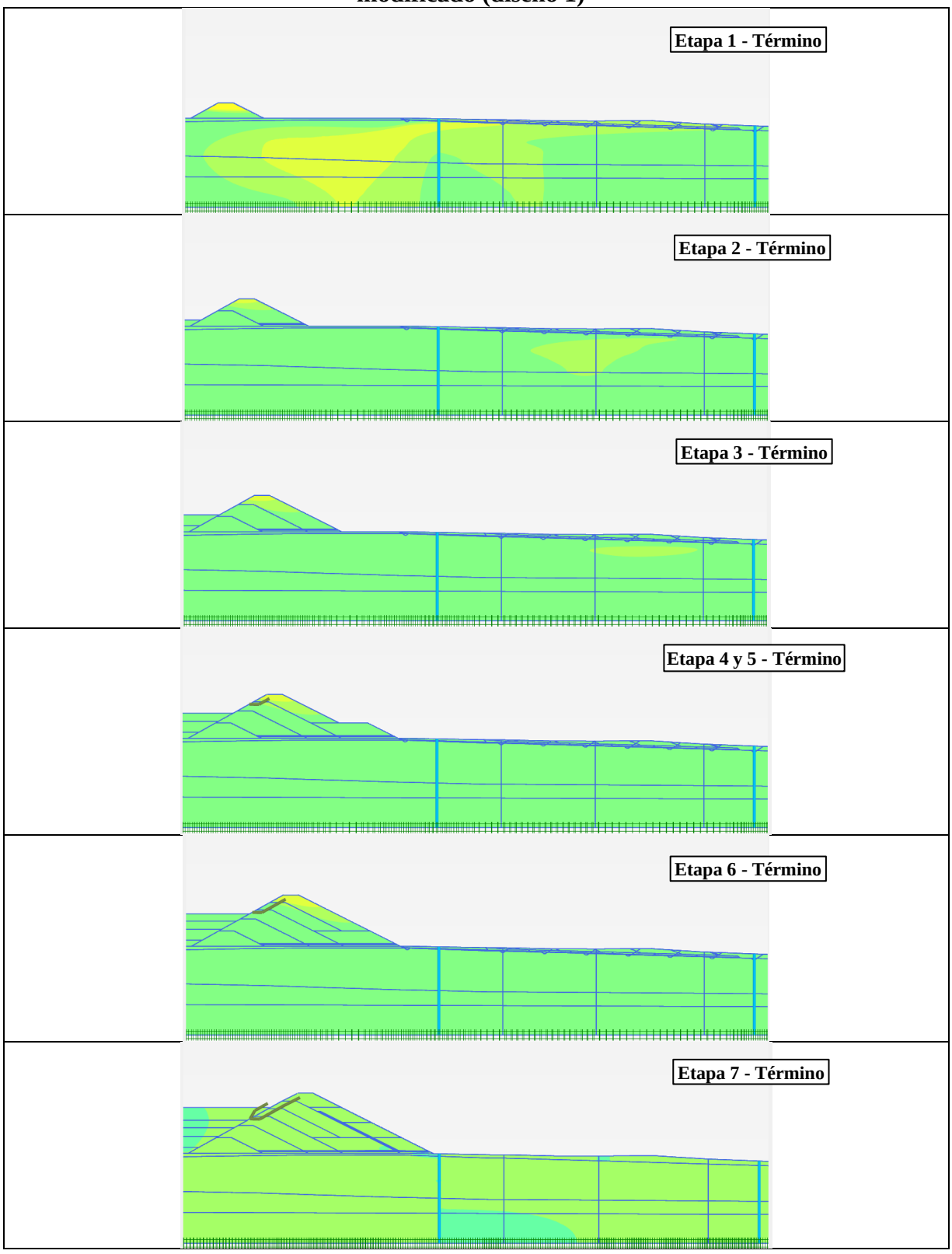
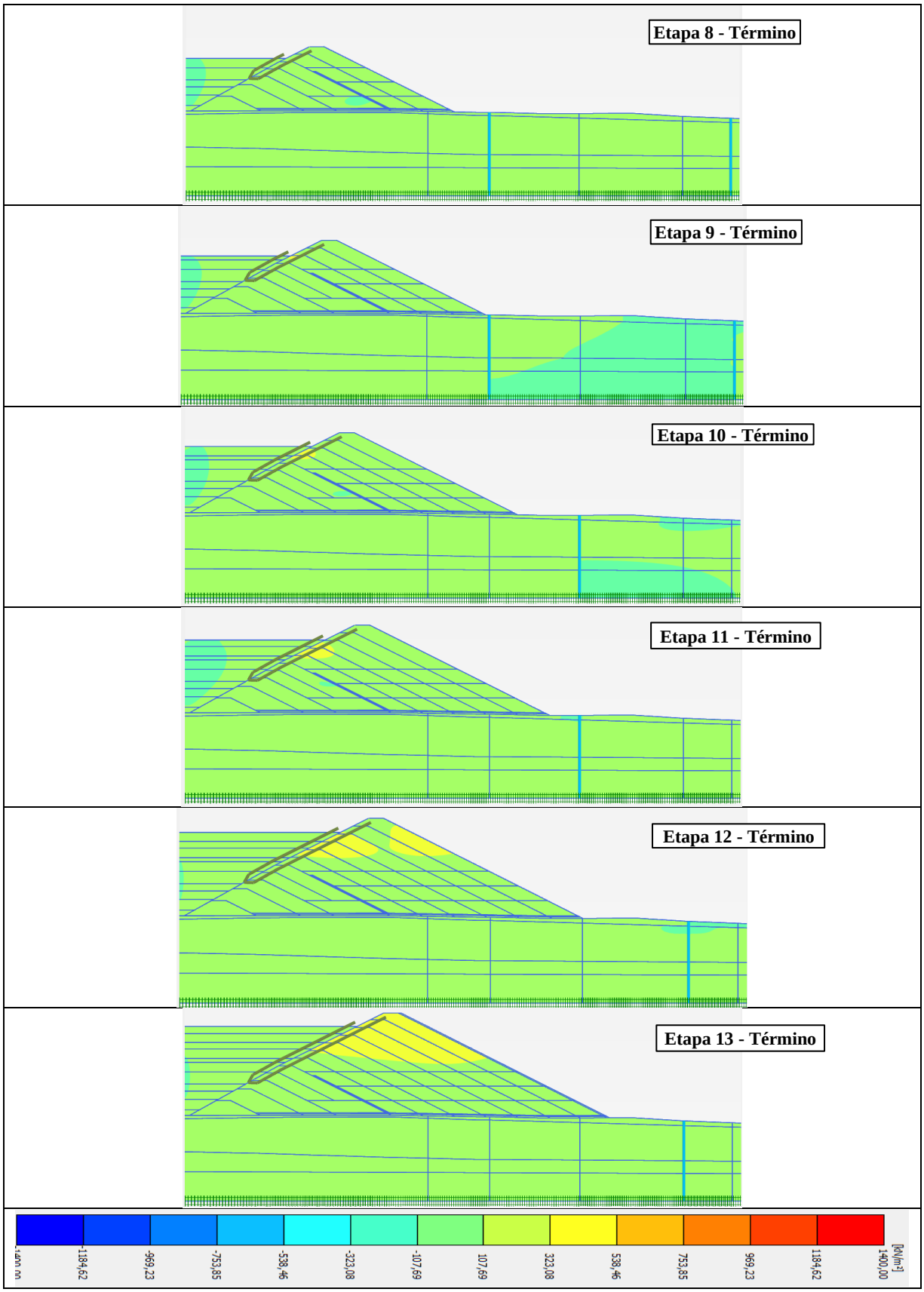


Figura F-13: Resultados exceso presión de poros por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)




Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m²]

F.3 Esfuerzos internos

F.3.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

Figura F-14: Resultados confinamiento total en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)

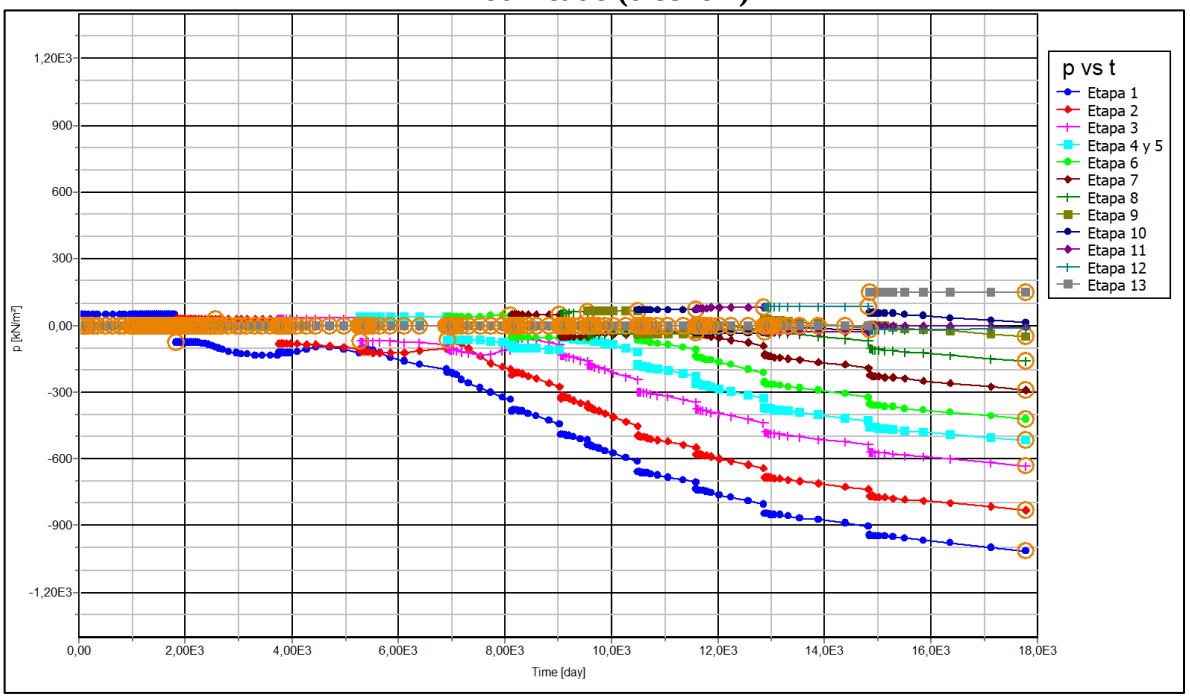
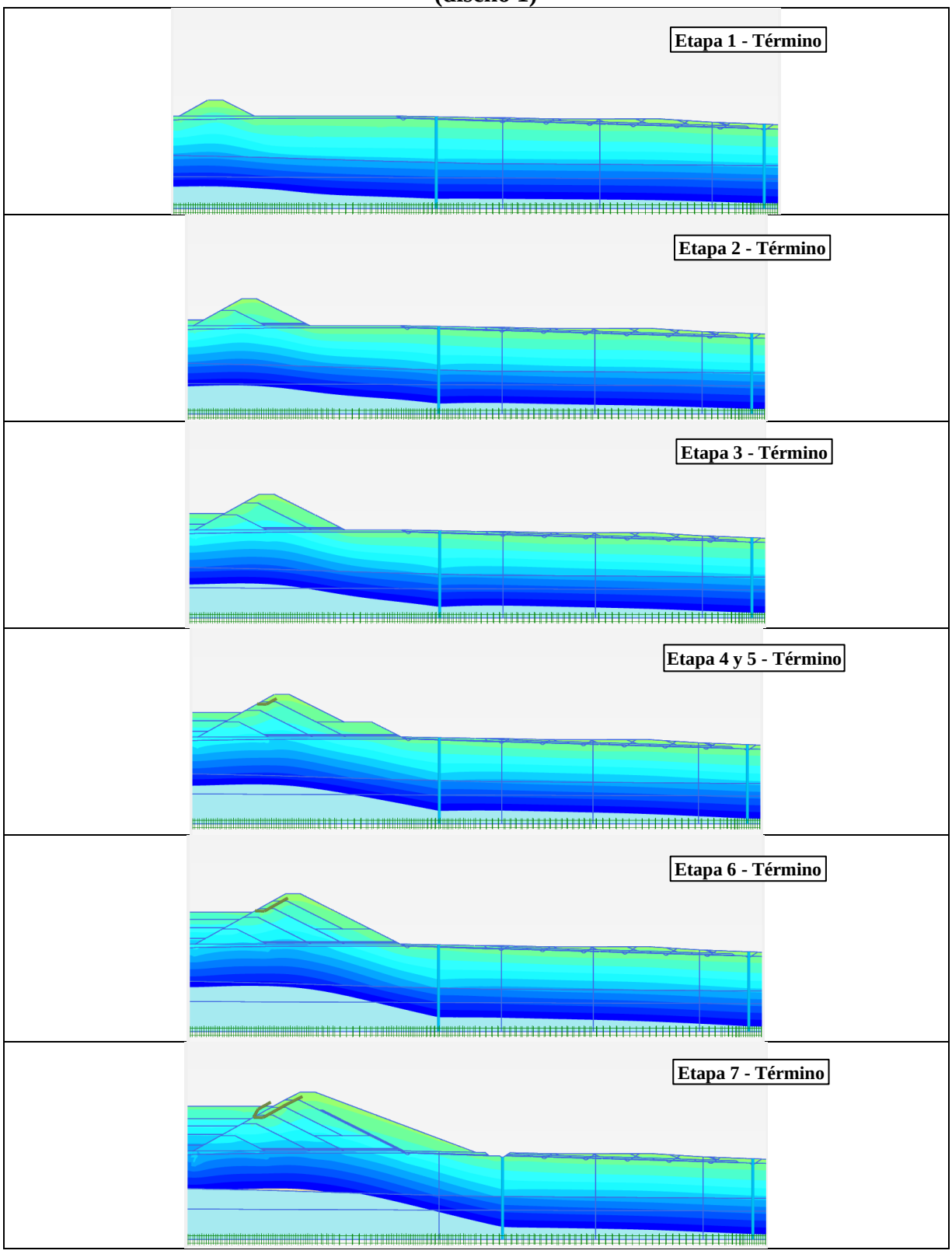


Figura F-15: Resultados confinamiento total por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)



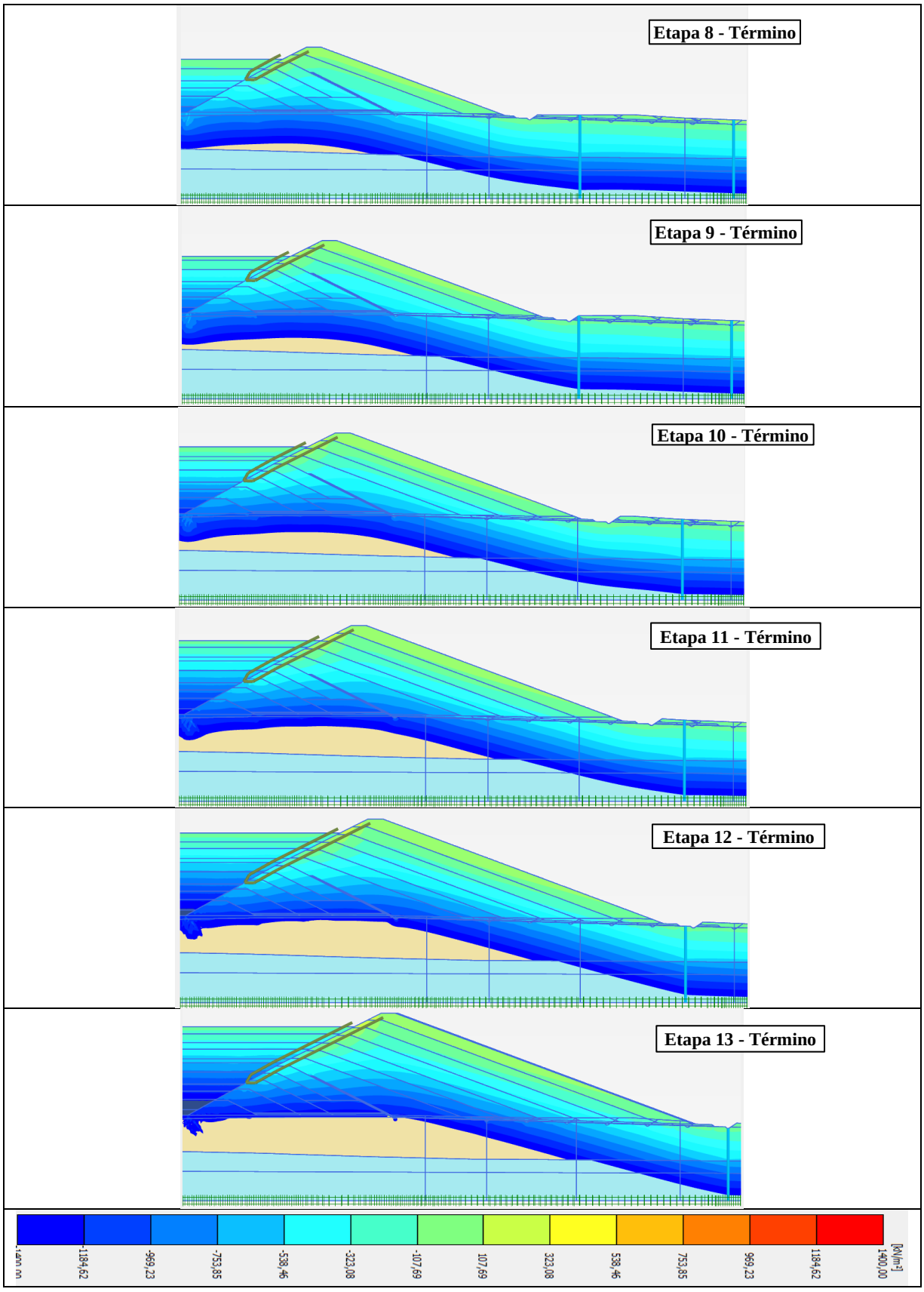

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1400,00
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m²]

Figura F-16: Resultados confinamiento efectivo en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)

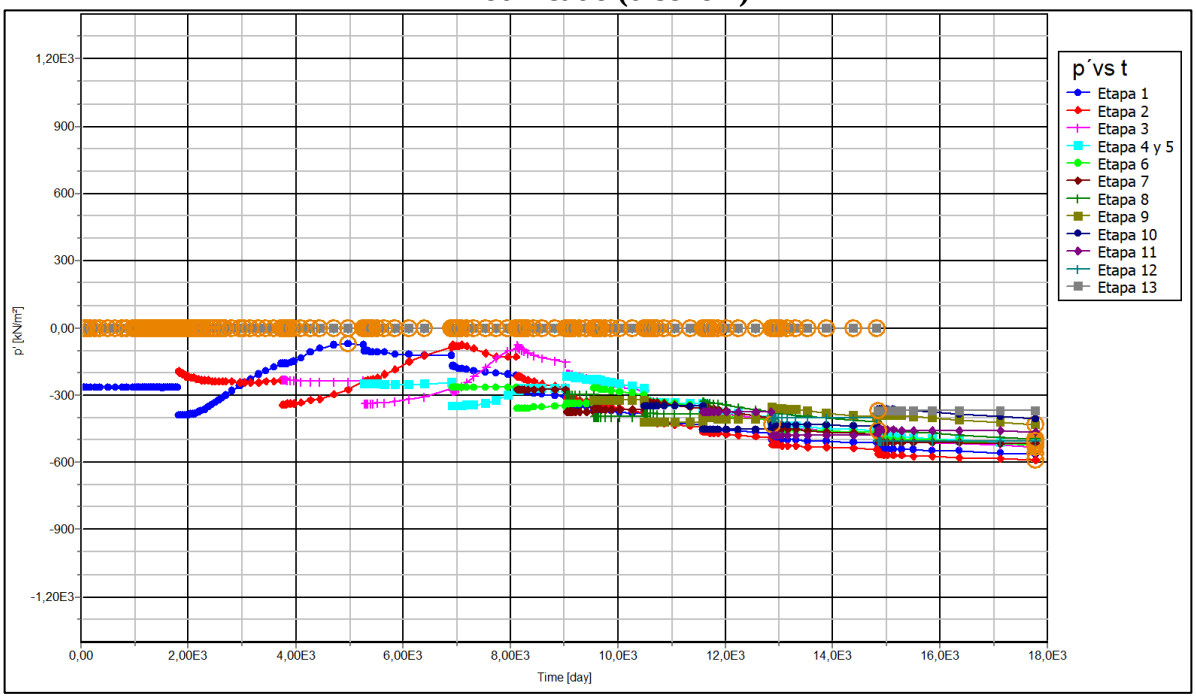
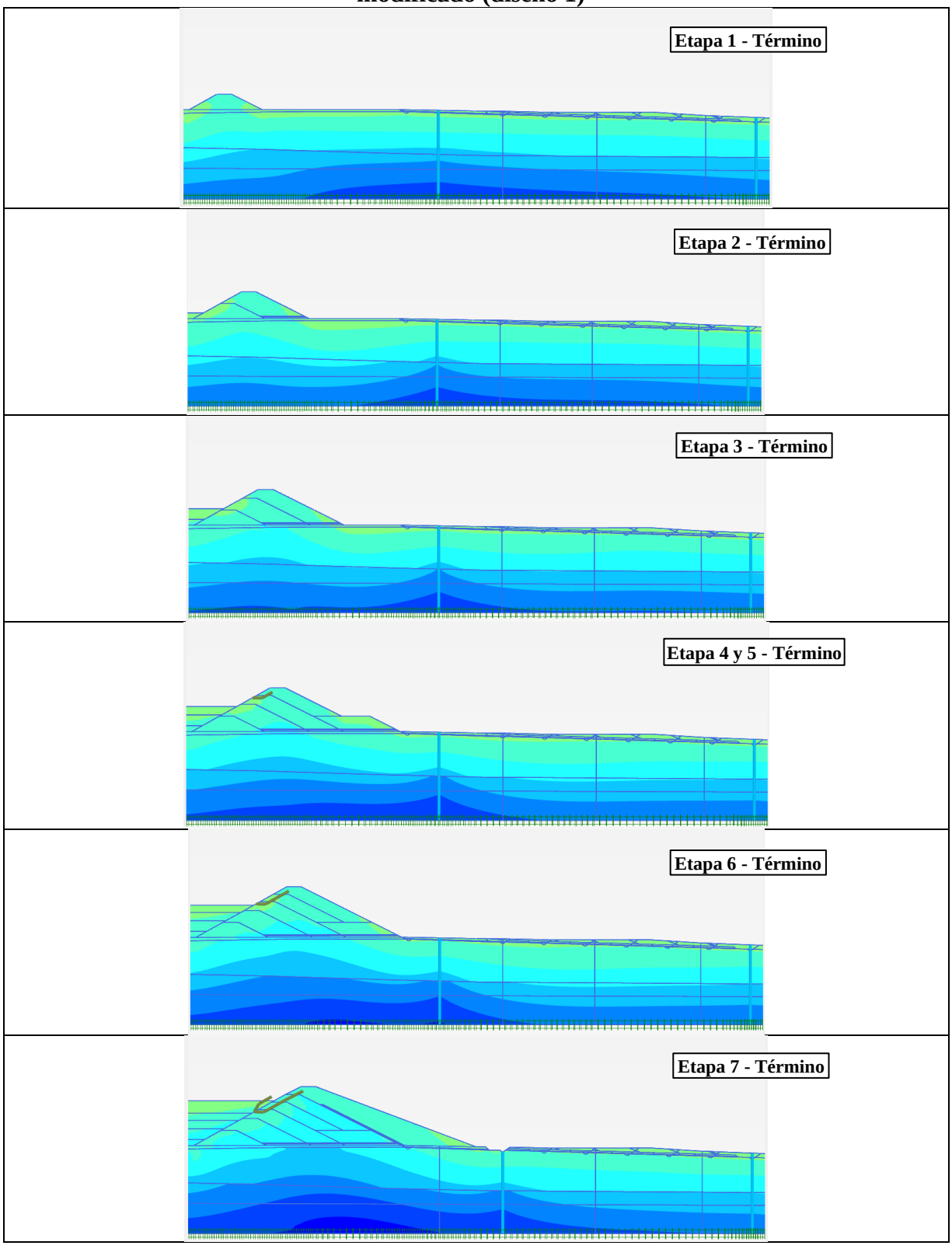


Figura F-17: Resultados confinamiento efectivo por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)



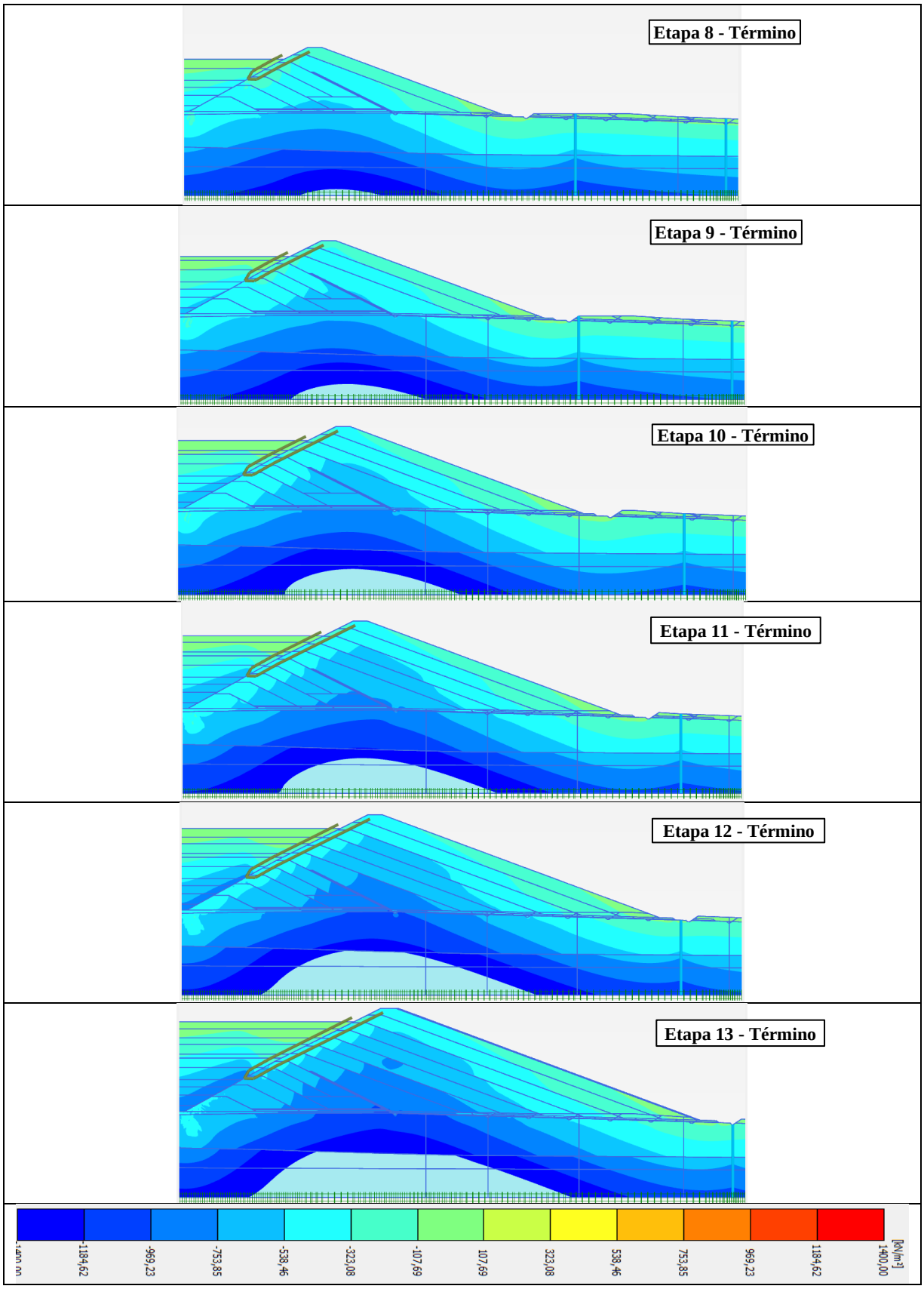

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1400,00
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m²]

Figura F-18: Resultados esfuerzo desviador en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)

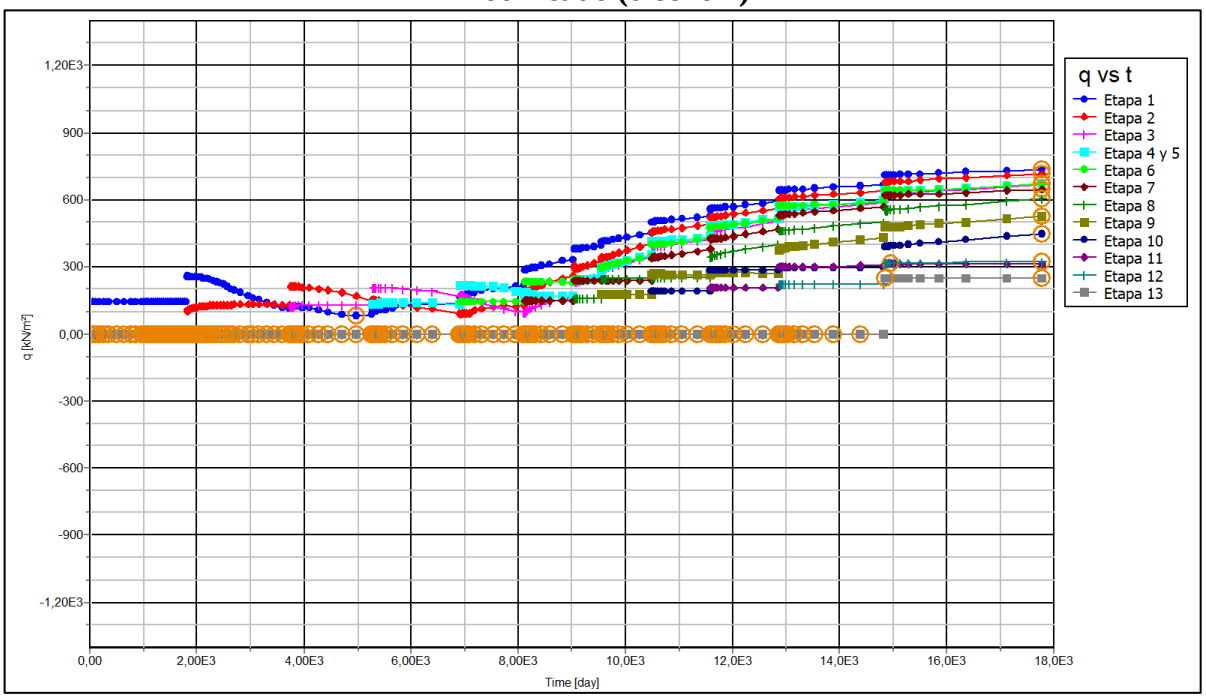
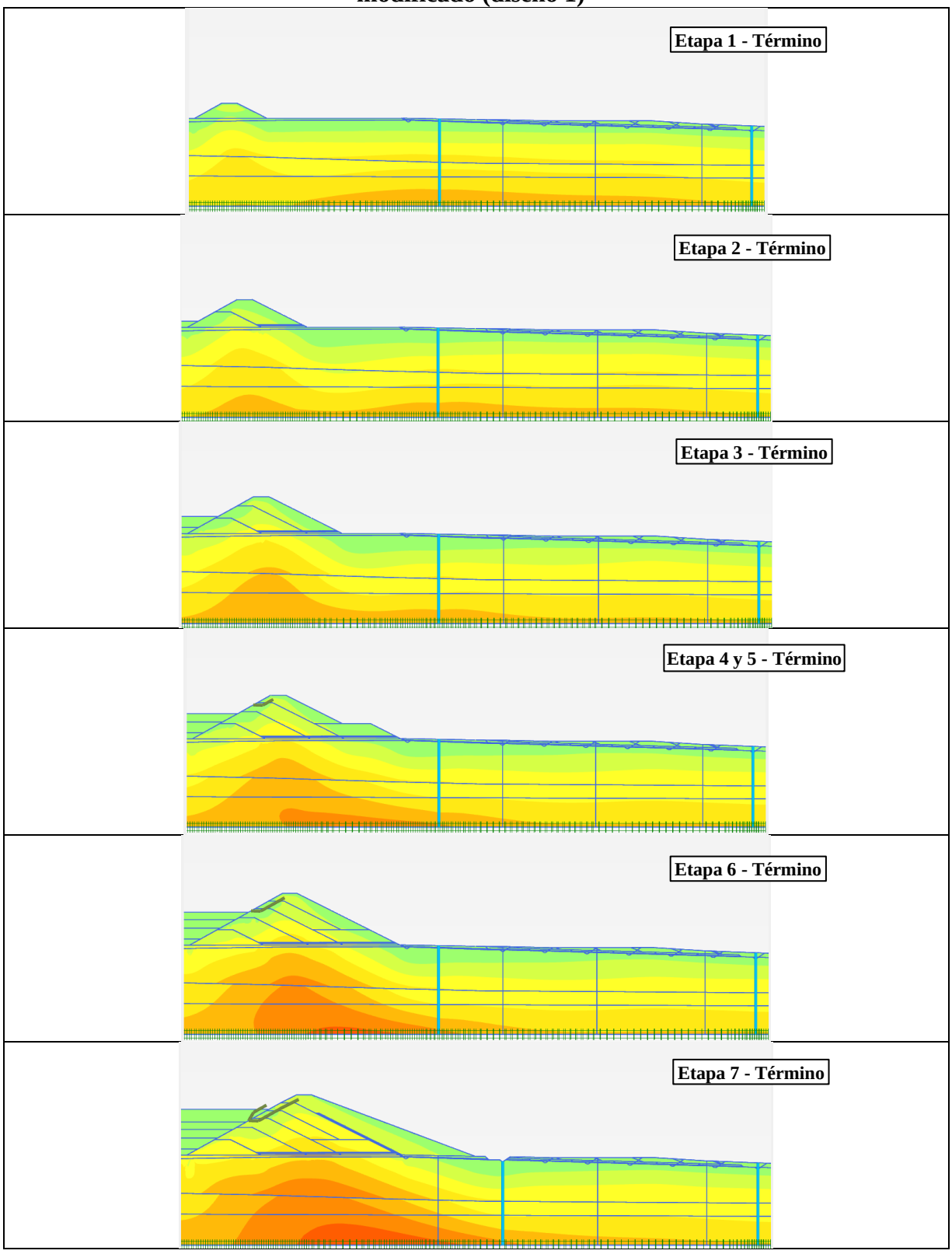
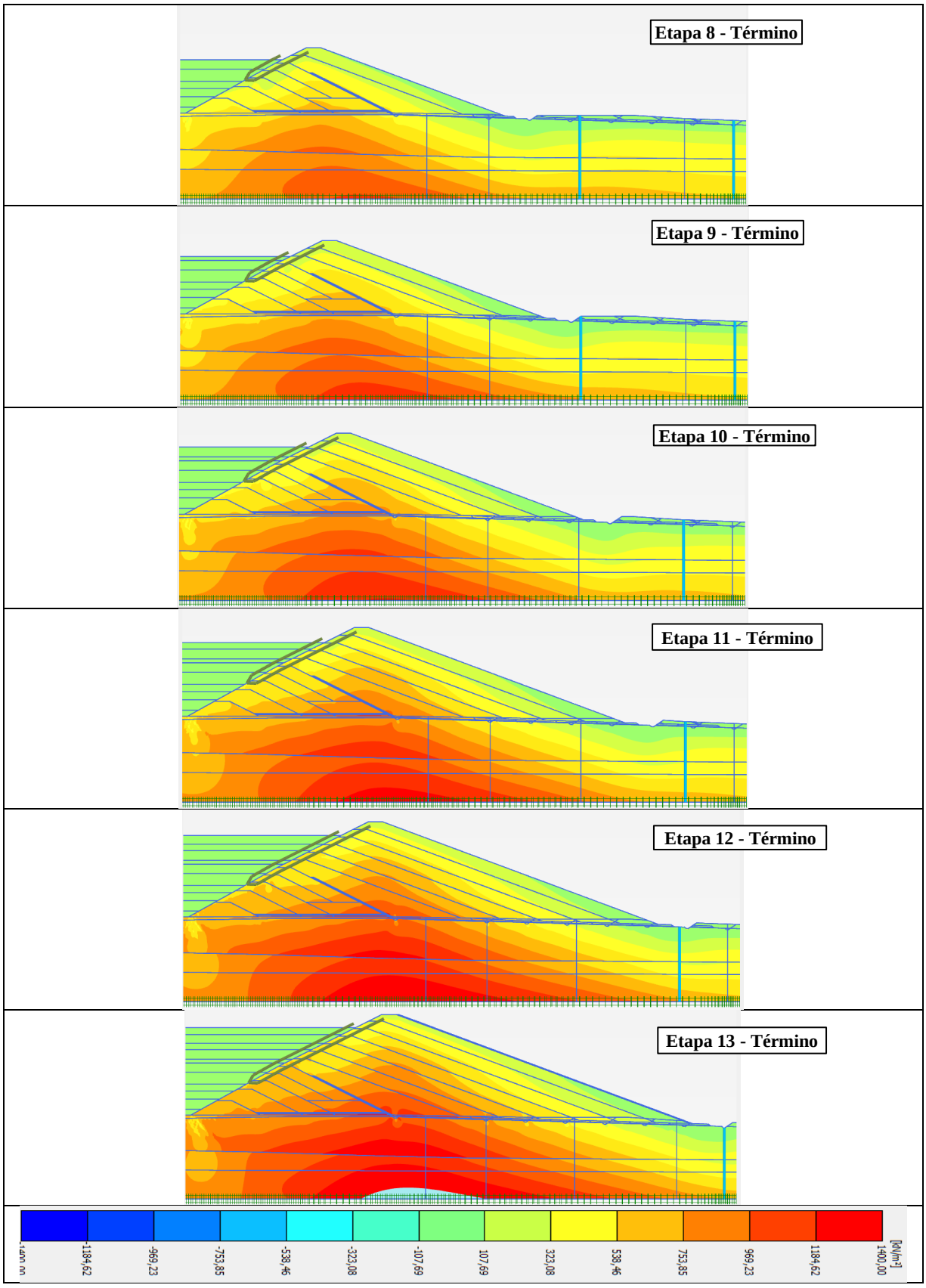


