PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

VALIDACIÓN DE ALGORITMOS DE CÁLCULO Y OPTIMIZACIÓN PARA EL DISEÑO AUTOMATIZADO DE SISTEMAS DE FUNDACIONES SUPERFICIALES

GONZALO ANDRES GUILOFF BRAVO

Informe de Actividad de Graduación para optar al Grado de Magíster en Ingeniería Estructural y Geotécnica

Profesor Supervisor:
CHRISTIAN LEDEZMA
TOMAS ZEGARD

Santiago de Chile, noviembre, 2024.

DEDICATORIA

Dedico el presente trabajo a aquellos que recorren y han recorrido su camino en conciencia de la necesidad de bondad en ellos mismos y en el mundo, entre los cuales se encuentra mi querida Carmen Andrea. Que sus espíritus atentos y alegres sean inspiración para mis hijos Amaia, Ian, Amir, Aryeh y Aleia, para que forjen sus caminos también alegres e incansables.

AGRADECIMIENTOS

Mis agradecimientos al equipo de desarrollo de la versión final de Foundaxis, Gabriel Pérez y Sebastián Muñoz, brillantes profesionales y excelentes personas, ha sido y sigue siendo un lujo y un disfrute transitar los caminos de la creación ingenieril junto a ustedes.

Agradezco a Taty Guiloff y Martin Perdomo, que con generosidad y sabiduría han sabido junto a su equipo vestir e impulsar este desarrollo impecablemente, posibilitando su salida al mundo.

Agradezco a Montserrat, que me ha acompañado en este tránsito, complementándolo con mil vivencias que me han mantenido constantemente sumergido en el aprendizaje del Amar.

Agradezco a los profesores supervisores, Cristian Ledezma y Tomas Zegard, por la valiosa enseñanza impartida impecablemente en sus cursos y por su excelente disposición cada vez que se requirió para este trabajo.

INDICE GENERAL

Pág.

DEDICATORIA ii

AGRADECIMIENTOS iii

INDICE DE TABLAS vii

INDICE DE FIGURAS viii

RESUMEN xiii

ABSTRACT xiv

I INTRODUCCIÓN 1

I.1 Antecedentes Generales 1

I.1.1 Descripción del Problema 1

I.2 Objetivos y Alcances 12

I.2.1 Objetivos 12

I.2.2 Alcances 12

II MARCO TEÓRICO 14

II.1 Fundaciones Rectangulares Bajo Carga Biaxial Alta 14

II.1.1 Ecuaciones de Equilibrio Estático en Fundaciones Rígidas Bajo Carga Biaxial 15

II.1.2 Formulas Analíticas Para Alta Excentricidad Biaxial Caso 1 (Bezmalinovic, 2016). 18

II.1.3 Formulas Analíticas Para Alta Excentricidad Biaxial Caso 2 (Bezmalinovic, 2016). 19

II.1.4 Formulas Analíticas Para Alta Excentricidad Biaxial Caso 3 20

II.1.5 Formulas Analíticas Para Alta Excentricidad Biaxial Caso 4 (Bezmalinovic, 2016). 21

II.1.6 Solución Numérica para el Sistema de Ecuaciones No Lineales... 22

II.1.1 Presiones Bajo el Sello de Fundación para Excentricidad Baja. ... 25

II.1.2 Restricción Lateral del Terreno 26

II.2 Fundaciones de Geometría Irregular Bajo Carga Biaxial Alta 27

II.2.1 Formulación Winkler para Elementos Finitos 27
II.2.1 Solución para el Caso No Lineal 28
II.2.1 Integración de Restricción Lateral del Terreno en la Formulación de Elementos Finitos 29
II.3 Comportamiento Bajo el Sello de Fundación 32
II.3.1 Discretización de Presiones en Sello de Fundación..... 32
II.3.2 Algoritmo para Generación de Mapas de Presiones bajo el Terreno.35
II.3.3 Asentamientos Instantáneos..... 40
II.3.4 Asentamientos por Consolidación Primaria 41

III VALIDACION DE ALGORITMOS PARA PRESIONES EN SELLO DE FUNDACIÓN..... 42
III.1 Fundaciones Rectangulares 42
III.1.1 Metodología de Validación..... 42
III.1.2 Descripción del Caso de Validación 43
III.1.3 Modelo SAP2000..... 45
III.1.4 Modelo RISA 46
III.1.5 Modelo FOUNDAXIS 47
III.1.6 Comparación de Resultados..... 47
III.1.6.1 Caso 1 47
III.1.6.2 Caso 2 50
III.1.6.3 Caso 3 52
III.1.6.4 Caso 4 54

III.2 Fundaciones Irregulares 56
III.2.1 Fundación en L Bajo Set de Cargas Biaxiales Altas..... 56
III.2.1.1 Metodología de Validación 56
III.2.1.2 Descripción del Caso de Validación..... 57
III.2.1.3 Modelo RFEM..... 61
III.2.1.4 Modelo Foundaxis 63
III.2.1.5 Comparación de Resultados 64

III.2.2 Restricción Lateral del Terreno en Fundaciones Irregulares 67
III.2.2.1 Metodología de Validación 67
III.2.2.2 Descripción del Caso de Validación..... 67
III.2.2.3 Modelo Analítico..... 69
III.2.2.4 Modelo Numérico..... 70

III.2.2.5 Comparación de Resultados 71
III.3 Caso Mixto: Edificio Hormigón Armado 6 Pisos Muros Curvos 77
III.3.1 Metodología de Validación 77
III.3.2 Descripción del Caso de Validación 77
III.3.3 Modelo RFEM 83
III.3.4 Modelo Foundaxis 85
III.3.5 Comparación de Resultados 86
IV VALIDACION DE ALGORITMOS PARA COMPORTAMIENTO DEL TERRENO BAJO EL SELLO DE FUNDACIÓN. 96
IV.1 Bulbos de Presión Bajo Fundación Rectangular 96
IV.1.1 Metodología de Validación 96
IV.1.2 Descripción del Caso de Validación 96
IV.1.3 Formulación de Boussinesq 97
IV.1.4 Modelo Foundaxis 98
IV.1.5 Comparación de Resultados 99
IV.2 Presiones Efectivas Totales y Asentamientos Bajo Fundación Irregular en Terreno con Capas 103
IV.2.1 Metodología de Validación 103
IV.2.2 Descripción del Caso de Validación 103
IV.2.3 Modelo Settle3 107
IV.2.4 Modelo Foundaxis 108
IV.2.5 Comparación de Resultados 109
IV.3 Valores Máximos de Presiones Efectivas Totales y Asentamientos en Caso Mixto 120
IV.3.1 Metodología de Validación 120
IV.3.2 Descripción del Caso de Validación 120
IV.3.3 Modelo Seetle3 122
IV.3.4 Modelo Seetle3 122
IV.3.5 Modelo Foundaxis 123
IV.3.6 Comparación de Resultados 124
V CONCLUSIONES. 130
VI BIBLIOGRAFIA 132

INDICE DE TABLAS

Pág.

Tabla III-1: Sets de Cargas por Caso [Tf ; Tfm] [Fuente: Del Autor] 44
Tabla III-1: Errores Relativos Para Comparación de Tensiones Máximas Obtenidas en Estados de Carga CASO 1. [Fuente: Del Autor]..... 49
Tabla III-1: Errores Relativos Para Comparación de Tensiones Máximas Obtenidas en Estados de Carga CASO 2. [Fuente: Del Autor]..... 51
Tabla III-1: Errores Relativos Para Comparación de Tensiones Máximas Obtenidas en Estados de Carga CASO 3. [Fuente: Del Autor]..... 53
Tabla III-1: Errores Relativos Para Comparación de Tensiones Máximas Obtenidas en Estados de Carga CASO 4. [Fuente: Del Autor]..... 55
Tabla III-1: Fuerzas en Pedestales (como reacciones)..... 60
Tabla III-2: Comparación de Tensiones Máximas [Tf/m^2]..... 65
Tabla III-1: Sets de Cargas por Caso [Tf ; Tfm] [Fuente: Del Autor] 69
Tabla III-1: Resultados obtenidos de modelo analítico y modelo MEF y su error relativo [Fuente: Del Autor] 72
Tabla III-1: Resultados obtenidos de modelo RFEM6 y modelo Foundaxis y su error relativo [Fuente: Del Autor]..... 90
Tabla IV-1: Comparación de resultados para formula analítica de Boussinesq v/s algoritmo discretizado de Foundaxis para 35 puntos bajo el centro de área rectangular con carga uniformemente distribuida. 101
Tabla IV-2: Comparación de resultados Settle3 v/ Foundaxis para 30 puntos bajo coordenada (3.4).. 113
Tabla IV-2: Comparación de resultados Settle3 v/ Foundaxis para valores máximos..... 125

INDICE DE FIGURAS

Figura I-1: Pestaña INGRESO DATOS Primer Prototipo . [Fuente: Del Autor] 2
Figura I-1: Pestaña CONFIGURACION Primer Prototipo. [Fuente: Del Autor]..... 2
Figura I-1: Interfaz DISEÑO Primer Prototipo. [Fuente: Del Autor]..... 3
Figura I-1: Interfaz ANÁLISIS primer prototipo. Presiones en sellos de fundaciones, isométrica. [Fuente: Del Autor] 3
Figura I-1: Interfaz ANALISIS Primer Prototipo. Presiones el terreno bajo sellos de fundación, isométrica. [Fuente: Del Autor] 4
Figura I-1: Interfaz ANALISIS Primer Prototipo. Máxima tensión respecto de la tensión admisible por grupo. [Fuente: Del Autor]..... 4
Figura I-1: Interfaz ANALISIS Primer Prototipo. Armaduras por grupo, isométrica. [Fuente: Del Autor]..... 5
Figura I-1: Interfaz ANALISIS Segundo Prototipo. Presiones en sellos de fundación, isométrica. [Fuente: Del Autor] 6
Figura I-1: Interfaz ANALISIS Segundo Prototipo. Presiones bajo el terreno, isométrica. [Fuente: Del Autor]..... 6
Figura I-1: Interfaz ANALISIS Segundo Prototipo. Presiones en sello de fundación geometría irregular mediante elementos finitos, isométrica. [Fuente: Del Autor]..... 7
Figura I-1: Interfaz de Edición en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]..... 9
Figura I-1: Interfaz de Resultados Globales en Foundaxis. [Fuente: Del Autor] 9
Figura I-1: Interfaz de Resultados por Fundación en Foundaxis. [Fuente: Del Autor] 10
Figura I-1: Interfaz para refuerzos de acero en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]..... 10
Figura I-1: Interfaz para análisis geotecnico. [Fuente: Del Autor] 11
Figura I-1: Interfaz para generación de reporte de cálculos y planos en Foundaxis. [Fuente: Del Autor] 11
Figura II-1: Presión de contacto bajo una fundación superficial sometida a carga biaxial positiva. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)]. 15
Figura II-1: Presión de contacto bajo una fundación rectangular, CASO 1. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)]. 18
Figura II-1: Presión de contacto bajo una fundación rectangular, CASO 2. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)]. 20
Figura II-1: Presión de contacto bajo una fundación rectangular, CASO 3. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)]. 21
Figura II-1: Presión de contacto bajo una fundación rectangular, CASO 4. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)]. 22
Figura II-1: Expresiones Analíticas para Matriz Jacobiana, CASO 1. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)]. 23
Figura II-1: Expresiones Analíticas para Matriz Jacobiana, CASO 2. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)]. 24
Figura II-1: Expresiones Analíticas para Matriz Jacobiana, CASO 3. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)]. 24
Figura II-1: Expresiones Analíticas para Matriz Jacobiana, CASO 4. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)]. 25

Figura II-1: Empuje pasivo del terreno para una zapata sometida a vuelco. [Fuente: Dunham (Dunham, 1968)] 26
Figura II-1: Esquemático de la consideración de restricción lateral en fundación irregular [Fuente: Del autor] 31
Figura II-1: Discretización realizada en área de sello de fundación. [Fuente: Del Autor] . 33
Figura II-1: Matrices 3D resultantes para presiones en sellos de fundación. [Fuente: Del Autor] 34
Figura II-1: Modelo de Boussinesq para carga puntual P sobre medio elástico semi infinito y sistema de ejes utilizado [Fuente: Cruz, L. Ingeniería de Cimentaciones (Cruz, 2016)]. 35
Figura II-1: Generalización del esquema numérico para construcción de mapas de presiones bajo el terreno. [Fuente: Del Autor] 36
Figura II-1: Esquema de discretización para cálculo de asentamientos. [Fuente:Settle3D Theory Manual(Rocscience Inc., 2021)] 41
Figura III-1: Geometría de Fundación a Testear para Validación. [Fuente: Del Autor]..... 44
Figura III-2: Vista 3D Modelo Implementado en SAP2000 [Fuente: SAP2000; Del Autor] 45
Figura III-1: Vista 3D Modelo Implementado en RISAFoundation. [Fuente: RISAFoundation; Del Autor] 46
Figura III-1: Vista 3D Modelo Implementado en FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 47
Figura III-1: Gráfica, Comparación de Resultados para Caso 1. [Fuente: Del Autor] 48
Figura III-1: Comparación de Resultados, Mapas de Tensiones para Caso 1. De izquierda a Derecha: a)Foundaxis, b)SAP2000, c)RISAFoundation. [Fuente: SAP2000; RISAFoundation; Del Autor] 49
Figura III-1: Gráfica, Comparación de Resultados para Caso 2. [Fuente: Del Autor] 50
Figura III-1: Comparación de Resultados, Mapas de Tensiones para Caso 2. De izquierda a Derecha: a)Foundaxis, b)SAP2000, c)RISAFoundation. [Fuente: SAP2000; RISAFoundation; Del Autor] 51
Figura III-1: Gráfica, Comparación de Resultados para Caso 3. [Fuente: Del Autor] 52
Figura III-1: Comparación de Resultados, Mapas de Tensiones para Caso 3. De izquierda a Derecha: a)Foundaxis, b)SAP2000, c)RISAFoundation. [Fuente: SAP2000; RISAFoundation; Del Autor] 53
Figura III-1: Gráfica, Comparación de Resultados para Caso 4. [Fuente: Del Autor] 55
Figura III-1: Comparación de Resultados, Mapas de Tensiones para Caso 4. De izquierda a Derecha: a)Foundaxis, b)SAP2000, c)RISAFoundation. [Fuente: SAP2000; RISAFoundation; Del Autor] 56
Figura III-13: Geometría de la fundación en L utilizada [Fuente: Del Autor]..... 58
Figura III-13: Numeración de Fundaciones y Pedestales [Fuente: Del Autor]..... 59
Figura III-13: Vista en isométrica de cargas en fundaciones [Fuente: Del Autor] 61
Figura III-13: Vista en isométrica de modelo RFEM6 [Fuente: Del Autor ; RFEM6]..... 62
Figura III-13: Mallado utilizado [Fuente: Del Autor ; RFEM6]..... 62
Figura III-13: Vista en isométrica de modelo FOUNDAXIS [Fuente: Del Autor] 63
Figura III-13: Mallado utilizado [Fuente: Del Autor]..... 63
Figura III-13: Comparación gráfica de tensiones máximas por caso de carga en modelos RFEM y FOUNDAXIS [Fuente: Del Autor] 64
Figura III-21: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis. [Fuente: Del Autor]..... 66

Figura III-1: Geometría de Fundación a Testear para Validación. [Fuente: Del Autor]..... 68
Figura III-1: Modelo de Fundación Aislada a Testear para Validación. [Fuente: Del Autor] 69
Figura III-1: Modelo de Fundación Corrida a Testear para Validación. [Fuente: Del Autor] 70
Figura III-1: Comparación Tensiones máximas para los cuatro casos testeados formulación analítica v/s formulación MEF. [Fuente: Del Autor] 71
Figura III-1: Comparación porcentaje de área comprimida para los cuatro casos testeados formulación analítica v/s formulación MEF. [Fuente: Del Autor]..... 72
Figura III-21: Comparación CASO 1, (a) Formulación Analítica s/R-L, (b) Formulación MEF s/R-L(c) Formulación Analítica c/R-L, (d) Formulación MEF c/R-L. [Fuente: Del Autor] 73
Figura III-21: Comparación CASO 2, (a) Formulación Analítica s/R-L, (b) Formulación MEF s/R-L(c) Formulación Analítica c/R-L, (d) Formulación MEF c/R-L. [Fuente: Del Autor] 74
Figura III-21: Comparación CASO 3, (a) Formulación Analítica s/R-L, (b) Formulación MEF s/R-L(c) Formulación Analítica c/R-L, (d) Formulación MEF c/R-L. [Fuente: Del Autor] 75
Figura III-21: Comparación CASO 4, (a) Formulación Analítica s/R-L, (b) Formulación MEF s/R-L(c) Formulación Analítica c/R-L, (d) Formulación MEF c/R-L. [Fuente: Del Autor] 76
Figura III-1: Modelo Elementos Finitos Edificio Hormigón Armado 6 Pisos, Isometrica Superior. [Fuente: Del Autor] 78
Figura III-2: Modelo Elementos Finitos Edificio Hormigón Armado 6 Pisos, Isometrica Inferior. [Fuente: Del Autor]..... 78
Figura III-3: Modelo MEF Edificio hormigón armado 6 pisos, cargas vivas y sus reacciones. [Fuente: Del Autor] 79
Figura III-3: Modelo MEF Edificio hormigón armado 6 pisos, deformaciones para las combinaciones de cargas consideradas. [Fuente: Del Autor] 81
Figura III-3: Planta de Fundaciones a Modelar, Profundidad Sellos de Fundación 2m, Altura de Fundaciones 1.5m, Altura Pedestales Sobre Terreno 0.3m. [Fuente: Del Autor]83
Figura III-3: Vista Isométrica de modelo de sistema de fundaciones en RFEM6. [Fuente: Del Autor ; RFEM6] 84
Figura III-3: Vista Isométrica de modelo de sistema de fundaciones con cargas de área en RFEM6. [Fuente: Del Autor ; RFEM6] 84
Figura III-3: Vista Isométrica de una fundación cargada del sistema de fundaciones en RFEM6. [Fuente: Del Autor ; RFEM6] 85
Figura III-3: Vista Isométrica de modelo de sistema de fundaciones en Foundaxis. [Fuente: Del Autor] 86
Figura III-3: Vista Isométrica de una fundación cargada del sistema de fundaciones en Foundaxis. [Fuente: Del Autor] 86
Figura III-1: Comparación Tensiones máximas 18 Fundaciones, Combinación de carga S1 RFEM6 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 87
Figura III-1: Comparación Tensiones máximas 18 Fundaciones, Combinación de carga S2 RFEM6 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 88

Figura III-1: Comparación Tensiones máximas 18 Fundaciones, Combinación de carga S3 RFEM6 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 88
Figura III-1: Comparación Tensiones máximas 18 Fundaciones, Combinación de carga S4 RFEM6 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 89
Figura III-1: Comparación Tensiones máximas 18 Fundaciones, Combinación de carga S5 RFEM6 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 89
Figura III-3: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis, PP+SC. [Fuente: Del Autor] 91
Figura III-3: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis, PP+SC. [Fuente: Del Autor] 92
Figura III-3: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis, PP+SC. [Fuente: Del Autor] 93
Figura III-3: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis, PP+SC. [Fuente: Del Autor] 94
Figura III-3: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis, PP+SC. [Fuente: Del Autor] 95
Figura IV-1: Geometría de Fundación a Testear para Validación. [Fuente: Del Autor] 97
Figura IV-2: Variables para determinación del esfuerzo debajo de un área rectangular cargada. [Fuente:Braja M & León (2012)]..... 98
Figura IV-2: Presiones en sello de fundación para caso a comparar. [Fuente: del autor]... 99
Figura IV-4: Comparación gráfica de resultados para formula analítica de Boussinesq v/s algoritmo discretizado de Foundaxis para 35 puntos bajo el centro de área rectangular con carga uniformemente distribuida. [Fuente: del autor]..... 100
Figura IV-5: Bulbos de Presión obtenidos en Foundaxis. a) Vista Isométrica, b) Vista Lateral..... 102
Figura IV-5: Fundación en L a utilizar [Fuente: Del Autor]..... 104
Figura IV-5: Presiones de contacto a utilizar, obtenidas en Foundaxis. [Fuente: Del Autor] 105
Figura IV-5: Punto de testeo para resultados bajo el terreno (en amarillo). [Fuente: Del Autor] 107
Figura IV-5: Vista isométrica de modelo en Settle3. [Fuente: Settle3] 108
Figura IV-5: Vista isométrica de modelo en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]..... 109
Figura III-1: Comparación Presión directa bajo punto de testeo , SETTLE3 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]..... 110
Figura III-1: Comparación Presión total efectiva bajo punto de testeo , SETTLE3 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]..... 111
Figura III-1: Comparación Asentamiento instantáneo bajo punto de testeo, SETTLE3 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]..... 111
Figura III-1: Comparación Asentamiento por consolidación primaria bajo punto de testeo, SETTLE3 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]..... 112
Figura III-1: Comparación Asentamiento total bajo punto de testeo, SETTLE3 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]..... 112
Figura III-1: Comparación presión directa bajo punto de testeo, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor]..... 114

Figura III-1: Comparación presión efectiva total bajo punto de testeo, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor]..... 115
Figura III-1: Comparación asentamiento instantaneo bajo punto de testeo, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor] 116
Figura III-1: Comparación asentamiento por consolidación primaria bajo punto de testeo, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor] 117
Figura III-1: Comparación asentamiento total bajo punto de testeo, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor]..... 118
Figura III-1: Comparación asentamiento total en punto de testeo, vista en planta, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor] 119
Figura III-1: Dimensiones globales del sistema de fundaciones a modelar. [Fuente: Del Autor] 121
Figura III-1: Tensiones en sellos de fundación a utilizar. [Fuente: Del Autor] 122
Figura III-1: Vista isométrica de modelo en Settle3. [Fuente: Settle3] 123
Figura III-1: Vista isométrica de modelo en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]..... 124
Figura III-1: Comparación presión directa en plano Y, a) SETTLE3, b) FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 125
Figura III-1: Comparación presión efectiva total en plano Y, a) SETTLE3, b) FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 126
Figura III-1: Comparación Asentamiento instantáneo en planta, a) SETTLE3, b) FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 127
Figura III-1: Comparación Asentamiento por consolidación en planta, a) SETTLE3, b) FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 128
Figura III-1: Comparación Asentamiento total en planta, a) SETTLE3, b) FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor] 129

RESUMEN

El presente trabajo, consiste en la validación de los algoritmos principales implementados en el software Foundaxis, desarrollado por el autor y cuyo objetivo es el diseño estructural automatizado de sistemas de fundaciones para edificaciones. Se contempla validar los siguientes algoritmos: Calculo de tensiones en sellos de fundación para fundaciones rectangulares sujetas a carga biaxial alta mediante resolución numérica de fórmulas exactas; Calculo de tensiones en sellos de fundaciones irregulares considerando no linealidad mediante formulación de elementos finitos adaptada a teoría de Winkler; Inclusión de formulación de desarrollo propio para considerar restricción lateral del terreno en el método de elementos finitos adaptado a Winkler; Algoritmo para el cálculo de presiones en terreno con múltiples capas irregulares producto de cargas de geometría irregular; Algoritmo para el cálculo de asentamientos instantáneos y por consolidación primaria producto de cargas irregulares en terrenos con múltiples capas irregulares.

Se adoptan diversas metodologías de validación que consisten en la comparación de resultados para diversos casos con formulaciones analíticas exactas o con softwares comerciales ya validados.

ABSTRACT

This work consists of the validation of the main algorithms implemented in the Foundaxis software, developed by the author and whose objective is the automated structural design of foundation systems for buildings. The following algorithms are intended to be validated: Calculation of stresses in foundation seals for rectangular foundations subject to high biaxial loading by numerical resolution of exact formulas; Calculation of stresses in irregular foundation seals considering non-linearity by means of a finite element formulation adapted to Winkler's theory; Inclusion of a formulation developed by the author to consider lateral restriction of the ground in the finite element method adapted to Winkler; Algorithm for calculating pressures in ground with multiple irregular layers due to loads of irregular geometry; Algorithm for calculating instantaneous settlements and by primary consolidation due to irregular loads in ground with multiple irregular layers.

Various validation methodologies are adopted, which consist of comparing results for various cases with exact analytical formulations or with already validated commercial software.

I INTRODUCCIÓN

I.1 Antecedentes Generales

I.1.1 Descripción del Problema

La línea de desarrollo previo que lleva al presente trabajo comienza formalmente con la tesis del autor: “Automatización del Diseño Estructural para un Conjunto de Fundaciones Rectangulares Unidas por Vigas de Amarre” presentada en el año 2021, donde se desarrolló una metodología para el tratamiento conjunto de sistemas de fundaciones rectangulares de cualquier edificación, considerando el comportamiento no lineal producto de cargas biaxiales altas. Dicha metodología fue implementada en una interfaz gráfica de Matlab y testeada para diferentes edificaciones. En las Figuras a continuación se muestran vistas de las pestañas principales de dicha interfaz, que resumen de manera grafica el alcance del primer prototipo funcional logrado.

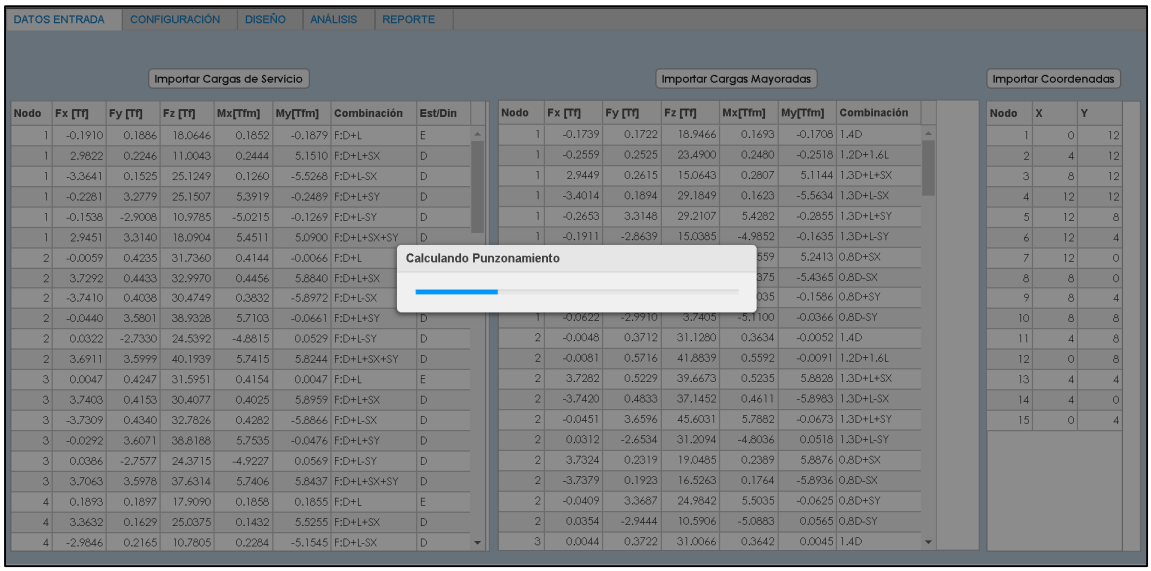


Figura I-1: Pestaña INGRESO DATOS Primer Prototipo . [Fuente: Del Autor]

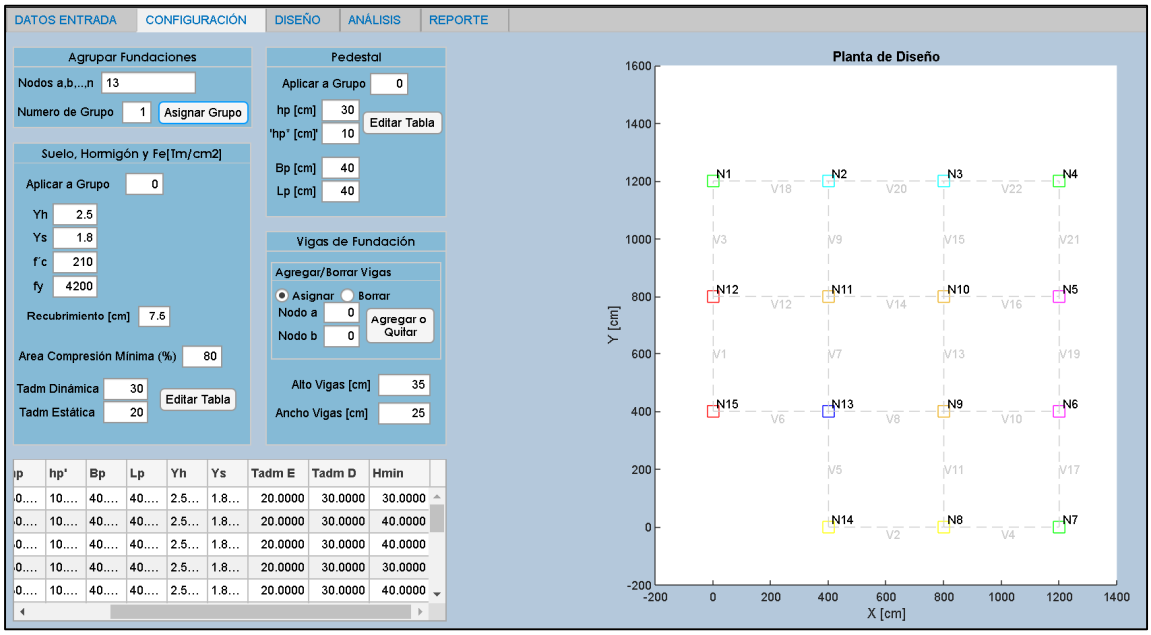


Figura I-2: Pestaña CONFIGURACION Primer Prototipo. [Fuente: Del Autor]

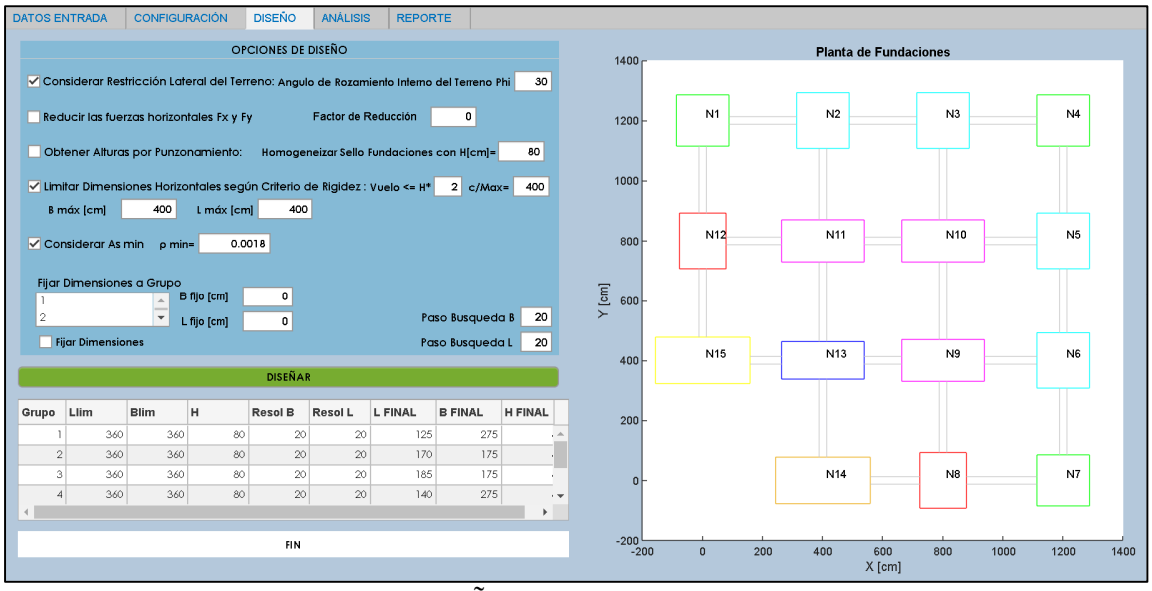


Figura I-3: Interfaz DISEÑO Primer Prototipo. [Fuente: Del Autor]

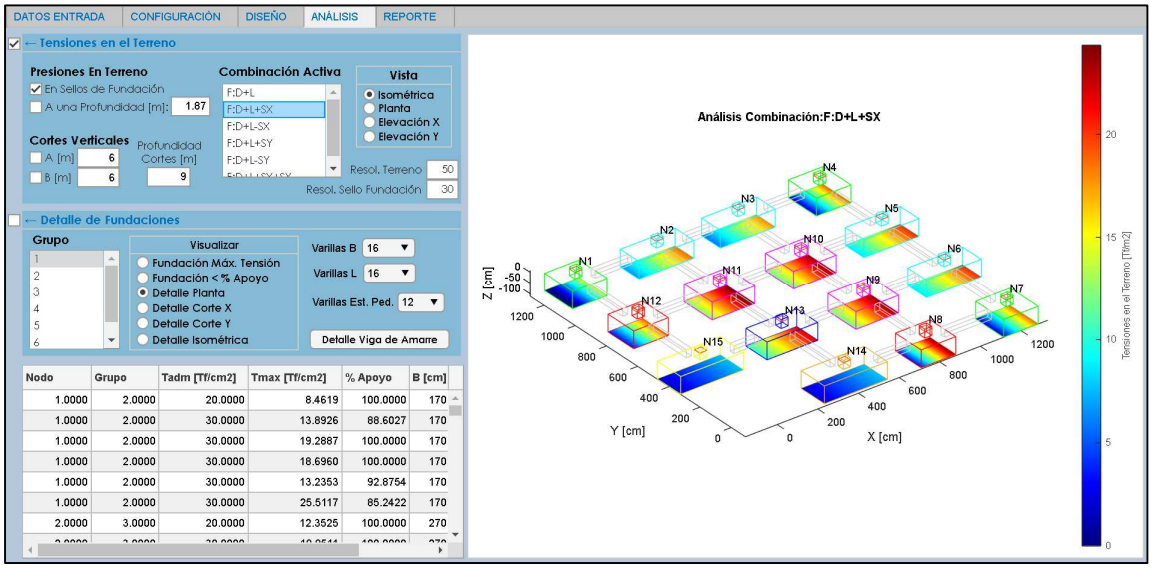


Figura I-4: Interfaz ANÁLISIS primer prototipo. Presiones en sellos de fundaciones, isométrica. [Fuente: Del Autor]

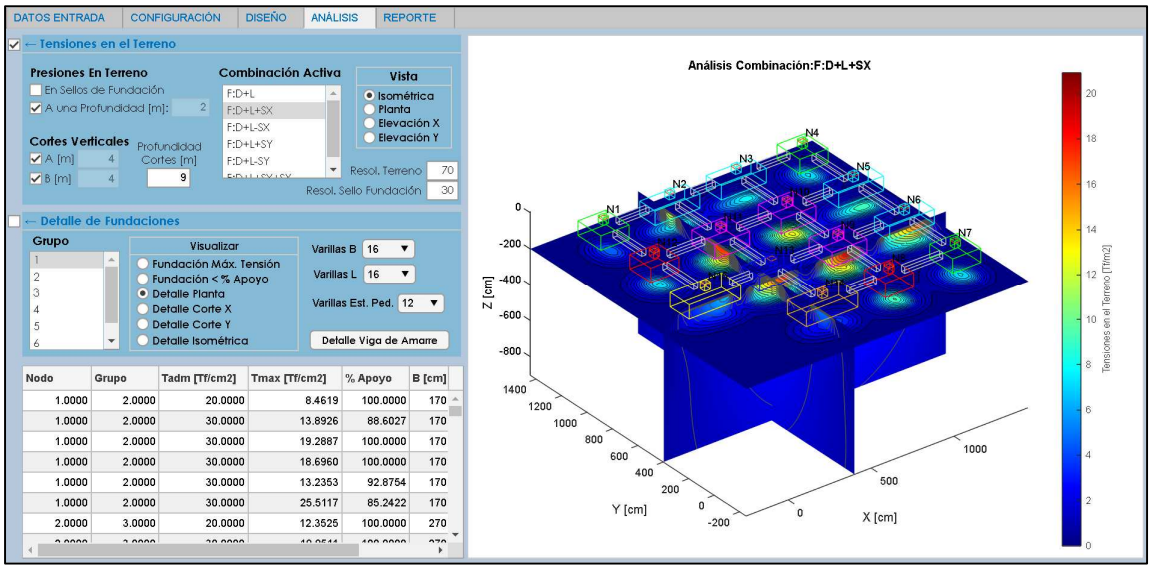


Figura I-5: Interfaz ANALISIS Primer Prototipo. Presiones el terreno bajo sellos de fundación, isométrica. [Fuente: Del Autor]