Figura F-19: Resultados esfuerzos desviadores por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)




Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1400,00
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m³]

F.3.2 Proyección con diseño actual (diseño 2)

Figura F-20: Resultados confinamiento total en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)

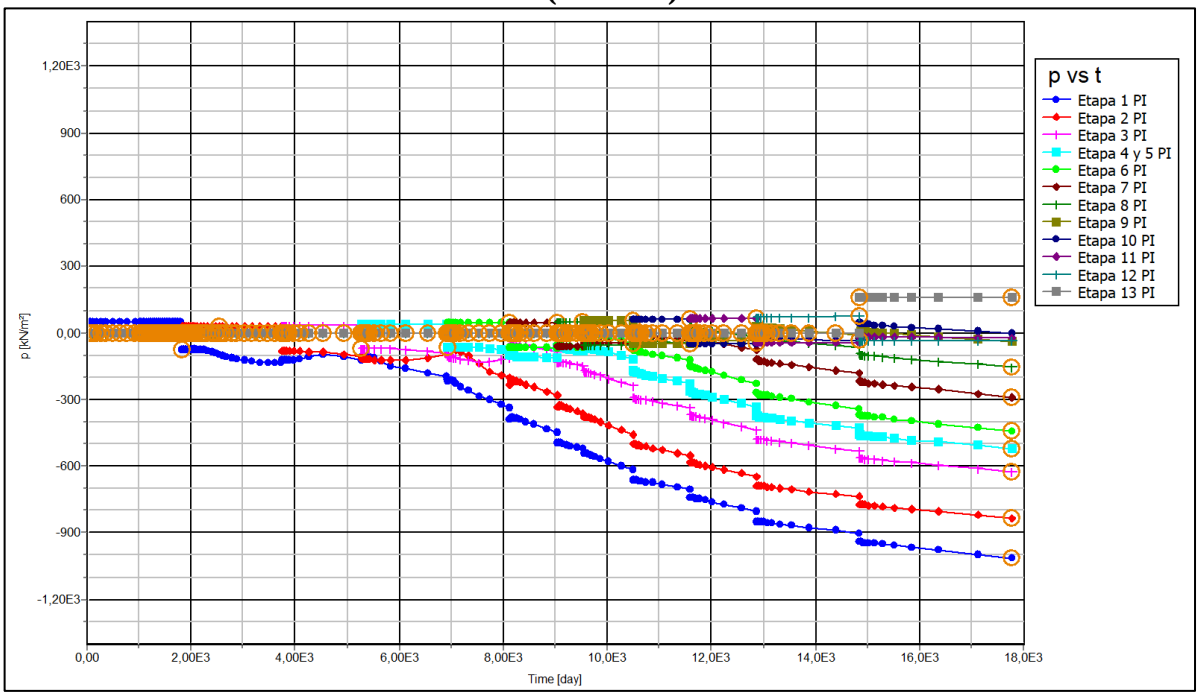
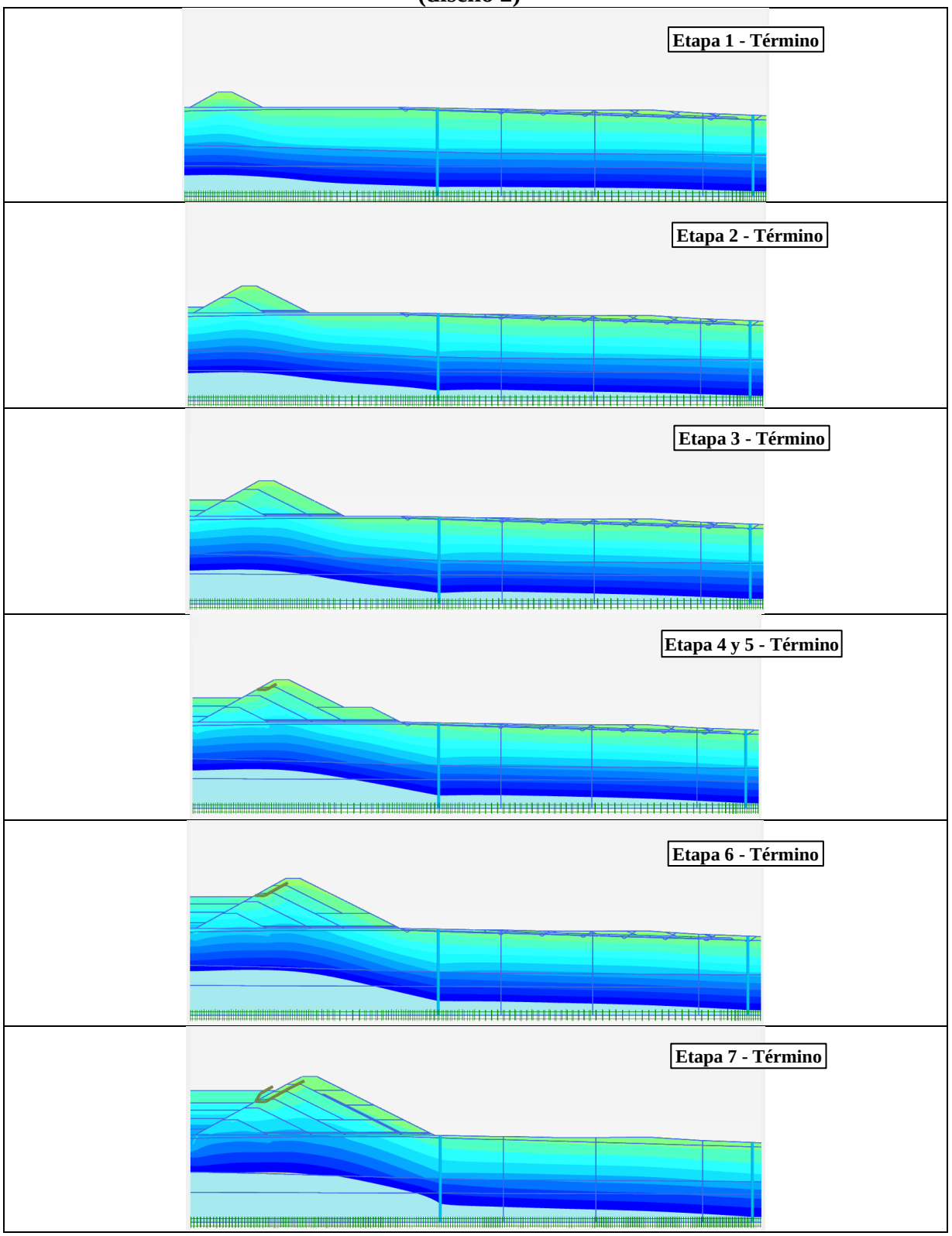


Figura F-21: Resultados confinamiento total por etapa - proyección con diseño actual (diseño 2)



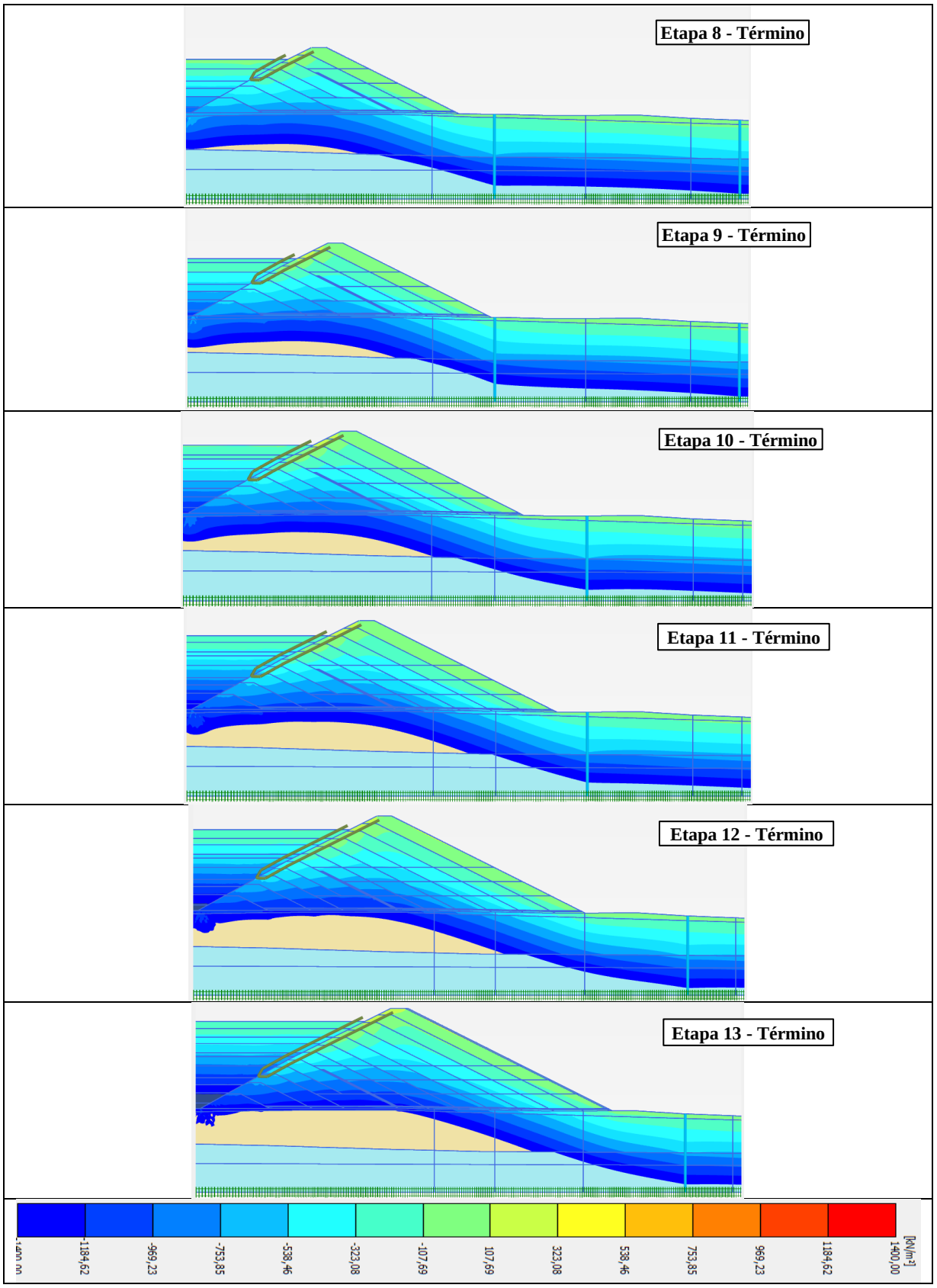

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1400,00
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m³]

Figura F-22: Resultados confinamiento efectivo en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)

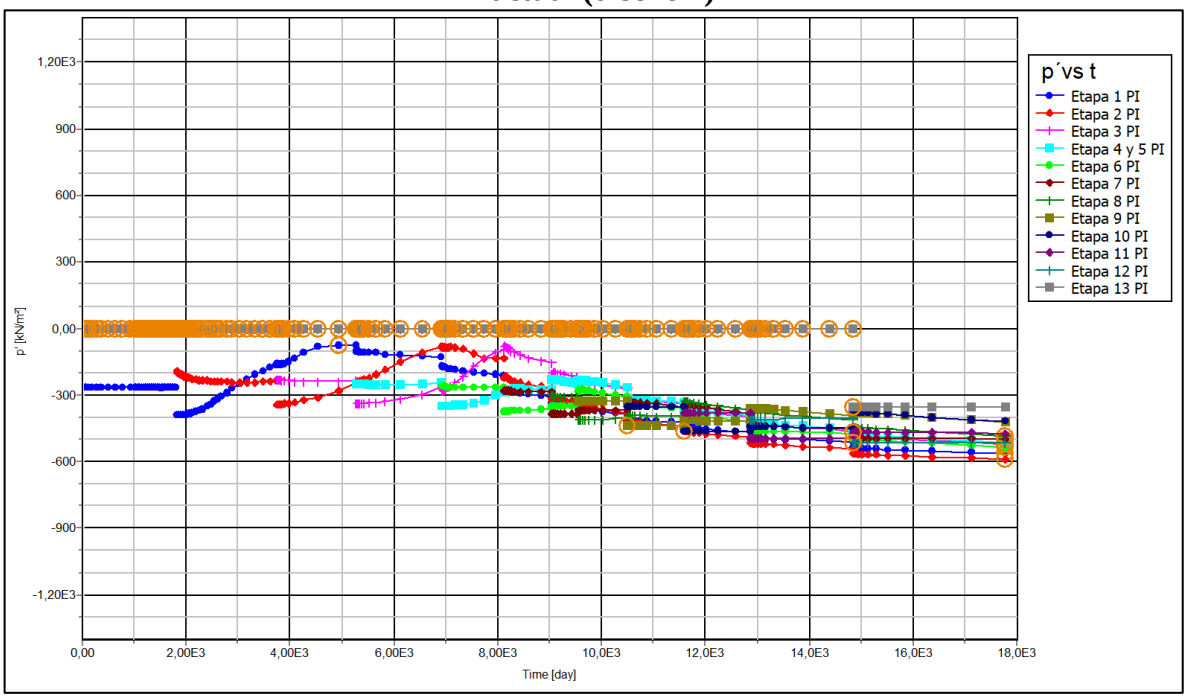
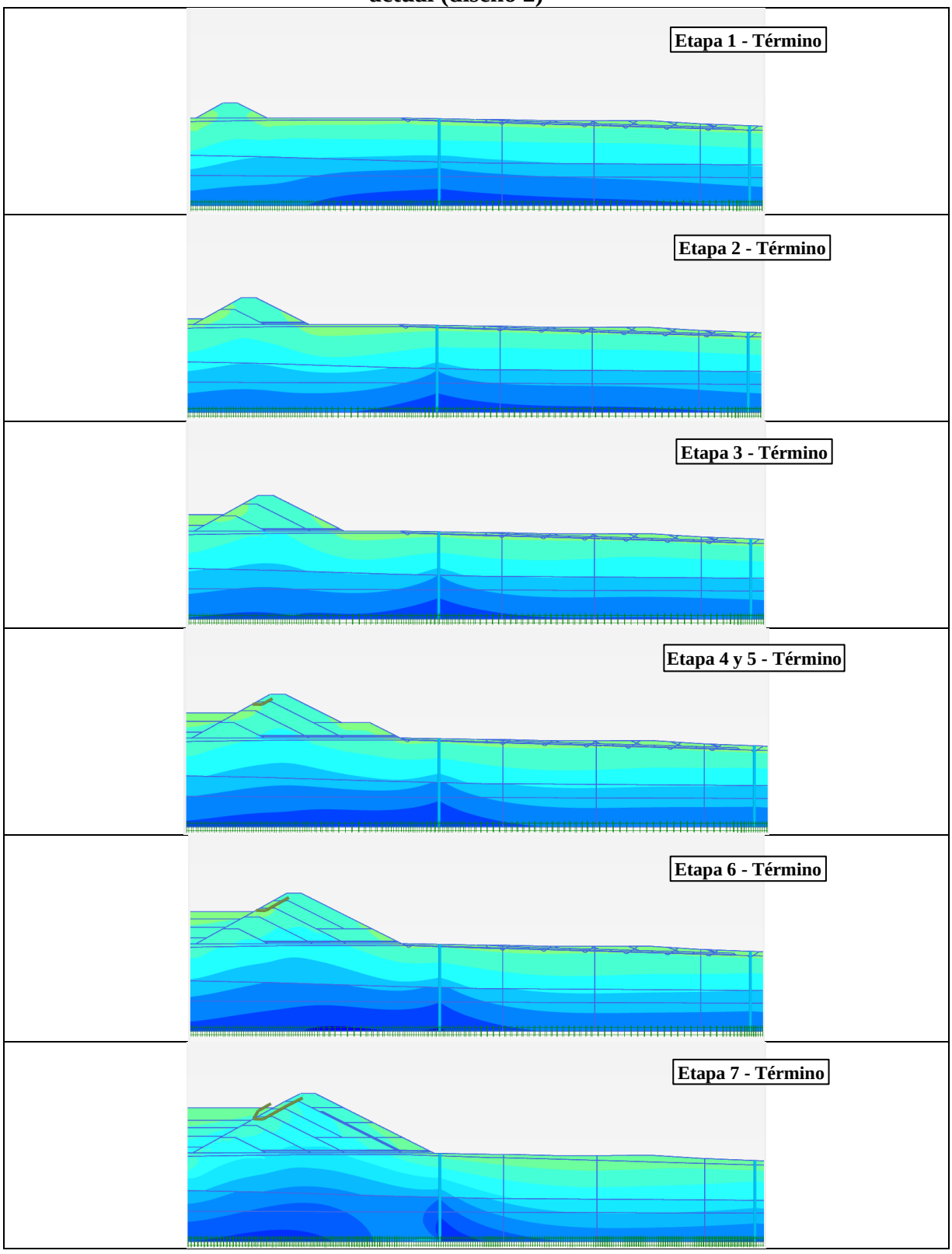


Figura F-23: Resultados confinamiento efectivo por etapa - proyección con diseño actual (diseño 2)



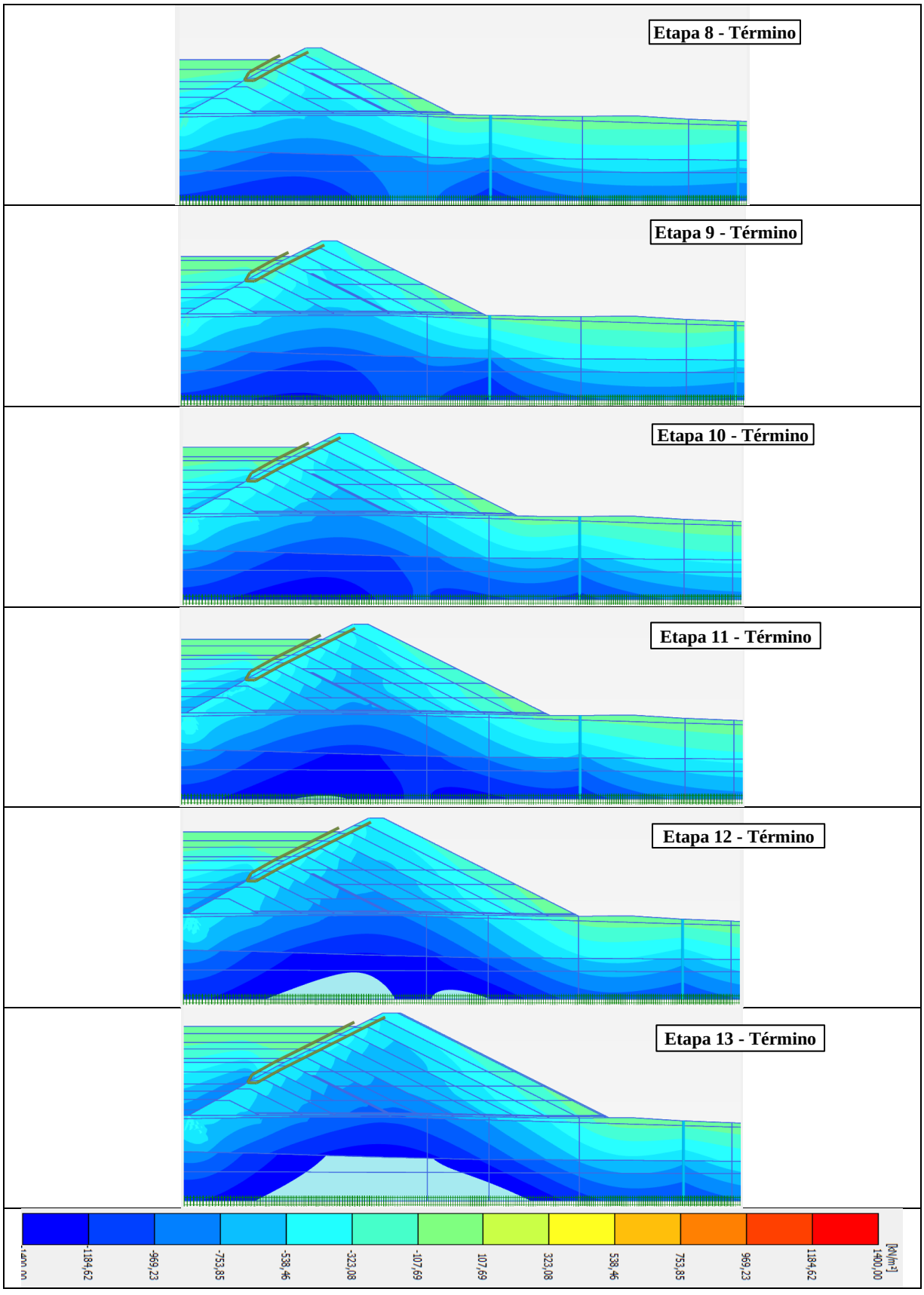

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
-1400,00
-1184,62
-969,23
-753,85
-538,46
-323,08
-107,69
107,69
323,08
538,46
753,85
969,23
1184,62
1400,00
[kN/m²]

Figura F-24: Resultados esfuerzo desviador en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)

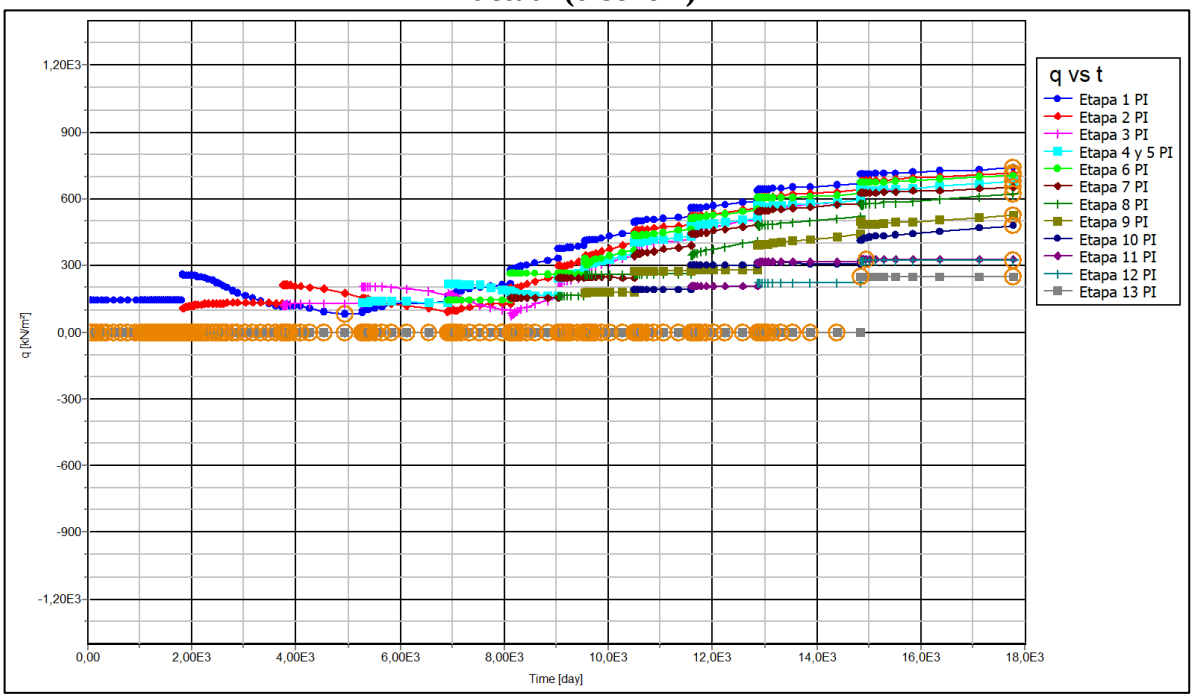
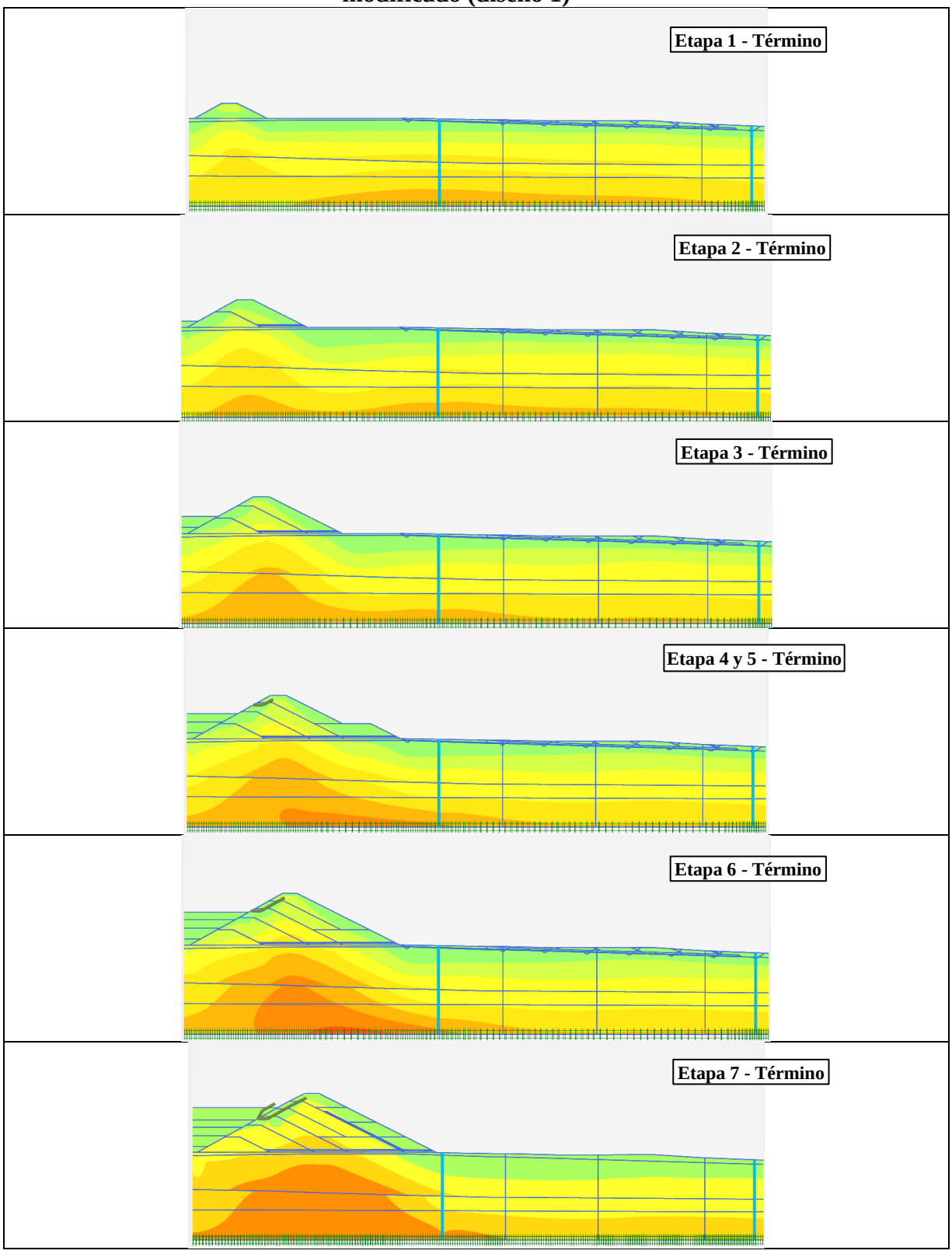
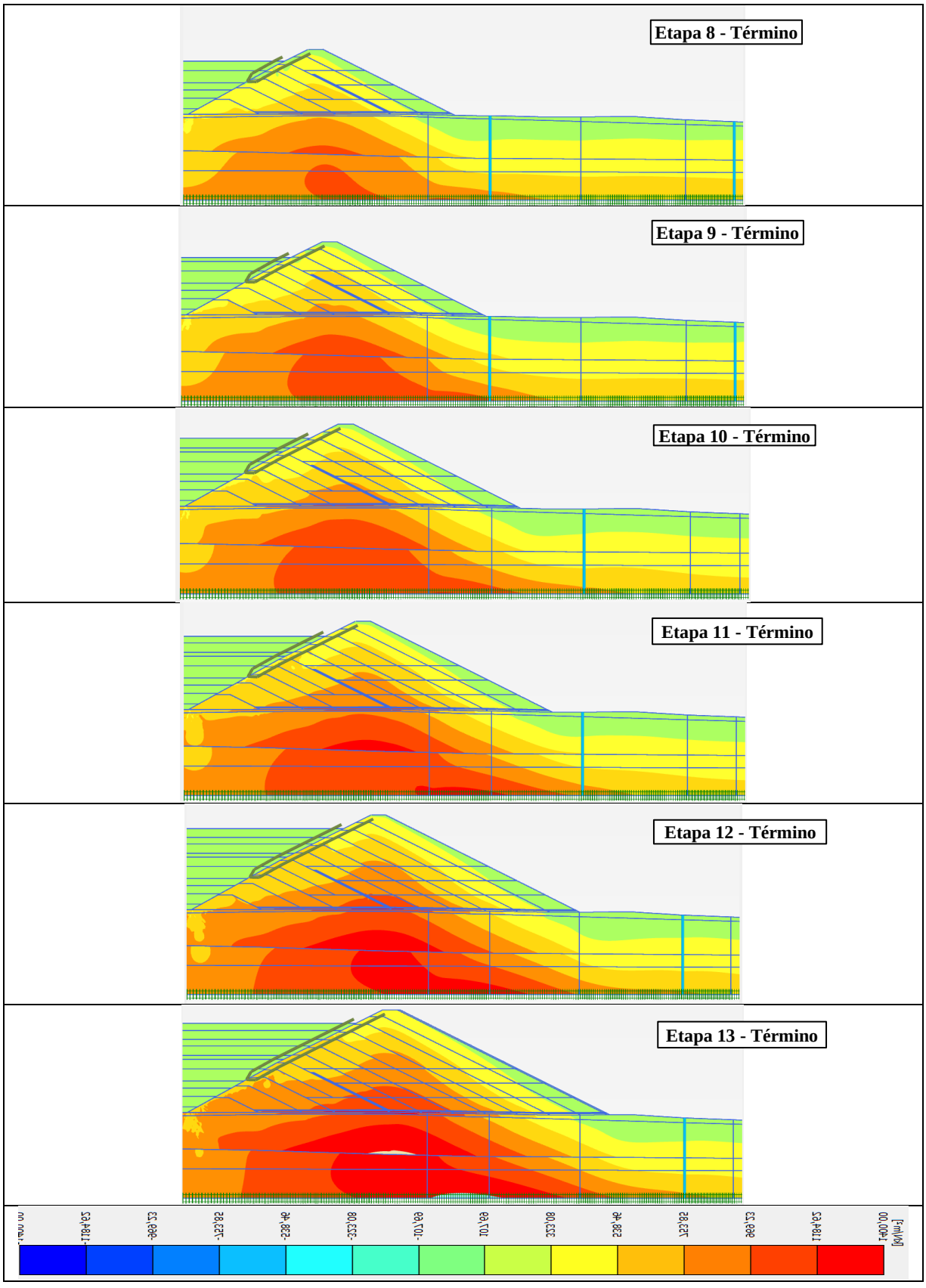


Figura F-25: Resultados esfuerzos desviadores por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)




Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
[kN/m²]

F.4 Deformaciones

F.4.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

Figura F-26: Resultados deformación horizontal en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)