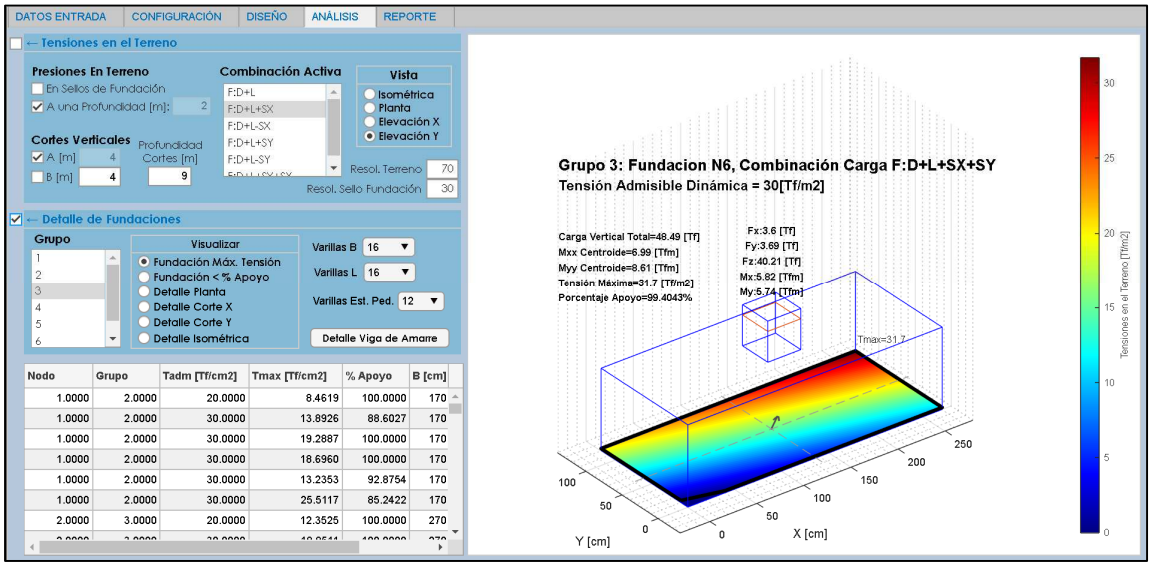


Figura I-6: Interfaz ANALISIS Primer Prototipo. Máxima tensión respecto de la tensión admisible por grupo. [Fuente: Del Autor]

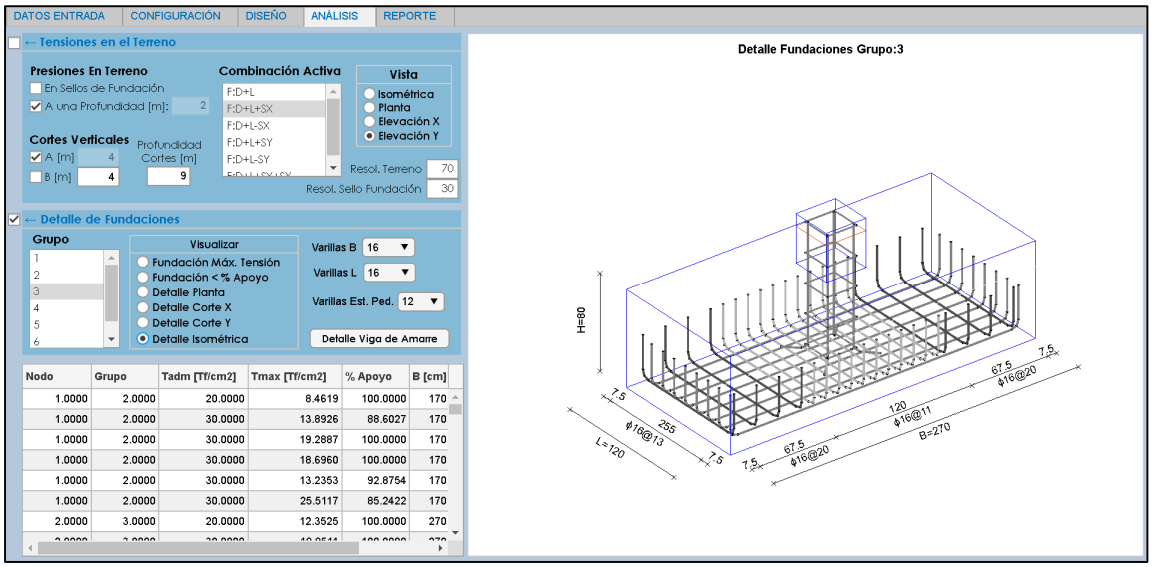


Figura I-7: Interfaz ANALISIS Primer Prototipo. Armaduras por grupo, isométrica. [Fuente: Del Autor]

Durante los años 2022 y 2023, se incorporaron a los algoritmos de cálculo y análisis nuevos métodos analíticos y numéricos para expandir el análisis a manera de incluir fundaciones de geometría irregular, dichos algoritmos, generados en Matlab, se tradujeron a Python y una interfaz básica fue programada para entorno web mediante Javascript, Svelte y Three. Con esto se logró un segundo prototipo funcional que demostró que era posible implementar los algoritmos originales en un entorno web y expandir el código para contemplar fundaciones irregulares. A continuación se muestran algunas vistas de dicho proptotipo.

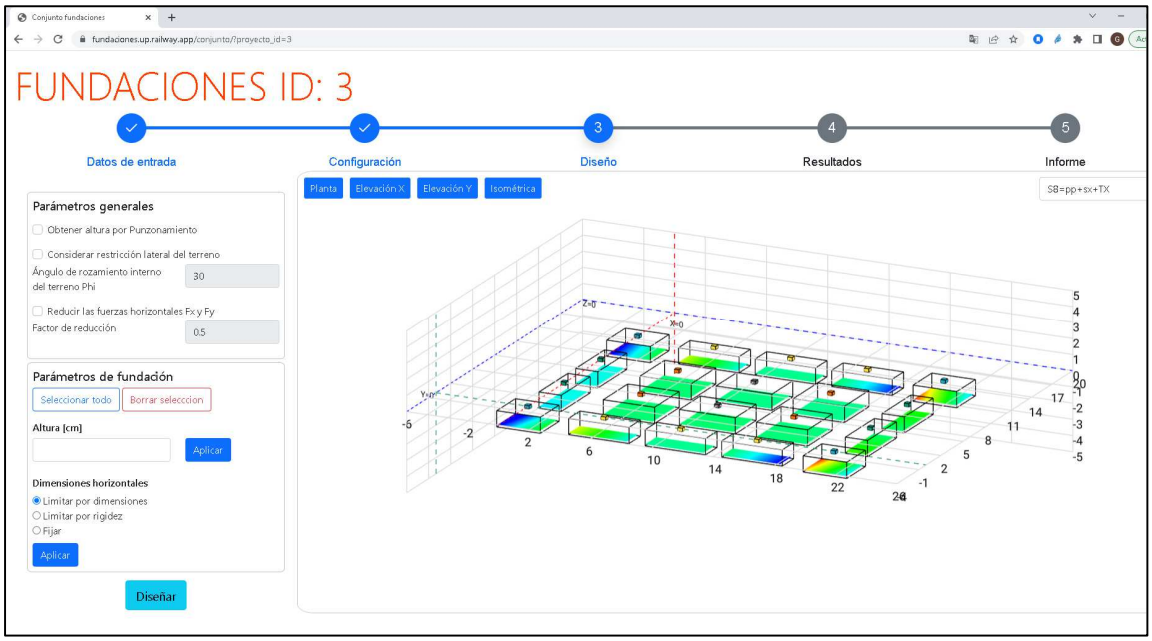


Figura I-8: Interfaz ANALISIS Segundo Prototipo. Presiones en sellos de fundación, isométrica. [Fuente: Del Autor]

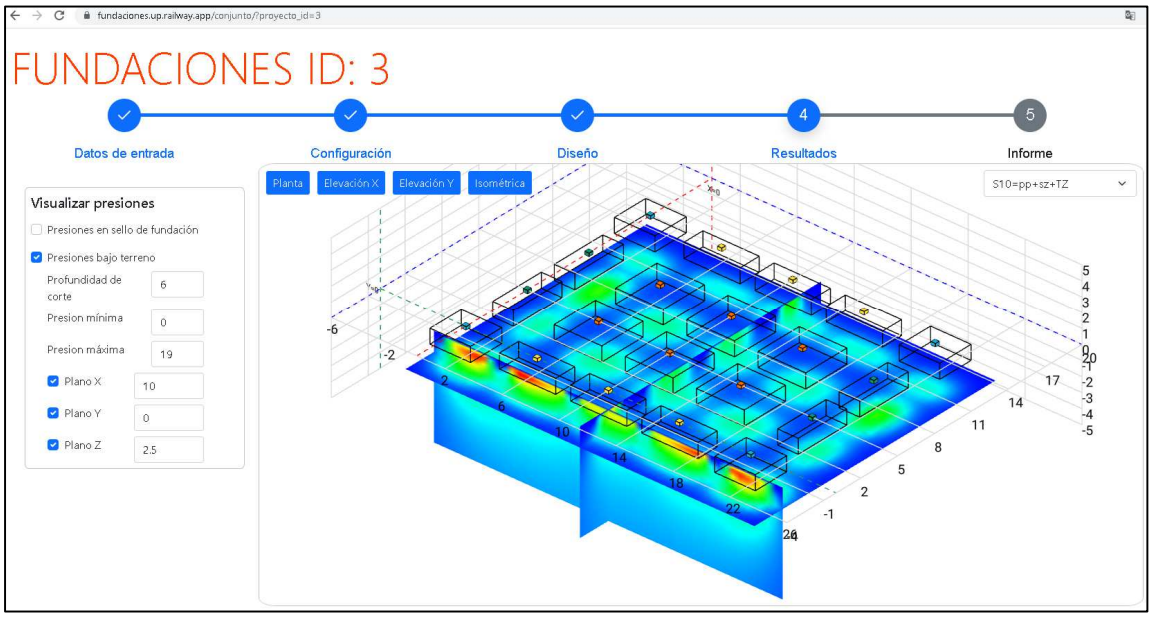


Figura I-9: Interfaz ANALISIS Segundo Prototipo. Presiones bajo el terreno, isométrica. [Fuente: Del Autor]

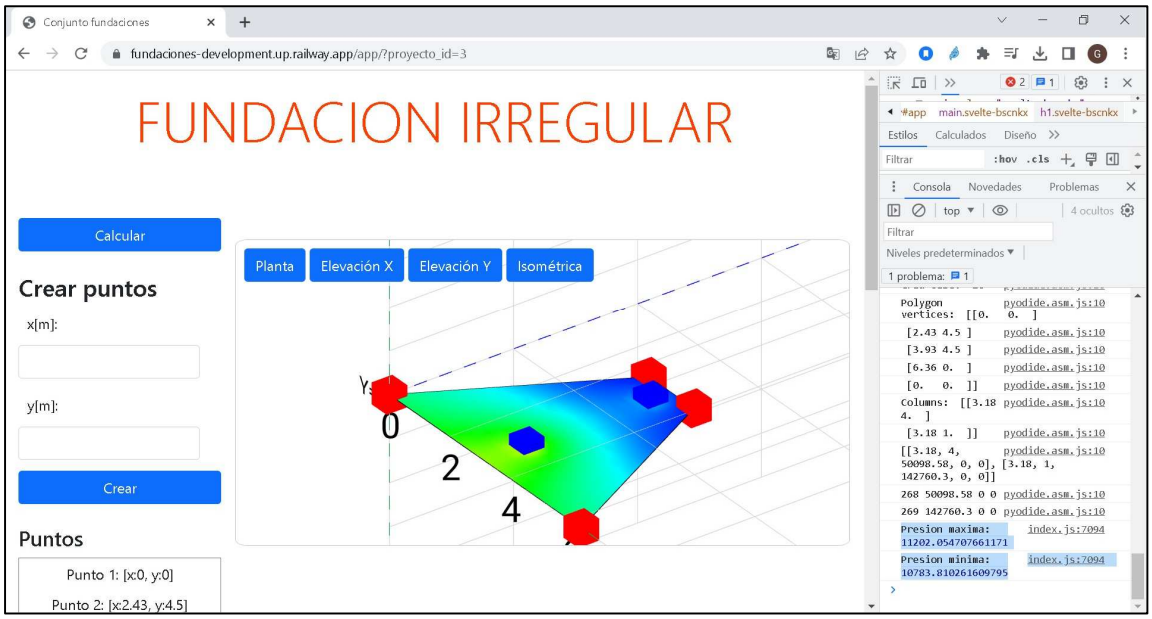


Figura I-10: Interfaz ANALISIS Segundo Prototipo. Presiones en sello de fundación geometría irregular mediante elementos finitos, isométrica. [Fuente: Del Autor]

La materialización del prototipo II condujo, a fines del 2023, a la presentación y adjudicación del proyecto 23CVI-245671 “Software para el Diseño Estructural Automatizado de Sistemas de Fundaciones de Edificaciones en Entorno Web” en el fondo de financiamiento CORFO de la línea CREA y VALIDA. El espíritu de este proyecto radica en el logro de una herramienta que a través de la combinación de diversas técnicas numéricas logre el diseño eficiente y practico de los sistemas de fundación completos.

Durante el 2024 se desarrolló dicho proyecto, ampliando las capacidades de los algoritmos generados a manera de configurar un paquete de software en línea bautizado como “FOUNDAXIS”, alojado en el dominio web foundaxis.com, que cuenta con las siguientes características:

- Landing Page introductoria.

- Base de datos de usuarios con interfaz para manejo de proyectos.
- Importación de datos de entrada desde modelos SAP2000, ETABS o mediante tablas Excel.
- Interfaz de modelado y análisis.
- Detección automatizada de tipos de fundación en función de ubicación de los apoyos de la edificación y las reacciones en ellos producto de un set de combinaciones de cargas.
- Capacidades de creación/edición de fundaciones rectangulares, corridas y losas de fundación.
- Optimización de forma para los distintos tipos de fundación, con posibilidad de agrupación.
- Análisis del diseño logrado.
- Diseño de refuerzos de acero para todos los tipos de fundación.
- Módulo de análisis del comportamiento del terreno bajo el sello de fundación, considerando un terreno de múltiples capas irregulares, con capacidad para calcular: Bulbos de presión, Presiones naturales, Presiones Totales, Asentamientos instantáneos, Asentamientos por consolidación primaria y Asentamientos diferenciales.
- Generación de reporte completo de cálculos y análisis del diseño.
- Generación de planos en formato CAD del diseño.

Por otra parte, en el marco del proyecto, se generaron e implementaron las estrategias de protección legal, comercialización y marketing de Foundaxis.

En las figuras más abajo se muestran vistas de algunas las interfaces del software.

Si bien durante el desarrollo de los algoritmos se compararon resultados con fuentes validadas, en esta etapa se hace necesaria una validación de los algoritmos principales del software sosteniendo una metodología clara y logrando resultados documentados, tal es la problemática que busca resolver la presente actividad de graduación.

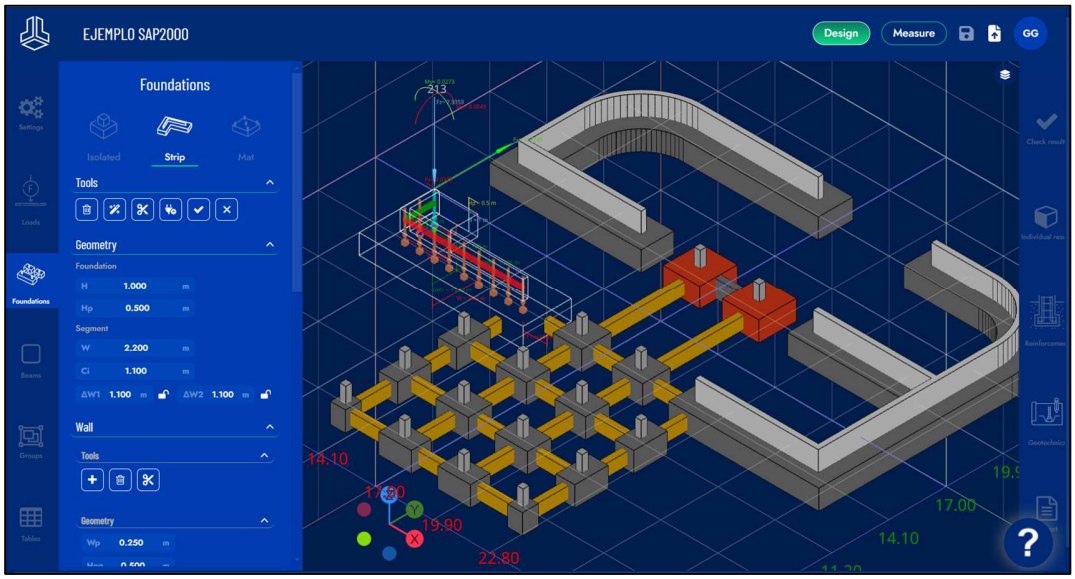


Figura I-11: Interfaz de Edición en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

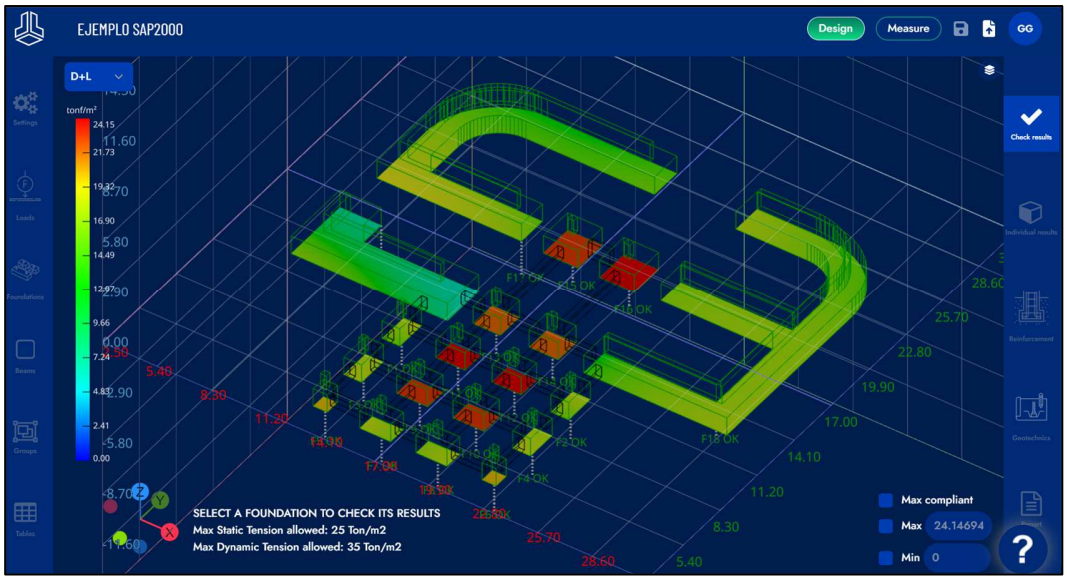


Figura I-12: Interfaz de Resultados Globales en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

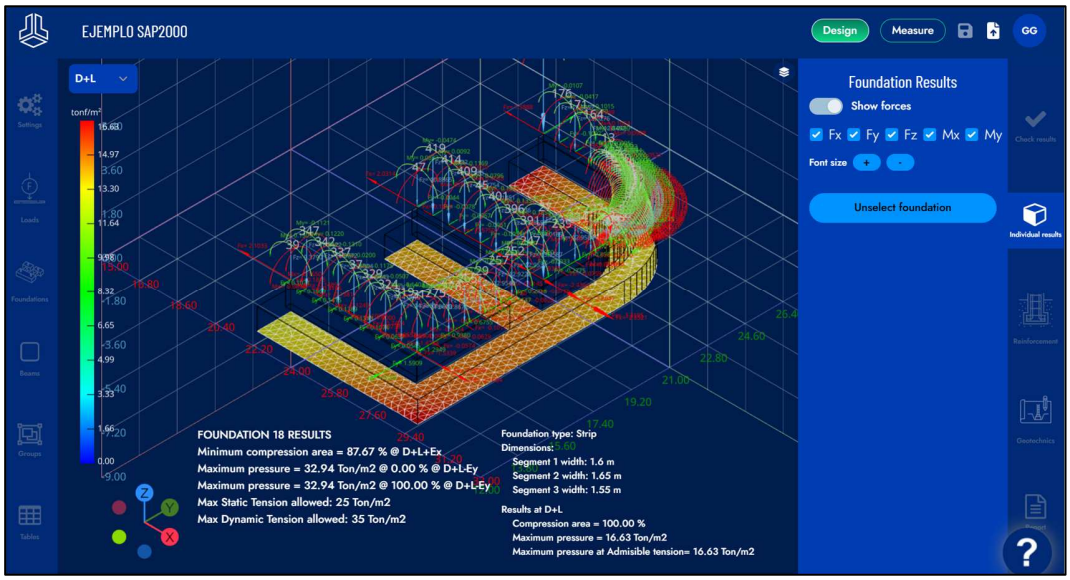


Figura I-13: Interfaz de Resultados por Fundación en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

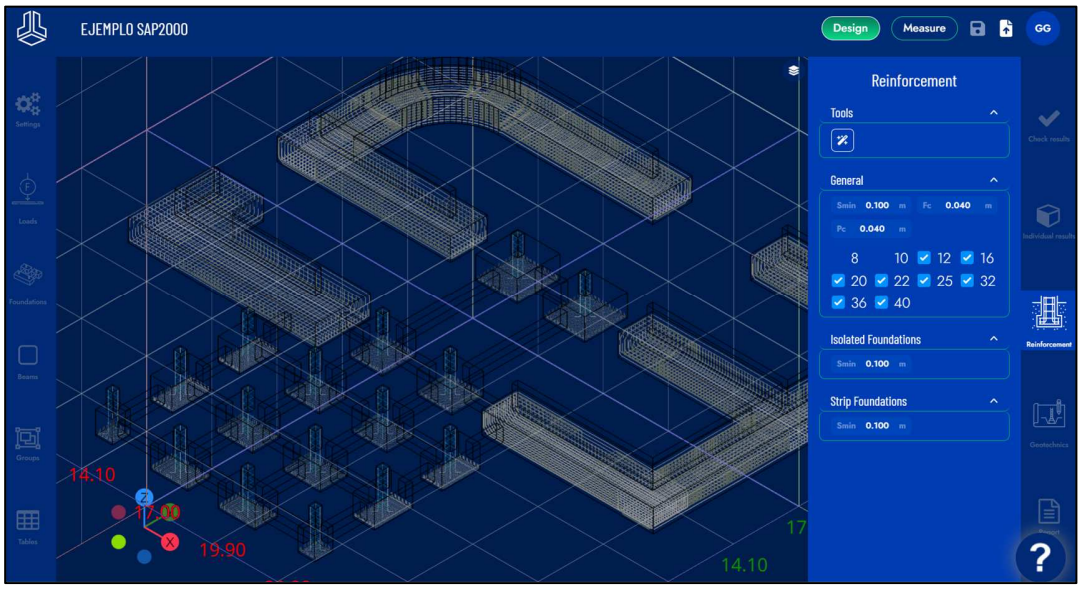


Figura I-14: Interfaz para refuerzos de acero en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

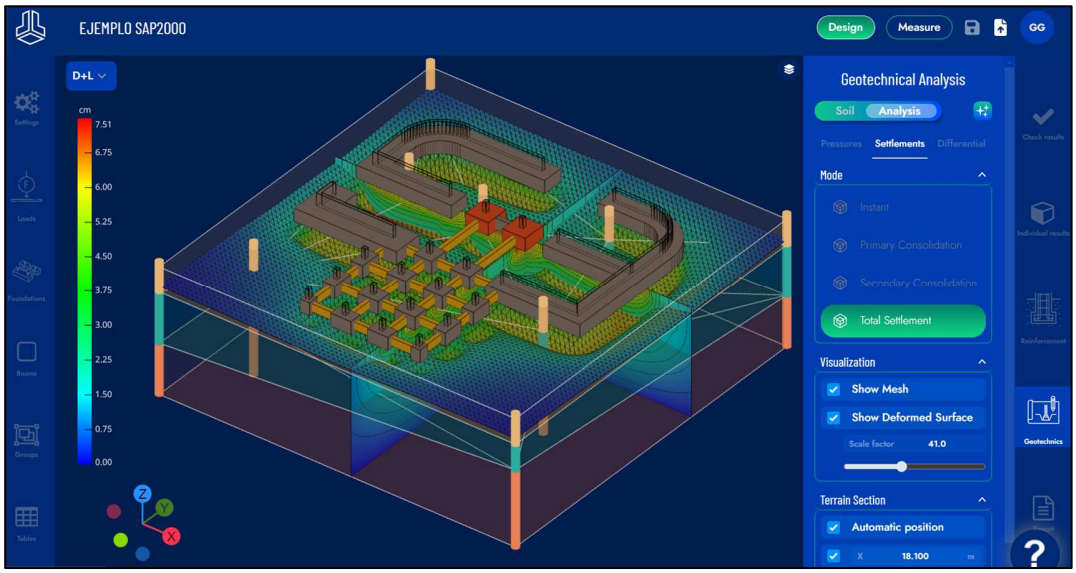


Figura I-15: Interfaz para análisis geotecnico. [Fuente: Del Autor]

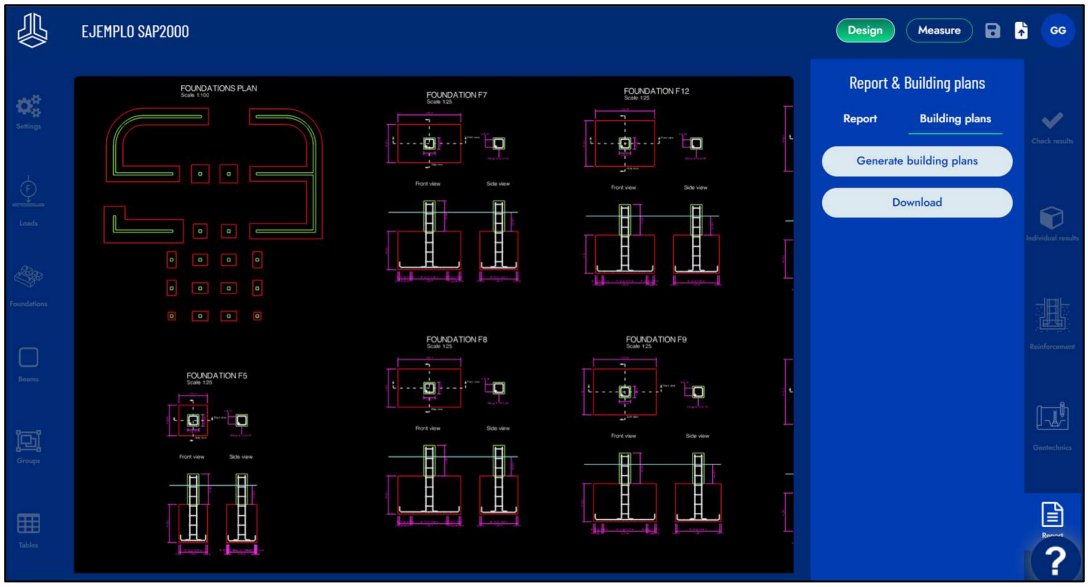


Figura I-16: Interfaz para generación de reporte de cálculos y planos en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

I.2 Objetivos y Alcances

I.2.1 Objetivos

El objetivo del presente trabajo consiste en la validación de los algoritmos principales del software Foundaxis, ya sea mediante comparación con formulaciones analíticas exactas o con los resultados obtenidos desde softwares comerciales ya validados.

Específicamente, se espera corroborar los resultados obtenidos para los siguientes algoritmos:

- Algoritmos para cálculo de presiones en sellos de fundaciones rectangulares mediante fórmulas exactas resueltas numéricamente.
- Algoritmos para cálculo de presiones en sellos de fundaciones irregulares mediante el método de elementos finitos adaptado a la formulación de Winkler.
- Algoritmo para incorporar la restricción lateral del terreno en el esquema de elementos finitos.
- Algoritmo para el cálculo de presiones directas y totales efectivas bajo sello de fundaciones irregulares, en terrenos con múltiples capas irregulares.
- Algoritmo para cálculo de asentamientos instantáneos y por consolidación primaria en terrenos con múltiples capas irregulares.

I.2.2 Alcances

Se acota el alcance del presente trabajo a la entrega de los fundamentos teóricos utilizados para la creación de los algoritmos y a las comparaciones de los resultados obtenidos de estos con formulaciones o softwares comerciales ya validados.

En ningún caso se pretende explicar en detalle los algoritmos o entrar en los detalles de programación de estos.

II MARCO TEÓRICO

II.1 Fundaciones Rectangulares Bajo Carga Biaxial Alta

Se realizó un catastro minucioso de los métodos de cálculo disponibles, poniendo especial atención a formulaciones analíticas, se analizaron los modelos presentados en la literatura clásica y moderna, específicamente en los libros de Terzaghi et Al (Terzaghi & Peck, 1978), Peck et Al (Peck & Hanson, 1983), Braja (Das, 2012), Villalaz (Villalaz, 2020) y Rao (Rao, 2017), constatándose que el caso más generalizado, que corresponde al de una fundación rectangular sujeta a carga axial y momento en ambas direcciones, solo es resuelto eficazmente para excentricidades que no provocan levantamiento parcial de la fundación. El caso más completo, que considera el levantamiento parcial de la fundación, es abordado por algunos autores mediante un método gráfico de programación dificultosa y aproximado o, a través de métodos tabulares aproximados.

Luego de una investigación en las publicaciones científicas e ingenieriles sobre el tema a nivel internacional, se detectó un paper presentado por el ingeniero chileno Alejandro Bezmalinovic en 2016 (Bezmalinovic, 2016), que presenta una serie de fórmulas analíticas derivadas directamente de las ecuaciones de equilibrio estático para fundaciones rígidas sujetas a cargas axiales y excentricidades altas, obteniéndose un sistema no lineal de ecuaciones que puede ser resuelto mediante técnicas numéricas iterativas.

A continuación, se presenta el desarrollo de dicha formulación, que corresponde a la implementada para fundaciones rectangulares en el desarrollo a validar.

II.1.1 Ecuaciones de Equilibrio Estático en Fundaciones Rígidas Bajo Carga Biaxial

Para describir la geometría de la fundación rectangular, se utilizará un sistema coordenado Cartesiano fijo con radio-vector $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$, donde el origen será ubicado en el centroide del área correspondiente al sello de fundación .

Las solicitaciones corresponden a una carga puntual concéntrica $\mathbf{N} = \{0,0, Nz\}$ y un momento $\mathbf{M} = \{M\,x , M\,y , 0\}$. Nz se considera positiva en compresión, mientras que el signo de $M\,x$ y $M\,y$ está dado como es usual por la regla “de la mano derecha”.

En la figura a continuación se aprecia la descripción recién esbozada.

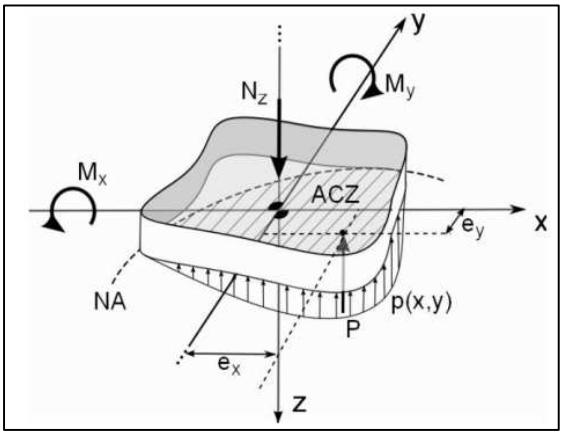


Figura II-1: Presión de contacto bajo una fundación superficial sometida a carga biaxial positiva. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)].

Se asume ausencia de fricción y tracciones nulas en la interfaz suelo-estructura, con lo que se definen las presiones de contacto como $\mathbf{p}(x, y, 0) = \{0,0, -p(x, y)\}$.

Las excentricidades de carga, se definirán como: $ex = My$ /N z , y $ey = Mx$ /Nz ;

Como se aprecia en la figura anterior, el estado de solicitación biaxial es balanceado por una única carga puntual $\mathbf{P}=\{0,0,-Nz\}$, ubicada en las coordenadas $\mathbf{e}=\{ex,-ey,0\}$.

Para enunciar las ecuaciones de equilibrio estático, se considera una porción diferencial del área descrita por el ACZ, dΩ.

$N + \iint p \, d\Omega = 0$ (II.1.1)

$M + \iint r \, x \, p \, d\Omega = 0$ (II.1.2)

Si se considera una distribución lineal de presiones: $p(x, y) = Ax + By + C$, con A, B, $C \in \mathbb{R}$, las componentes no-trivialmente nulas de Ecs. (II.1.1) y (II.1.2), toman la forma:

$N_Z = \iint (Ax + By + C) \, dxdy$ (II.1.3)

$M_X = \iint -(Axy + By^2 + Cy) \, dxdy$ (II.1.4)

$M_Y = \iint (Ax^2 + Bxy + Cx) \, dxdy$ (II.1.5)

Si se define el eje neutro EN como la línea que divide la zona de compresión con la zona donde la presión es cero, EN queda definido por cualquiera de las siguientes líneas:

$y_{NA} = -\frac{(Ax+C)}{B}$ (II.1.6)

$x_{NA} = -\frac{(By+C)}{A}$ (II.1.7)

Las ecuaciones (II.1.6) y (II.1.7) pueden ser reescritas en función de sus momentos de area de primer y segundo orden, que se notaran respectivamente Sx, Sy, Ixx, Ixy, Iyy.

$N_Z = \mathrm{ASy} - \mathrm{BSx} + \mathrm{C}\Omega$ (II.1.8)

$M_X = \mathrm{AIxy} - \mathrm{BIxx} + \mathrm{CSx}$ (II.1.9)

$M_Y = \mathrm{AIyy} - \mathrm{BIxy} + \mathrm{CSy}$ (II.1.10)

Las ecuaciones anteriores, son resueltas por Bezmalinovic (Bezmalinovic, 2016) simbólicamente, para el caso de una zapata rectangular de dimensiones en planta Lx y Ly.

Se cubren los cuatro casos de alta excentricidad posibles, que dependen de la posición del eje neutro EN. Para cada caso el área basal es W=Lx*Ly y la intersección del eje neutro con los bordes de la base de la zapata son los puntos E y F.

La elección de casos queda controlada por las excentricidades adimensionales: k x = e x /L x y k y = e y /L y . Éstas cantidades definen la posición de **P** , pudiendo caer en una de cuatro zonas resultantes de seccionar el primer cuadrante del espacio ⟨kx , ky⟩, mediante las curvas paramétricas : $\mathbf{C}1(t) = \{s1(t), s2(t)\}$ y $\mathbf{C}2(t) = \{s2(t), s1(t)\}$, $t \in [0,1]$; donde $s1(t) = (1/6)t(1 - t/2)(1 - t + t\,2/3) - 1$ y $s2(t) = (1/6)(1 - t\,2 + t\,3/2)(1 - t + t\,2/3) - 1$.

Las correspondientes inversas son buscadas para el rango en que las fundaciones estan fuera del nucleo $|kx + ky| \leq 1/6$, y para $|kx| < 1/2$ y $|ky| < 1/2$, es decir cuando no existe vuelco de acuerdo a la literatura tradicional.

Entonces para $t1$, $t2 : [0,1] \rightarrow [1/6, 1/4)$, las inversas son:

$$t_1(s) = \frac{1}{1+4s}(1 + 6s - \sqrt{1 - 12s^2}) \qquad \text{(II.1.11)}$$

$$t_2(s) = \frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{u(s)} - \frac{4(5s-4s^2-1)}{\sqrt[3]{u(s)}} + 4s + 2\right) \qquad \text{(II.1.12)}$$

Donde:

$$u(s) = 64s^3 - 120s^2 + 3\sqrt{3}\sqrt{(4s-1)^2(12s^2 - 20s + 11)} + 102s - 19$$

(II.1.13)

Y a partir de t1 es posible definir las proyecciones Rx = s2 (t1(k y)) y Ry = s2 (t1(k x)) .