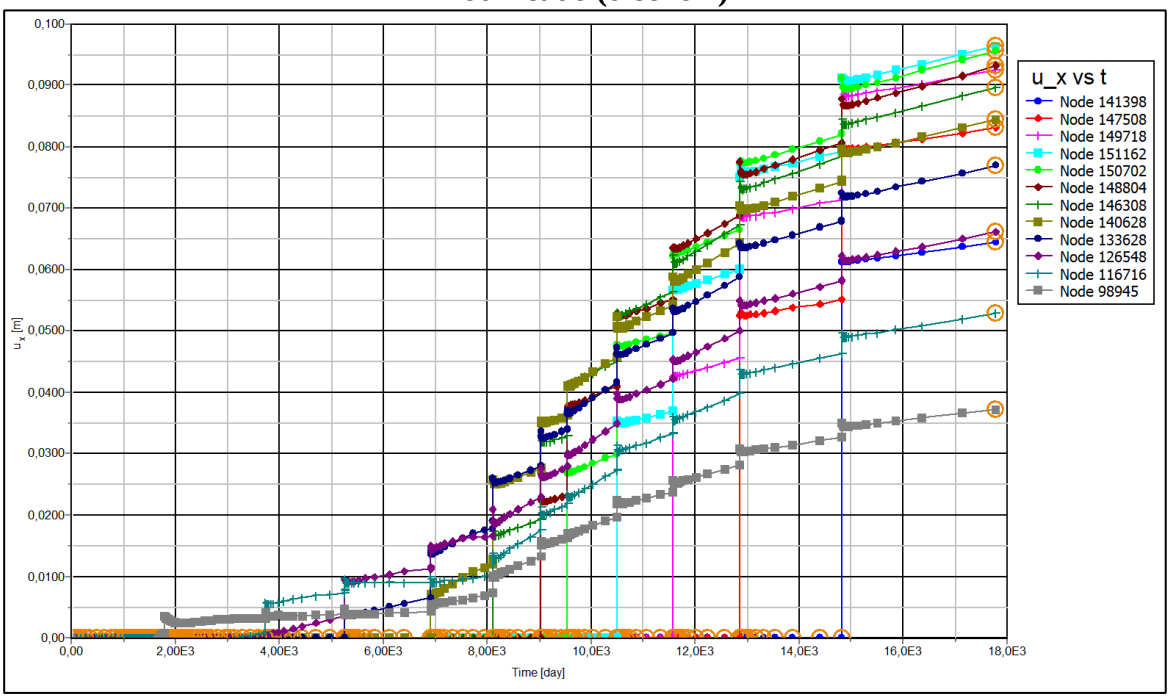
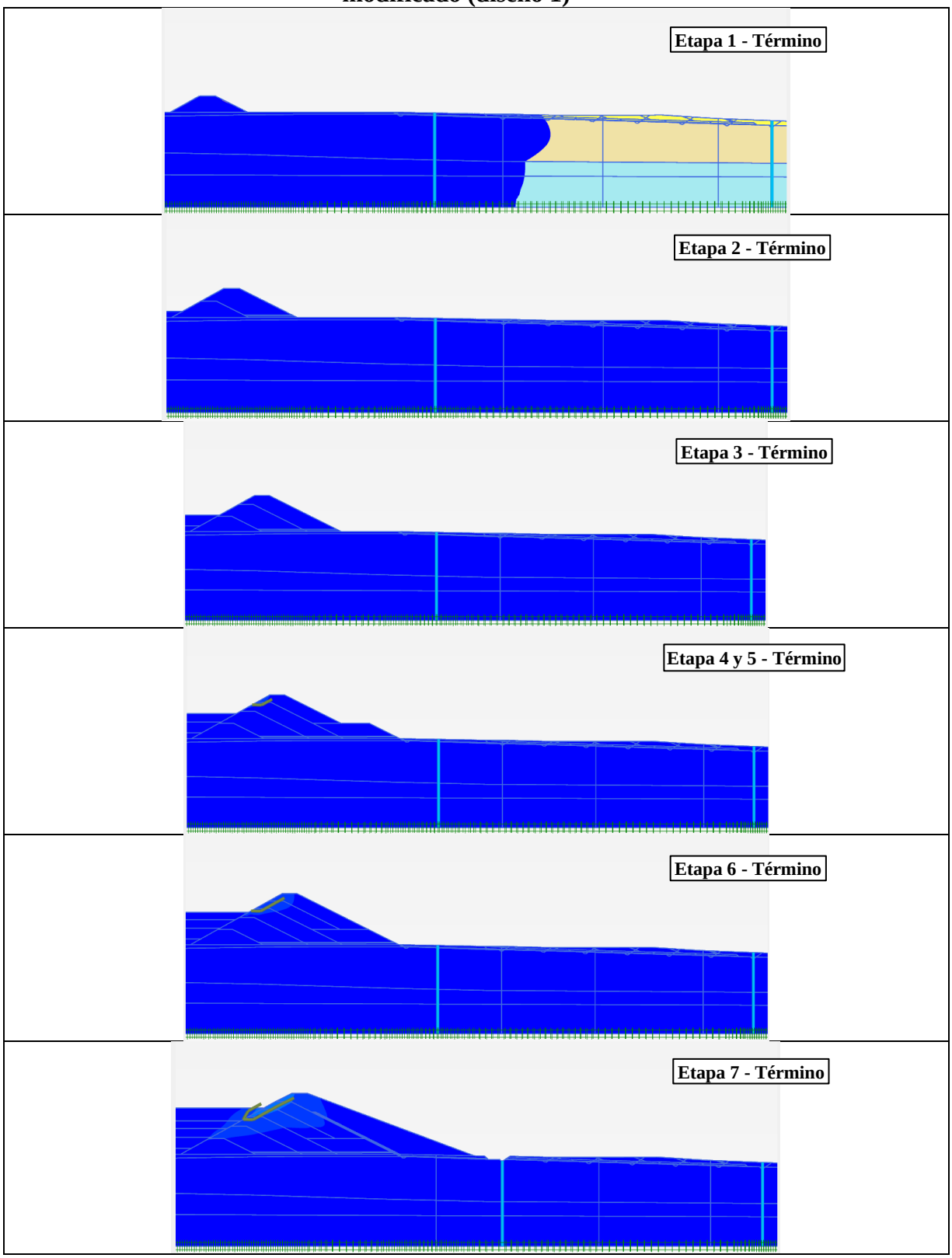


Figura F-27: Resultados deformación horizontal por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)



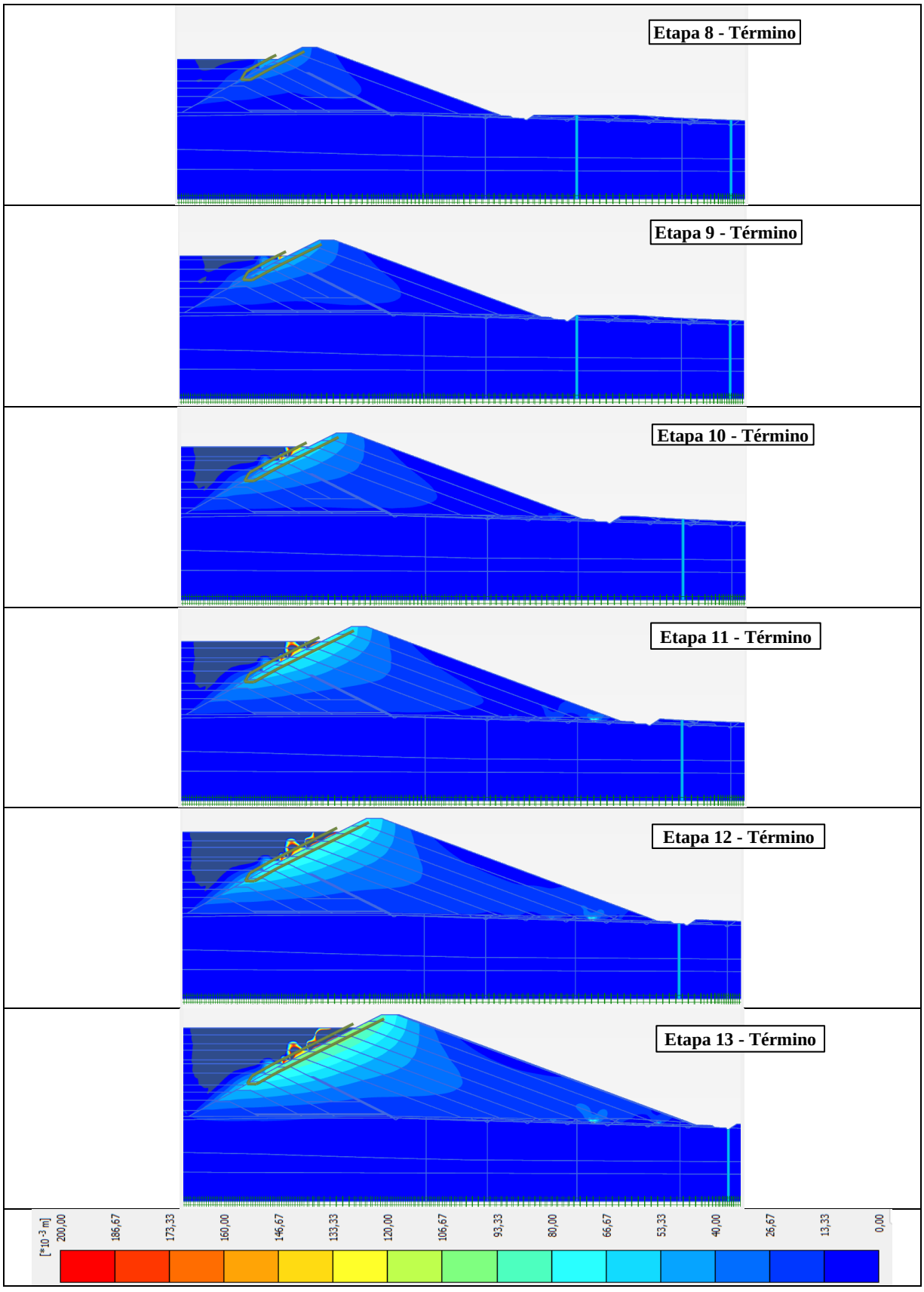

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
[*10^-3 m]
200,00
186,67
173,33
160,00
146,67
133,33
120,00
106,67
93,33
80,00
66,67
53,33
40,00
26,67
13,33
0,00

Figura F-28: Resultados deformación vertical en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)

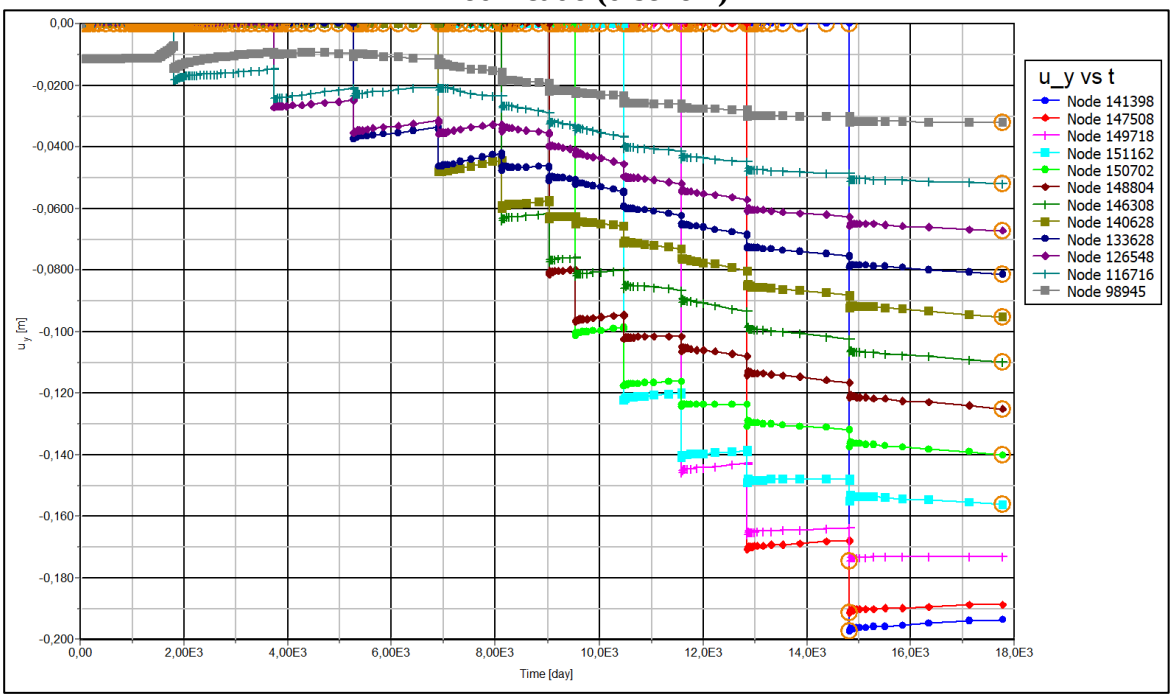
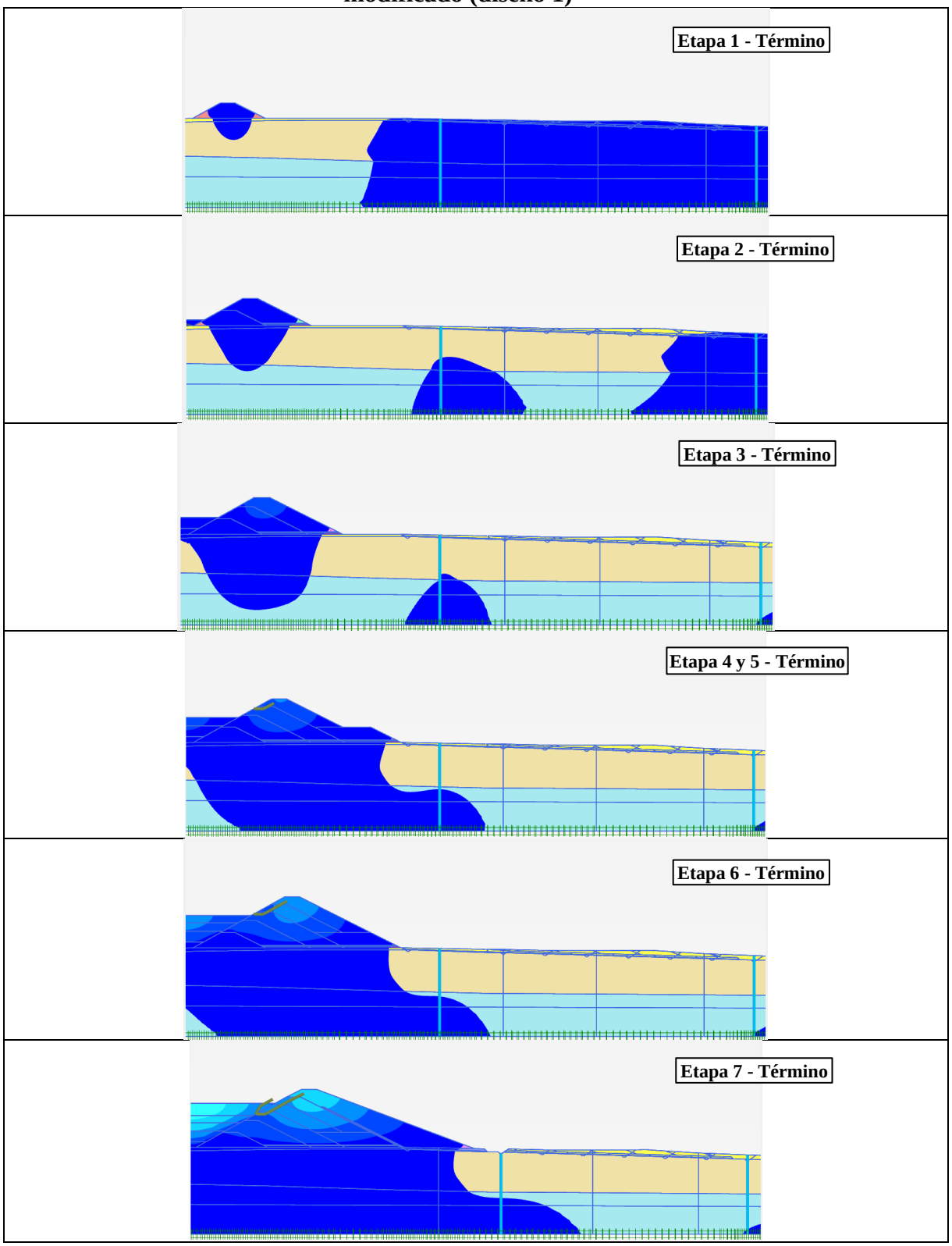
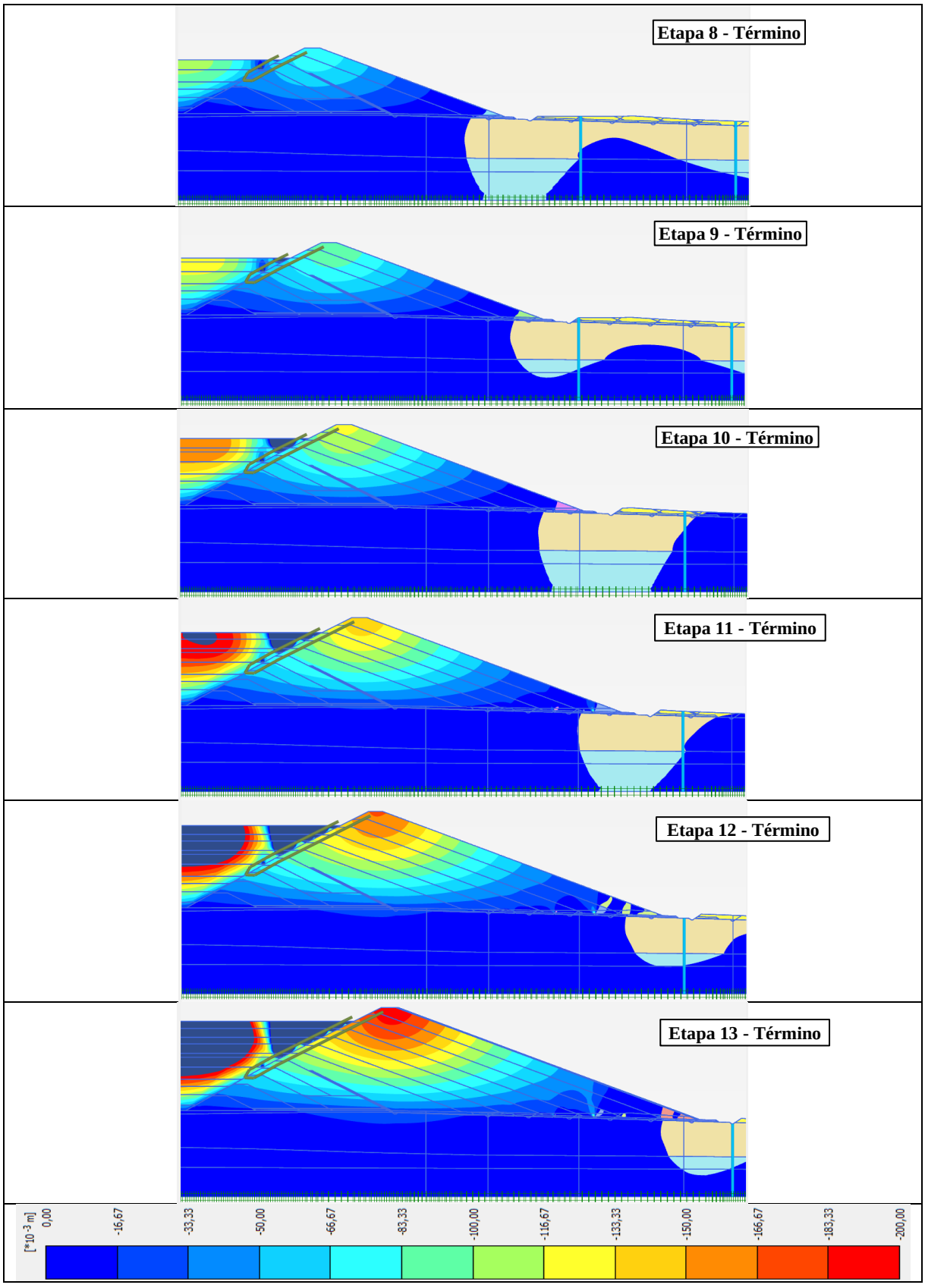


Figura F-29: Resultados deformación vertical por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)




Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
[*10⁻³ m]
0,00
-16,67
-33,33
-50,00
-66,67
-83,33
-100,00
-116,67
-133,33
-150,00
-166,67
-183,33
-200,00

F.4.2 Proyección con diseño actual (diseño 2)

Figura F-30: Resultados deformación horizontal en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)

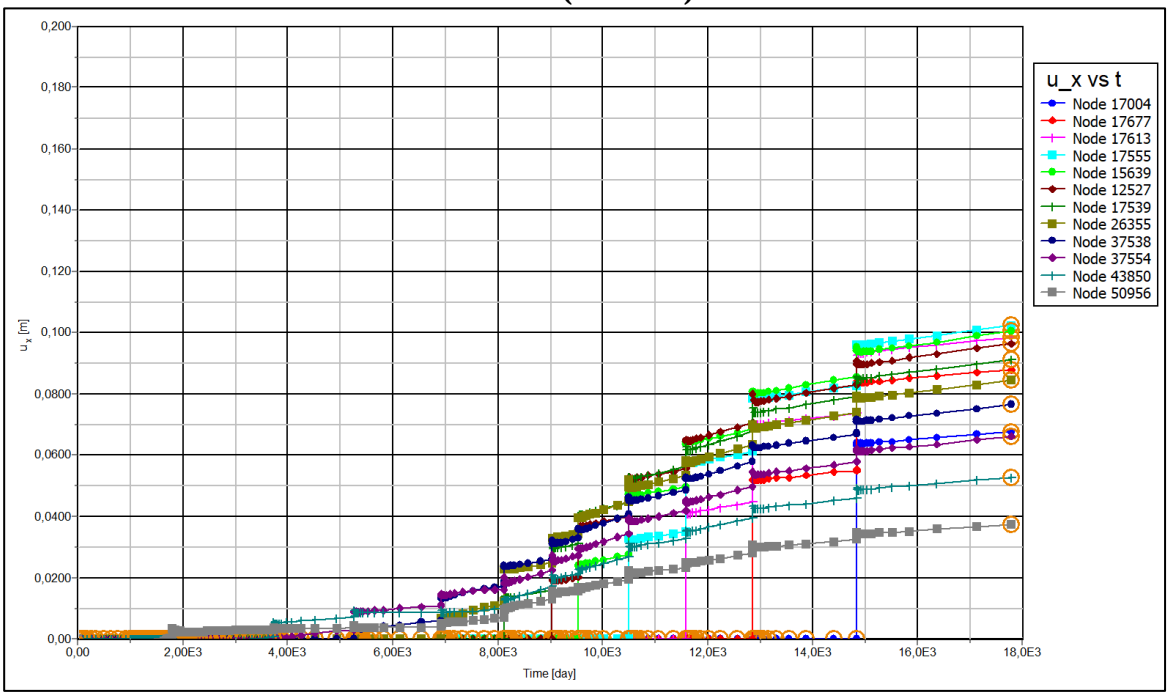
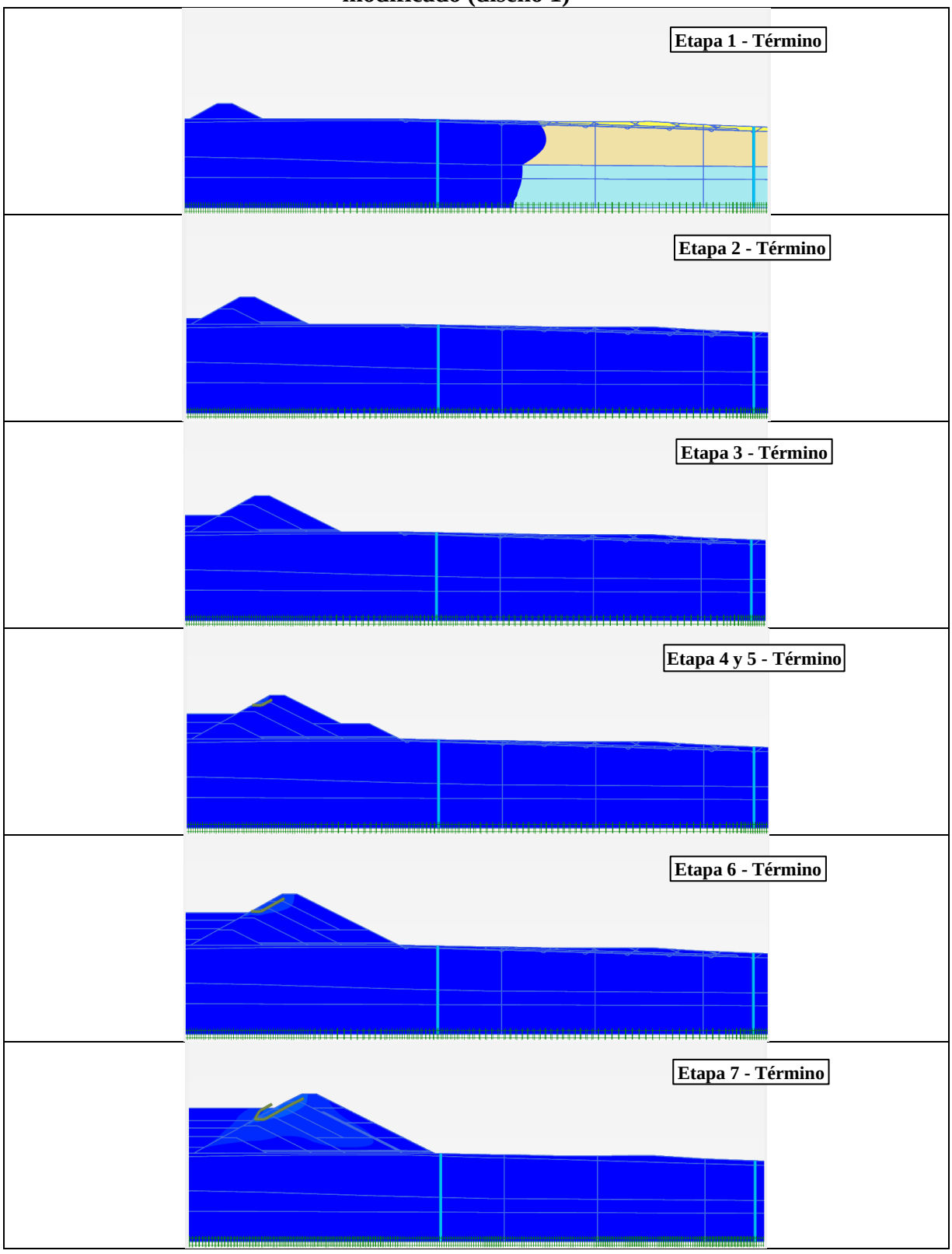


Figura F-31: Resultados deformación horizontal por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)



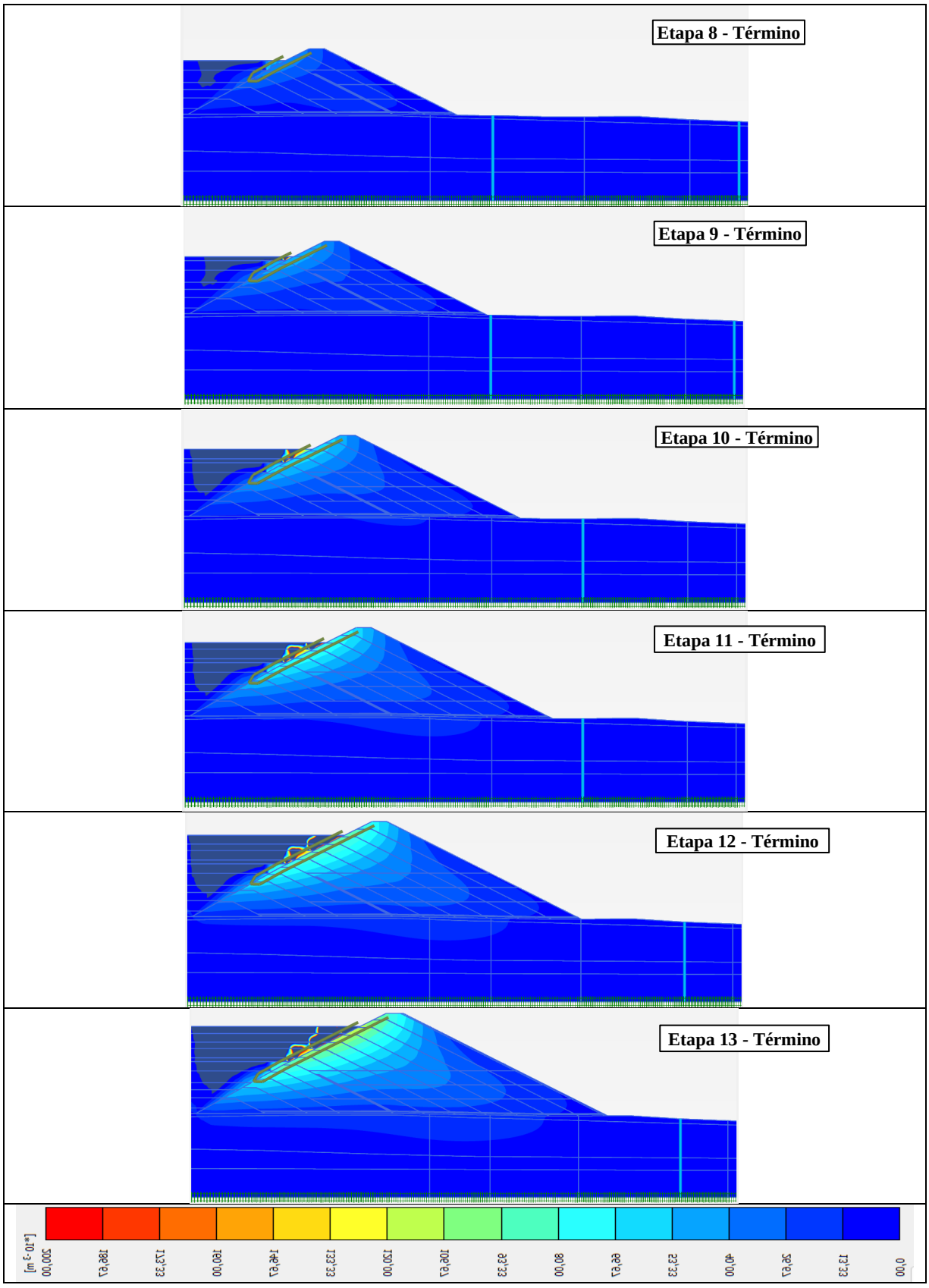

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término

Figura F-32: Resultados deformación vertical en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)