Las fórmulas propuestas son presentadas como sistemas de ecuaciones no-lineales, en la forma: {Nz , |Mx|, |My|} = {f1 , f2 , f3 }, donde $fi = f(A, B, C)$. Dichas formulas corresponden a la solución para cuando la carga equivalente axial P se encuentra en el primer cuadrante, las reflexiones de P con respecto a los ejes principales tienen resultados equivalentes con las evidentes consideraciones de signo.

A continuación, se presentan las fórmulas analíticas derivadas por Bezmalinovic (Bezmalinovic, 2016) para los cuatro casos definidos.

II.1.2 Formulas Analíticas Para Alta Excentricidad Biaxial Caso 1 (Bezmalinovic, 2016).

El primer caso de excentricidad ocurre cuando |kx|< Rx y |ky|< Ry . Este es el único caso para el cual $p\,3 \neq 0$, y considera al EN intersectando las líneas x = −Lx/2 , e y = Ly/2. Por lo tanto: **E** = {−Lx/2, yNA (− Lx/2)} y **F** = {xNA (Ly/2), Ly/2}. A continuación, se aprecia dicha situación.

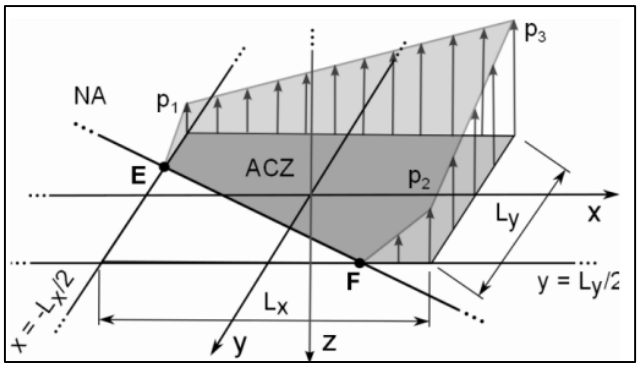


Figura II-2: Presión de contacto bajo una fundación rectangular, CASO 1. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)].

La función f es expresada en la forma: $fi = gi1 + gi2 + gi3$ con $i = 1,2,3$; donde:

$$g_{11} = \frac{L_x(AL_x+BL_y-2C)(AL_x-BL_y+2C)}{8B} \quad \text{(II.1.14)}$$

$$g_{12} = \frac{L_x(AL_x+BL_y+2C)(BL_y-AL_x+2C)}{8B} \quad \text{(II.1.15)}$$

$$g_{13} = \frac{(BL_y-AL_x+2C)^3}{8B} \quad \text{(II.1.16)}$$

$$g_{21} = \frac{L_x(A^3{L_x}^3-3A^2C{L_x}^2+B^3{L_y}^3-B^2C{L_y}^2+4C^3)}{48AB} \quad \text{(II.1.17)}$$

$$g_{22} = \frac{(A^2{L_x}^2-B^2{L_y}^2-4BCL_y-4C^2)(7A^2{L_x}^2+4ABL_xL_y-16ACL_x+B^2{L_y}^2+4BCL_y+4C^2)}{192AB^2} \quad \text{(II.1.18)}$$

$$g_{23} = \frac{(BL_y-AL_x+2C)^3(3AL_x+BL_y-6C)}{384AB^2} \quad \text{(II.1.19)}$$

$$g_{31} = \frac{{AL_x}^3(BL_y-AL_x-2C)}{24B} \quad \text{(II.1.20)}$$

$$g_{32} = \frac{(B^2{L_y}^2-A^2{L_x}^2+4BCL_y-4C^2)(7A^2{L_x}^2+4ABL_xL_y-8ACL_x+B^2{L_y}^2+4BCL_y+4C^2)}{192BA^2} \quad \text{(II.1.21)}$$

$$g_{23} = \frac{(BL_y-AL_x+2C)^3(AL_x+3BL_y+6C)}{384BA^2} \quad \text{(II.1.22)}$$

II.1.3 Formulas Analíticas Para Alta Excentricidad Biaxial Caso 2 (Bezmalinovic, 2016).

En el segundo caso, $|k\,x| \geq Rx$ y $|k\,y| < 1/4$. Aquí, el EN intersecta a la fundación longitudinalmente, en las líneas $y = \pm Ly/2$. Luego: **E** = $\{x_{NA}\,(-Ly/2), -Ly/2\}$ y **F** = $\{Lx/2, y_{NA}\,(Lx/2)\}$. Dicha situación se aprecia en la figura a continuación.

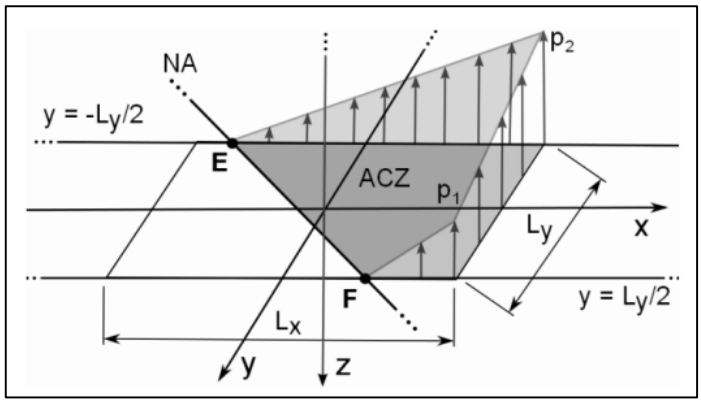


Figura II-3: Presión de contacto bajo una fundación rectangular, CASO 2. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)].

Las funciones en este caso se pueden expresar directamente como sigue:

$$f_1 = \frac{L_y\left(3A^2{L_x}^2+12\mathrm{AC}L_x+B^2\mathrm{C}L_y+12C^2\right)}{24A} \qquad \text{(II.1.23)}$$

$$f_2 = \frac{B{L_y}^3(\mathrm{A}L_x+2\mathrm{C})}{24A} \qquad \text{(II.1.6)}$$

$$f_3 = \frac{L_y\left(A^3{L_x}^3+3A^2C{L_x}^2-B^2\mathrm{C}{L_y}^2+4C^3\right)}{24A^2} \qquad \text{(II.1.24)}$$

II.1.4 Formulas Analíticas Para Alta Excentricidad Biaxial Caso 3

(Bezmalinovic, 2016).

En el tercer caso, $|\mathrm{k}x|<1/4$ y $|\mathrm{k}y|\geq \mathrm{R}y$. Aquí, el EN intersecta a la fundación transversalmente, en las líneas $x = \pm \mathrm{L}x/2$. Por lo tanto: $\mathbf{E}=\{-\mathrm{L}x/2, y_{\mathrm{NA}}(-\mathrm{L}x/2)\}$ y $\mathbf{F}=\{\mathrm{L}x/2, y_{\mathrm{NA}}(\mathrm{L}x/2)\}$. Dicha situación se aprecia en la figura a continuación.

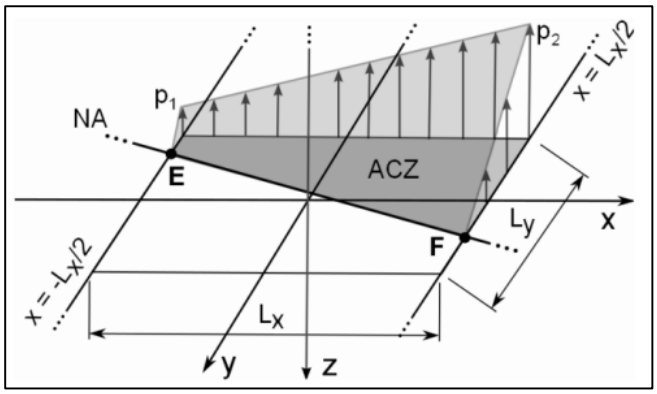


Figura II-4: Presión de contacto bajo una fundación rectangular, CASO 3. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)].

Y las funciones f son:

$$f_1 = \frac{L_x\left(A^2{L_x}^2+3B^2{L_y}^2-12BCL_y+12C^2\right)}{24AB} \qquad \text{(II.1.25)}$$

$$f_2 = \frac{L_x\left(A^2C{L_x}^2+B^3{L_y}^3-3B^2C{L_y}^2+4C^3\right)}{24B^2} \qquad \text{(II.1.26)}$$

$$f_3 = \frac{A{L_x}^2\left(BL_y-2C\right)}{24B} \qquad \text{(II.1.27)}$$

II.1.5 Formulas Analíticas Para Alta Excentricidad Biaxial Caso 4 (Bezmalinovic, 2016).

El cuarto caso ocurre cuando $|kx|\geq 1/4$ y $|ky|\geq 1/4$. En este caso, el EN intersecta a la fundación en las líneas: $x = \mathrm{L}\,x/2$ y $y = -\mathrm{L}\,y/2$. Este caso corresponde al más crítico, en términos de la demanda de capacidad de soporte. Similarmente: $\mathbf{E} = \{x_{NA}\,(-\mathrm{L}y/2), -\mathrm{L}y/2\}$ y $\mathbf{F} = \{\mathrm{L}x/2, y_{NA}\,(\mathrm{L}x/2)\}$. La situación es mostrada en la figura a continuación.

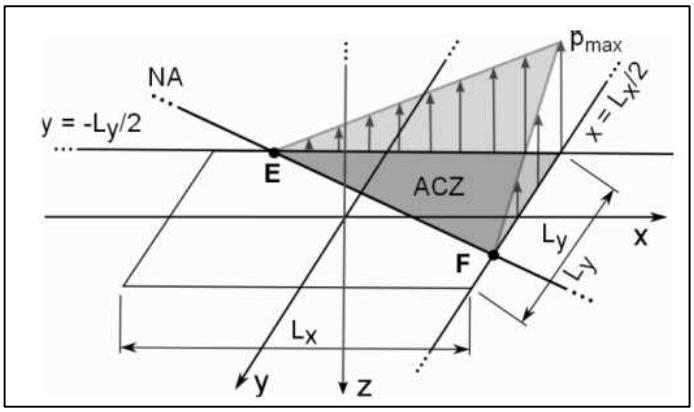


Figura II-5: Presión de contacto bajo una fundación rectangular, CASO 4. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)].

Siendo las funciones para este caso:

$$f_1 = \frac{(AL_x - BL_y + 2C)^3}{48AB} \qquad \text{(II.1.28)}$$

$$f_2 = \frac{(AL_x - BL_y + 2C)^3 (AL_x + 3BL_y + 2C)}{384AB^2} \qquad \text{(II.1.29)}$$

$$f_3 = \frac{(AL_x - BL_y + 2C)^3 (AL_x + BL_y - 2C)}{384A^2B} \qquad \text{(II.1.30)}$$

II.1.6 Solución Numérica para el Sistema de Ecuaciones No Lineales.

La solución al sistema de ecuaciones no lineales resultante se realizó mediante el método de Newton-Raphson Generalizado como sigue.

Siendo la aproximación n definida como $x_n=\{A_n,B_n,C_n\}$, y la función f de la siguiente manera:

$$f_n = \{f_1(x_n) - N_z, f_2(x_n) - M_x, f_3(x_n) - M_y\}^T \qquad \text{(II.1.31)}$$

La siguiente iteración es:

$$x_{n+1} = x_n - J_n^{-1} f_n \qquad \text{(II.1.32)}$$

Donde J_n es la matriz Jacobiana que para este caso se define así:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{d(f_1)}{dA} & \frac{d(f_2)}{dA} & \frac{d(f_3)}{dA} \\ \frac{d(f_1)}{dB} & \frac{d(f_2)}{dB} & \frac{d(f_3)}{dB} \\ \frac{d(f_1)}{dC} & \frac{d(f_2)}{dC} & \frac{d(f_3)}{dC} \end{bmatrix} \qquad \text{(II.1.33)}$$

Se encontraron analíticamente las expresiones correspondientes a las derivadas de las funciones f_1, f_2 y f_3 definidas por Bezmalinovic (Bezmalinovic, 2016), para cada uno de los 4 casos posibles de ocurrir, respecto a las constantes A, B y C. Las expresiones encontradas son mostradas en las figuras a continuación.

ELEMENTOS DE LA MATRIZ JACOBIANA CASO 1

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}A}(f1) = -\frac{B^2 \cdot Ly^3}{48 \cdot A^2} + \left(\frac{Lx^2 \cdot Ly}{16} + \left(\frac{C \cdot Lx^2}{8 \cdot B} - \frac{C^3}{6 \cdot A^2 \cdot B} - \frac{A \cdot Lx^3}{24 \cdot B} - \frac{C^2 \cdot Ly}{4 \cdot A^2}\right) - \frac{B \cdot C \cdot Ly^2}{8 \cdot A^2}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}B}(f1) = \frac{2 \cdot B^3 \cdot Ly^3 + \left(6 \cdot B^2 \cdot C - 3 \cdot A \cdot B^2 \cdot Lx\right) \cdot Ly^2 + \left(A^3 \cdot Lx^3 - 6 \cdot A^2 \cdot C \cdot Lx^2 + 12 \cdot A \cdot C^2 \cdot Lx - 8 \cdot C^3\right)}{48 \cdot A \cdot B^2}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}C}(f1) = \frac{B^2 \cdot Ly^2 + \left(6 \cdot A \cdot B \cdot Lx + 4 \cdot B \cdot C\right) \cdot Ly + A^2 \cdot Lx^2 - 4 \cdot A \cdot C \cdot Lx + 4 \cdot C^2}{8 \cdot A \cdot B}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}A}(f2) = \frac{B^2 \cdot Ly^4}{128 \cdot A^2} + \frac{B \cdot C \cdot Ly^3}{24 \cdot A^2} + \left(\frac{C^2 \cdot Ly^2}{16 \cdot A^2} + \frac{A^2 \cdot Lx^4}{128 \cdot B^2} + \left(\frac{C^2 \cdot Lx^2}{16 \cdot B^2} - \frac{C^4}{24 \cdot A^2 \cdot B^2} - \frac{A \cdot C \cdot Lx^3}{24 \cdot B^2}\right) - \frac{Lx^2 \cdot Ly^2}{64}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}B}(f2) = \frac{-\left(3 \cdot B^4 \cdot Ly^4\right) - \left(12 \cdot A \cdot B^3 \cdot Lx + 8 \cdot B^3 \cdot C\right) \cdot Ly^3 + \left(8 \cdot A^3 \cdot C \cdot Lx^3 - A^4 \cdot Lx^4 - 24 \cdot A^2 \cdot C^2 \cdot Lx^2 + 32 \cdot A \cdot C^3 \cdot Lx - 16 \cdot C^4\right)}{192 \cdot A \cdot B^3}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}C}(f2) = -\frac{B \cdot Ly^3}{24 \cdot A} + \frac{Lx \cdot Ly^2}{16} + \left(\frac{A \cdot C \cdot Lx^2}{8 \cdot B^2} + \left(\frac{C^3}{6 \cdot A \cdot B^2} - \frac{C^2 \cdot Lx}{4 \cdot B^2}\right) - \frac{A^2 \cdot Lx^3}{48 \cdot B^2} - \frac{C \cdot Ly^2}{8 \cdot A}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}A}(f3) = \frac{B^4 \cdot Ly^4 + 8 \cdot B^3 \cdot C \cdot Ly^3 + 24 \cdot B^2 \cdot C^2 \cdot Ly^2 + \left(12 \cdot A^3 \cdot B \cdot Lx^3 + 32 \cdot B \cdot C^3\right) \cdot Ly + 3 \cdot A^4 \cdot Lx^4 - 8 \cdot A^3 \cdot C \cdot Lx^3 + 16 \cdot C^4}{192 \cdot A^3 \cdot B}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}B}(f3) = -\frac{B^2 \cdot Ly^4}{128 \cdot A^2} + \left(\frac{Lx^2 \cdot Ly^2}{64} + \left(\frac{A \cdot C \cdot Lx^3}{24 \cdot B^2} + \left(\frac{C^4}{24 \cdot A^2 \cdot B^2} - \frac{C^2 \cdot Lx^2}{16 \cdot B^2}\right) - \frac{A^2 \cdot Lx^4}{128 \cdot B^2} - \frac{C^2 \cdot Ly^2}{16 \cdot A^2}\right) - \frac{B \cdot C \cdot Ly^3}{24 \cdot A^2}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}C}(f3) = -\frac{B^2 \cdot Ly^3}{48 \cdot A^2} + \left(\frac{Lx^2 \cdot Ly}{16} + \left(\frac{C \cdot Lx^2}{8 \cdot B} - \frac{C^3}{6 \cdot A^2 \cdot B} - \frac{A \cdot Lx^3}{24 \cdot B} - \frac{C^2 \cdot Ly}{4 \cdot A^2}\right) - \frac{B \cdot C \cdot Ly^2}{8 \cdot A^2}\right)$$

Figura II-6: Expresiones Analíticas para Matriz Jacobiana, CASO 1. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)].

ELEMENTOS DE LA MATRIZ JACOBIANA CASO 2

$$\frac{d}{dA}(f1)=\frac{-(B^2\cdot C\cdot Ly^2)+(3\cdot A^2\cdot Lx^2-12\cdot C^2)\cdot Ly}{24\cdot A^2}$$

$$\frac{d}{dB}(f1)=\frac{B\cdot C\cdot Ly^2}{12\cdot A}$$

$$\frac{d}{dC}(f1)=\frac{B^2\cdot Ly^2+(12\cdot A\cdot Lx+24\cdot C)\cdot Ly}{24\cdot A}$$

$$\frac{d}{dA}(f2)=\frac{B\cdot C\cdot Ly^3}{12\cdot A^2}$$

$$\frac{d}{dB}(f2)=\frac{(-(A\cdot Lx)-2\cdot C)\cdot Ly^3}{24\cdot A}$$

$$\frac{d}{dC}(f2)=\frac{-(B\cdot Ly^3)}{12\cdot A}$$

$$\frac{d}{dA}(f3)=\frac{2\cdot B^2\cdot C\cdot Ly^3+(A^3\cdot Lx^3+8\cdot C^3)\cdot Ly}{24\cdot A^3}$$

$$\frac{d}{dB}(f3)=\frac{-(B\cdot C\cdot Ly^3)}{12\cdot A^2}$$

$$\frac{d}{dC}(f3)=\frac{-(B^2\cdot Ly^3)+(3\cdot A^2\cdot Lx^2-12\cdot C^2)\cdot Ly}{24\cdot A^2}$$

Figura II-7: Expresiones Analíticas para Matriz Jacobiana, CASO 2. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)].