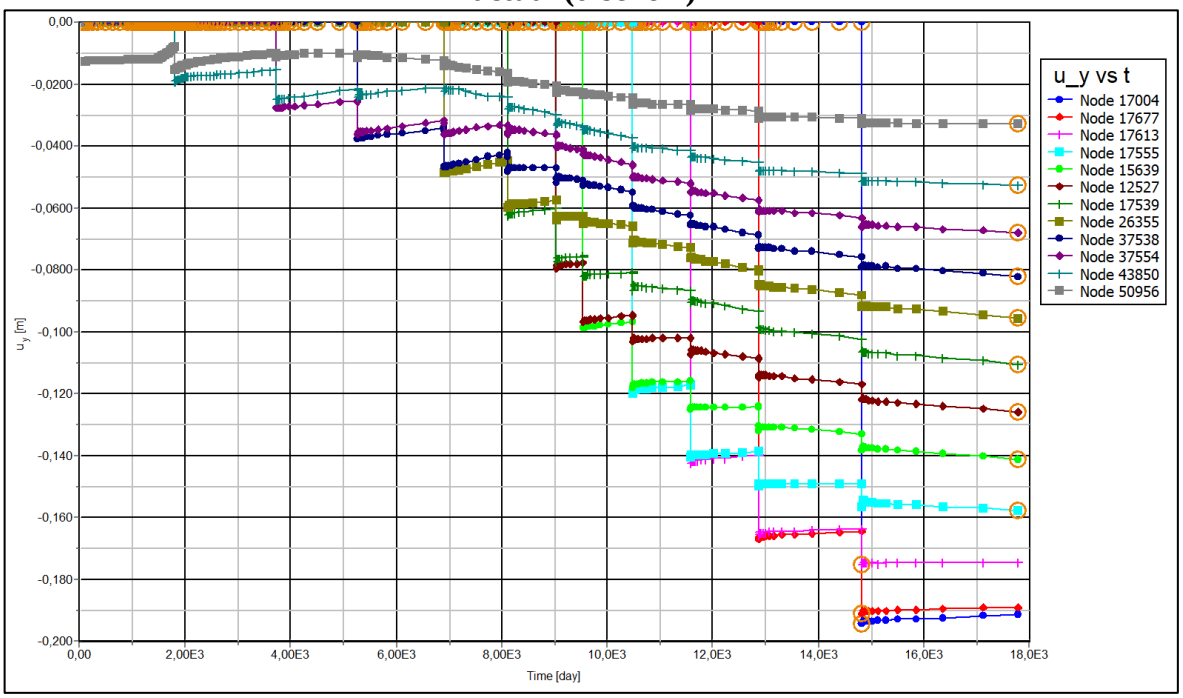
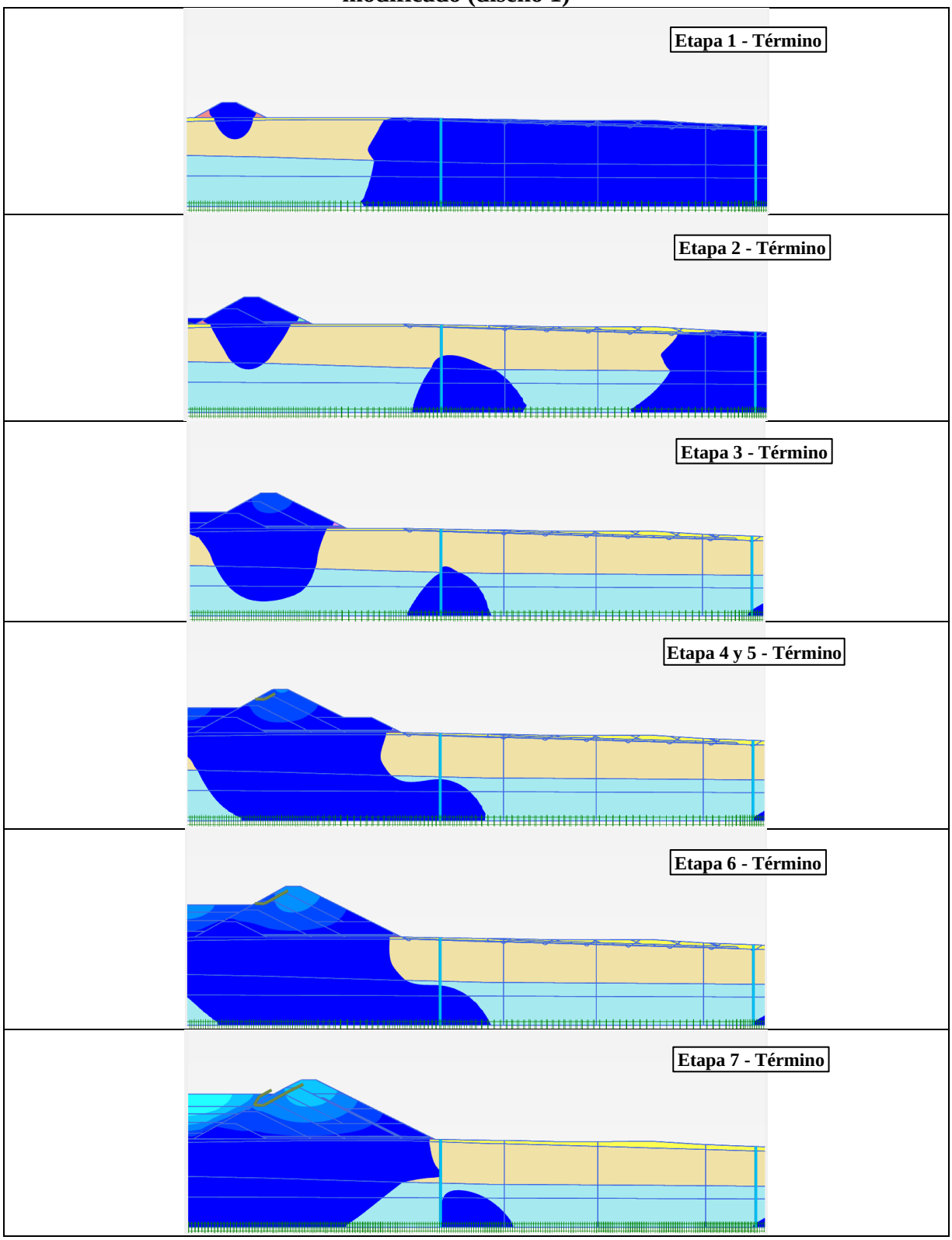
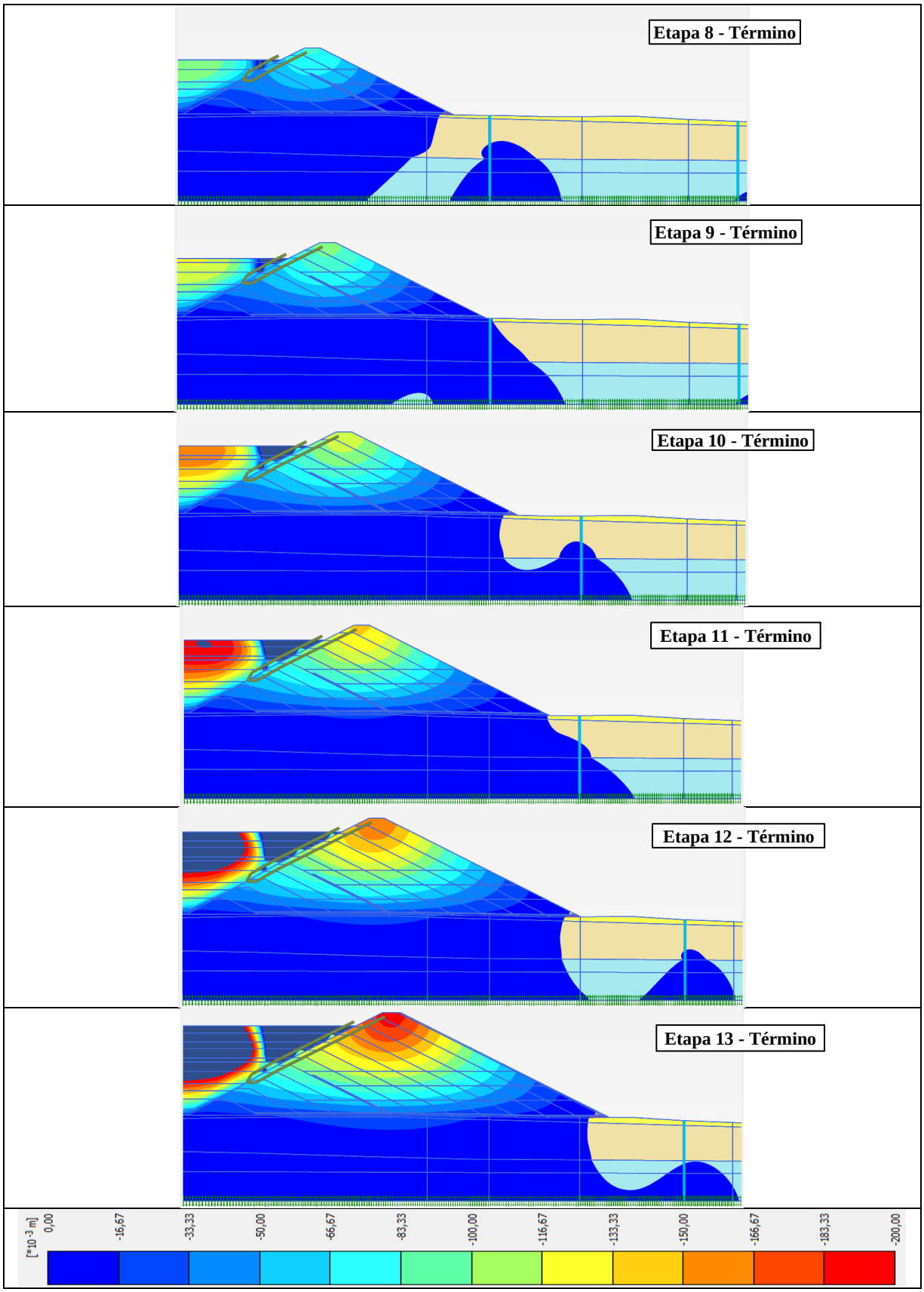


Figura F-33: Resultados deformación vertical por etapa - proyección con diseño modificado (diseño 1)

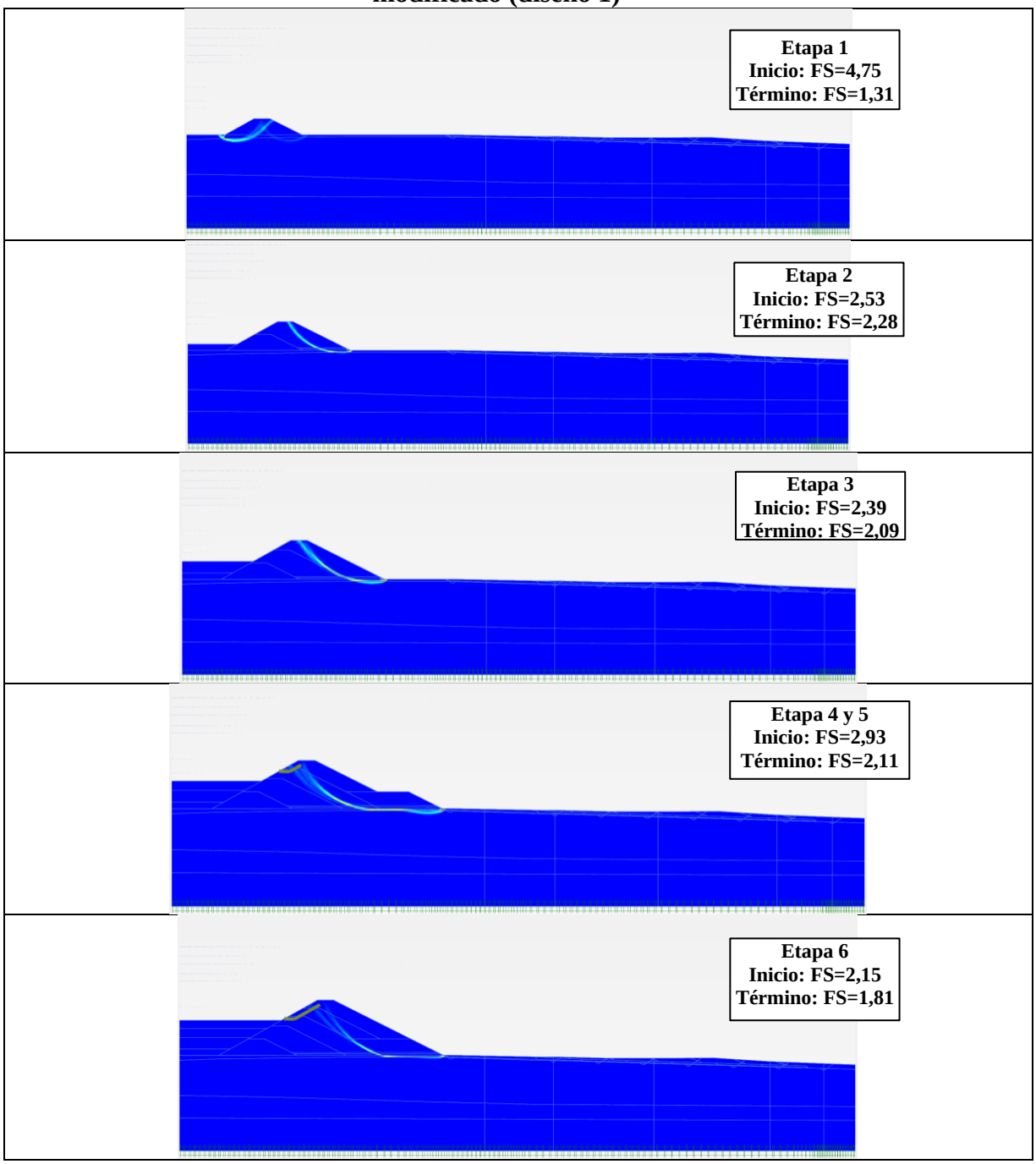


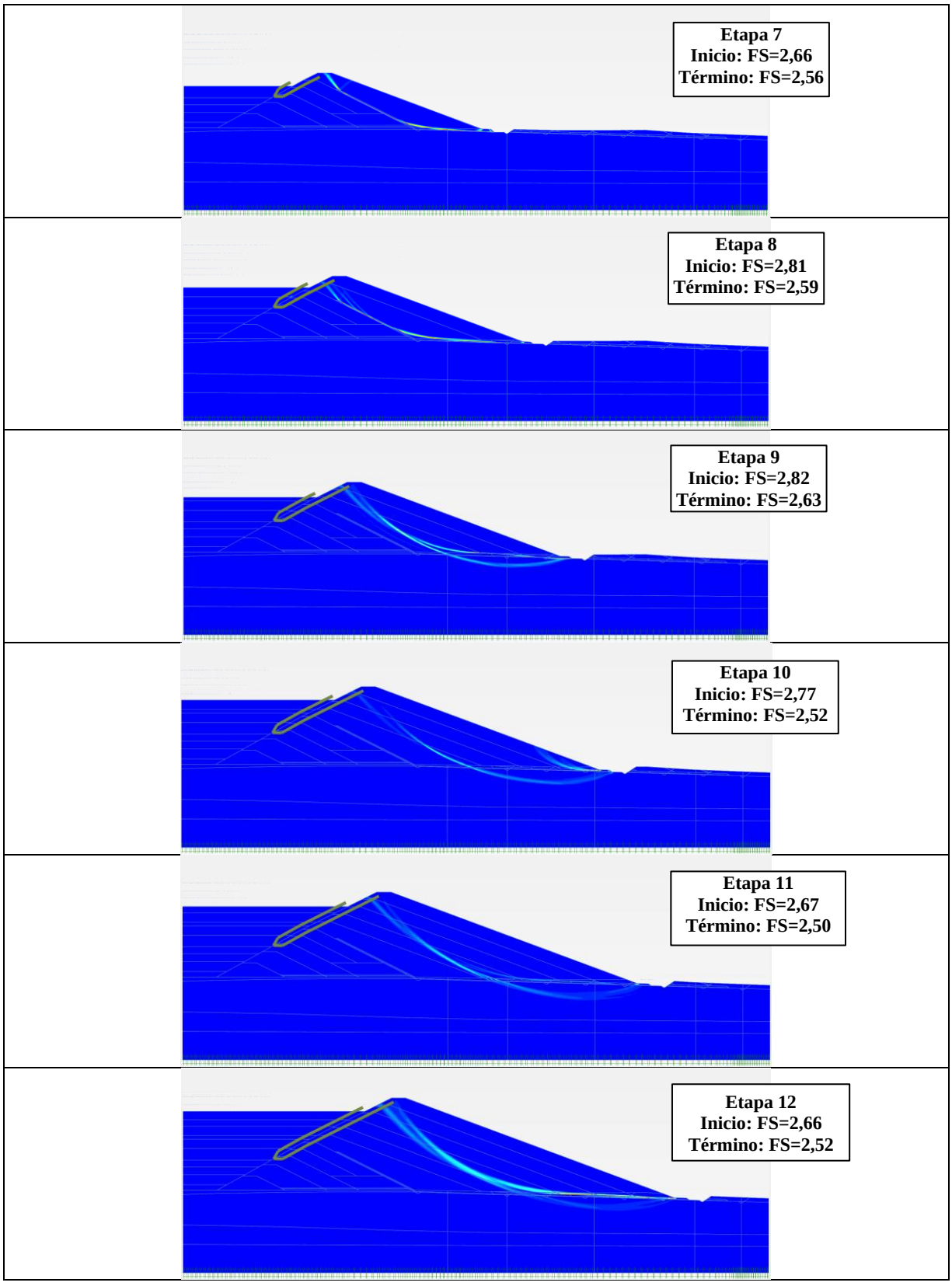

Etapa 8 - Término
Etapa 9 - Término
Etapa 10 - Término
Etapa 11 - Término
Etapa 12 - Término
Etapa 13 - Término
[*10^-3 m]
0,00
-16,67
-33,33
-50,00
-66,67
-83,33
-100,00
-116,67
-133,33
-150,00
-166,67
-183,33
-200,00

F.5 Condiciones de falla

F.5.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

Figura F-34: Condición de falla Condición Estática - proyección con diseño modificado (diseño 1)




Etapa 7
Inicio: FS=2,66
Término: FS=2,56
Etapa 8
Inicio: FS=2,81
Término: FS=2,59
Etapa 9
Inicio: FS=2,82
Término: FS=2,63
Etapa 10
Inicio: FS=2,77
Término: FS=2,52
Etapa 11
Inicio: FS=2,67
Término: FS=2,50
Etapa 12
Inicio: FS=2,66
Término: FS=2,52

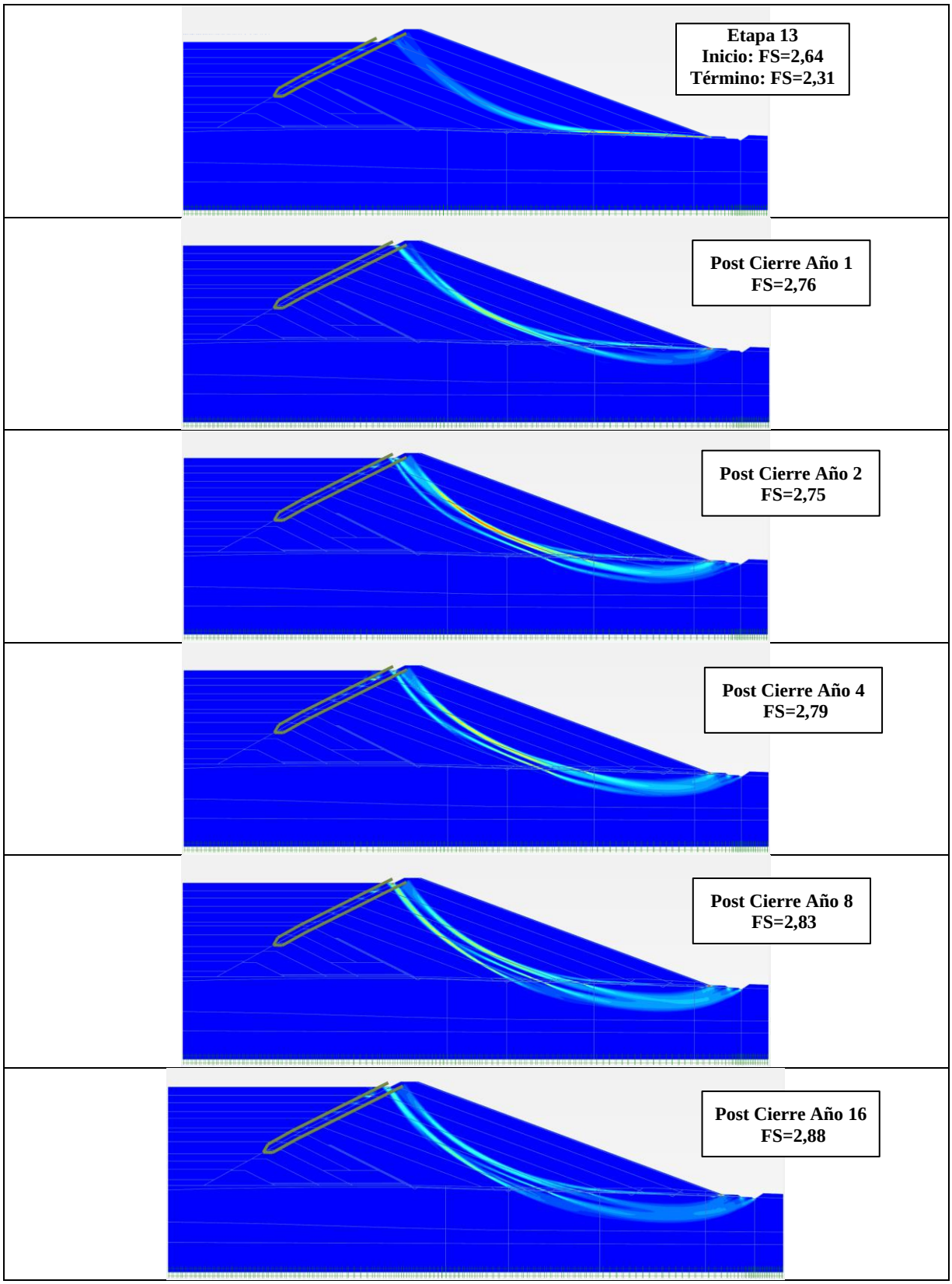
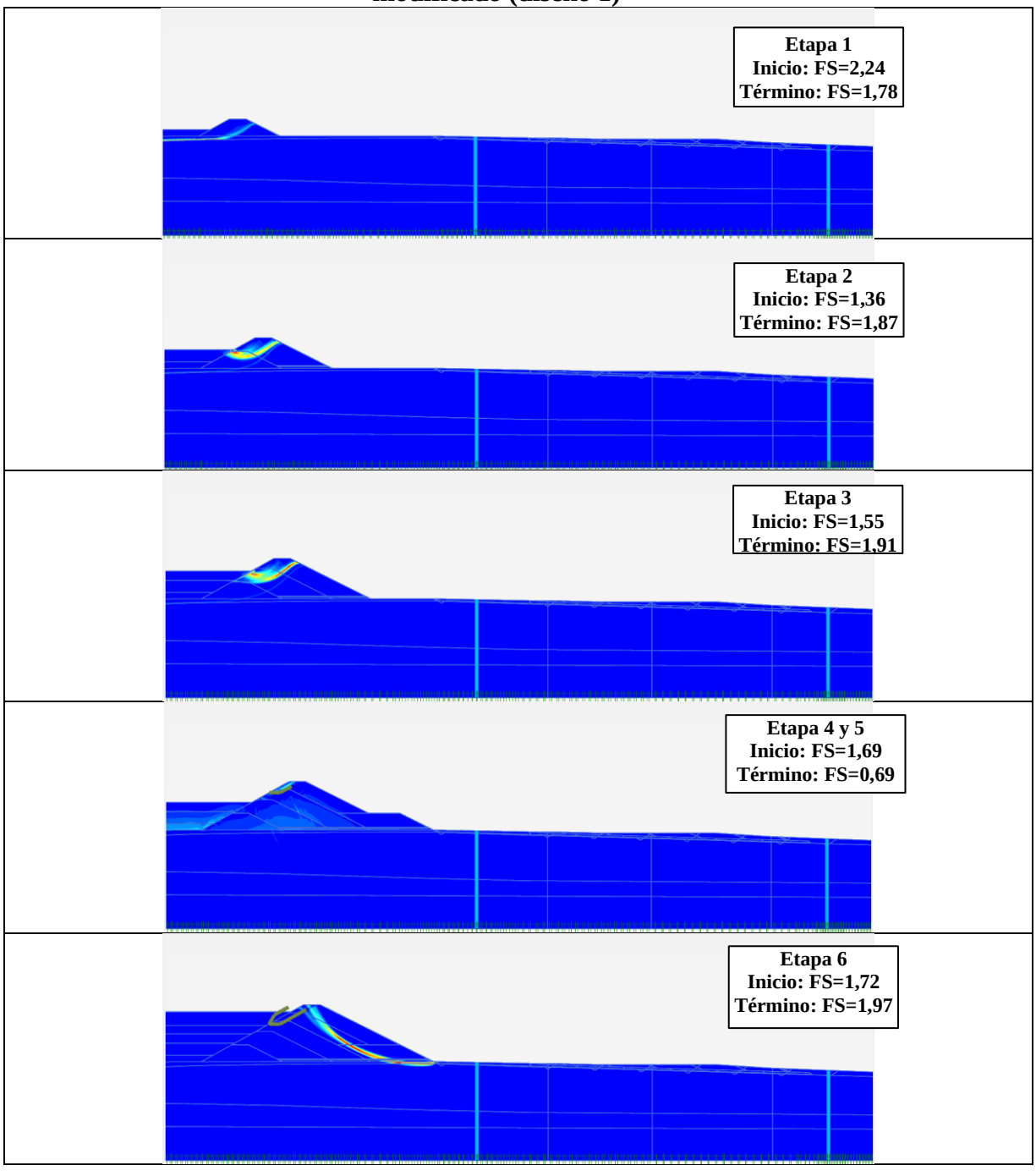
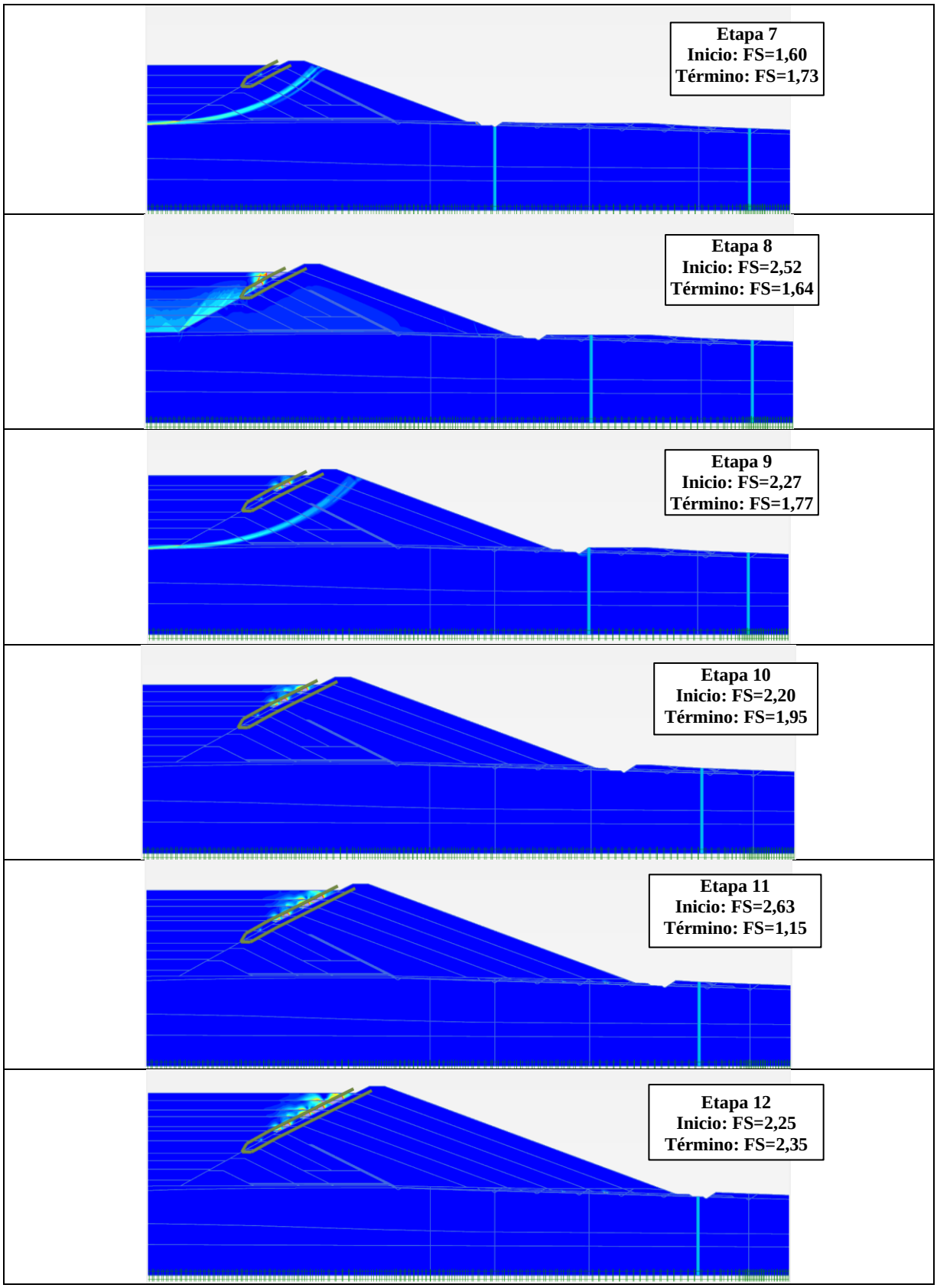
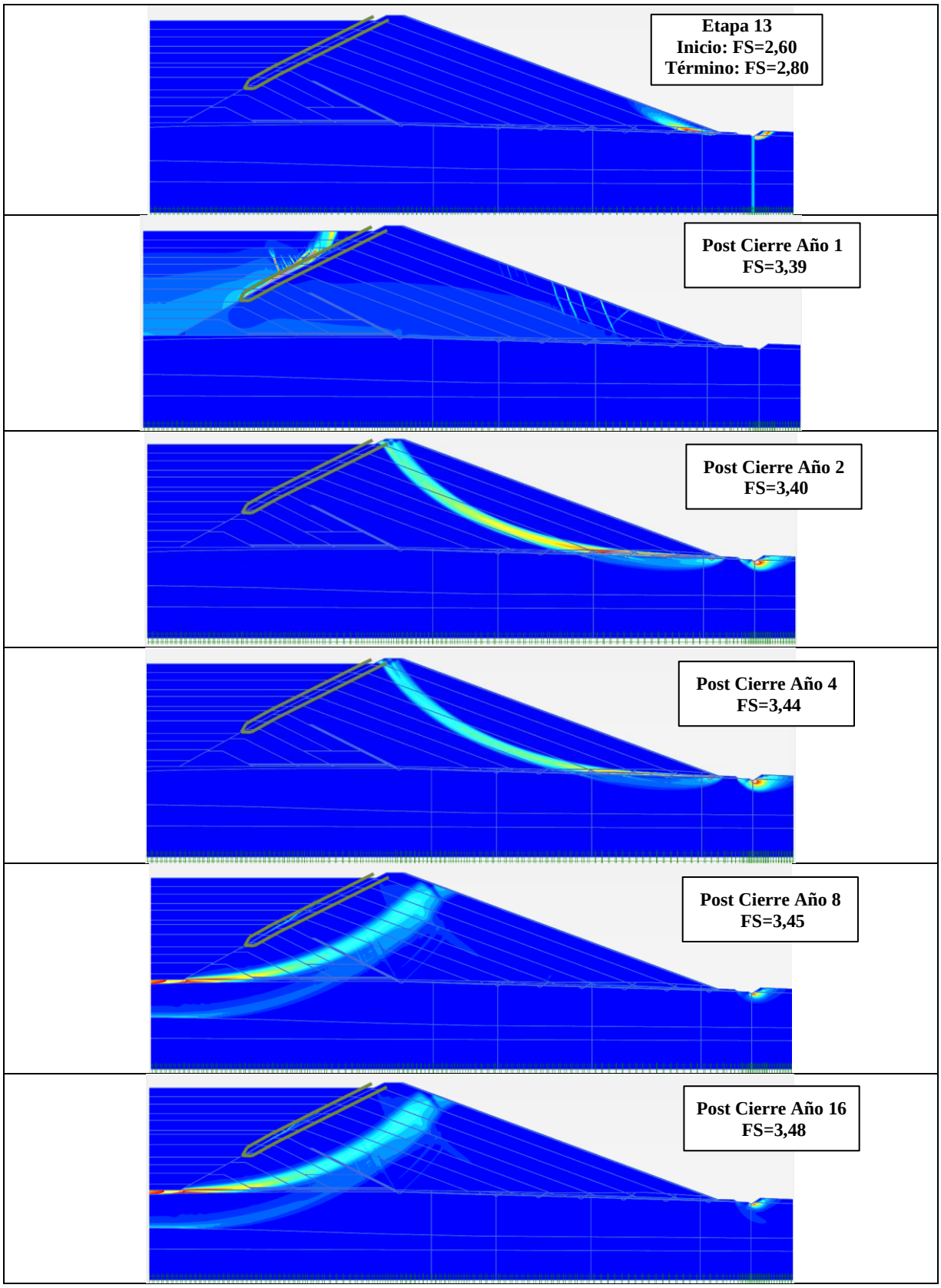

Etapa 13
Inicio: FS=2,64
Término: FS=2,31
Post Cierre Año 1
FS=2,76
Post Cierre Año 2
FS=2,75
Post Cierre Año 4
FS=2,79
Post Cierre Año 8
FS=2,83
Post Cierre Año 16
FS=2,88

Figura F-35: Condición de falla Condición Pseudo-estática - proyección con diseño modificado (diseño 1)

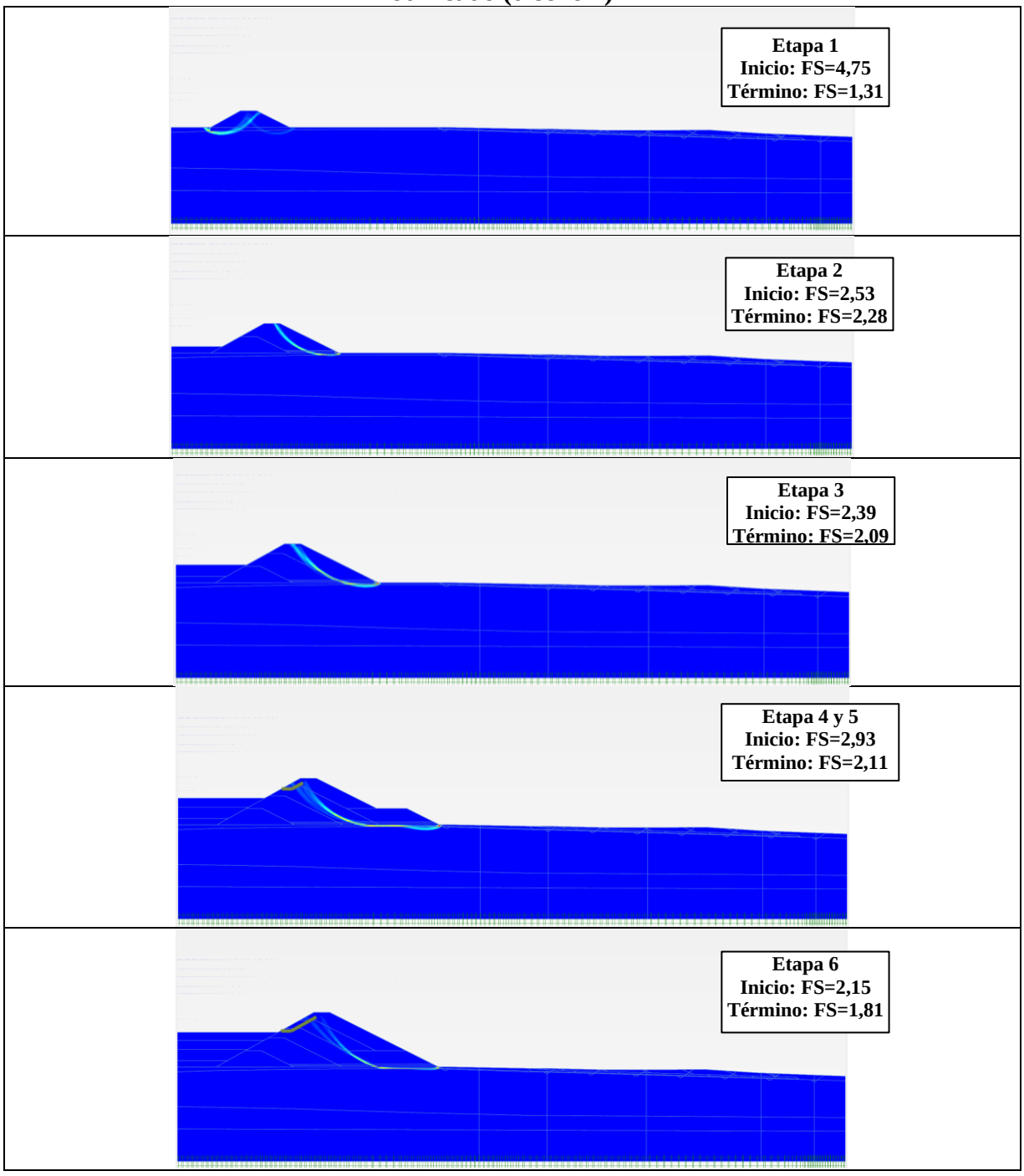


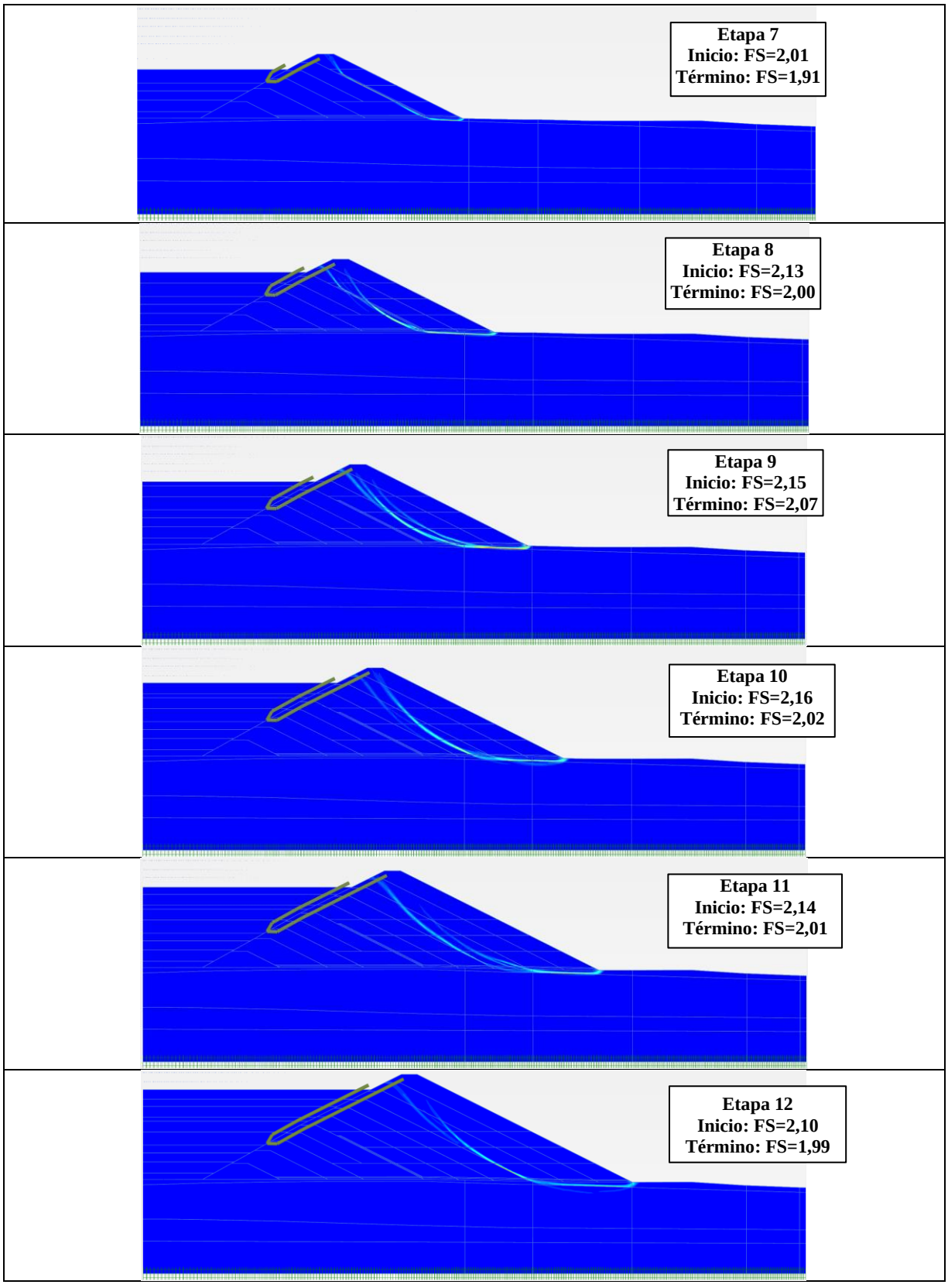

Etapa 7
Inicio: FS=1,60
Término: FS=1,73
Etapa 8
Inicio: FS=2,52
Término: FS=1,64
Etapa 9
Inicio: FS=2,27
Término: FS=1,77
Etapa 10
Inicio: FS=2,20
Término: FS=1,95
Etapa 11
Inicio: FS=2,63
Término: FS=1,15
Etapa 12
Inicio: FS=2,25
Término: FS=2,35