ELEMENTOS DE LA MATRIZ JACOBIANA CASO 3

$$\frac{d}{dA}(f1)=\frac{-(A\cdot Lx^3)}{12\cdot B}$$

$$\frac{d}{dB}(f1)=-\frac{Lx\cdot Ly^2}{8}+\frac{A^2\cdot Lx^3}{24\cdot B^2}+\frac{C^2\cdot Lx}{2\cdot B^2}$$

$$\frac{d}{dC}(f1)=\frac{Lx\cdot Ly}{2}-\frac{C\cdot Lx}{B}$$

$$\frac{d}{dA}(f2)=\frac{-(A\cdot C\cdot Lx^3)}{12\cdot B^2}$$

$$\frac{d}{dB}(f2)=-\frac{Lx\cdot Ly^3}{24}+\frac{A^2\cdot C\cdot Lx^3}{12\cdot B^3}+\frac{C^3\cdot Lx}{3\cdot B^3}$$

$$\frac{d}{dC}(f2)=\frac{Lx\cdot Ly^2}{8}-\left(\frac{A^2\cdot Lx^3}{24\cdot B^2}+\frac{C^2\cdot Lx}{2\cdot B^2}\right)$$

$$\frac{d}{dA}(f3)=\frac{Lx^3\cdot Ly}{24}-\frac{C\cdot Lx^3}{12\cdot B}$$

$$\frac{d}{dB}(f3)=\frac{A\cdot C\cdot Lx^3}{12\cdot B^2}$$

$$\frac{d}{dC}(f3)=\frac{-(A\cdot Lx^3)}{12\cdot B}$$

Figura II-8: Expresiones Analíticas para Matriz Jacobiana, CASO 3. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)].

ELEMENTOS DE LA MATRIZ JACOBIANA CASO 4

$$\frac{d}{dA}(f1) = -\frac{B^2 \cdot Ly^3}{48 \cdot A^2} + \frac{B \cdot C \cdot Ly^2}{8 \cdot A^2} + \frac{Lx^2 \cdot Ly}{16} + \left(\frac{C^3}{6 \cdot A^2 \cdot B} - \frac{C \cdot Lx^2}{8 \cdot B} - \frac{A \cdot Lx^3}{24 \cdot B} - \frac{C^2 \cdot Ly}{4 \cdot A^2}\right)$$

$$\frac{d}{dB}(f1) = \frac{2 \cdot B^3 \cdot Ly^3 - \left(3 \cdot A \cdot B^2 \cdot Lx + 6 \cdot B^2 \cdot C\right) \cdot Ly^2 + A^3 \cdot Lx^3 + 6 \cdot A^2 \cdot C \cdot Lx^2 + 12 \cdot A \cdot C^2 \cdot Lx + 8 \cdot C^3}{48 \cdot A \cdot B^2}$$

$$\frac{d}{dC}(f1) = -\frac{B \cdot Ly^2}{8 \cdot A} + \frac{Lx \cdot Ly}{4} + \left(\frac{C \cdot Ly}{2 \cdot A} - \left(\frac{A \cdot Lx^2}{8 \cdot B} + \frac{C \cdot Lx}{2 \cdot B} + \frac{C^2}{2 \cdot A \cdot B}\right)\right)$$

$$\frac{d}{dA}(f2) = -\frac{B^2 \cdot Ly^4}{128 \cdot A^2} + \frac{B \cdot C \cdot Ly^3}{24 \cdot A^2} + \frac{Lx^2 \cdot Ly^2}{64} + \left(\frac{C^4}{24 \cdot A^2 \cdot B^2} - \frac{C^2 \cdot Lx^2}{16 \cdot B^2} - \frac{A \cdot C \cdot Lx^3}{24 \cdot B^2} - \frac{A^2 \cdot Lx^4}{128 \cdot B^2} - \frac{C^2 \cdot Ly^2}{16 \cdot A^2}\right)$$

$$\frac{d}{dB}(f2) = \frac{3 \cdot B^4 \cdot Ly^4 - \left(4 \cdot A \cdot B^3 \cdot Lx + 8 \cdot B^3 \cdot C\right) \cdot Ly^3 + A^4 \cdot Lx^4 + 8 \cdot A^3 \cdot C \cdot Lx^3 + 24 \cdot A^2 \cdot C^2 \cdot Lx^2 + 32 \cdot A \cdot C^3 \cdot Lx + 16 \cdot C^4}{192 \cdot A \cdot B^3}$$

$$\frac{d}{dC}(f2) = \frac{-\left(2 \cdot B^3 \cdot Ly^3\right) + \left(3 \cdot A \cdot B^2 \cdot Lx + 6 \cdot B^2 \cdot C\right) \cdot Ly^2 - \left(A^3 \cdot Lx^3 + 6 \cdot A^2 \cdot C \cdot Lx^2 + 12 \cdot A \cdot C^2 \cdot Lx + 8 \cdot C^3\right)}{48 \cdot A \cdot B^2}$$

$$\frac{d}{dA}(f3) = \frac{-\left(B^4 \cdot Ly^4\right) + 8 \cdot B^3 \cdot C \cdot Ly^3 - 24 \cdot B^2 \cdot C^2 \cdot Ly^2 + \left(4 \cdot A^3 \cdot B \cdot Lx^3 + 32 \cdot B \cdot C^3\right) \cdot Ly - \left(3 \cdot A^4 \cdot Lx^4 + 8 \cdot A^3 \cdot C \cdot Lx^3 + 16 \cdot C^4\right)}{192 \cdot A^3 \cdot B}$$

$$\frac{d}{dB}(f3) = \frac{B^2 \cdot Ly^4}{128 \cdot A^2} + \left(\frac{C^2 \cdot Ly^2}{16 \cdot A^2} + \frac{A^2 \cdot Lx^4}{128 \cdot B^2} + \frac{A \cdot C \cdot Lx^3}{24 \cdot B^2} + \left(\frac{C^2 \cdot Lx^2}{16 \cdot B^2} - \frac{C^4}{24 \cdot A^2 \cdot B^2}\right) - \frac{Lx^2 \cdot Ly^2}{64} - \frac{B \cdot C \cdot Ly^3}{24 \cdot A^2}\right)$$

$$\frac{d}{dC}(f3) = \frac{B^2 \cdot Ly^4}{128 \cdot A^2} + \left(\frac{C^2 \cdot Ly^2}{16 \cdot A^2} + \frac{A^2 \cdot Lx^4}{128 \cdot B^2} + \frac{A \cdot C \cdot Lx^3}{24 \cdot B^2} + \left(\frac{C^2 \cdot Lx^2}{16 \cdot B^2} - \frac{C^4}{24 \cdot A^2 \cdot B^2}\right) - \frac{Lx^2 \cdot Ly^2}{64} - \frac{B \cdot C \cdot Ly^3}{24 \cdot A^2}\right)$$

Figura II-9: Expresiones Analíticas para Matriz Jacobiana, CASO 4. [Fuente: Bezmalinovic, 2016 (Bezmalinovic, 2016)].

II.1.1 Presiones Bajo el Sello de Fundación para Excentricidad Baja.

Para el caso en que no ocurre levantamiento de la fundación, es decir el área bajo compresión es de un 100%, se utilizó la tradicional formulación derivada de las ecuaciones de Navier para la determinación de las presiones bajo cargas bidireccionales bajas que es presentada en la mayoría de los textos relativos al tema ((Das, 2012; Terzaghi & Peck, 1978; Villalaz, 2020)), donde siempre se especifica que dicha formulación solo es válida en caso de no existir levantamiento de la fundación, es decir para un comportamiento lineal.

Este caso fue llamado “Caso 0” para efectos de programación. A continuación, la formulación utilizada para el Caso 0.

$$\sigma(x,y) = \frac{P}{L_x L_y} + \frac{12M_x y}{L_x {L_y}^3} + \frac{12M_y x}{L_y {L_x}^3} \qquad \text{(II.1.34)}$$

II.1.2 Restricción Lateral del Terreno

Para la consideración del empuje pasivo del terreno, se utilizó la formulación de Rankine, sugerida para el caso de una zapata sujeta a vuelco por Dunham (Dunham, 1968):

$$p = \gamma_s h \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \qquad \text{(II.1.34)}$$

Donde Υ_s es el peso específico del terreno, h la profundidad y φ es el ángulo de rozamiento interno del terreno (usualmente entre 30° y 40° para terrenos de buena calidad). A continuación, se muestra la figura indicada por Dunham para la correcta aplicación de la fórmula de Rankine.

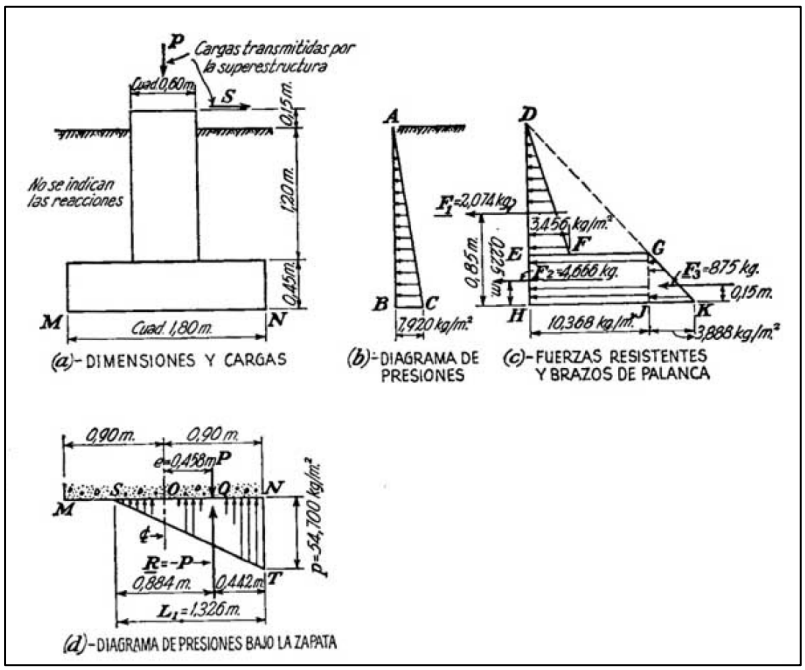


Figura II-10: Empuje pasivo del terreno para una zapata sometida a vuelco. [Fuente: Dunham (Dunham, 1968)]

Respecto al empuje activo del terreno, este afectaría las fuerzas horizontales directamente y es de aplicación poco discutida en los textos y controversial entre los ingenieros, se adicionó entonces la posibilidad de aplicar un factor de reducción a las fuerzas laterales a criterio del usuario en el caso de requerir una disminución de estas por efecto del empuje activo.

II.2 Fundaciones de Geometría Irregular Bajo Carga Biaxial Alta

II.2.1 Formulación Winkler para Elementos Finitos

(Oñate E., 2009; Potts et al., n.d.; Rao, 2017; Thomas J. R. Hughes, 1987)

Si se considera una placa discretizada mediante una malla estándar de elementos finitos triangulares de 3 nodos, donde cada nodo posee 3 grados de libertad: Desplazamiento vertical s, y dos rotaciones θ_x y θ_y.

Para el nodo i de la malla de elementos finitos, la presión de contacto Q_i en ese punto puede ser expresada así:

$$Q_i = a_e k_{si} s_i \qquad \text{(II.2.1)}$$

Donde a_e es el área tributaria del nodo, s_i es el asentamiento y k_{si} es el modulo de balasto.

Si se considera la placa completa se puede escribir la ecuación matricial siguiente,

$$\{Q\} = [k_s]\{\delta\} \qquad \text{(II.2.2)}$$

Por otra parte, la ecuación de equilibrio para dicha placa apoyada en un suelo elástico es la siguiente:

$$[K]\{\delta\} = \{P\} - \{Q\} \qquad \text{(II.2.3)}$$

Donde [K] es la matriz de rigidez de la placa, {δ} el vector de desplazamientos nodales y {Q} el vector de cargas aplicadas.

La matriz [K] se obtiene según el esquema tradicional del método de elementos finitos y para construir la matriz k_s debe respetarse el concepto de área tributaria a modo de considerar el área correspondiente en los nodos del borde de la placa y en los nodos esquina.

Reemplazando II.2.2 en II.2.3:

$$\big[[K] + [k_s]\big]\{\delta\} = \{P\} \qquad \text{(II.2.3)}$$

Resolviendo esta ecuación para las variables desconocidas, es decir s_i, θ_{xi} y θ_{yi}, es posible sustituir los s_i obtenidos en II.2.1 para obtener Q_i.

II.2.1 Solución para el Caso No Lineal

(Oñate E., 2009; Potts et al., n.d.; Rao, 2017; Thomas J. R. Hughes, 1987)

El análisis no lineal (elastoplástico) se basa en una relación hiperbólica entre las presiones de contacto y los asentamientos, dada por la siguiente expresión:

$$qi{=}si1kt{+}siqultq_i = \frac{s_i}{\frac{1}{k_t}+\frac{s_i}{q_{ult}}} \qquad \text{(II.2.4)}$$

Donde q_{ult} es la capacidad última del suelo y k_t es el módulo de balasto inicial, que se obtiene para cada nodo i con la siguiente relación:

$$k_{ti} = \frac{q_{li}}{s_{li}} \qquad \text{(II.2.5)}$$

Donde q_{li} y s_{li} son la presión de contacto y el asentamiento respectivamente, obtenidos previamente para el nodo i desde el análisis lineal.

Una vez obtenidos estos valores iniciales, debe iniciarse un proceso iterativo, donde para la iteración j, la presión de contacto no lineal en el nodo i es:

$$q_i{}^j = k_{si}{}^j s_i{}^j \qquad \text{(II.2.6)}$$

Donde k_{si} es el balasto del nodo i que es igual al módulo de balasto inicial para la primera iteración, y se va actualizando en cada nueva iteración como sigue:

$$k_{si}{}^{j+1} = \frac{s_i}{\frac{1}{k_{ti}} + \frac{s_i{}^j}{q_{ult}}} \qquad \text{(II.2.7)}$$

Las iteraciones se repiten hasta una tolerancia dada entre las presiones de contacto no lineales obtenidas y las del ciclo anterior.

II.2.1 Integración de Restricción Lateral del Terreno en la Formulación de Elementos Finitos

Se desarrolló un algoritmo para incluir la restricción lateral del terreno en el método de elementos finitos, el cual identifica sobre qué lados de la fundación está actuando la restricción, calcula el valor de la fuerza y la distribuye en los nodos correspondientes de la malla de elementos finitos.

Para la determinación de las fuerzas totales a las que está sometida una fundación, simplemente se suman vectorialmente las solicitaciones de cada punto de carga contenido en la fundación. De este modo, se obtiene un vector de momentos resultantes definido según:

$$\vec{M} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum m_{xx} \\ \sum m_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum m_x - f_y \cdot (h + h_p + h_{pp}) \\ \sum m_y + f_x \cdot (h + h_p + h_{pp}) \end{pmatrix} \qquad \text{(II.2.8)}$$

Donde m_x, m_y, f_x, f_y corresponden a las solicitaciones en cada punto de carga, h corresponde a la altura de la fundación, h_p corresponde a la altura enterrada de cada

pedestal y h_{pp} corresponde a la altura de cada pedestal que sobresale del nivel del suelo. Conociendo las fuerzas totales que actúan sobre la fundación, puede determinarse cuáles son los lados de la fundación que estarán sometidos a la restricción lateral del terreno.

Las fundaciones calculadas mediante el método de elementos finitos (fundaciones tipo *strip* y *mat*) están definidas por una serie de puntos en su contorno exterior, por lo que para cada lado i de la fundación puede obtenerse un vector $\overrightarrow{n_i}$ que indica la dirección normal exterior a ese lado. Luego, puede determinarse sobre qué lados debe considerarse la restricción lateral al proyectar la resultante de momentos sobre la dirección normal a cada lado. En particular, si consideramos la restricción lateral independientemente en las direcciones X e Y, esta debe aplicarse sobre los lados que cumplan:

$$\binom{M_x}{0} \cdot \overrightarrow{n_i} > 0 \qquad \binom{0}{M_y} \cdot \overrightarrow{n_i} > 0 \qquad \text{(II.2.9)}$$

Es decir, la restricción lateral se considera solamente en los lados de la fundación que están comprimiendo al terreno. Para cada lado de la fundación, el valor de la restricción lateral del terreno se calcula de forma análoga al caso de fundaciones aisladas, es decir:

$$M_{RL}^{i} = \left(h_p + \frac{h}{2}\right) \cdot \gamma_S \cdot \phi_t \cdot h \cdot \frac{h}{2} \cdot l_i \qquad \phi_t = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi} \qquad \text{(II.2.10)}$$

Donde l_i corresponde al largo del lado i, y γ_S corresponde al peso específico del terreno. Luego, M_{RL}^{i} se proyecta sobre $\overrightarrow{n_i}$, pudiendo diferenciar así las componentes de la restricción en las direcciones X e Y. Finalmente, ambas componentes de M_{RL}^{i} se distribuyen entre los nodos de la malla de elementos finitos del lado i, en función del largo tributario del lado correspondiente a cada nodo. A continuación, se presenta un

esquema de la consideración de la restricción lateral del terreno sobre una fundación tipo *mat* de forma irregular. Puede notarse que los lados sometidos a la restricción lateral dependen de las solicitaciones totales sobre la fundación, así como también que la inclinación de cada lado afecta la magnitud de la restricción lateral en X e Y, puesto que la proyección de M_{RL}^{i} sobre un lado diagonal es menor que sobre un lado perpendicular.

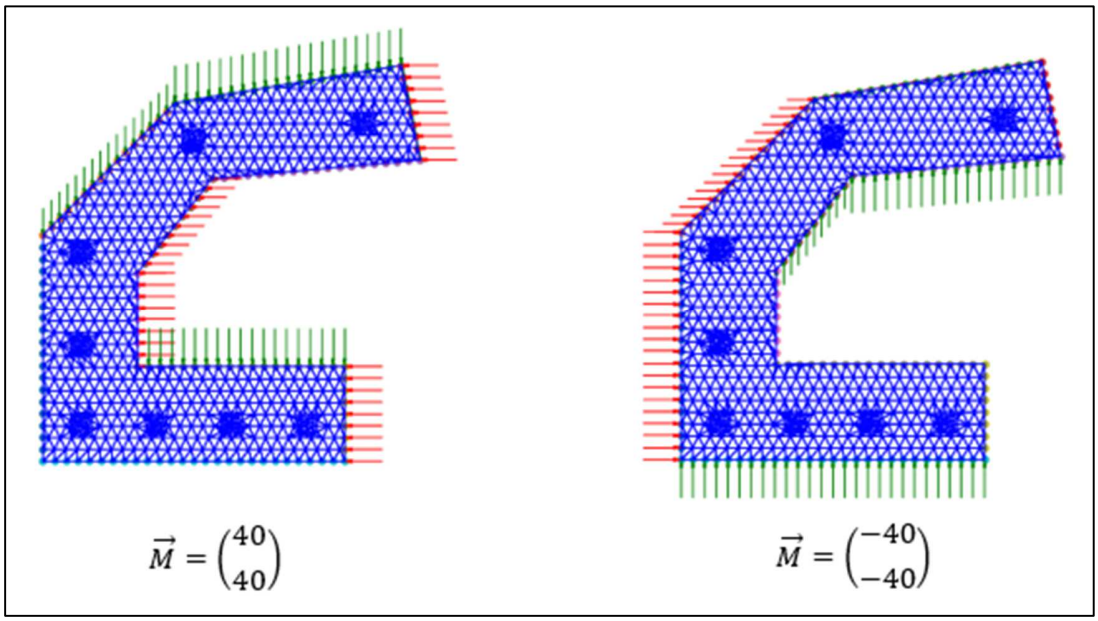


Figura II-11: Esquemático de la consideración de restricción lateral en fundación irregular [Fuente: Del autor]

Cabe destacar que la restricción lateral total sobre la fundación no puede superar los momentos solicitantes sobre la misma, es decir, debe cumplirse las condiciones:

$$M_{RL_X} = \left|\sum_i M_{RL}^{i} \cdot \begin{pmatrix} n_i^X \\ 0 \end{pmatrix}\right| \leq |M_x| \qquad M_{RL_Y} = \left|\sum_i M_{RL}^{i} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ n_i^Y \end{pmatrix}\right| \leq |M_y| \quad \text{(II.2.11)}$$

La sencilla formulación presentada, al ser integrada en el método de elementos finitos se vuelve una poderosa herramienta ya que permite modelar considerando restricción lateral del terreno fundaciones de cualquier geometría.

II.3 Comportamiento Bajo el Sello de Fundación

II.3.1 Discretización de Presiones en Sello de Fundación.

(Guiloff G., 2021)

El mapa de tensiones en la interfaz suelo estructura para fundaciones irregulares calculadas mediante elementos finitos es directo ya que corresponde a los resultados nodales, sin embargo, para las fundaciones rectangulares se debe construir a partir de las tensiones en las esquinas y la ubicación del eje neutro obtenidas.

Para ello se determinan las constantes a, b, c y d de la ecuación del plano:

$$z = \frac{-d-ax-by}{c} \qquad \text{(II.3.1)}$$

Las constantes son obtenidas para 3 puntos que dependen del caso que ocurre, donde uno de los puntos corresponde siempre a la esquina superior derecha y los otros dos a las coordenadas del eje neutro.

La ecuación del plano resultante es evaluada en las coordenadas resultantes de dividir el área del sello de la fundación en una grilla rectangular, de resolución definida por el usuario. En caso de obtenerse una coordenada negativa en esta evaluación, el valor es reemplazado por 0 ya que se trata de una zona de compresión nula. Se verificó durante el proceso de validación que una malla de entre 30 y 35 divisiones entrega resultados rápidos y de exactitud suficiente para el cálculo posterior de presiones bajo el terreno en fundaciones standard.

Finalmente, son revisadas las cargas originales en la tabla de cargas y las tensiones obtenidas son espejadas desde el primer cuadrante según corresponda al signo original de las cargas aplicadas.

Una representación gráfica de la discretización realizada es mostrada en la figura a continuación.

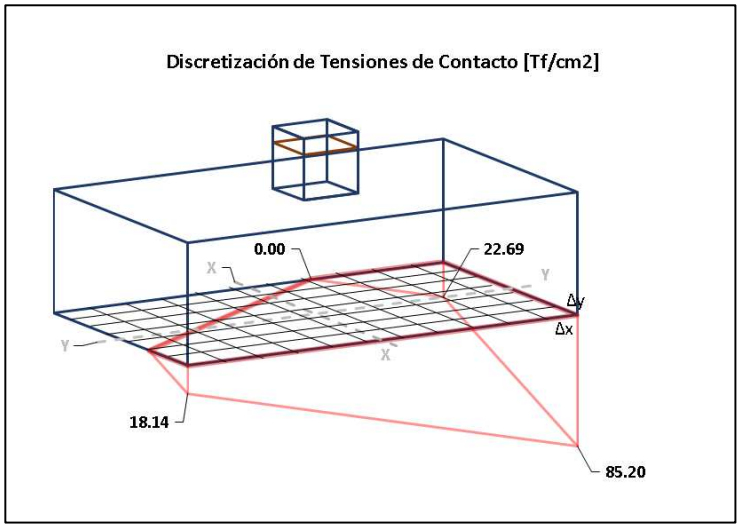


Figura II-12: Discretización realizada en área de sello de fundación. [Fuente: Del Autor]

La información es guardada en tres matrices de tres dimensiones, una con las tensiones de cada elemento dxdy en que la tercera dimensión corresponde a cada fundación, y otras dos con la misma estructura, con la información de las coordenadas globales x e y de cada elemento dxdy. Además, se genera un vector con la dimensión z para cada fundación. A continuación, se aprecia un esquema con la estructura de las matrices de salida.

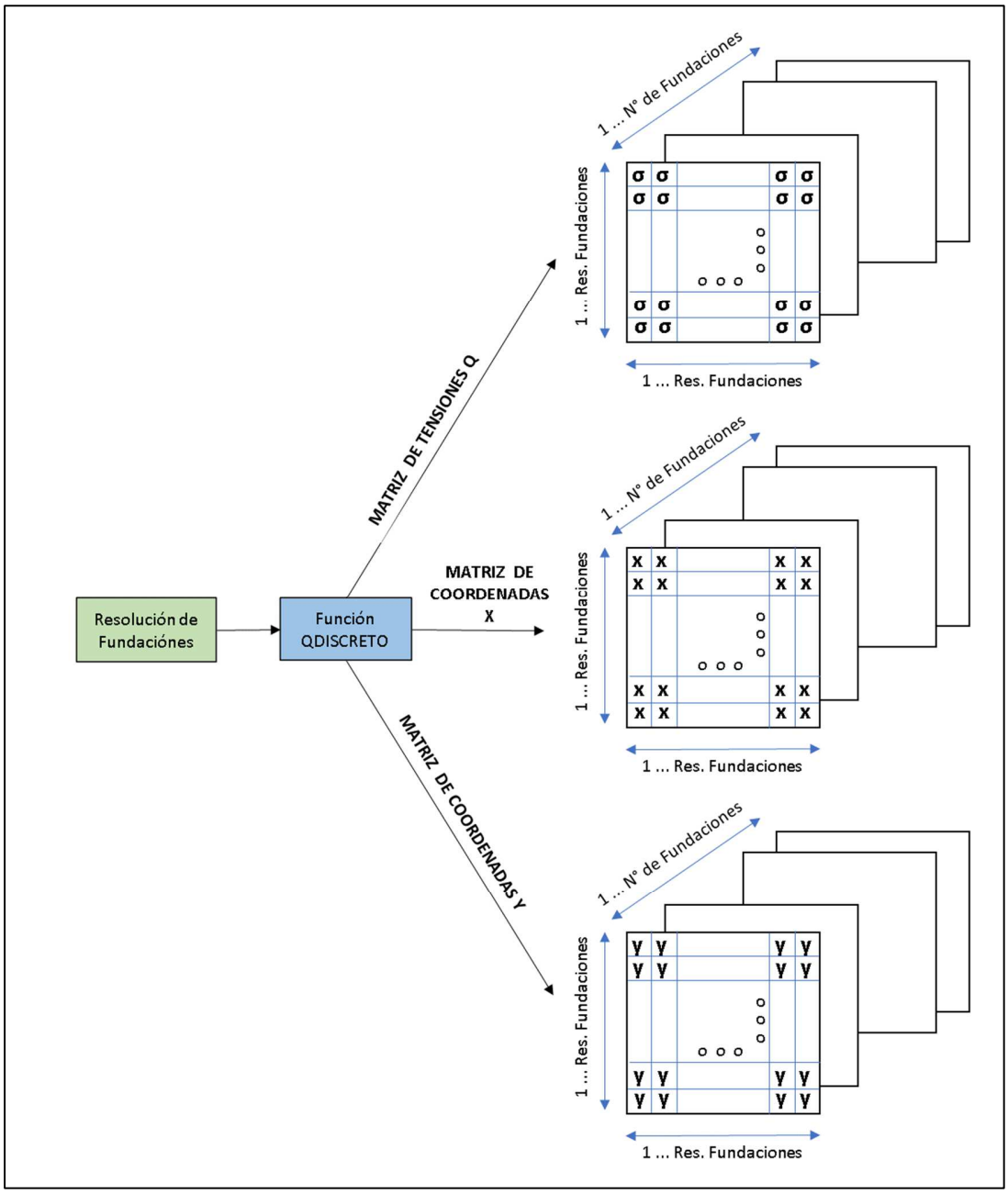


Figura II-13: Matrices 3D resultantes para presiones en sellos de fundación. [Fuente: Del Autor]

II.3.2 Algoritmo para Generación de Mapas de Presiones bajo el Terreno.

El sustento teórico utilizado para la predicción de la distribución de esfuerzos bajo el suelo debidos a las fundaciones se basa en el modelo de Boussinesq, quien en 1885 encontró una solución para encontrar el valor del incremento del esfuerzo vertical $\Delta\sigma_Z$ en un punto cualquiera, debido a una fuerza puntual sobre sobre un medio homogéneo, elástico y semi infinito.

Las variables geométricas involucradas en la solución de Boussinesq son mostradas en la figura a continuación.

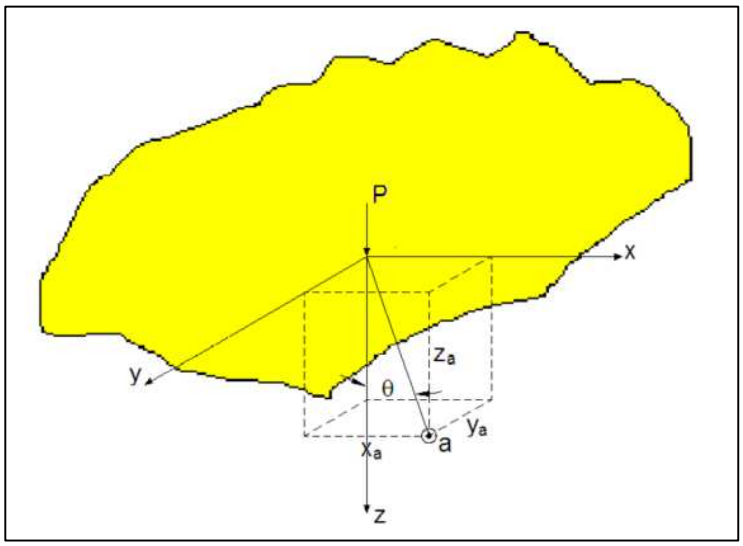


Figura II-14: Modelo de Boussinesq para carga puntual P sobre medio elástico semi infinito y sistema de ejes utilizado [Fuente: Cruz, L. Ingeniería de Cimentaciones (Cruz, 2016)]

La forma general de la ecuación de Boussinesq es:

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2}(cos\theta)^5 \qquad \text{(II.3.2)}$$

Donde,

$$\cos\theta = \frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}} \qquad y \qquad r = \sqrt{x^2+y^2} \qquad \text{(II.3.3)}$$

Pudiéndose expresar la tensión vertical de la siguiente manera:

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2\left(1+\left(\frac{r}{z}\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}} \qquad \text{(II.3.4)}$$

El mecanismo de generación de mapas es conceptualmente sencillo, pues consiste en dividir el dominio sobre el que se genera el mapa, que puede ser paralelo a cualquiera de los tres planos ortogonales del sistema coordenado, en una malla discretizada según la resolución ingresada mediante la variable Resolución de Terreno, dicha malla se recorre punto por punto, y en cada punto se calcula y agrega la contribución de la tensión que provoca cada elemento dxdy mediante la ecuación para una carga puntual de Boussinesq, el valor correspondiente a la tensión en un punto de la ecuación de Boussinesq es multiplicado por el área dx*dy del elemento antes de ser computada la contribución y sumada a la tensión total del punto de grilla de terreno.

El esquema mencionado es representado de manera gráfica en la figura a continuación.

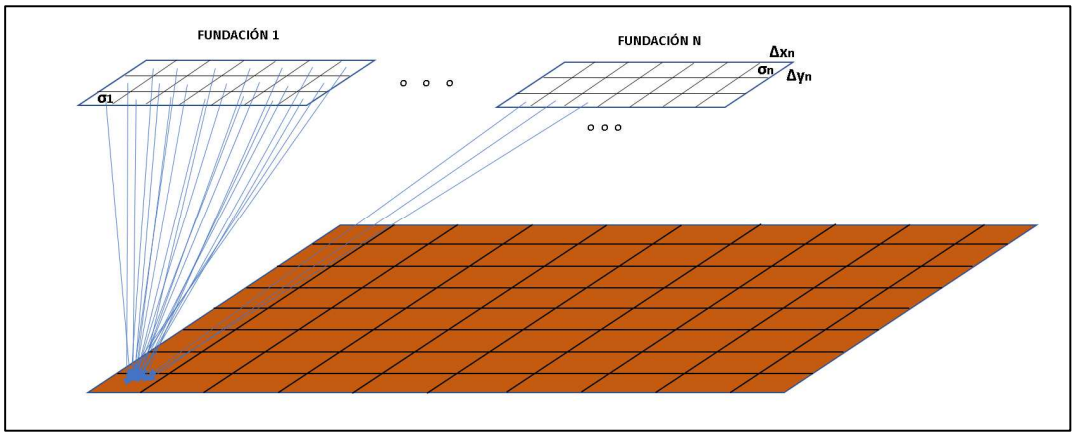


Figura II-15: Generalización del esquema numérico para construcción de mapas de presiones bajo el terreno. [Fuente: Del Autor]

El procedimiento mencionado, si bien es sencillo en su concepto, requiere de bastantes consideraciones y de un tratamiento especial para que resulte eficiente en un conjunto de fundaciones, usando resoluciones suficientes para obtener resultados de buena exactitud.

Para cada contribución de un elemento dxdy a un punto, se requiere calcular las componentes de la distancia entre el elemento y el punto y luego evaluar la fórmula de Boussinesq.

Para ejemplificar la implicancia de esto tómese un ejemplo que contenga 20 fundaciones, si se utiliza una grilla de 30x30 para discretizar cada fundación, se tendrá un total de 30x30x20 = 18000 áreas dxdy. Por otra parte, si el terreno se discretiza en una malla de 50x50, tendremos 2500 elementos de terreno, esto, implica realizar el cálculo de la distancia elemento de fundación / elemento de terreno y la evaluación de la fórmula de Boussinesq 18000 veces para cada uno de los 2500 elementos de terreno, es decir 45 millones de veces.

En una primera instancia de programación, se testeo el procedimiento lineal de dicha operación, recorriendo elemento por elemento de terreno y realizando la contribución de cada elemento de fundación en cada elemento de terreno, constatándose que, para 20 fundaciones rectangulares, una resolución de terreno 50x50 y una resolución de fundaciones 30x30, el cálculo toma aproximadamente 16 horas.

Se recurrió entonces a una formulación matricial del problema, coherente con el esquema numérico que plantea la discretización de las fundaciones y del terreno. Los datos coordenados de todas las retículas generadas fueron ordenadas en forma matricial

de una forma particular, y se creó una función que resuelve la ecuación de Boussinesq en forma matricial. A continuación, se describe dicha metodología.

Sea n el número de fundaciones, R_1 la resolución de grilla para la discretización del sello de fundaciones y R_2 la resolución de grilla para el dominio del terreno, se definen a partir de las matrices resultantes de la función para cálculo de presiones discretizadas, los vectores:

$$Xfundaciones = [[x_{F1_1} \quad \cdots \quad x_{F1_{R1}}] \quad \ldots \quad [x_{Fn_1} \quad \cdots \quad x_{Fn_{R1}}]]^T \qquad \text{(II.3.5)}$$

$$Yfundaciones = [[y_{F1_1} \quad \cdots \quad y_{F1_{R1}}] \quad \ldots \quad [y_{Fn_1} \quad \cdots \quad y_{F1_{R1}}]]^T \qquad \text{(II.3.6)}$$

$$Zfundaciones = [[z_{F1_1} \quad \cdots \quad z_{F1_{R1}}] \quad \ldots \quad [z_{Fn_1} \quad \cdots \quad z_{Fn_{R1}}]]^T \qquad \text{(II.3.7)}$$

$$Qfundaciones = [[\sigma_{F1_1} \quad \cdots \quad \sigma_{F1_{R1}}] \quad \ldots \quad [\sigma_{Fn_1} \quad \cdots \quad \sigma_{Fn_{R1}}]]^T \qquad \text{(II.3.8)}$$

$$\Delta_{xy} =$$

$$[[dxdy_{F1} \quad \cdots n\ veces \cdots \quad dxdy_{F1}] \quad \ldots \quad [dxdy_{Fn} \quad \cdots n\ veces \cdots \quad dxdy_{Fn}]]^T$$

(II.3.9)

Y se construyen las matrices de coordenadas de los elementos de terreno:

$$X_{terreno} = \begin{bmatrix} x_1 & \cdots & x_{R2} \\ \vdots & (R_2\ filas) & \vdots \\ x_1 & \cdots & x_{R2} \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.10)}$$

$$Y_{terreno} = \begin{bmatrix} y_1 & \cdots & y_{R2} \\ \vdots & (R_2\ filas) & \vdots \\ y_1 & \cdots & y_{R2} \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.11)}$$

$$Z_{terreno} = \begin{bmatrix} z_1 & \cdots & z_{R2} \\ \vdots & (R_2\ filas) & \vdots \\ z_1 & \cdots & z_{R2} \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.12)}$$

Donde dependiendo de sobre cuál de los 3 planos ortogonales paralelos a los planos coordenados está el dominio del terreno a calcular, se puede transformar una de estas 3 matrices en constante.