Etapa 13
Inicio: FS=2,60
Término: FS=2,80
Post Cierre Año 1
FS=3,39
Post Cierre Año 2
FS=3,40
Post Cierre Año 4
FS=3,44
Post Cierre Año 8
FS=3,45
Post Cierre Año 16
FS=3,48

F.5.2 Proyección con diseño actual (diseño 2)

Figura F-36: Condición de falla Condición Estática - proyección con diseño modificado (diseño 1)




Etapa 7
Inicio: FS=2,01
Término: FS=1,91
Etapa 8
Inicio: FS=2,13
Término: FS=2,00
Etapa 9
Inicio: FS=2,15
Término: FS=2,07
Etapa 10
Inicio: FS=2,16
Término: FS=2,02
Etapa 11
Inicio: FS=2,14
Término: FS=2,01
Etapa 12
Inicio: FS=2,10
Término: FS=1,99

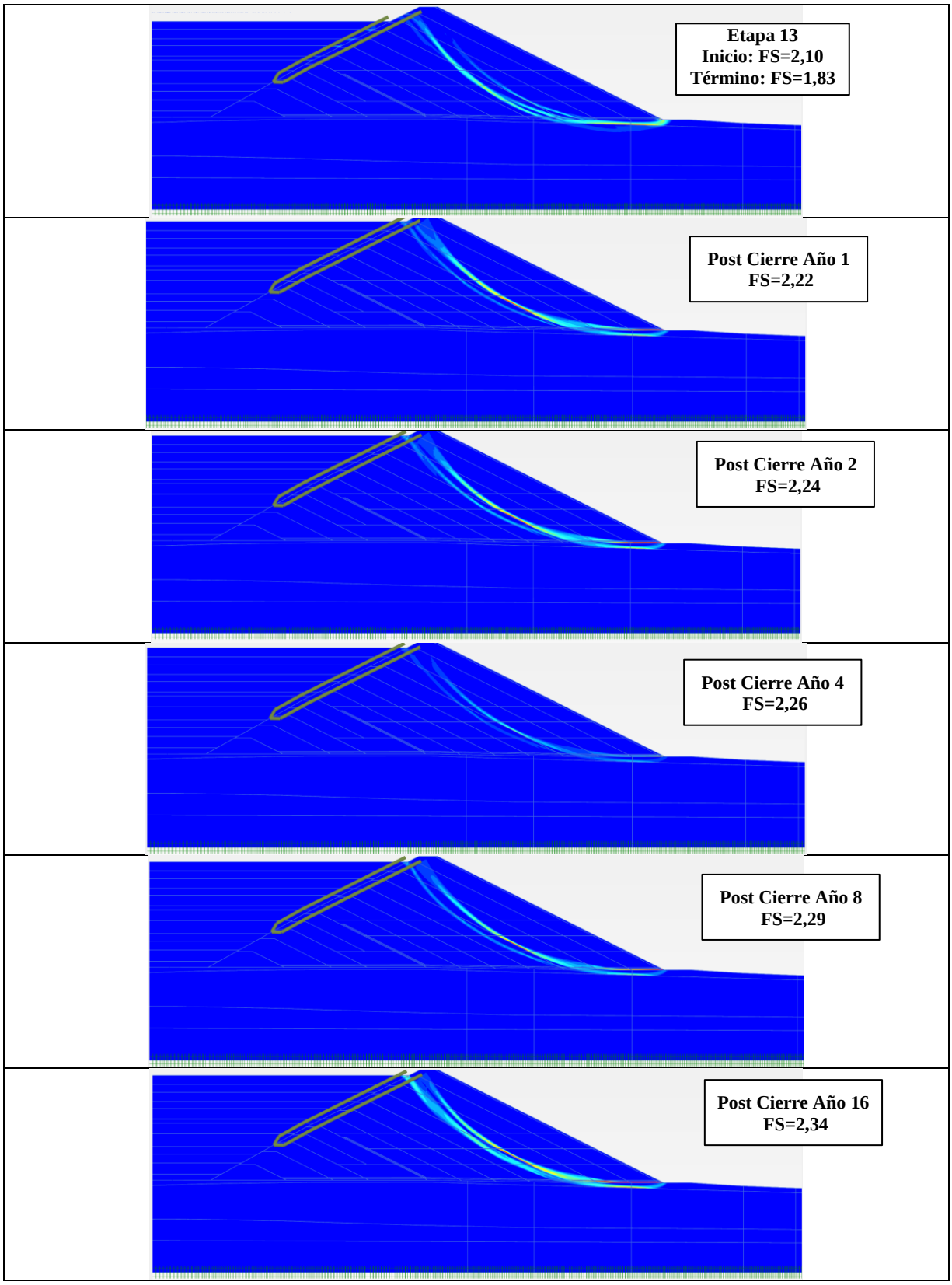
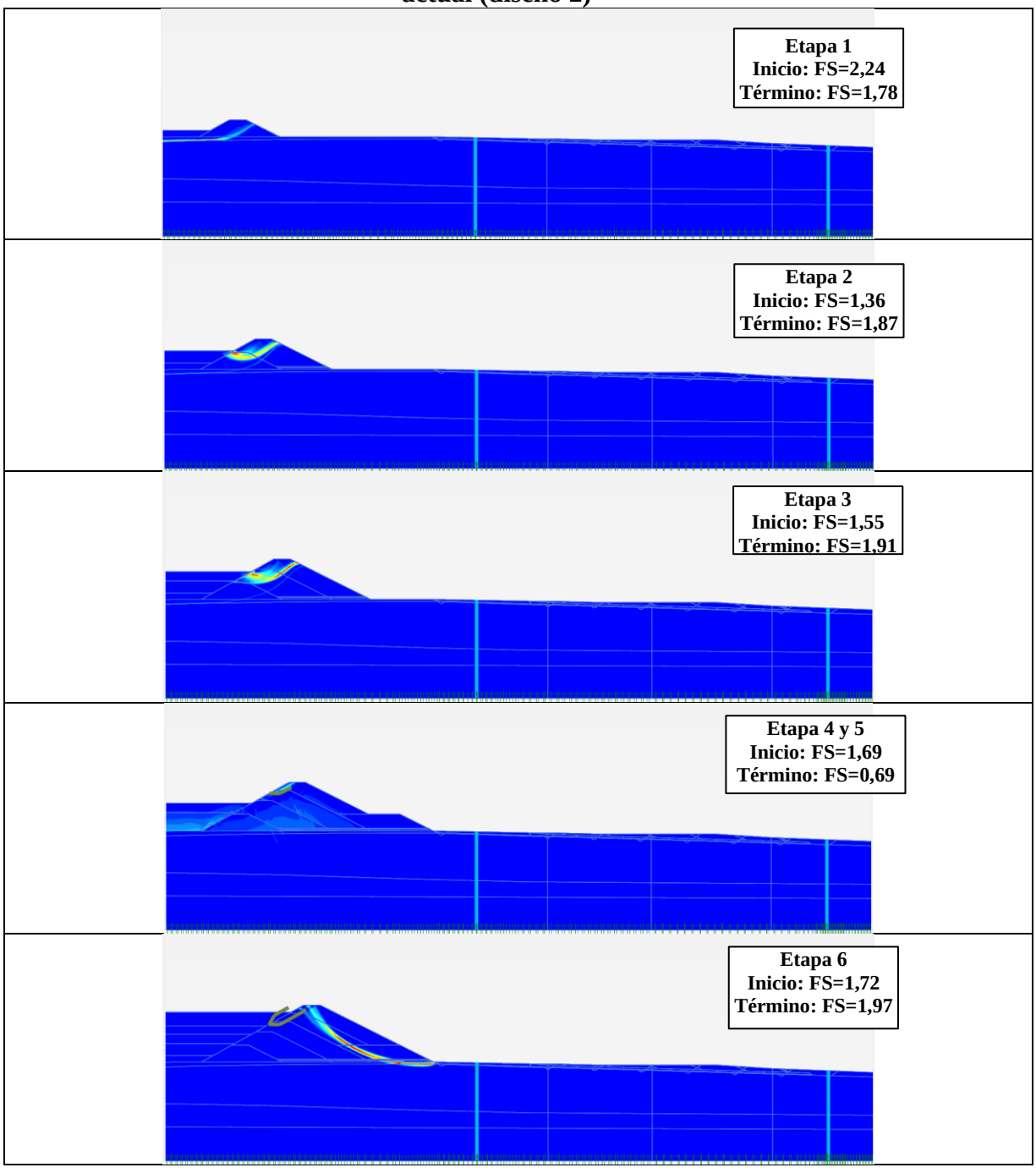
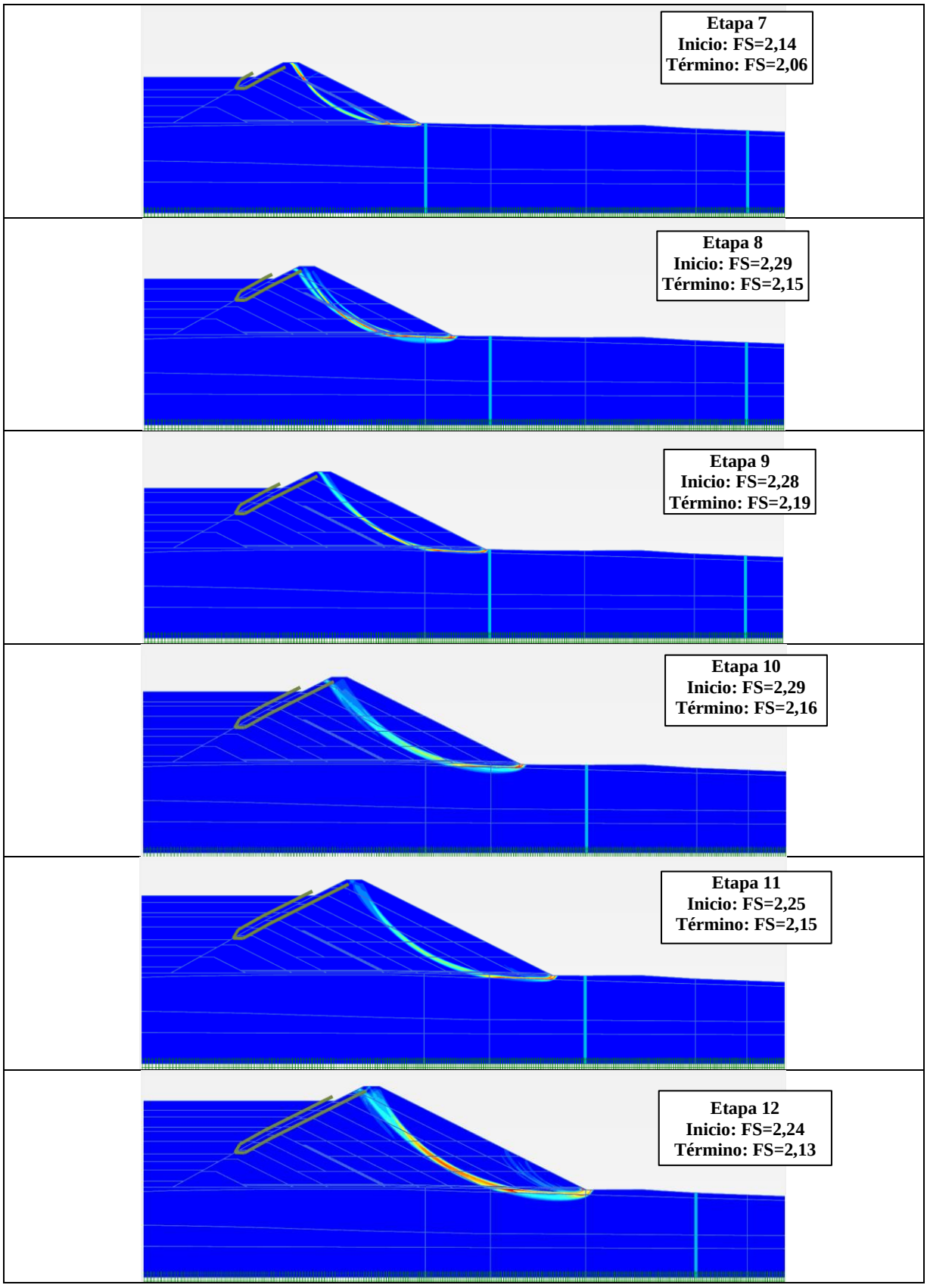
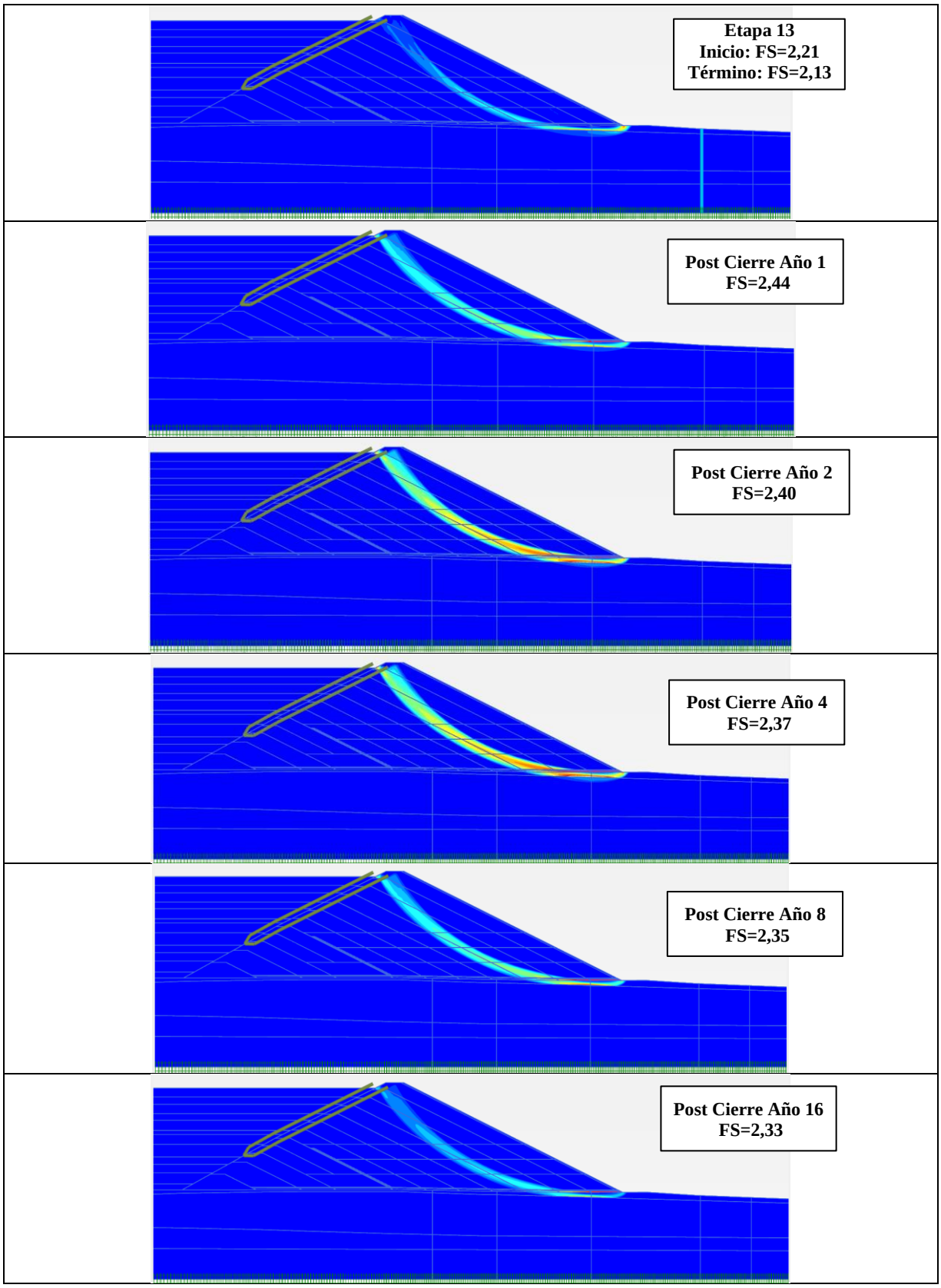

Etapa 13
Inicio: FS=2,10
Término: FS=1,83
Post Cierre Año 1
FS=2,22
Post Cierre Año 2
FS=2,24
Post Cierre Año 4
FS=2,26
Post Cierre Año 8
FS=2,29
Post Cierre Año 16
FS=2,34

Figura F-37: Condición de falla Condición Pseudo-estática - proyección con diseño actual (diseño 2)




Etapa 7
Inicio: FS=2,14
Término: FS=2,06
Etapa 8
Inicio: FS=2,29
Término: FS=2,15
Etapa 9
Inicio: FS=2,28
Término: FS=2,19
Etapa 10
Inicio: FS=2,29
Término: FS=2,16
Etapa 11
Inicio: FS=2,25
Término: FS=2,15
Etapa 12
Inicio: FS=2,24
Término: FS=2,13


Etapa 13
Inicio: FS=2,21
Término: FS=2,13
Post Cierre Año 1
FS=2,44
Post Cierre Año 2
FS=2,40
Post Cierre Año 4
FS=2,37
Post Cierre Año 8
FS=2,35
Post Cierre Año 16
FS=2,33

ANEXO G

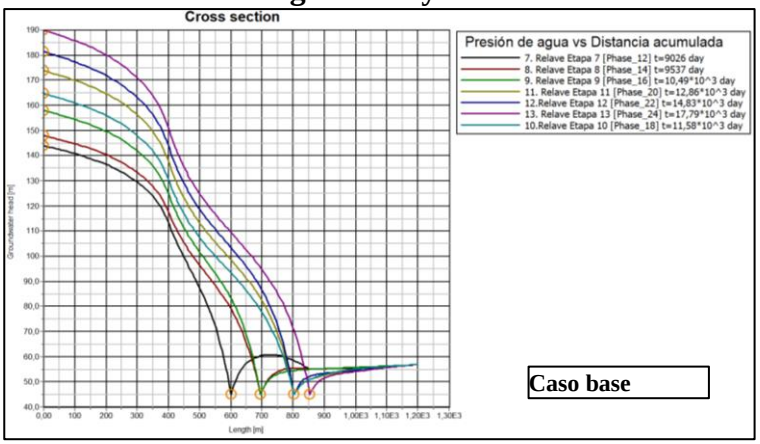
RESULTADOS ANÁLISIS DE ESCENARIOS DE DISEÑO

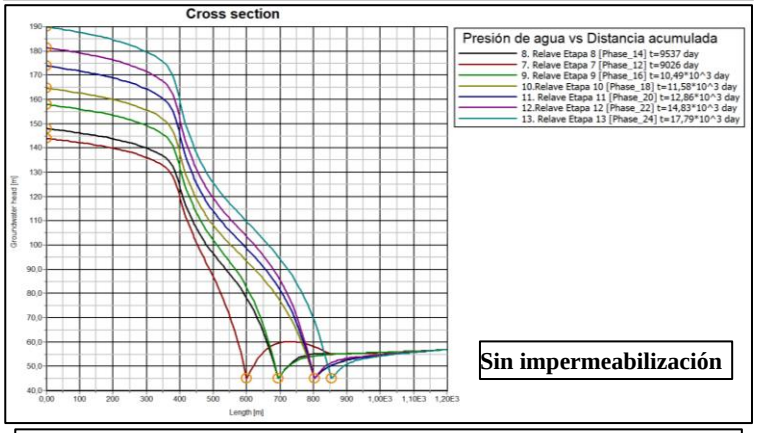
G.1.1 Resultados hidráulicos

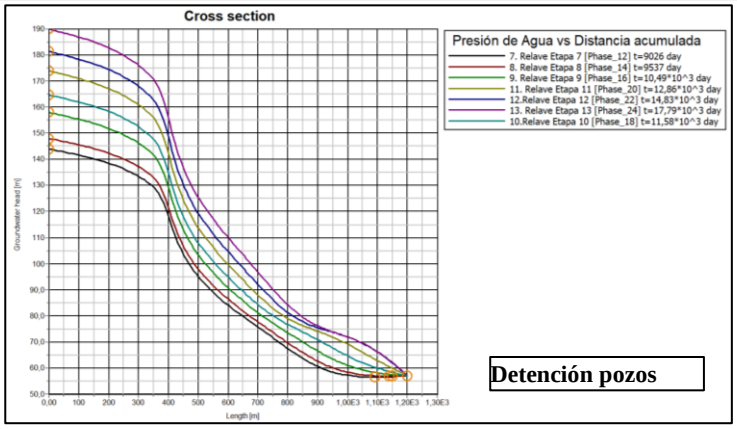
G.1.2 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

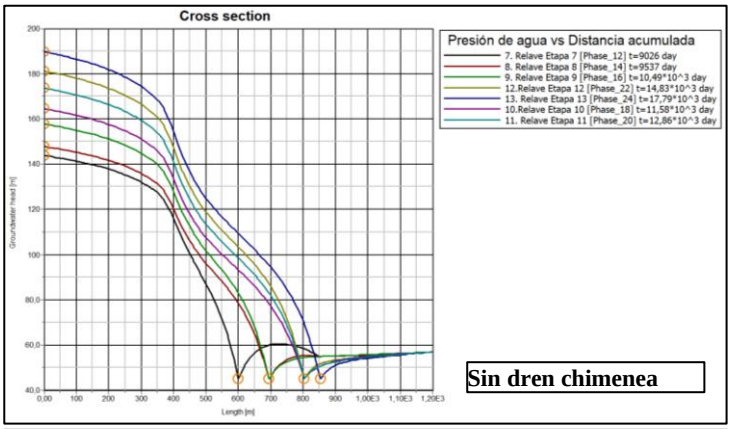
G.1.2.1 Altura de agua

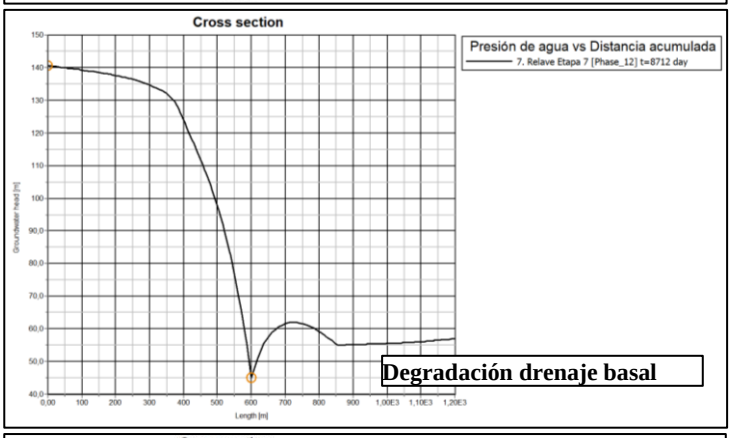
Figura G-1: Resultados altura de agua – Proyección con diseño modificado (diseño 1)








Cross section
Presión de agua vs Distancia acumulada
7. Relave Etapa 7 [Phase_12] t=9026 day
8. Relave Etapa 8 [Phase_14] t=9537 day
9. Relave Etapa 9 [Phase_16] t=10,49*10^3 day
12.Relave Etapa 12 [Phase_22] t=14,83*10^3 day
13. Relave Etapa 13 [Phase_24] t=17,79*10^3 day
10.Relave Etapa 10 [Phase_18] t=11,58*10^3 day
11. Relave Etapa 11 [Phase_20] t=12,86*10^3 day
Groundwater head [m]
Length [m]
Sin dren chimenea


Cross section
Presión de agua vs Distancia acumulada
7. Relave Etapa 7 [Phase_12] t=8712 day
Groundwater head [m]
Length [m]
Degradación drenaje basal

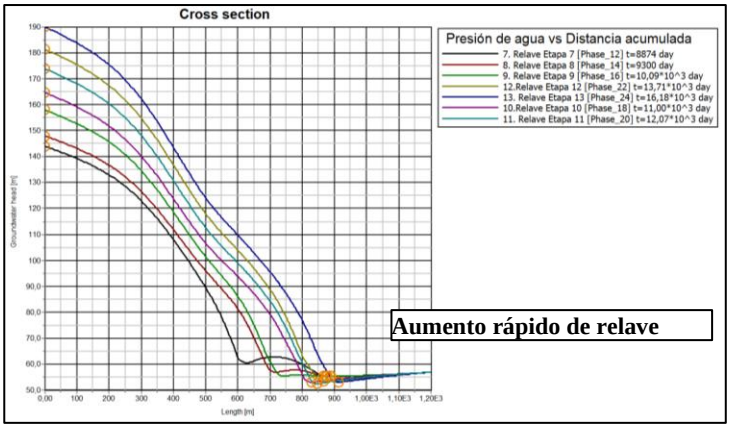
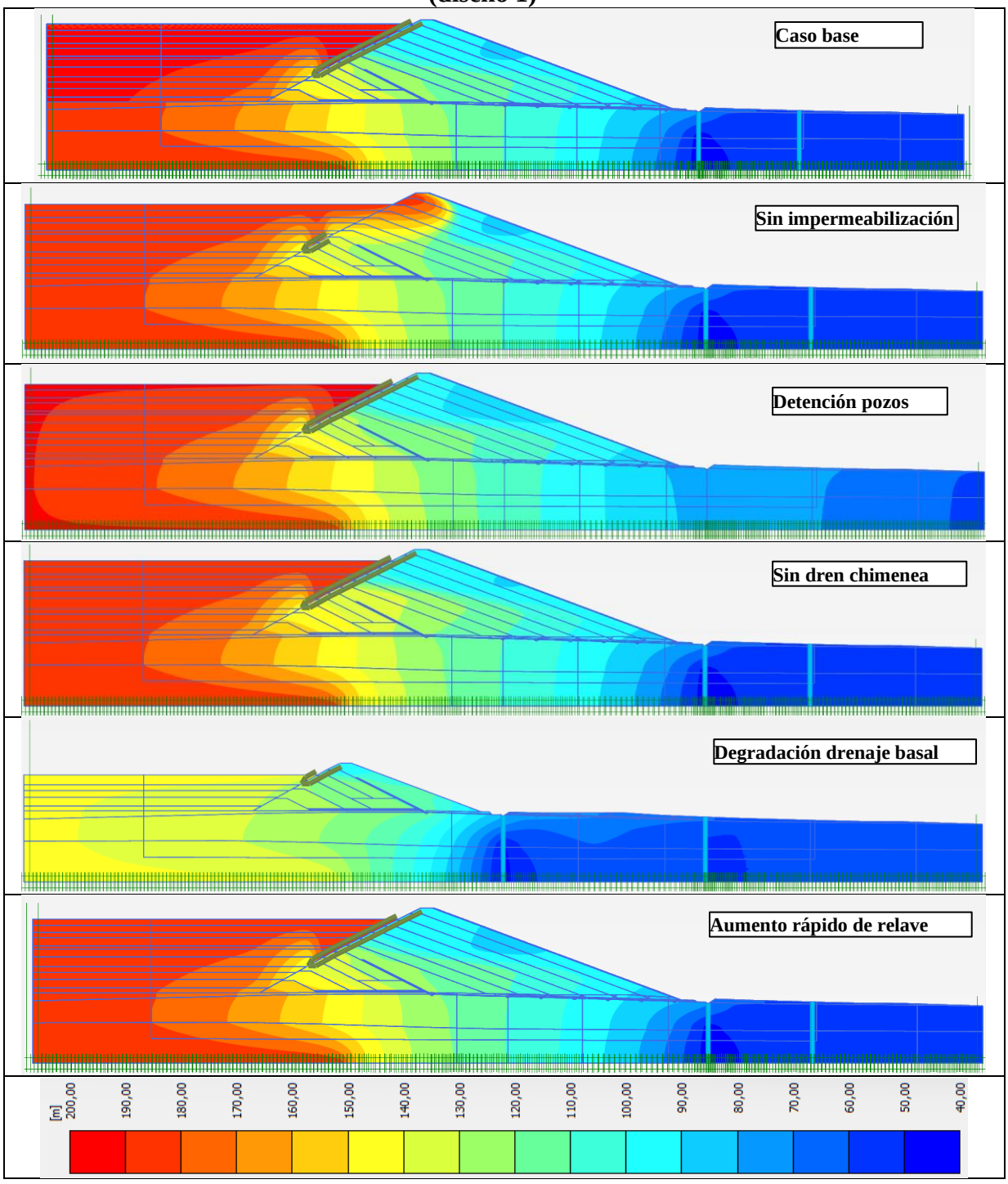
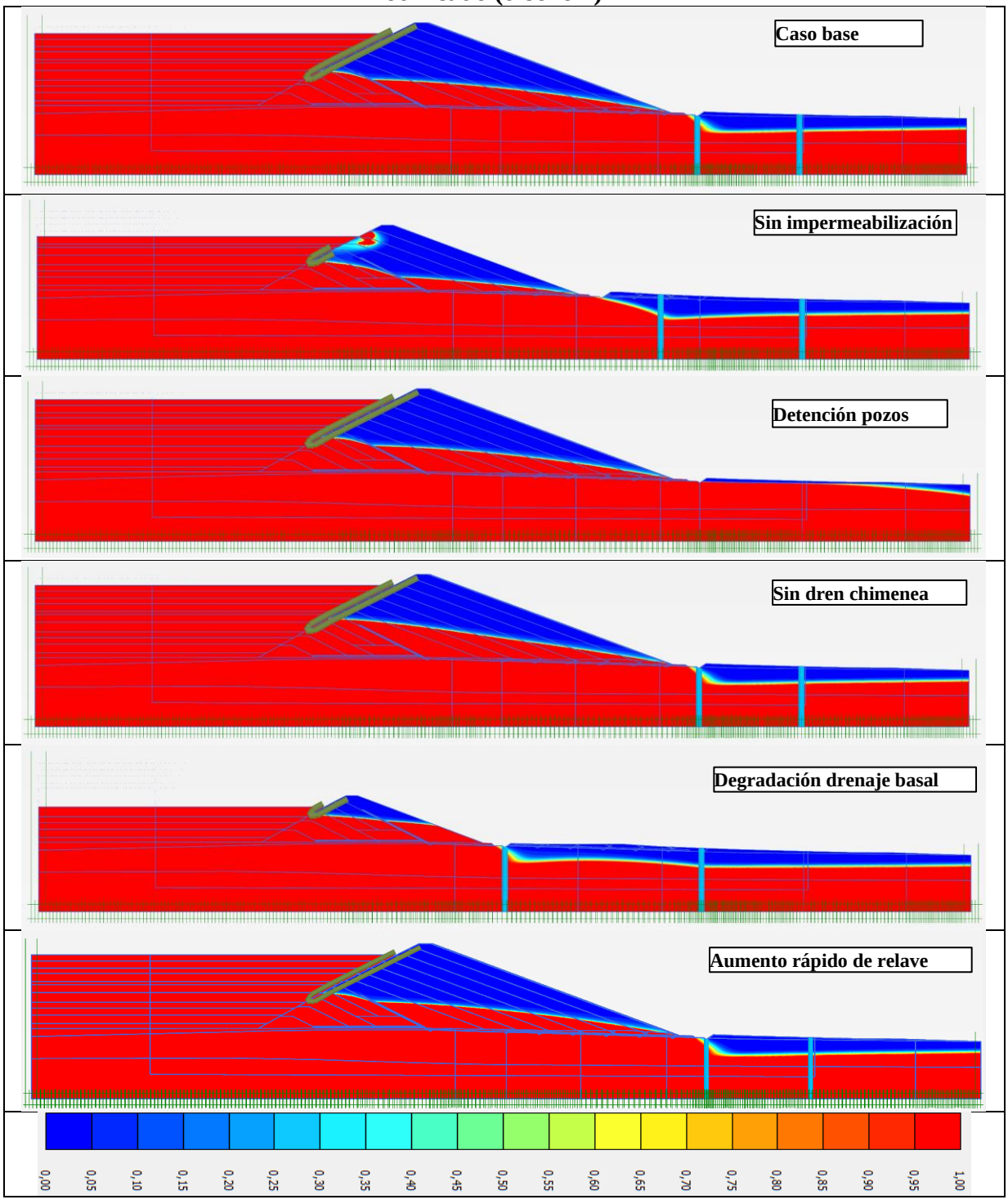

Cross section
Presión de agua vs Distancia acumulada
7. Relave Etapa 7 [Phase_12] t=8874 day
8. Relave Etapa 8 [Phase_14] t=9300 day
9. Relave Etapa 9 [Phase_16] t=10,09*10^3 day
12.Relave Etapa 12 [Phase_22] t=13,71*10^3 day
13. Relave Etapa 13 [Phase_24] t=16,18*10^3 day
10.Relave Etapa 10 [Phase_18] t=11,00*10^3 day
11. Relave Etapa 11 [Phase_20] t=12,07*10^3 day
Groundwater head [m]
Length [m]
Aumento rápido de relave

Figura G-2: Resultados altura de agua – Etapa 13 Proyección con diseño modificado (diseño 1)



G.1.2.2 Permeabilidad relativa

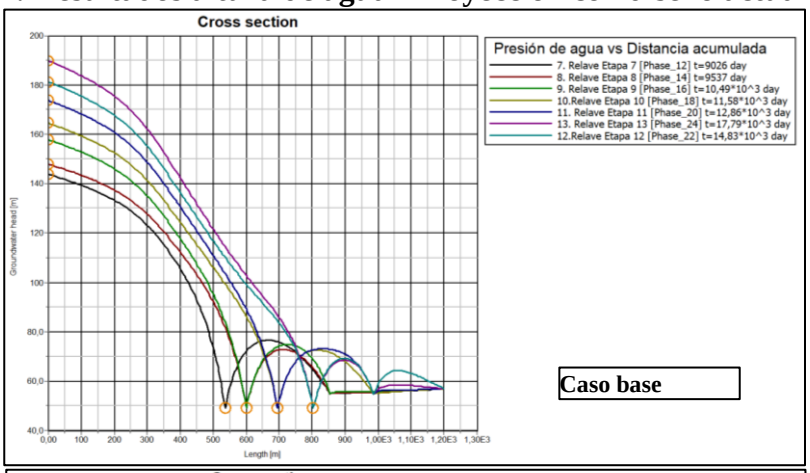
Figura G-3: Resultados permeabilidad relativa – Etapa 13 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

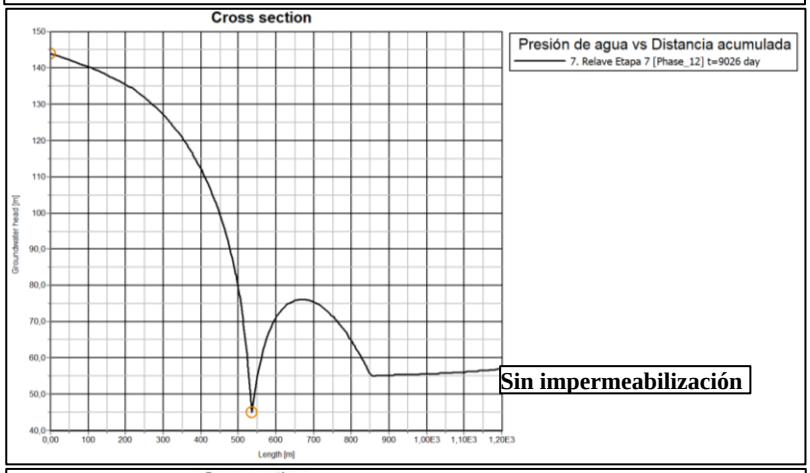


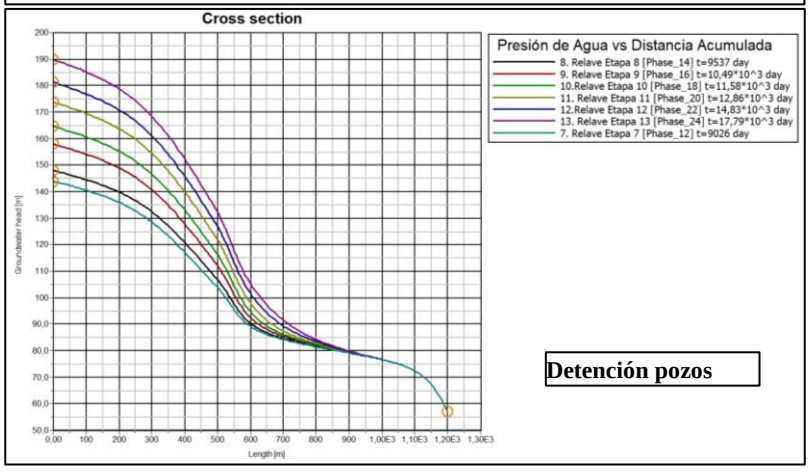
G.1.3 Proyección con diseño actual (diseño 2)

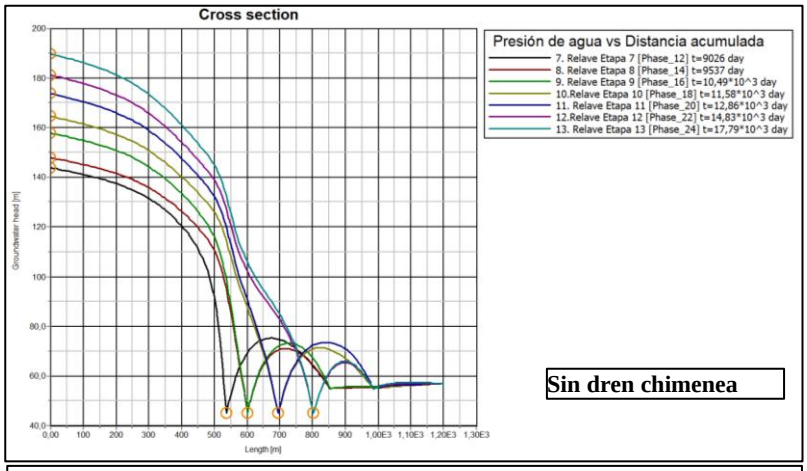
G.1.3.1 Altura de agua

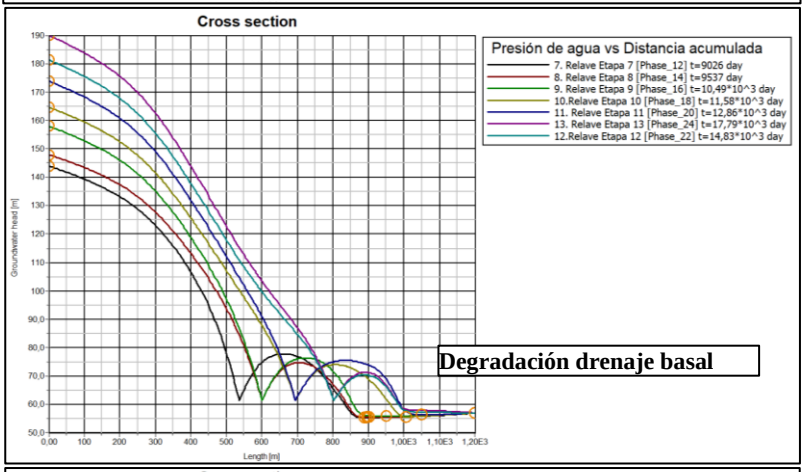
Figura G-4: Resultados altura de agua –Proyección con diseño actual (diseño 2)








Cross section
Presión de agua vs Distancia acumulada
7. Relave Etapa 7 [Phase_12] t=9026 day
8. Relave Etapa 8 [Phase_14] t=9537 day
9. Relave Etapa 9 [Phase_16] t=10,49*10^3 day
10.Relave Etapa 10 [Phase_18] t=11,58*10^3 day
11. Relave Etapa 11 [Phase_20] t=12,86*10^3 day
12.Relave Etapa 12 [Phase_22] t=14,83*10^3 day
13. Relave Etapa 13 [Phase_24] t=17,79*10^3 day
Groundwater head [m]
Length [m]
Sin dren chimenea


Cross section
Presión de agua vs Distancia acumulada
7. Relave Etapa 7 [Phase_12] t=9026 day
8. Relave Etapa 8 [Phase_14] t=9537 day
9. Relave Etapa 9 [Phase_16] t=10,49*10^3 day
10.Relave Etapa 10 [Phase_18] t=11,58*10^3 day
11. Relave Etapa 11 [Phase_20] t=12,86*10^3 day
13. Relave Etapa 13 [Phase_24] t=17,79*10^3 day
12.Relave Etapa 12 [Phase_22] t=14,83*10^3 day
Groundwater head [m]
Length [m]
Degradación drenaje basal

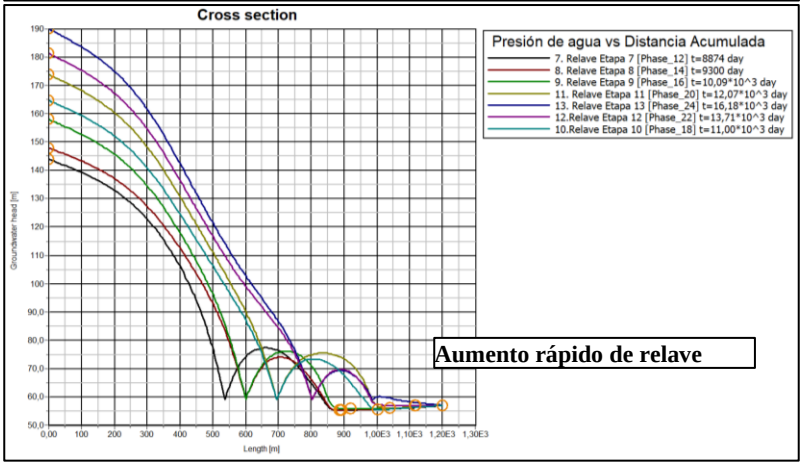
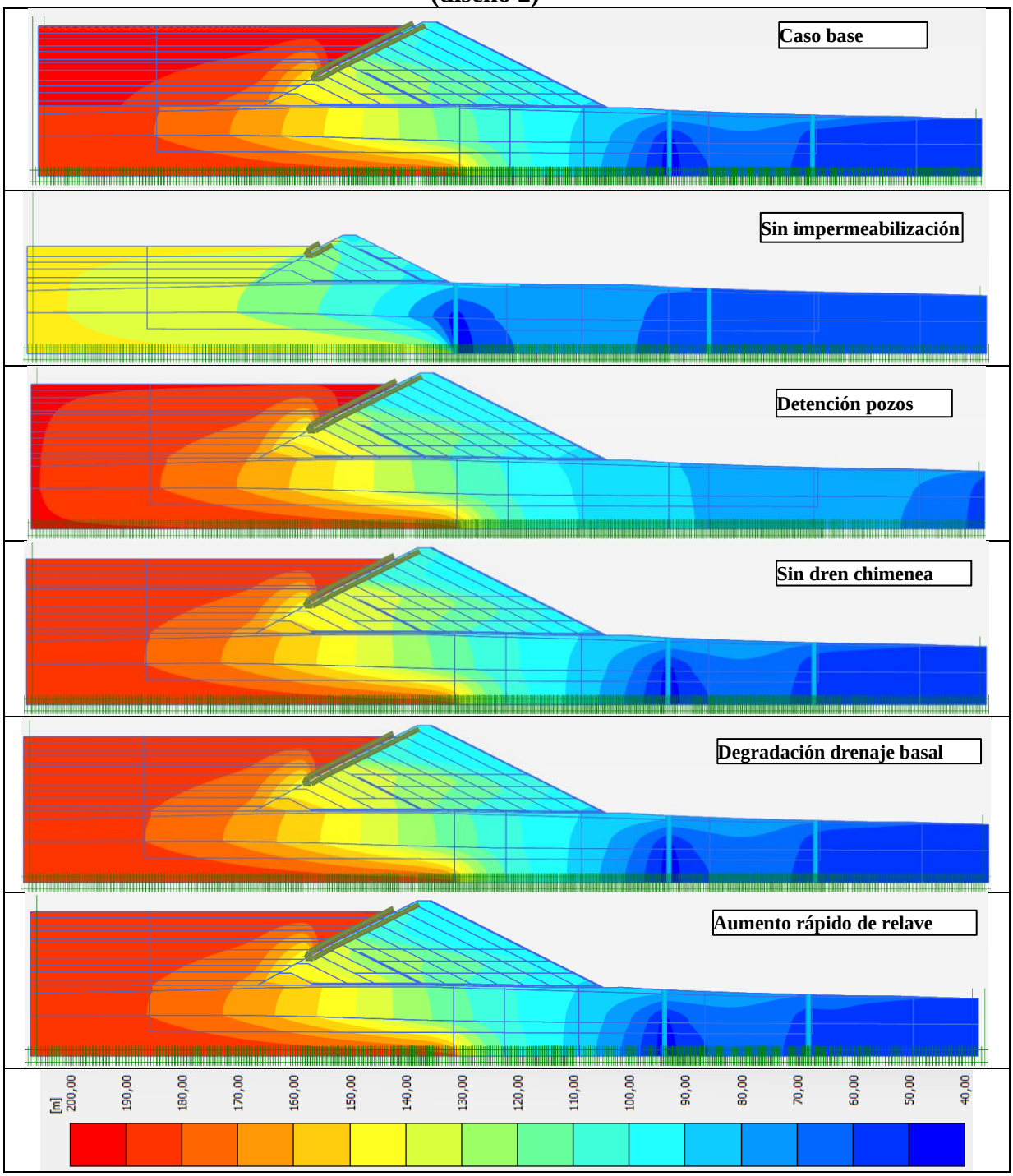
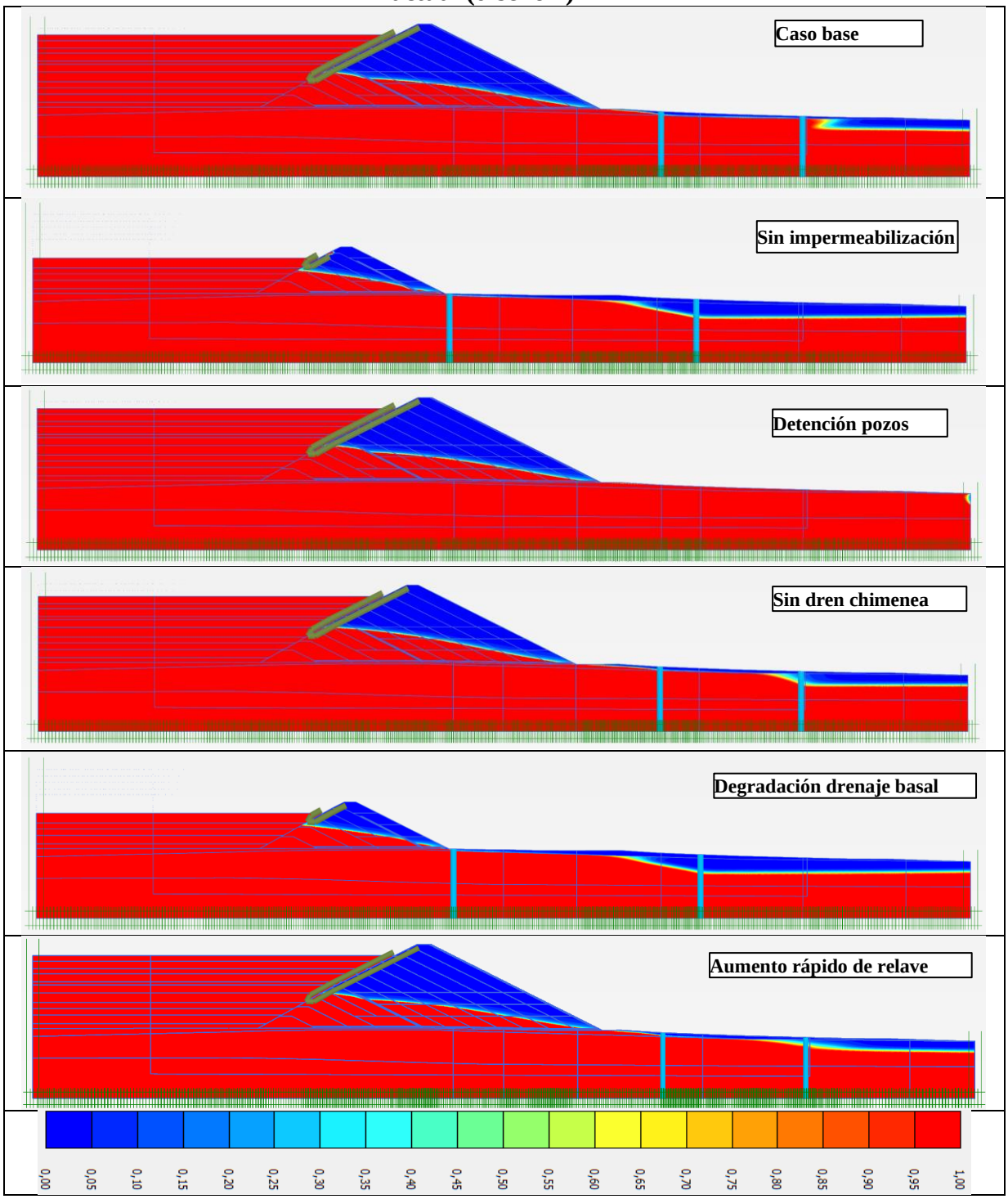

Cross section
Presión de agua vs Distancia Acumulada
7. Relave Etapa 7 [Phase_12] t=8874 day
8. Relave Etapa 8 [Phase_14] t=9300 day
9. Relave Etapa 9 [Phase_16] t=10,09*10^3 day
11. Relave Etapa 11 [Phase_20] t=12,07*10^3 day
13. Relave Etapa 13 [Phase_24] t=16,18*10^3 day
12.Relave Etapa 12 [Phase_22] t=13,71*10^3 day
10.Relave Etapa 10 [Phase_18] t=11,00*10^3 day
Groundwater head [m]
Length [m]
Aumento rápido de relave

Figura G-5: Resultados altura de agua – Etapa 13 Proyección con diseño modificado (diseño 2)



G.1.3.2 Permeabilidad relativa

Figura G-6: Resultados permeabilidad relativa – Etapa 13 Proyección con diseño actual (diseño 2)

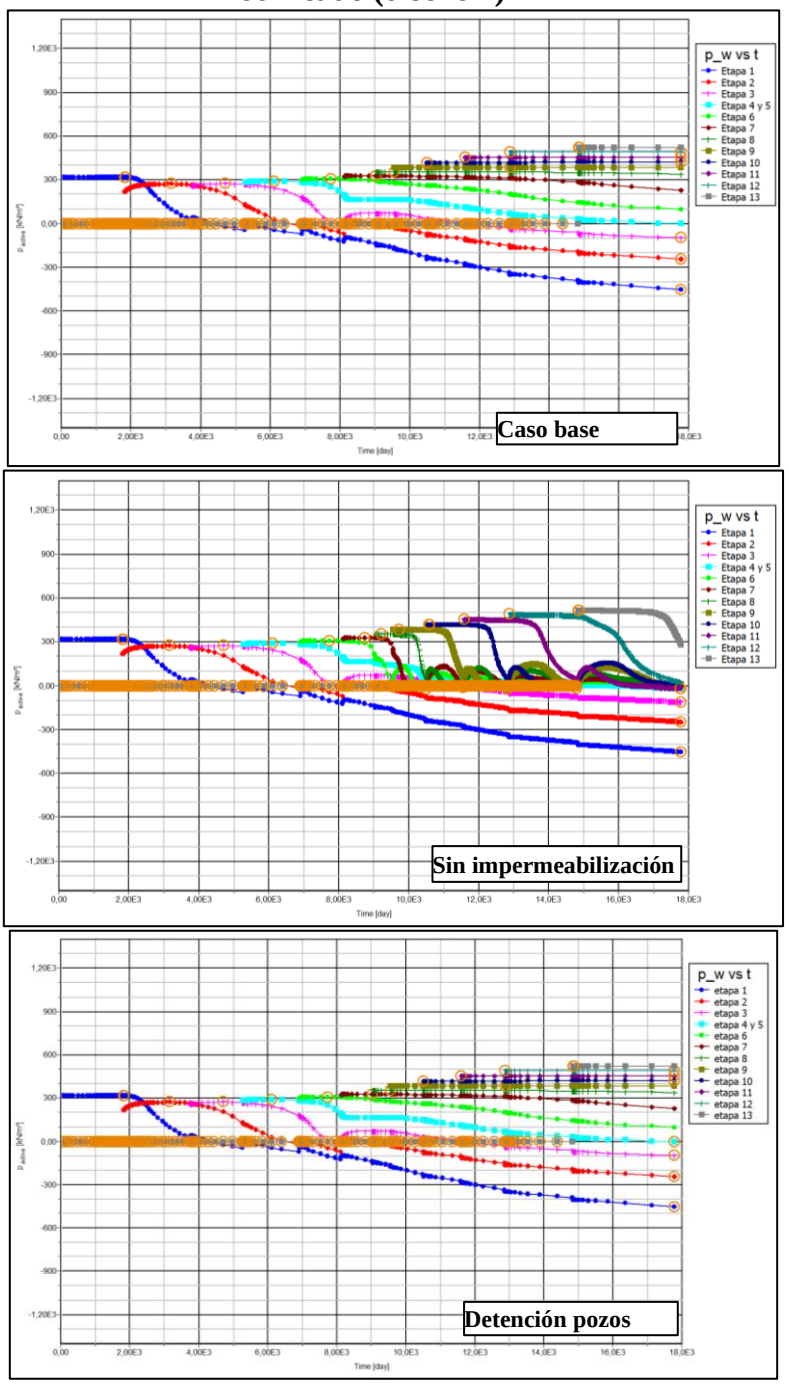


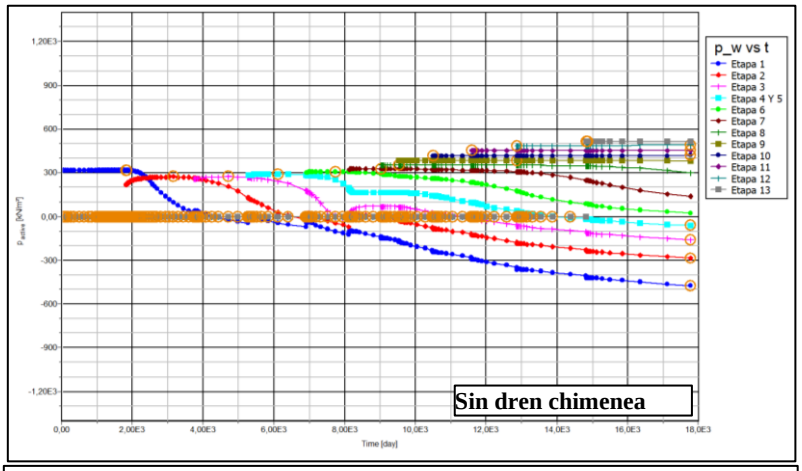
G.2 Resultados elastoplásticos

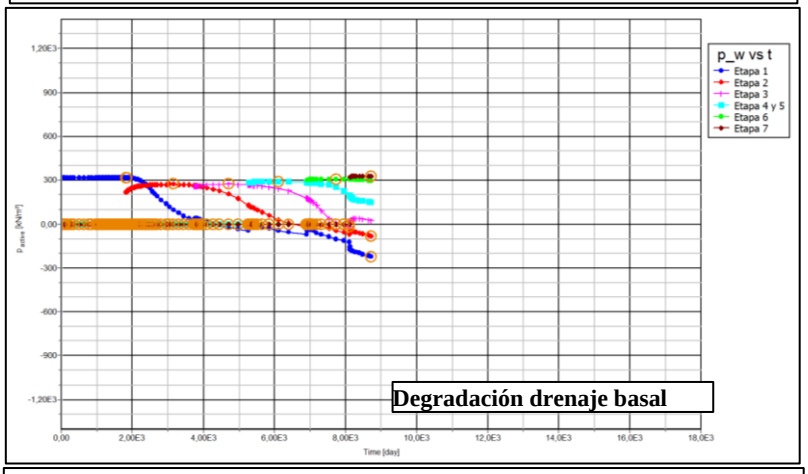
G.2.1 Esfuerzos de confinamiento y desviadores

G.2.1.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

Figura G-7: Resultados presión de poros en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)




p_w vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 Y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
Time [day]
Sin dren chimenea


p_w vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Time [day]
Degradación drenaje basal

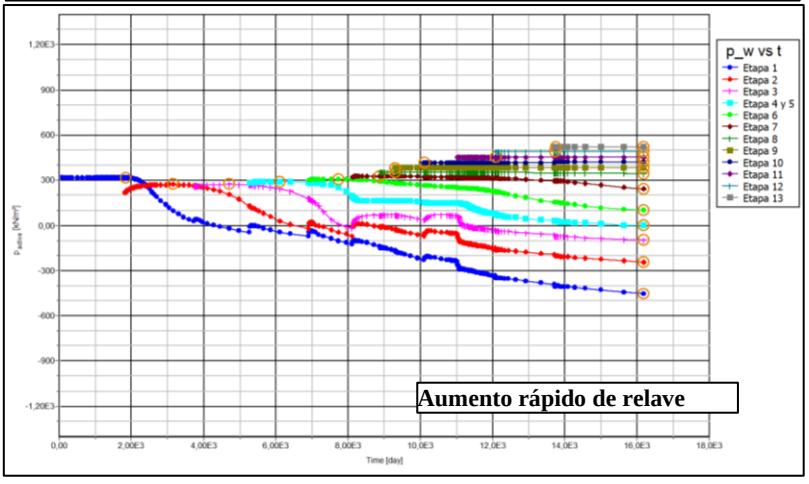

p_w vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
Time [day]
Aumento rápido de relave

Figura G-8: Resultados presión de poros – Etapa 13 proyección con diseño modificado (diseño 1)

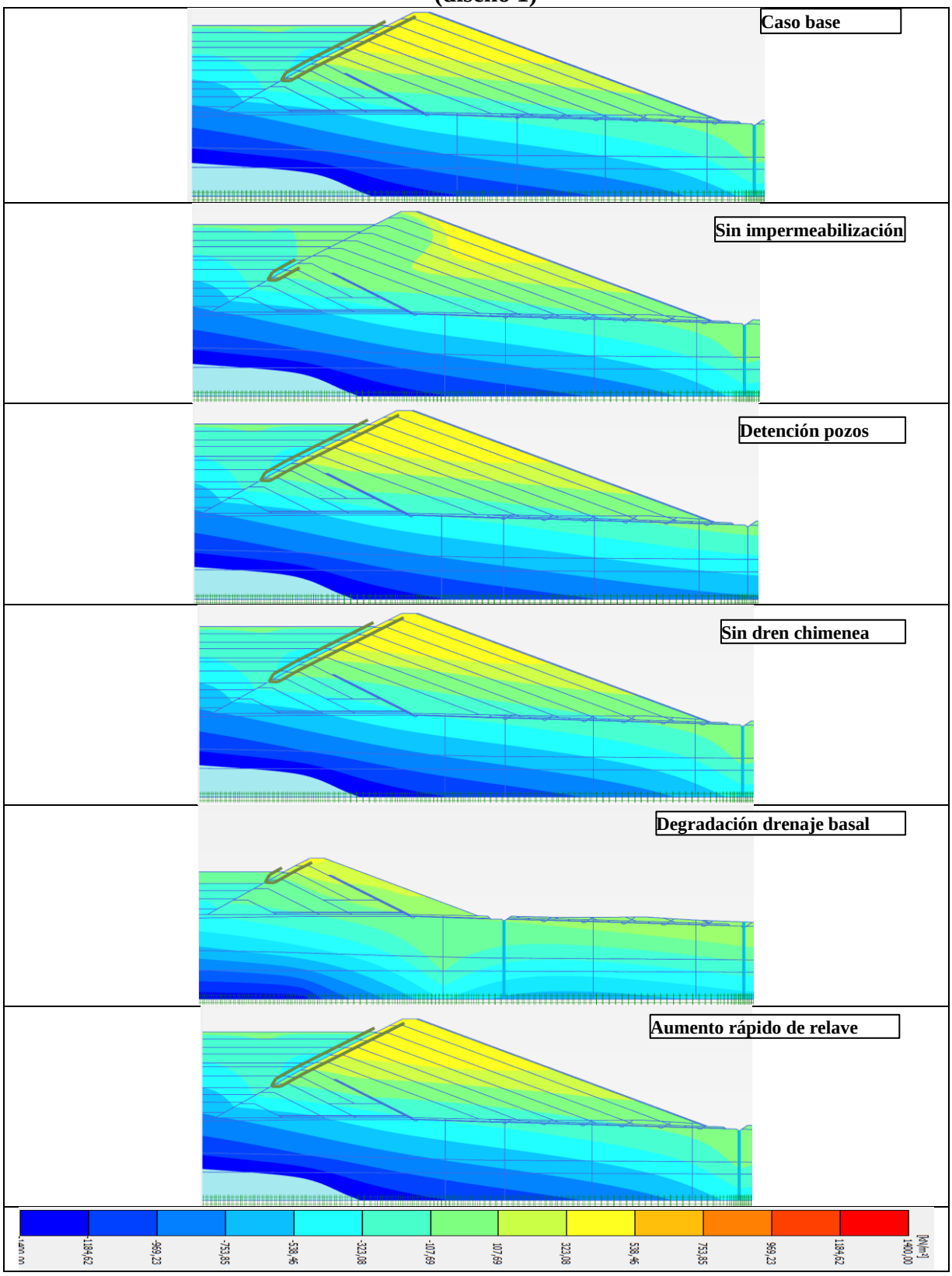
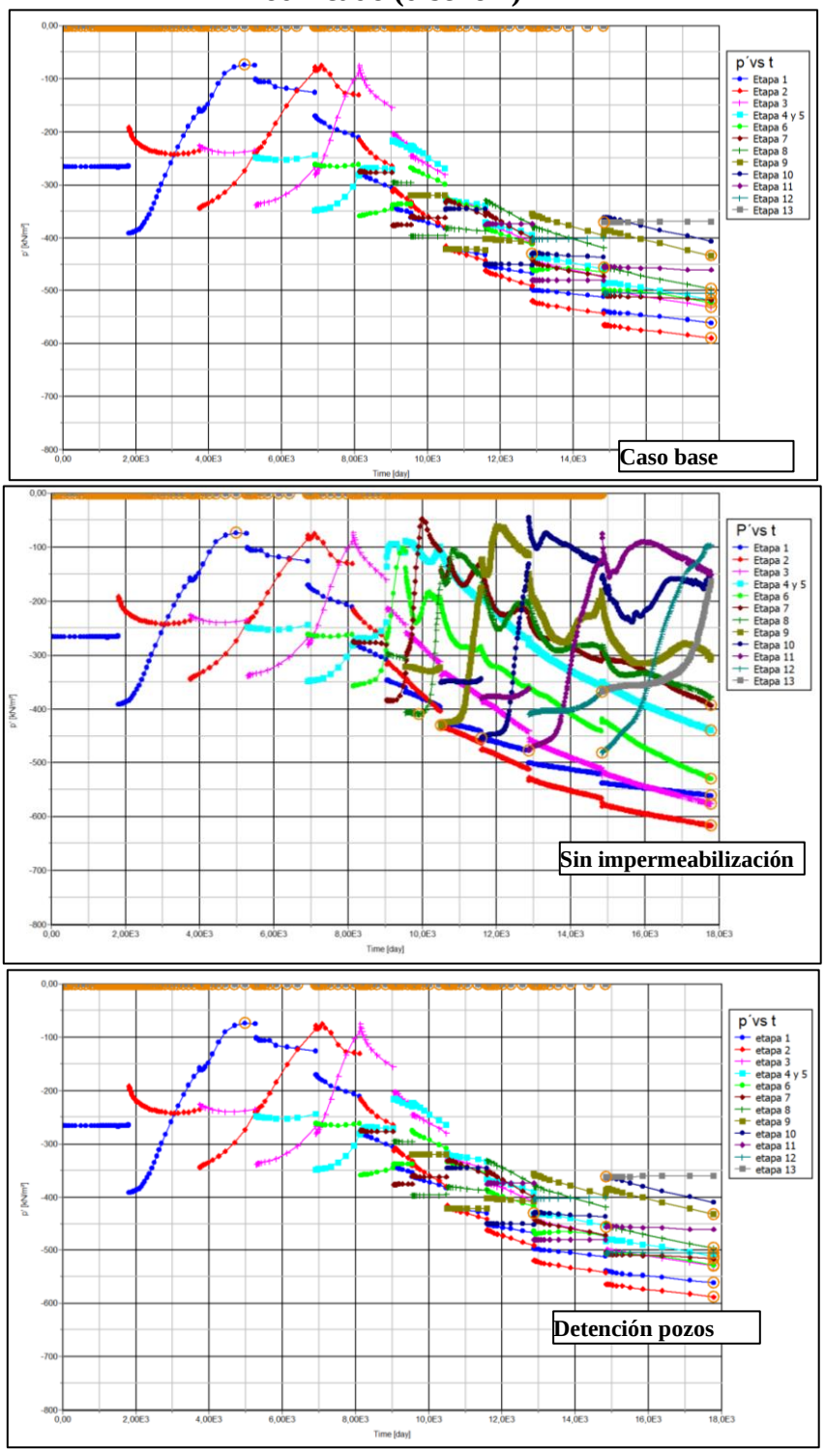
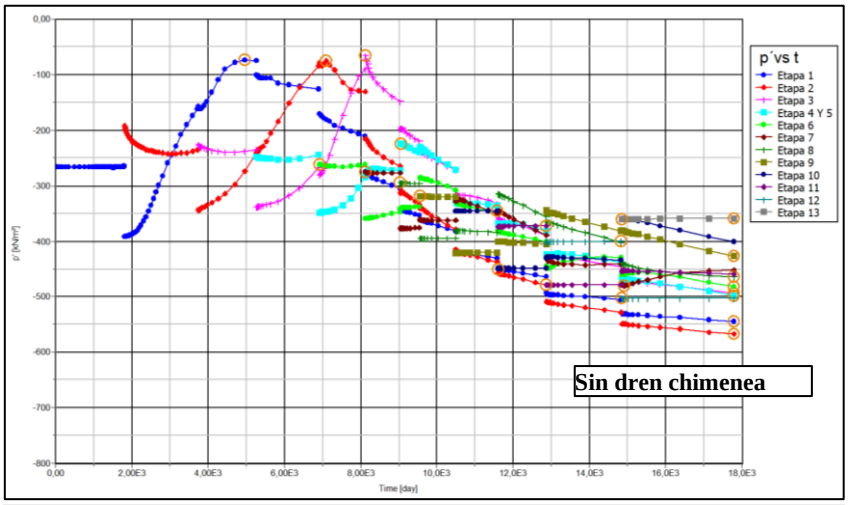
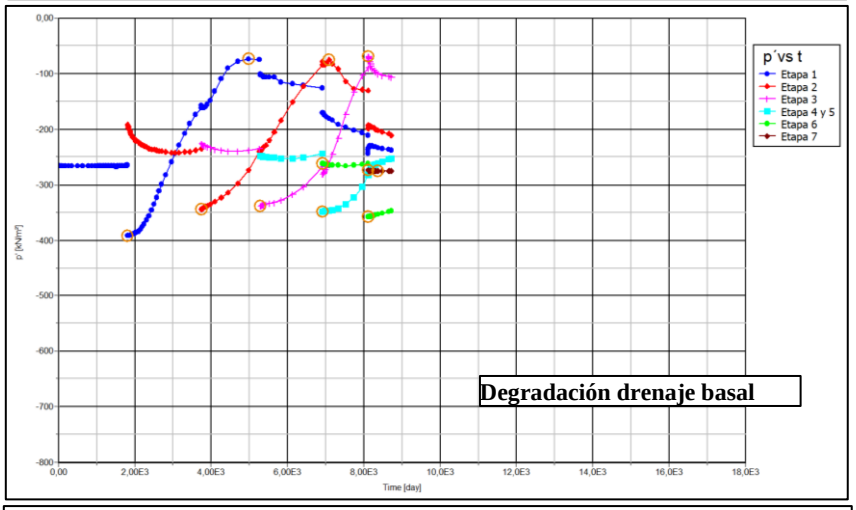


Figura G-9: Resultados confinamiento efectivo en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)




p´vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 Y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
Time [day]
Sin dren chimenea


p´vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Time [day]
Degradación drenaje basal

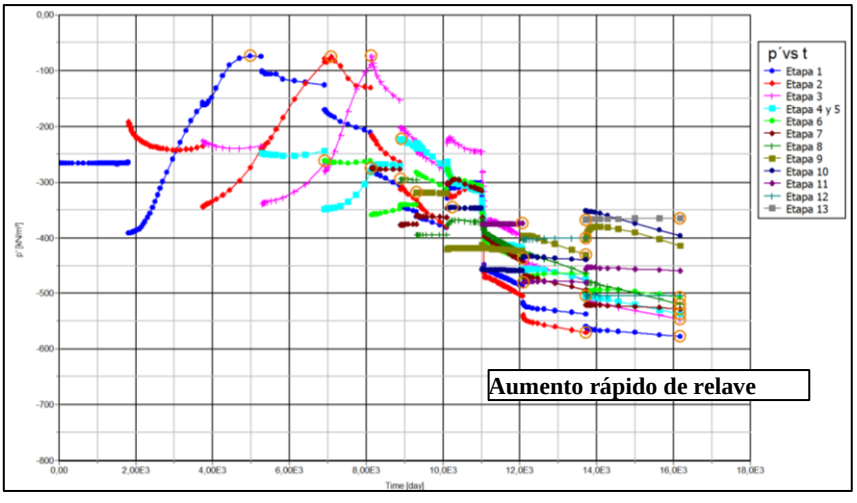

p´vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
Time [day]
Aumento rápido de relave

Figura G-10: Resultados confinamiento efectivo – Etapa 13 proyección con diseño modificado (diseño 1)

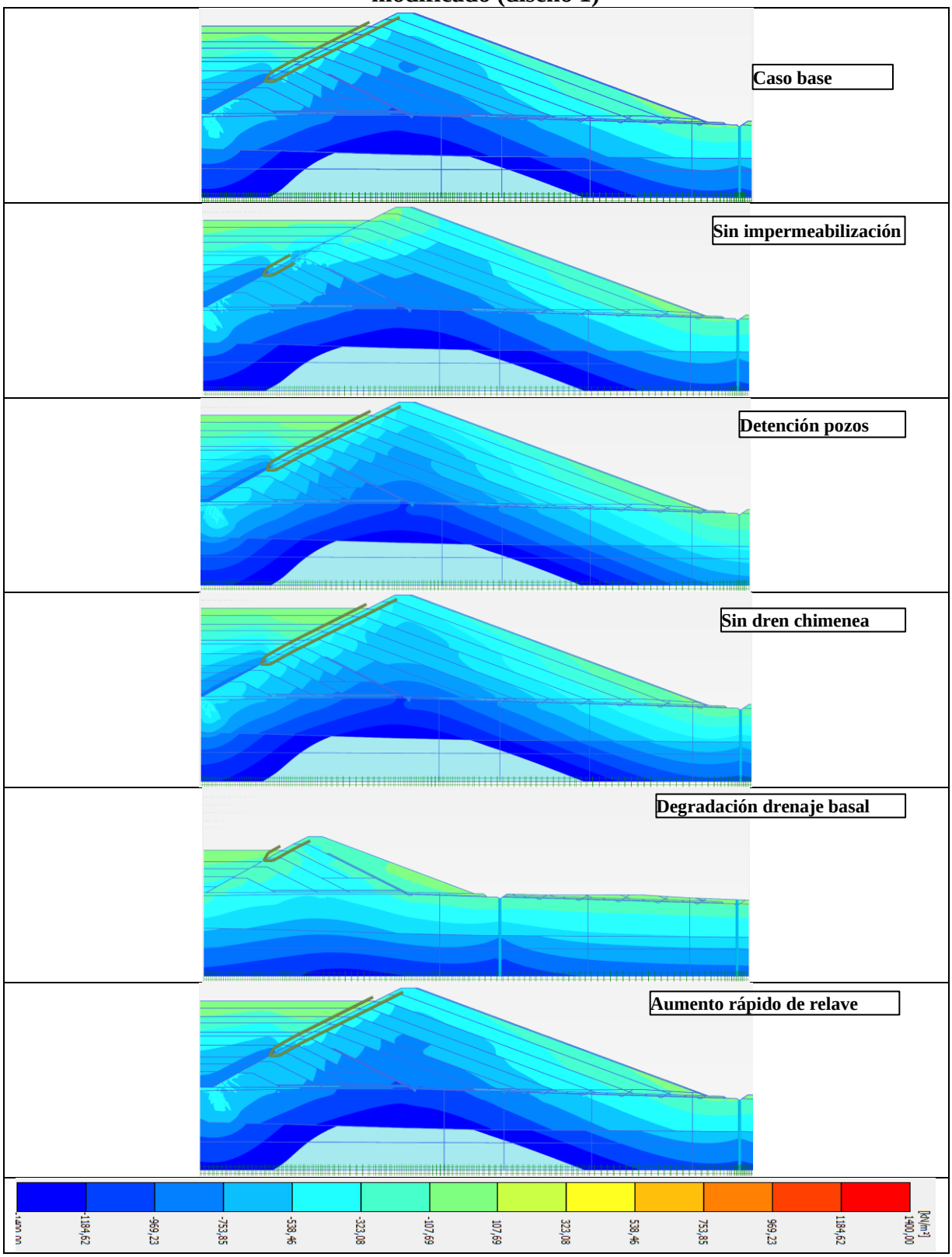
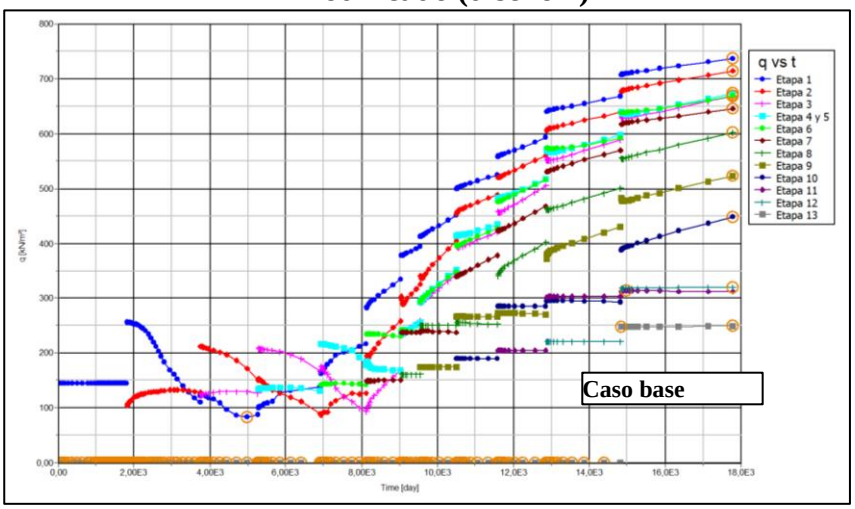
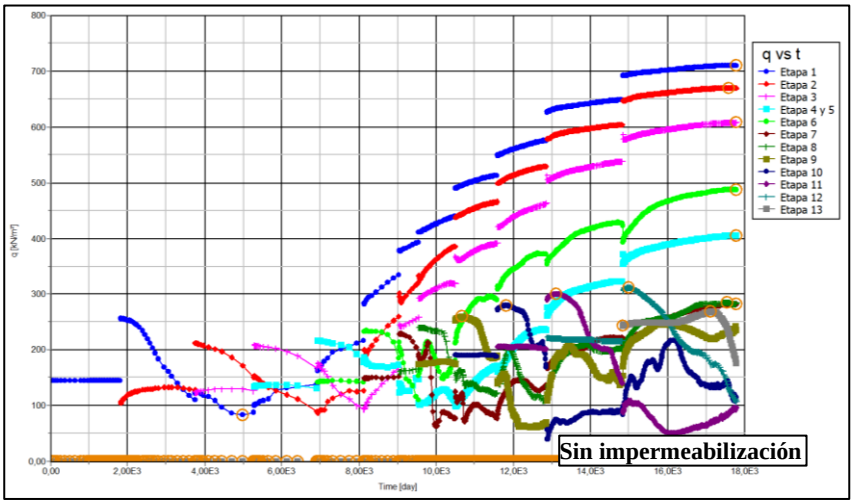
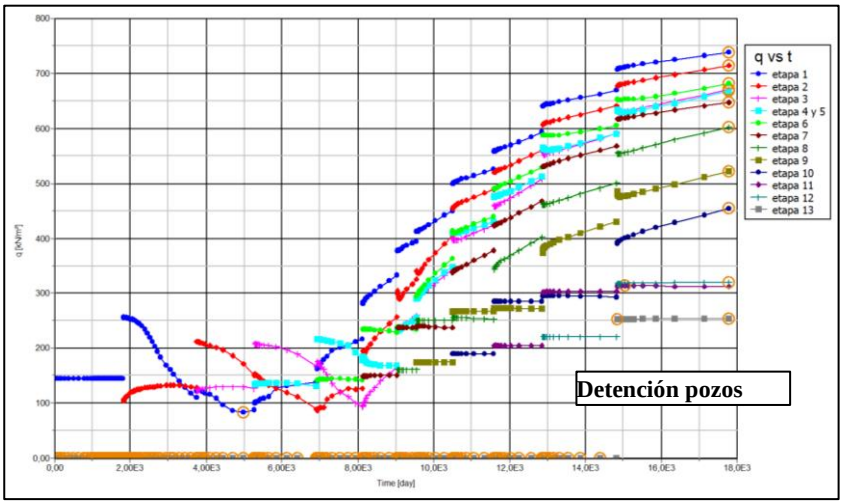
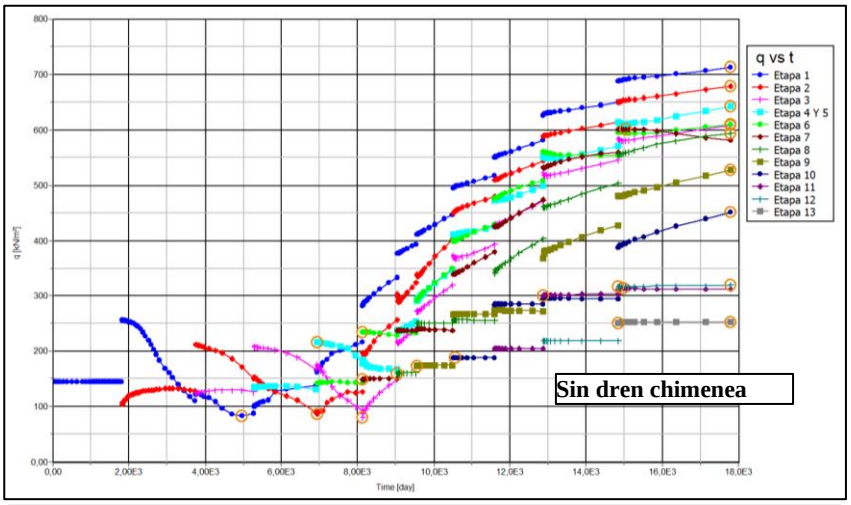


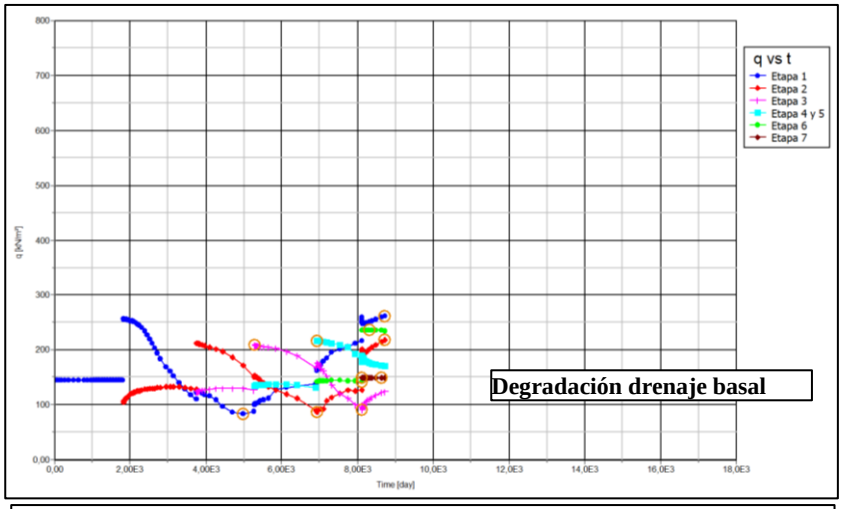
Figura G-11: Resultados esfuerzo desviador en el tiempo - proyección con diseño modificado (diseño 1)








q vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 Y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
q [kN/m²]
Time [day]
Sin dren chimenea


q vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
q [kN/m²]
Time [day]
Degradación drenaje basal

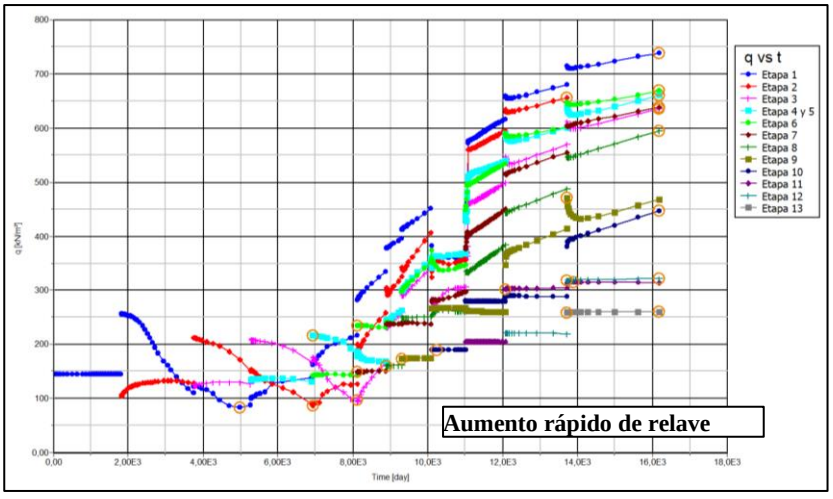
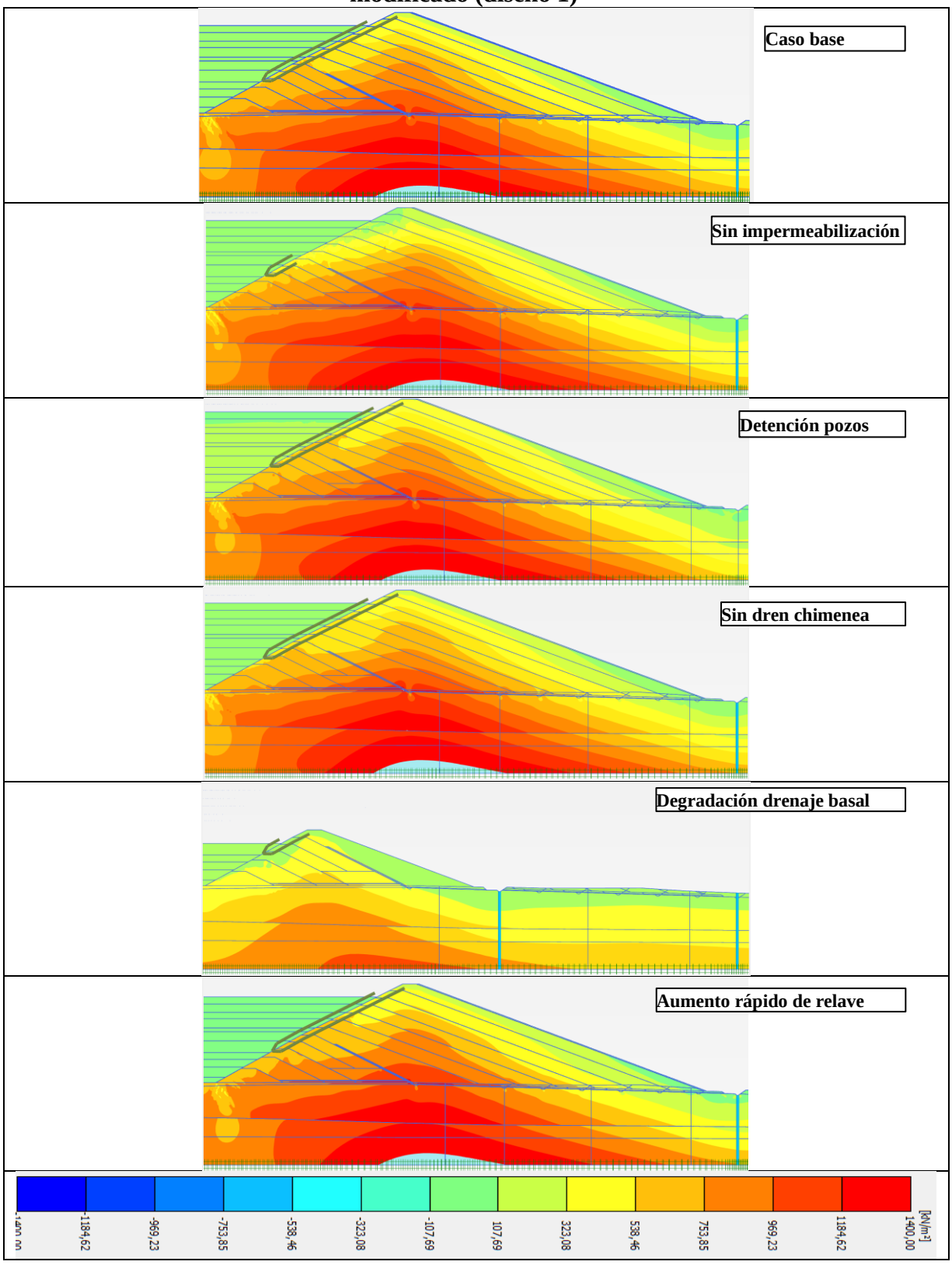
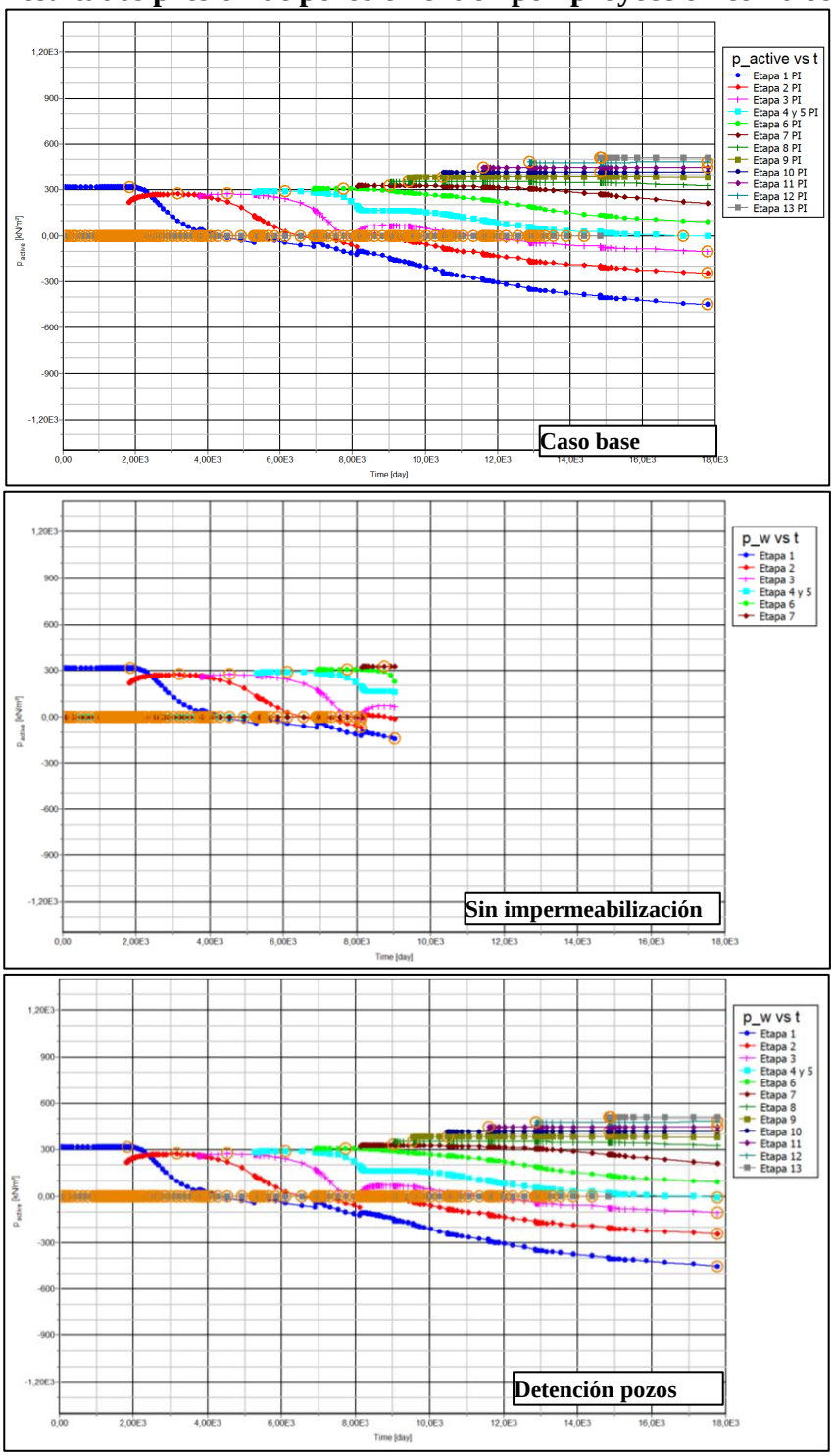

q vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
q [kN/m²]
Time [day]
Aumento rápido de relave

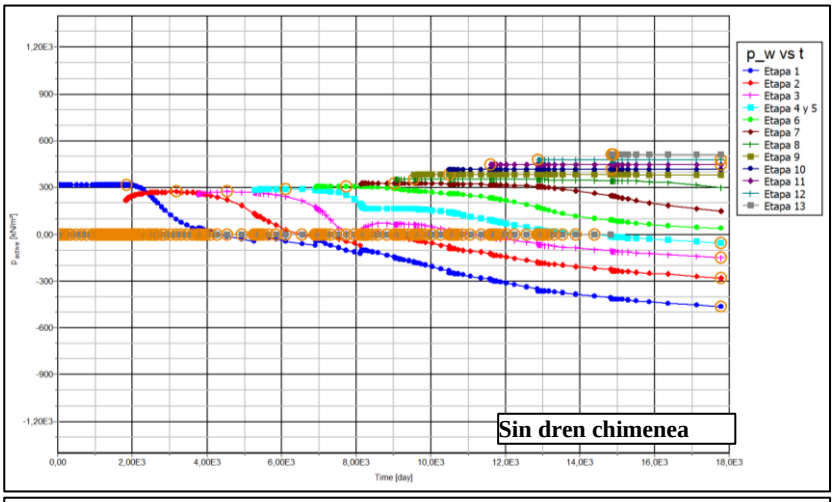
Figura G-12: Resultados esfuerzo desviador – Etapa 13 proyección con diseño modificado (diseño 1)

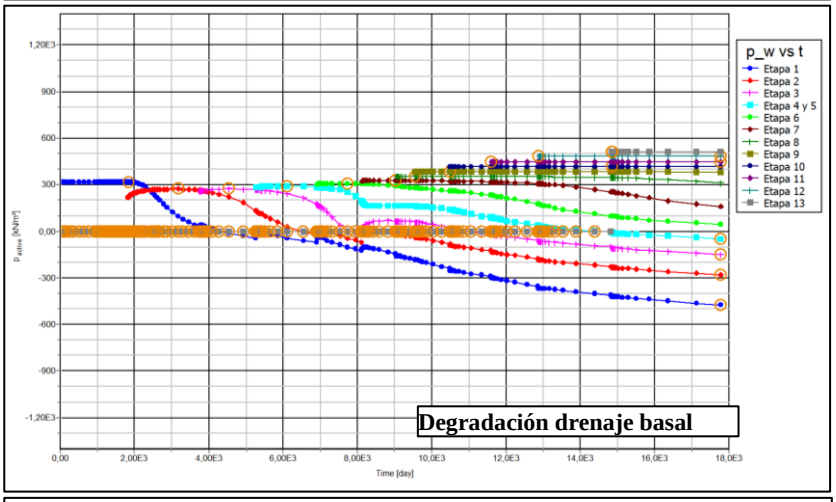


G.2.1.2 Proyección con diseño actual (diseño 2)

Figura G-13: Resultados presión de poros en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)




p_w vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
Time [day]
Sin dren chimenea


p_w vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
Time [day]
Degradación drenaje basal

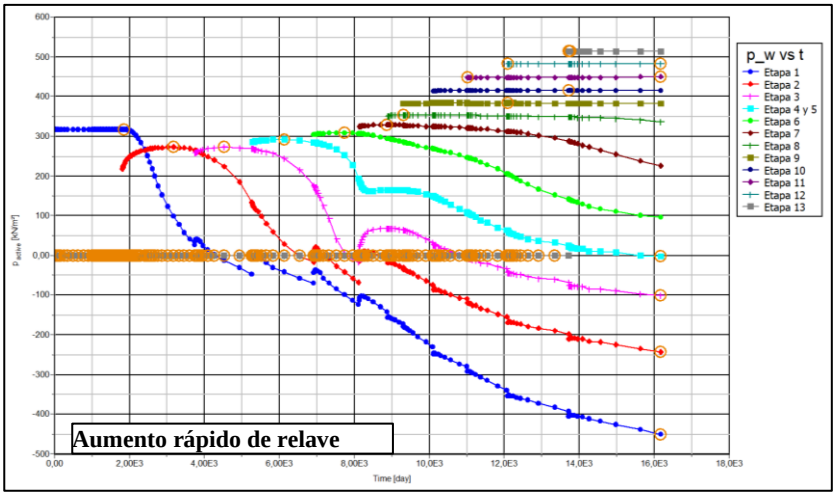

p_w vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
Time [day]
Aumento rápido de relave

Figura G-14: Resultados presión de poros – Etapa 13 proyección con diseño actual (diseño 2)

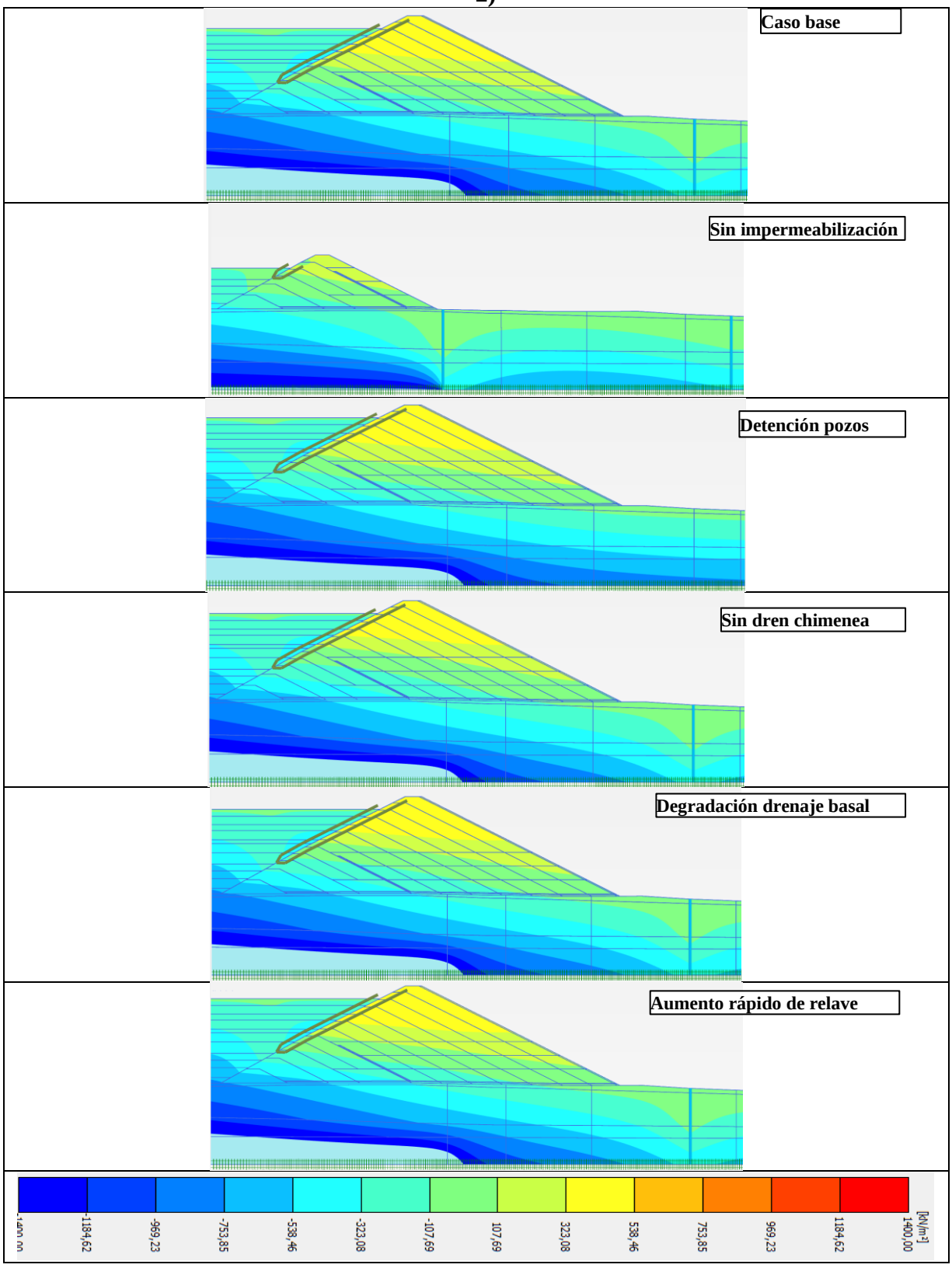
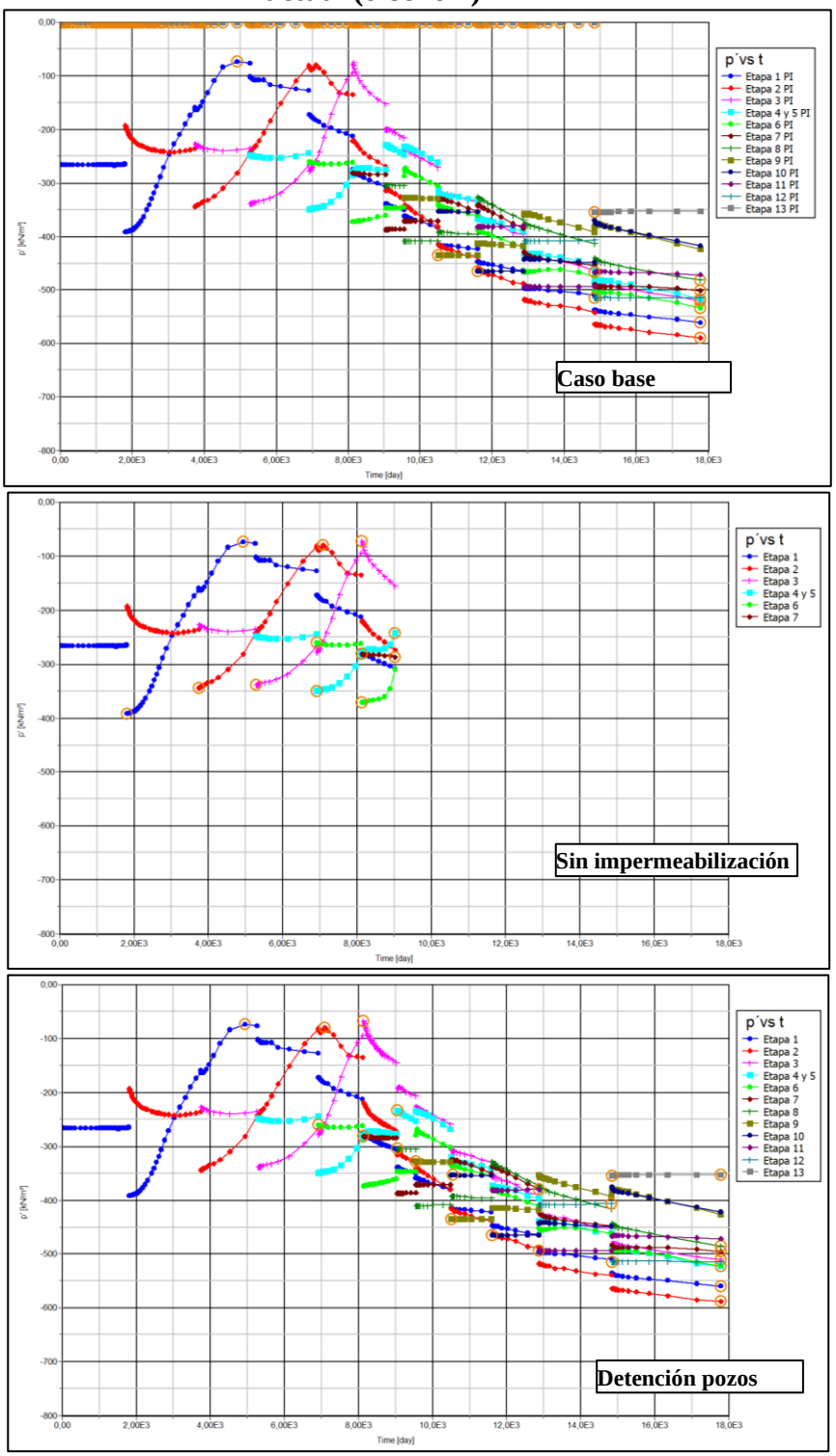
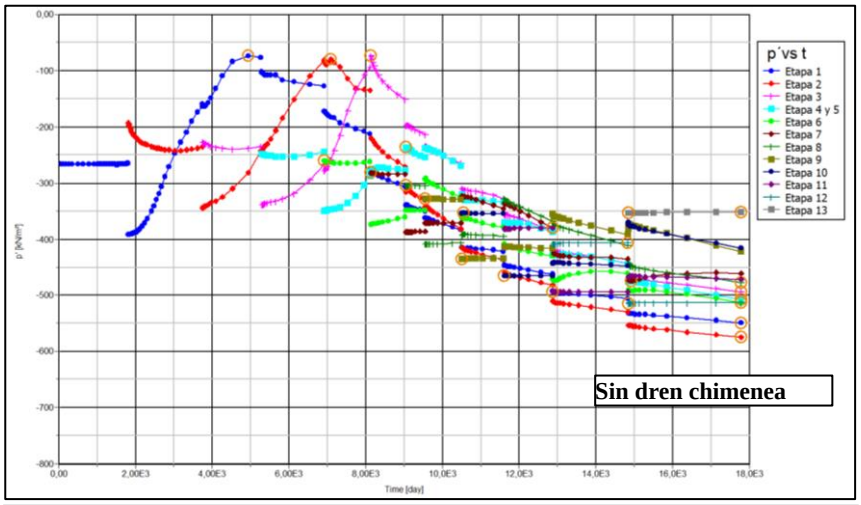
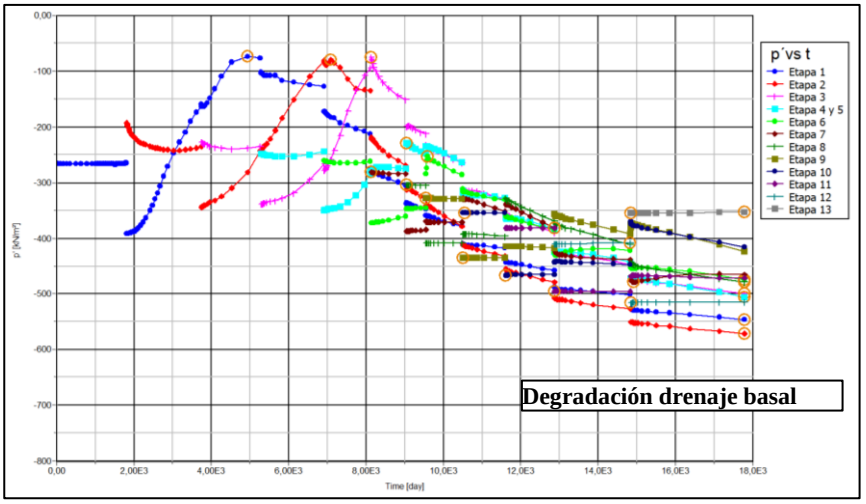


Figura G-15: Resultados confinamiento efectivo en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)




p´vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
Time [day]
Sin dren chimenea


p´vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
Time [day]
Degradación drenaje basal

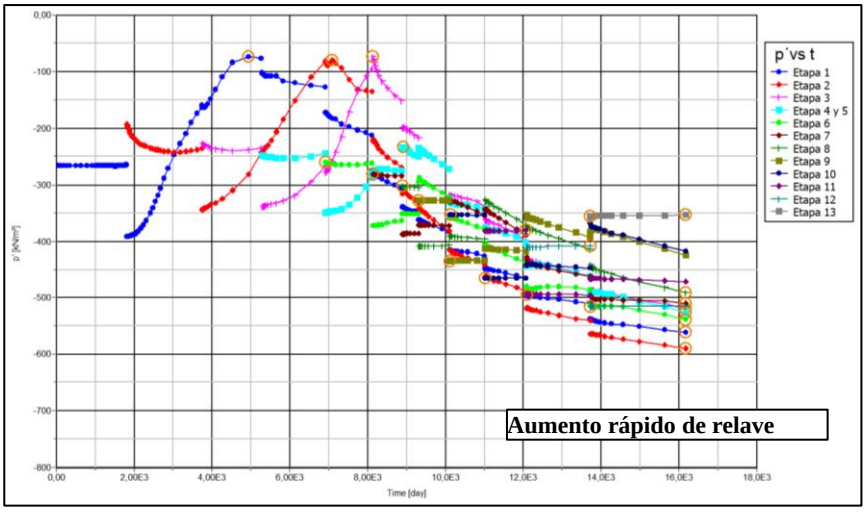

p´vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
Time [day]
Aumento rápido de relave

Figura G-16: Resultados confinamiento efectivo – Etapa 13 proyección con diseño actual (diseño 2)

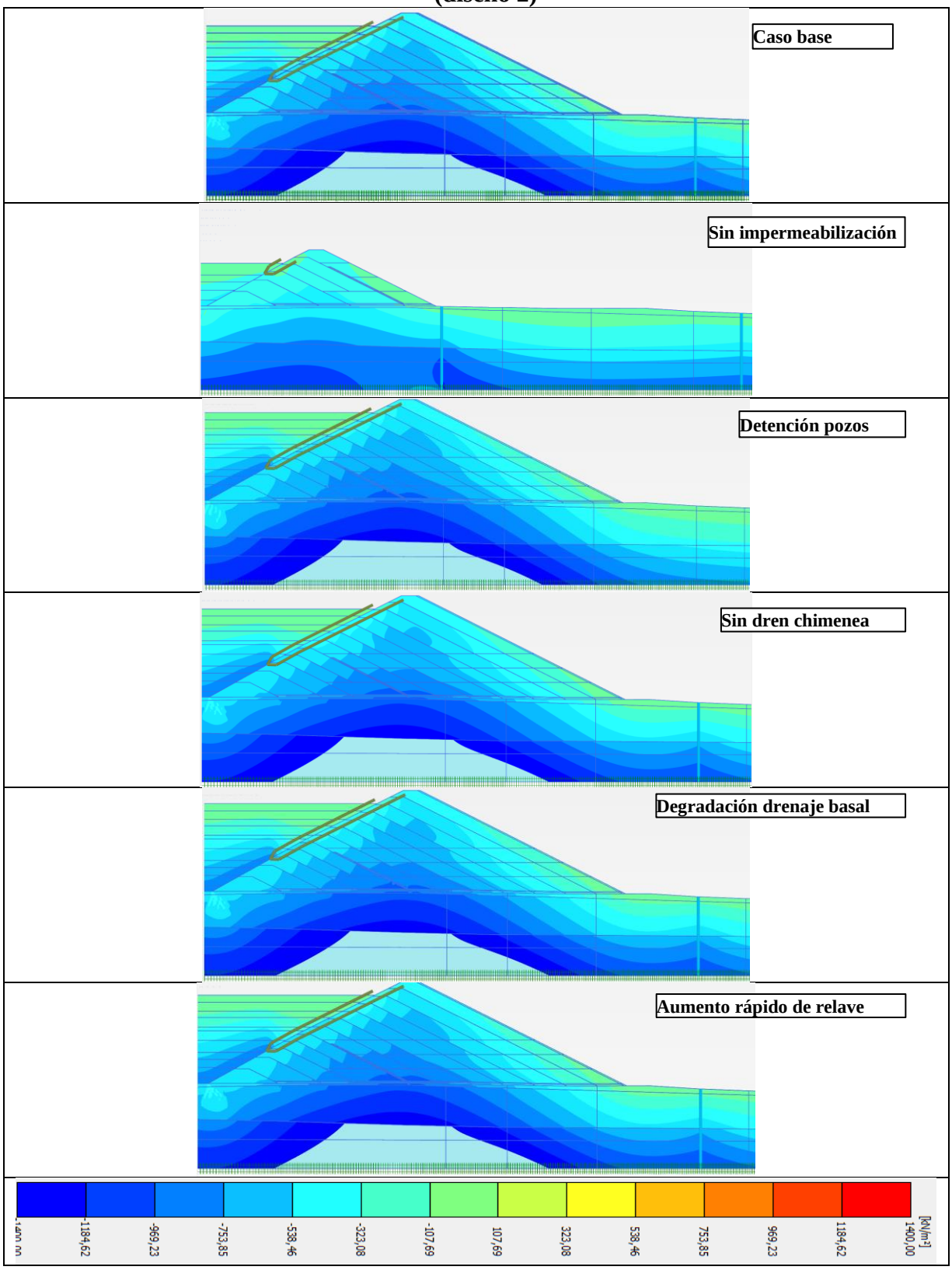
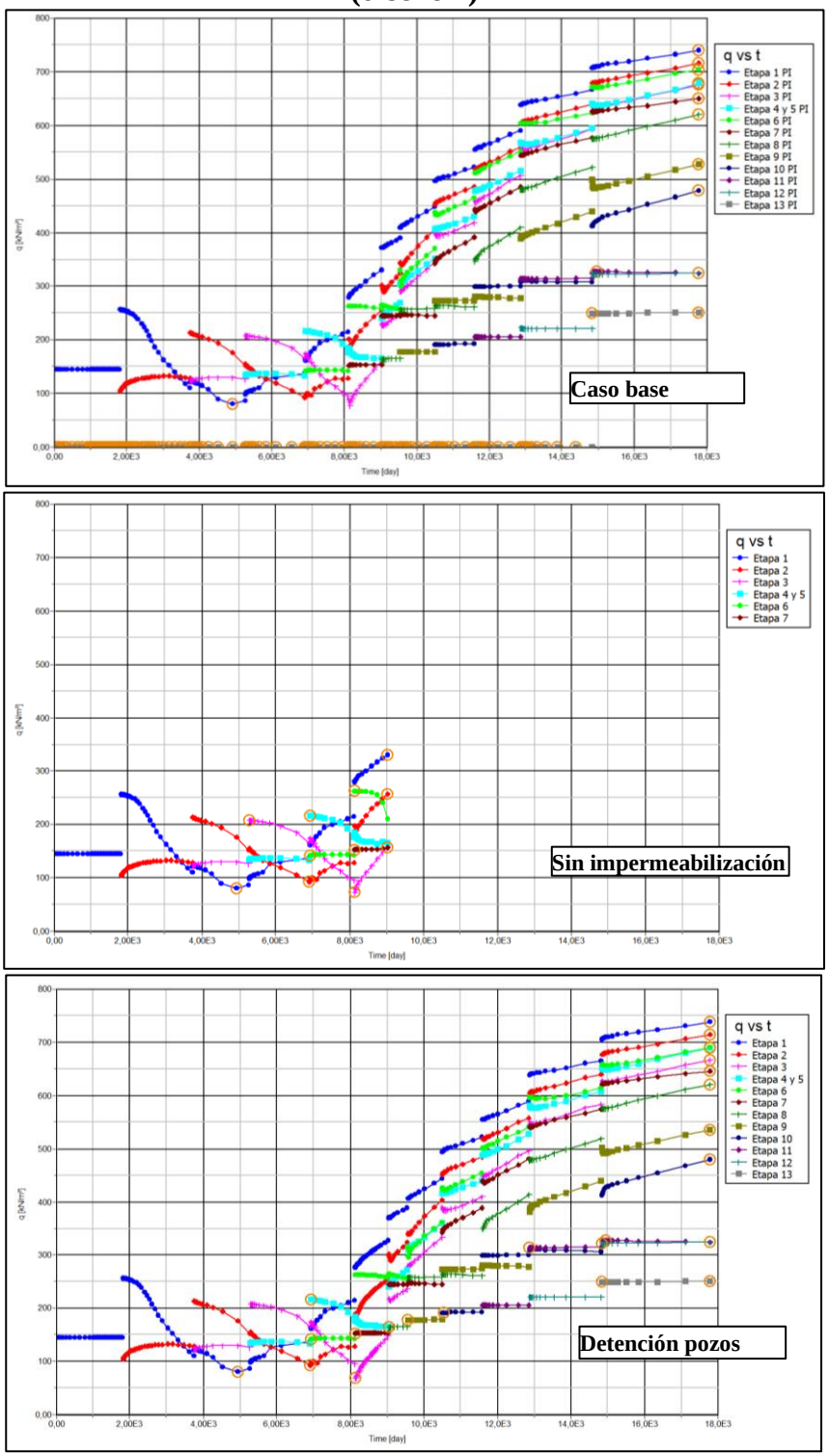
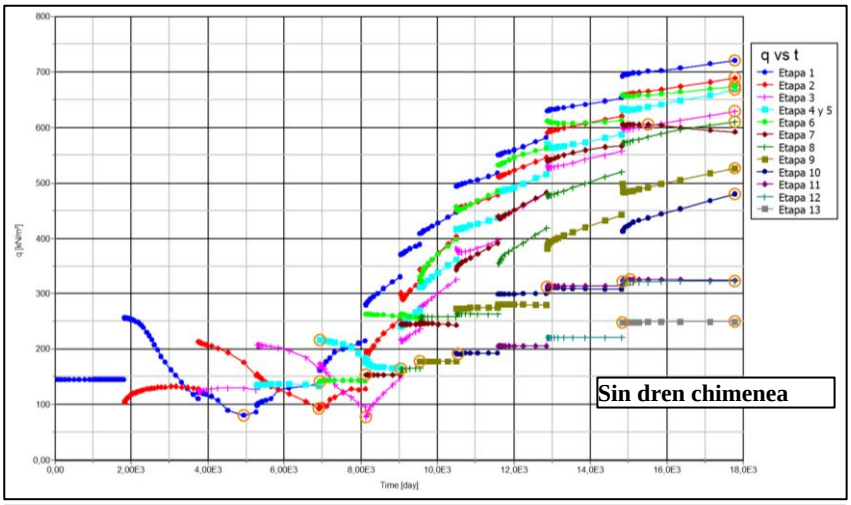
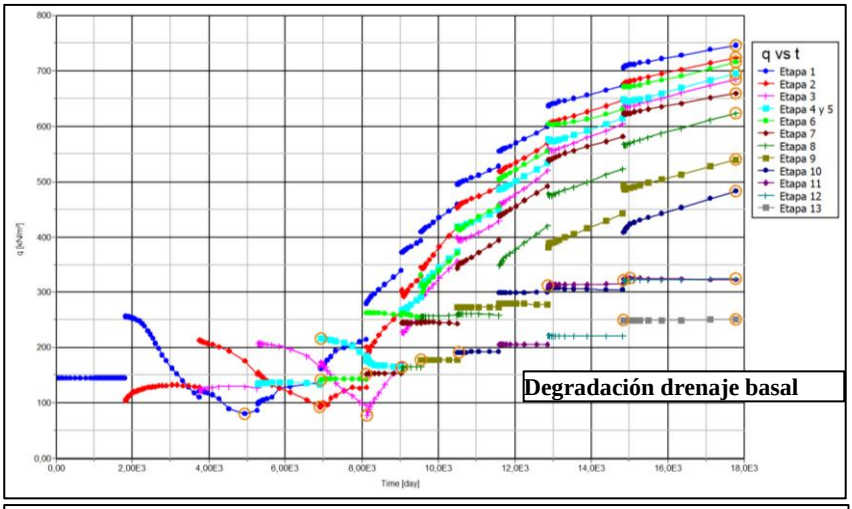


Figura G-17: Resultados esfuerzo desviador en el tiempo - proyección con diseño actual (diseño 2)




q vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
q [kN/m²]
Time [day]
Sin dren chimenea


q vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 11
Etapa 12
Etapa 13
q [kN/m²]
Time [day]
Degradación drenaje basal

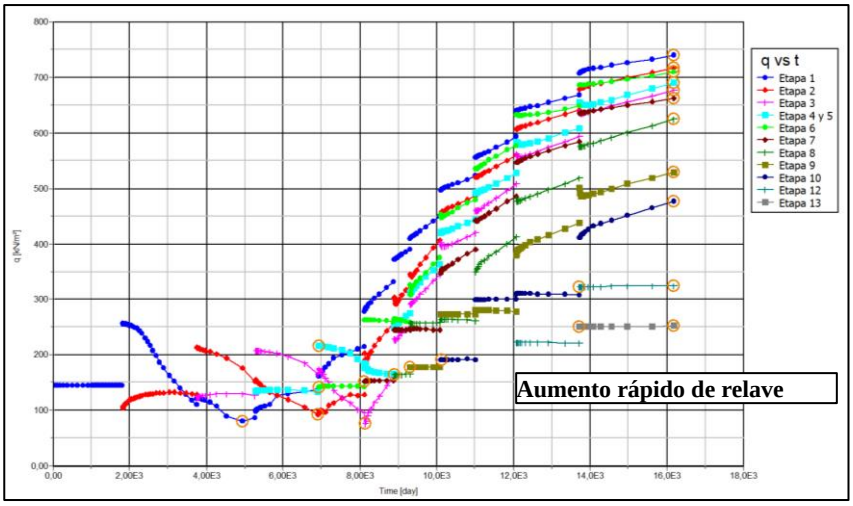
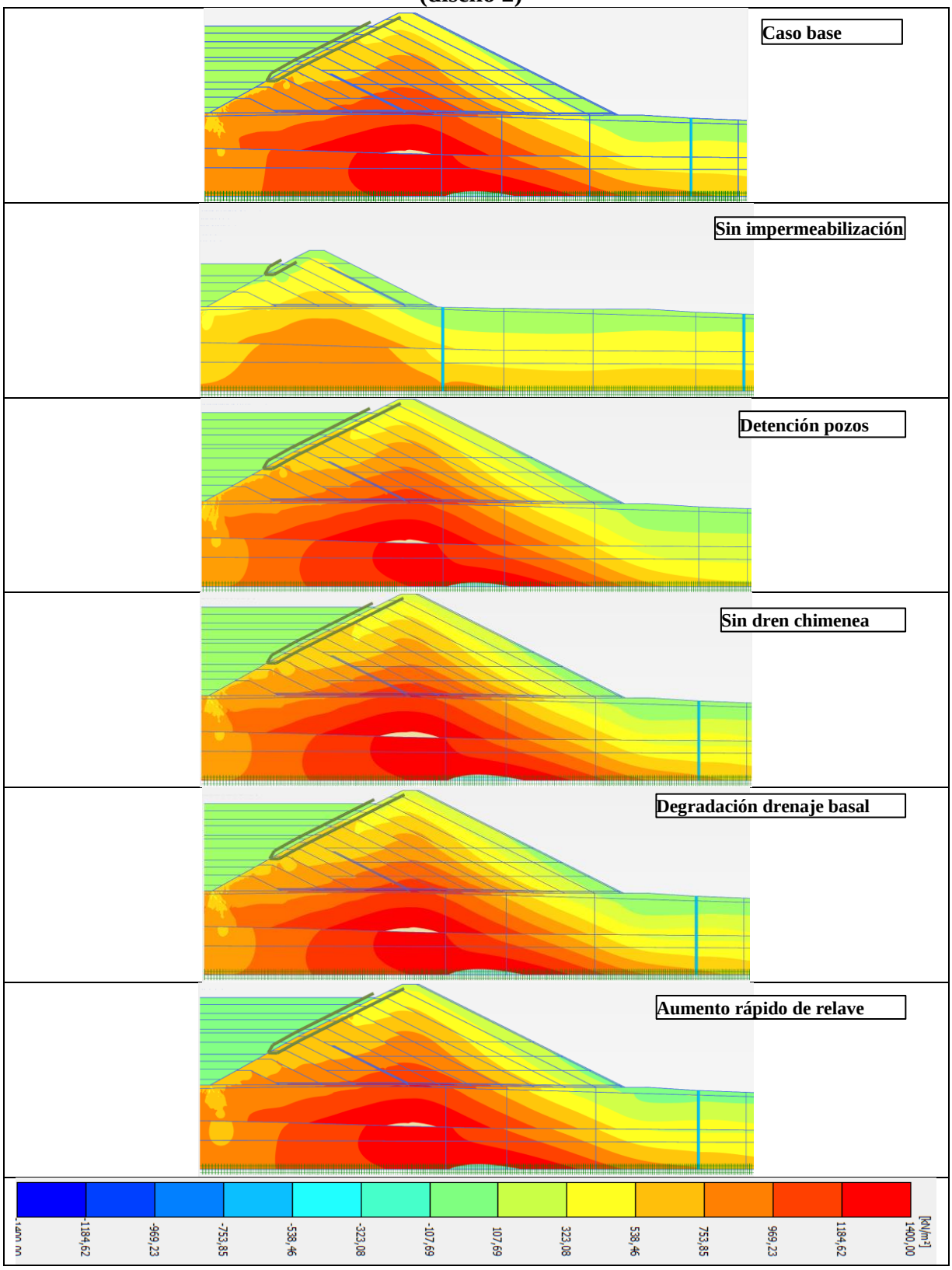

q vs t
Etapa 1
Etapa 2
Etapa 3
Etapa 4 y 5
Etapa 6
Etapa 7
Etapa 8
Etapa 9
Etapa 10
Etapa 12
Etapa 13
q [kN/m²]
Time [day]
Aumento rápido de relave

Figura G-18: Resultados esfuerzo desviador – Etapa 13 proyección con diseño actual (diseño 2)



G.2.2 Condiciones de falla

G.2.2.1 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

Figura G-19: Condición de falla Escenario estático – Etapa 13 Proyección con diseño modificado (diseño 1)

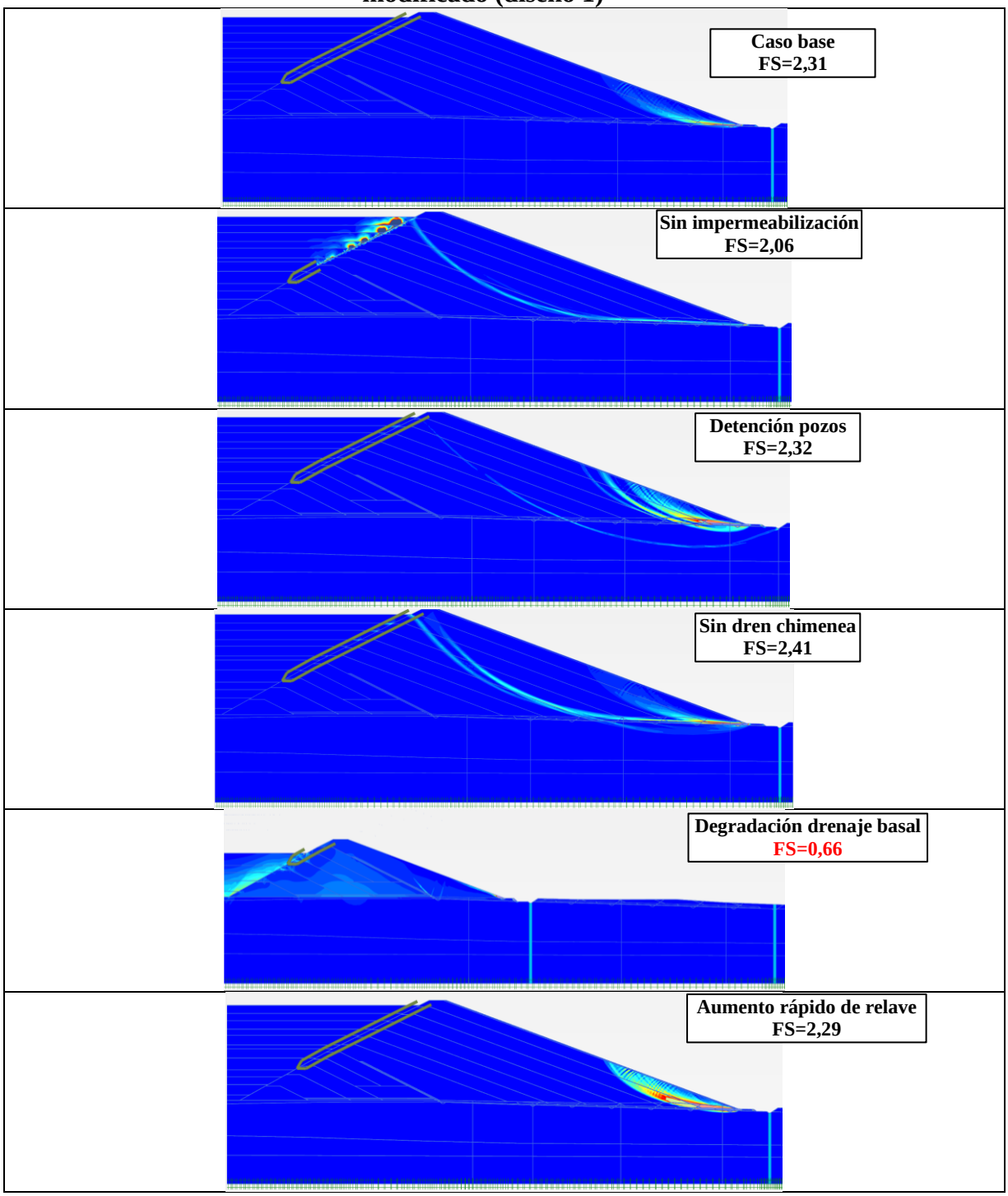
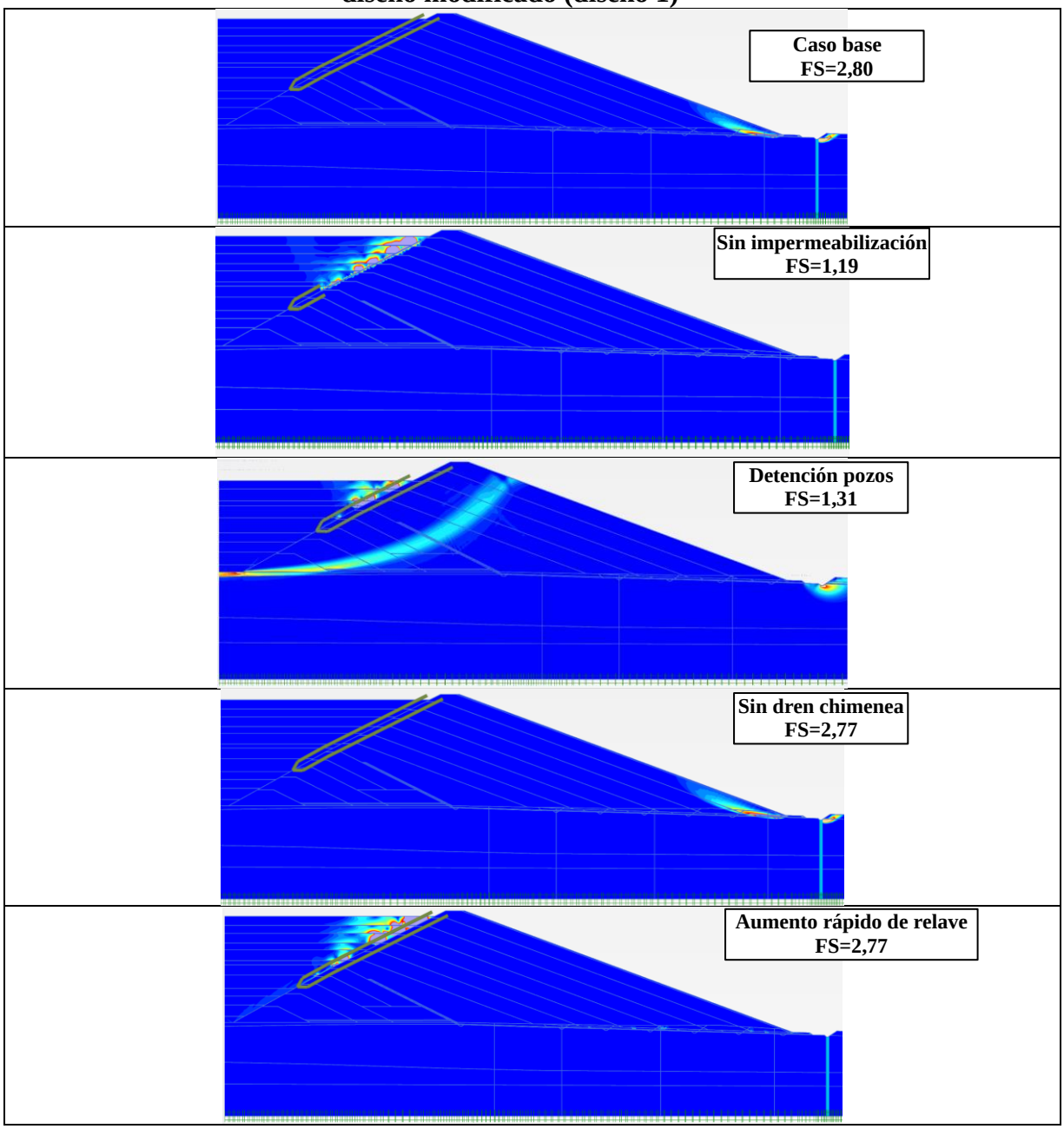


Figura G-20: Condición de falla Escenario Pseudo estático – Etapa 13 Proyección con diseño modificado (diseño 1)



G.2.2.2 Proyección con diseño actual (diseño 2)

Figura G-21: Condición de falla Escenario estático – Etapa 13 Proyección con diseño actual (diseño 2)

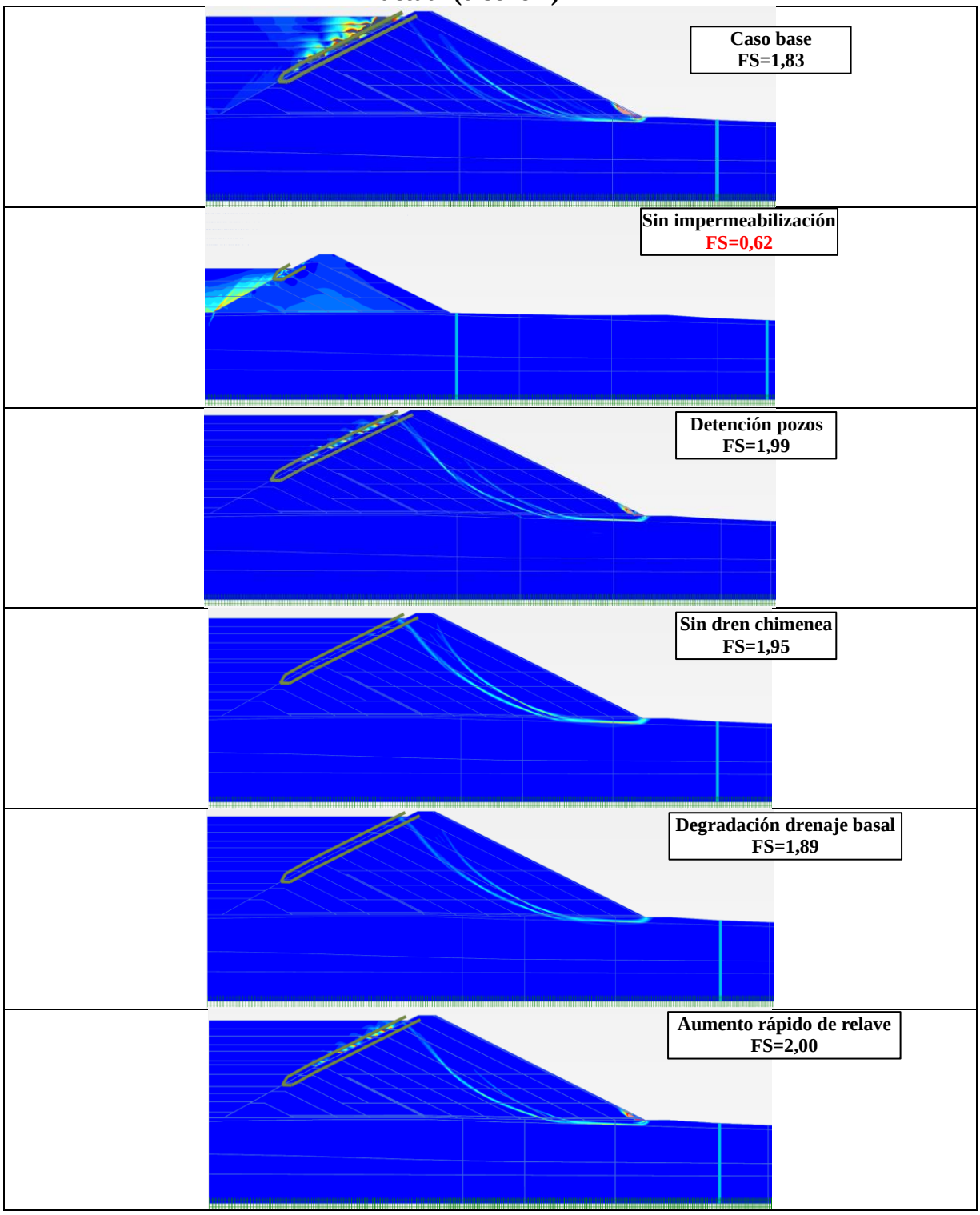
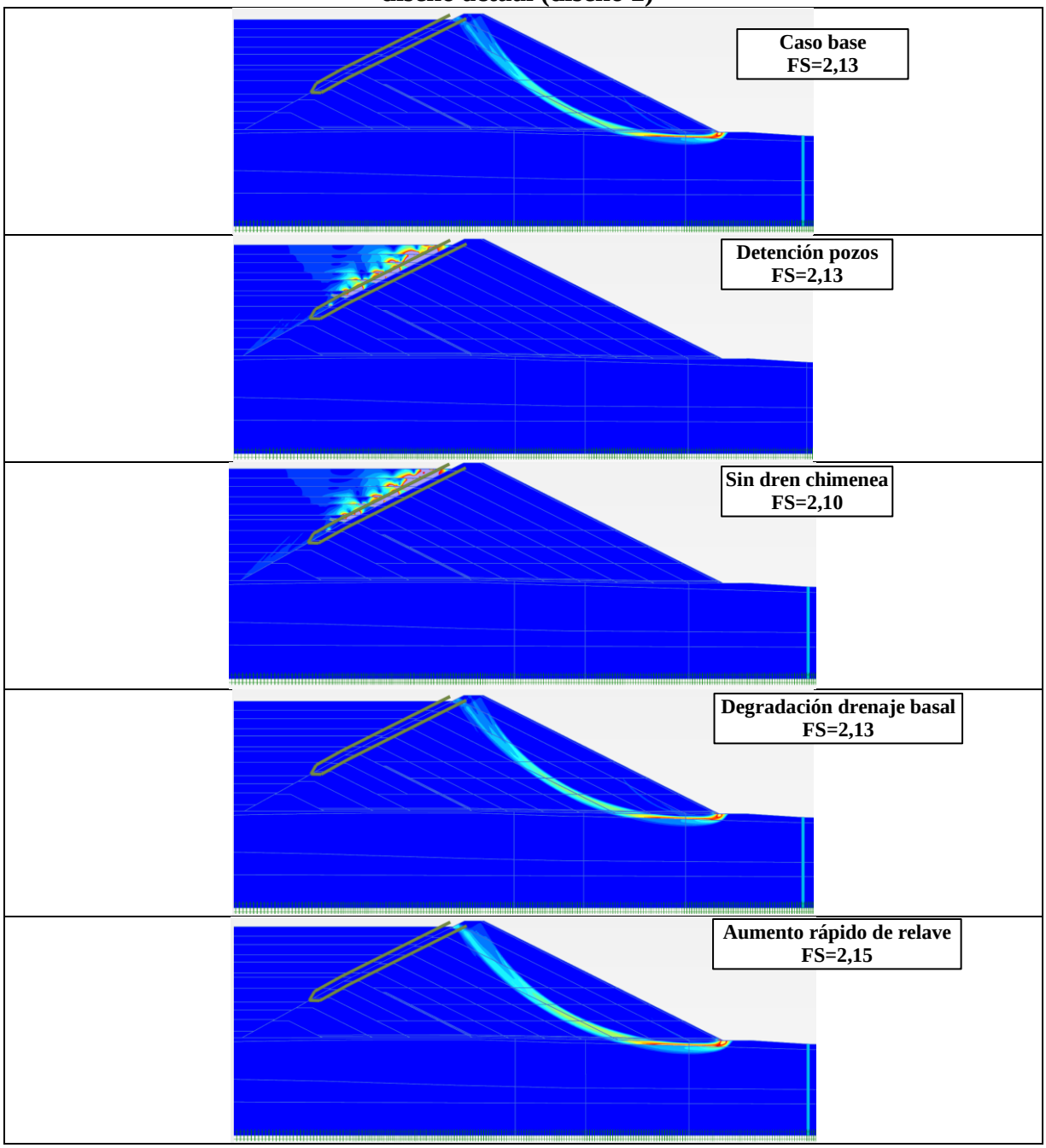



Figura G-22: Condición de falla Escenario Pseudo estático – Etapa 13 Proyección con diseño actual (diseño 2)