Por otra parte, se define la función con variables internas vectoriales σ_{xoyo} =VECTBOUSSINESQ(X_o,Y_o), que devuelve la sumatoria de los elementos del vector resultante de aplicar la fórmula de Boussinesq para una posición única de x_o e y_o de la siguiente manera:

$$[R] = \sqrt{\left[X_{fundaciones} - Xo\right]^2 + \left[Y_{fundaciones} - Yo\right]^2} \qquad \text{(II.3.14)}$$

$$[\sigma vector] = \frac{3 * Q_{fundaciones} * {Z_{fundaciones}}^3 * \Delta_{xy}}{2\pi * \left(\sqrt{R^2 + {Z_{fundaciones}}^2}\right)^5} \qquad \text{(II.3.15)}$$

$$\sigma_{xoyo} = \sum_{i=1}^{n*R_1} \sigma vector_i \qquad \text{(II.3.16)}$$

Donde las operaciones exponenciales son aplicadas a cada elemento del vector correspondiente.

Luego, se puede utilizar la función VECTBOUSSINESQ para establecer una operación matricial elemento a elemento, es decir se ejecuta una función que actúa de la siguiente manera:

$$[\sigma_{terreno}] \underset{\substack{j=1\ldots R_2}}{\overleftarrow{i=1\ldots R_2}} VECTBOUSSINESQ(X_{fundaciones_{ij}}, Y_{fundaciones_{ij}}) \qquad \text{(II.3.17)}$$

Gracias a esta metodología, para el ejemplo mencionado anteriormente, se redujo el tiempo de cálculo de aproximadamente 16 horas a aproximadamente 30 segundos, constituyéndose así una poderosa metodología para la predicción de las presiones bajo el terreno generados por un campo de presiones tridimensional no uniforme.

Respecto al cálculo de las presiones naturales, se utiliza la misma técnica de discretización, pero solo se considera el aporte del peso del terreno, teniendo en cuenta sus densidades drenada y saturada según corresponda para ello.

II.3.3 Asentamientos Instantáneos

Se asumió que el asentamiento instantáneo es lineal elástico y se discretizo el terreno en elementos verticales. Se adopto la formulación sugerida en el Manual Teórico de Settle3D (Rocscience Inc., 2021).

Para el cálculo del asentamiento instantáneo se utilizó el módulo 1D E_s, el cual puede ser directamente extraído de tablas en la literatura o bien obtenerse desde el Módulo de Young 3D mediante la siguiente relación:

$$E = E_s \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \qquad \text{(II.3.18)}$$

Donde ν es la razón de Poisson.

La deformación vertical en cada elemento vertical es calculada mediante la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E_s} \qquad \text{(II.3.19)}$$

Donde Δσ es la variación de la presión vertical total.

Para cada línea vertical discretizada, el punto inferior es asumido fijo. El desplazamiento vertical del punto superior es:

$$\delta = \Delta z = \varepsilon_h \qquad \text{(II.3.20)}$$

Donde ε_h es la deformación para el tramo de altura original h, el asentamiento en un punto es entonces el asentamiento del punto inferior más el asentamiento de su elemento correspondiente:

$$\delta_i = \delta_{i+1} + \varepsilon_i h_i \qquad \text{(II.3.21)}$$

En la figura siguiente se ilustra la expresión anterior.

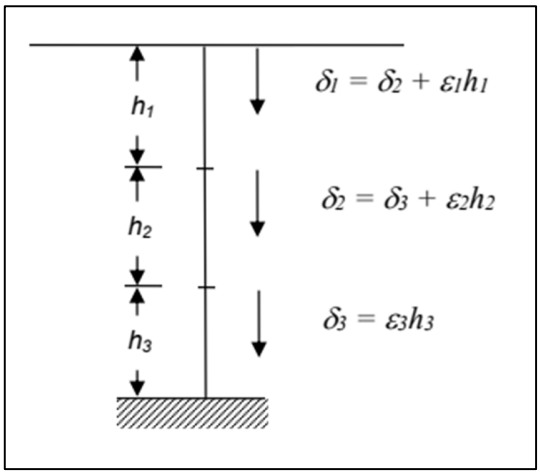


Figura II-16: Esquema de discretización para cálculo de asentamientos.
[Fuente:Settle3D Theory Manual(Rocscience Inc., 2021)]

II.3.4 Asentamientos por Consolidación Primaria

Se utilizo el modelo No Lineal descrito en el manual teórico de Settle3 (Rocscience Inc., 2021) para suelo normalmente consolidado.

Para este caso, se considera la presión efectiva inicial como la presión natural del terreno considerando la napa de agua y la presión efectiva final como la suma entre esta y la aportada por las cargas.

Para cada elemento discreto, se define entonces la deformación así:

$$\varepsilon = \frac{C_c}{1+e_o} log\left(\frac{\sigma_f'}{\sigma_i'}\right) \qquad \text{(II.3.22)}$$

Donde Cc es el índice de compresión y e_o es la relación de vacíos inicial.

III VALIDACION DE ALGORITMOS PARA PRESIONES EN SELLO DE FUNDACIÓN

III.1 Fundaciones Rectangulares

III.1.1 Metodología de Validación

La metodología a utilizar consiste en la comparación de los resultados obtenidos, en una serie de casos, mediante los algoritmos implementados y los resultados obtenidos al modelar los mismos casos en softwares comerciales ya validados.

Se escogieron dos de los softwares más populares en el mercado capaces de resolver la respuesta del terreno bajo una fundación rectangular sometida a cargas biaxiales altas, SAP2000 y RISAFoundation, que resuelven dicho problema mediante metodologías numéricas y analíticas respectivamente. Mas adelante se detallan las especificaciones de los modelos implementados en ambos softwares.

Los casos escogidos, son representativos del espectro completo de casos de carga a ocurrir de acuerdo al modelo utilizado para la implementación de los algoritmos, es decir se consideraron los 4 casos definidos en el subcapítulo 2.2 correspondientes al total de las posibilidades de casos de carga biaxial alta posibles de ocurrir.

Se generó entonces un set de 8 estados de carga con momento biaxial y carga axial crecientes para cada uno de los 4 casos, a manera de que los 3 o 4 primeros estados corresponden al caso precedente en lo referente al desplazamiento del eje neutro definido también en el subcapítulo 2.1 y los 4 o 5 siguientes corresponden a posiciones del eje neutro del caso en cuestión. Esto, permite de paso observar el comportamiento

a medida que el módulo de las excentricidades crece y verificar también el algoritmo para cargas donde no ocurre levantamiento de la fundación.

Los sets de cargas mencionados fueron todos aplicados a la misma fundación rectangular.

La comparación de resultados se realiza numéricamente mediante la tensión máxima ocurrida, el valor numérico del porcentaje de área en compresión no se comparó directamente, ya que tanto SAP2000 como RISAFoundation no entregan dicho valor de manera explícita, sin embargo, se comparan los mapas de tensiones obtenidos en los sellos de fundación, donde se aprecia visualmente dicha área.

III.1.2 Descripción del Caso de Validación

La fundación sometida a los sets de cargas tiene las siguientes características geométricas, que además son mostradas en la figura a continuación:

- B=150 [cm]
- L=250 [cm]
- H=80 [cm]
- Hp=30 [cm]
- H’p=10 [cm]
- Bp=35 [cm]
- Lp=35 [cm]

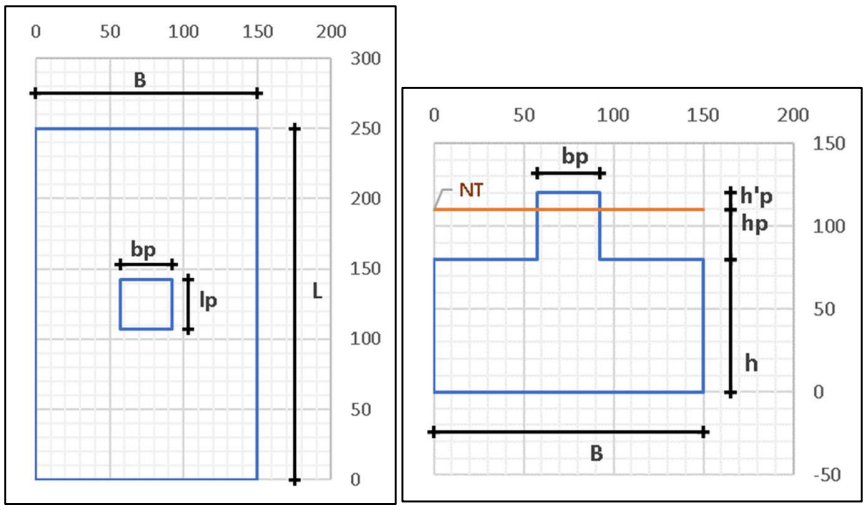


Figura III-1: Geometría de Fundación a Testear para Validación. [Fuente: Del Autor]

Las densidades de hormigón y suelo son las siguientes:

- Fc = 250 [Kg/cm2]
- Fs = 180 [Kg/cm2]

Bajo la lógica de casos explicada en el apartado anterior se testearon en la fundación un total de 32 estados de carga, clasificados en sets de 8 cargas por caso. Los sets de cargas para cada caso se aprecian en la tabla a continuación:

Tabla III-1: Sets de Cargas por Caso [Tf ; Tfm] [Fuente: Del Autor]

CASO 1			CASO 2			CASO 3			CASO 4		
Fz	Mxx	Myy	Fz	Mxx	Myy	Fz	Mxx	Myy	Fz	Mxx	Myy
30.00	7.00	3.00	30.00	4.00	10.00	80.00	2.00	0.00	39.00	27.00	16.00
30.00	9.83	4.83	30.00	5.00	11.17	80.00	12.33	0.83	39.00	28.33	16.83
30.00	11.86	6.14	30.00	5.71	12.00	80.00	19.71	1.43	39.00	29.29	17.43
30.00	14.29	7.71	30.00	6.57	13.00	80.00	28.57	2.14	39.00	30.43	18.14
30.00	16.71	9.29	30.00	7.43	14.00	80.00	37.43	2.86	39.00	31.57	18.86
30.00	19.14	10.86	30.00	8.29	15.00	80.00	46.29	3.57	39.00	32.71	19.57
30.00	21.57	12.43	30.00	9.14	16.00	80.00	55.14	4.29	39.00	33.86	20.29
30.00	24.00	14.00	30.00	10.00	17.00	80.00	64.00	5.00	39.00	35.00	21.00

III.1.3 Modelo SAP2000

El programa SAP2000, utiliza una solución numérica para resolver el modelo analizado, donde las fundaciones son modeladas mediante elementos finitos de placa bidimensionales y la interfaz suelo estructura mediante el modelo de Winkler.

La última versión de SAP2000, posee un dialogo rápido donde se pueden crear fundaciones aisladas proporcionando su geometría y las características del suelo, que genera automáticamente el modelo equivalente de elementos finitos. Se uso un mallado de elementos de 10cm por 10cm.

Como los casos a testear presentan un comportamiento no lineal, debido a que en la mayoría existen zonas sin compresión en el sello de fundación, deben activarse las opciones de no linealidad en la definición de propiedades del terreno y en la definición de caso de carga. A continuación, se muestra una vista del modelo realizado en SAP2000.

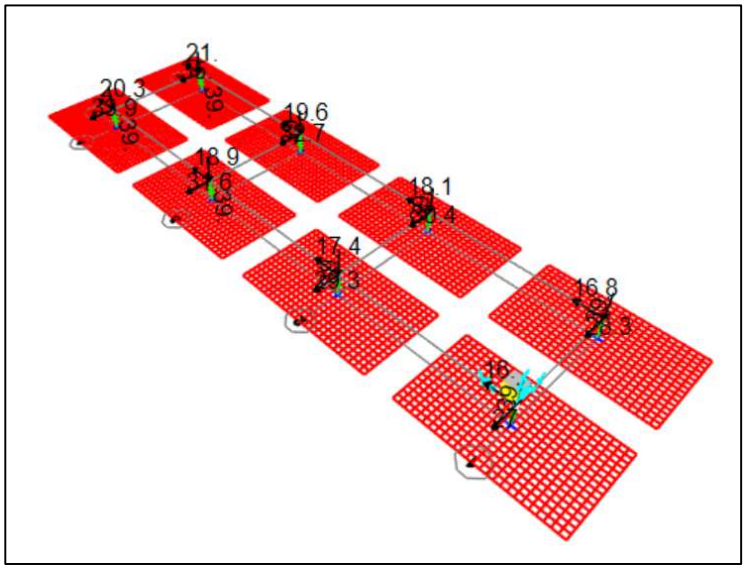


Figura III-2: Vista 3D Modelo Implementado en SAP2000 [Fuente: SAP2000; Del Autor]

III.1.4 Modelo RISA

El software RISAFoundation, considera una solución analítica del problema, el terreno es definido como un área aparte, y se define uno o más tipos de fundaciones para luego posicionarlas en el plano, su metodología es bastante más practica y versátil que en SAP2000 o su análogo dedicado SAFE.

A continuación, se muestra una vista del modelo generado en RISAFoundation.

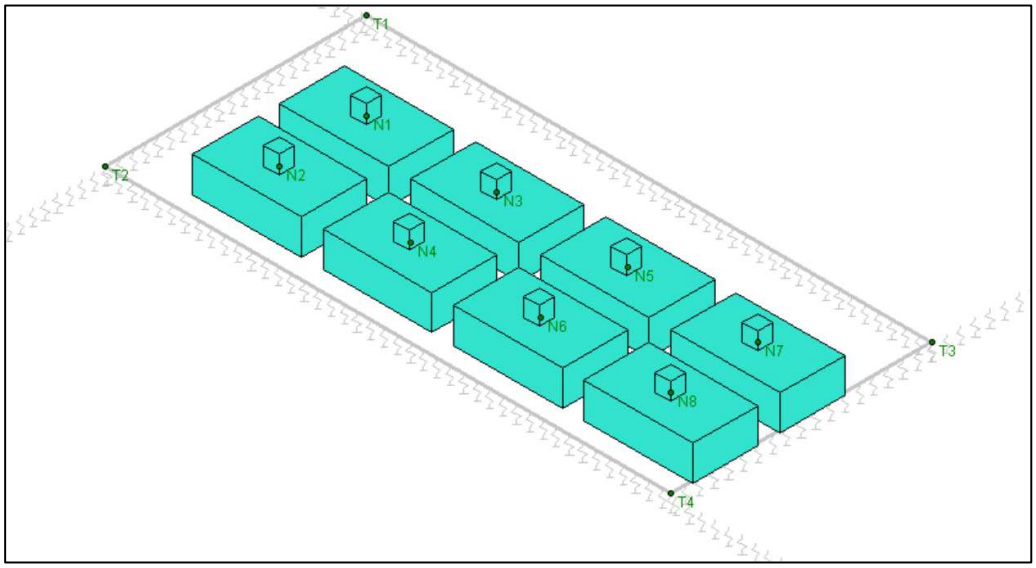


Figura III-3: Vista 3D Modelo Implementado en RISAFoundation. [Fuente: RISAFoundation; Del Autor]

III.1.5 Modelo FOUNDAXIS

A continuación, se aprecia una vista en perspectiva del modelo realizado en Foundaxis.

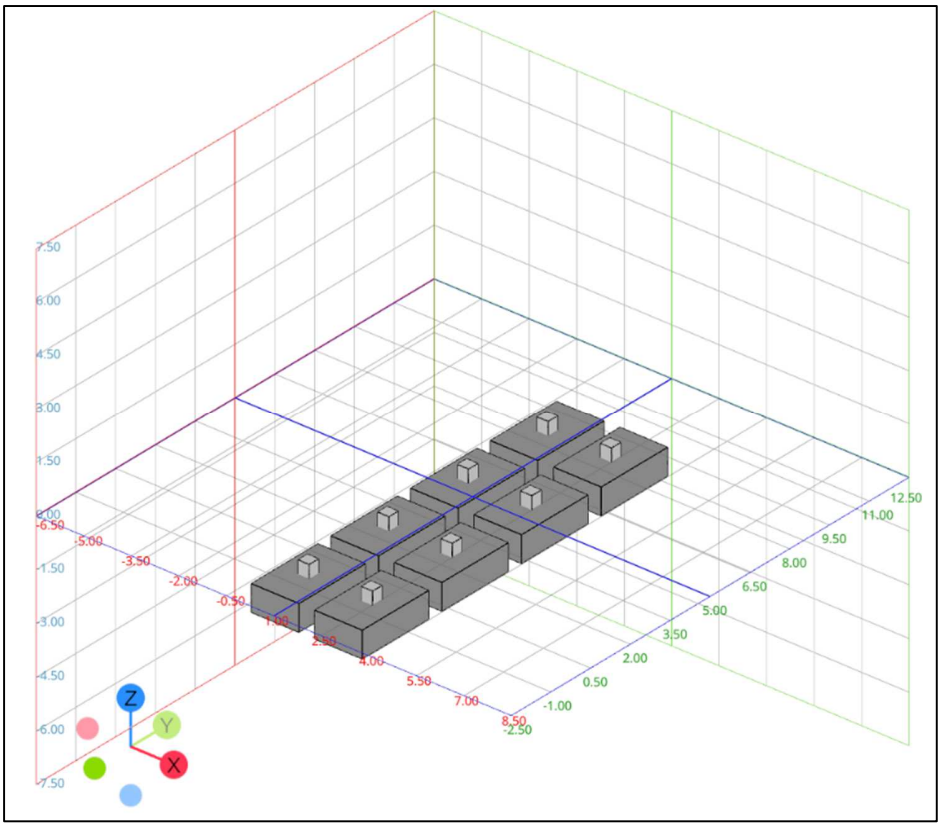


Figura III-4: Vista 3D Modelo Implementado en FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

III.1.6 Comparación de Resultados

III.1.6.1 Caso 1

A continuación, se aprecia la comparación de los resultados obtenidos para el set de 8 cargas del CASO 1 de manera gráfica y tabular, incluyéndose en esta última el cálculo del error relativo respecto a los dos softwares utilizados para validar.

Se aprecia que el error relativo respecto de RISAFoundation es de 0% para todas las cargas, y con respecto a SAP2000 es de alrededor del 1%, lo cual es esperable al tratarse de una formulación numérica. Se considera entonces validada la solución para cargas que generan situaciones no lineales correspondientes al CASO 1.

Se muestran finalmente los mapas de tensiones en la interfaz suelo estructura obtenidos de los tres modelos, donde se aprecia una idéntica ubicación de los ejes neutros.

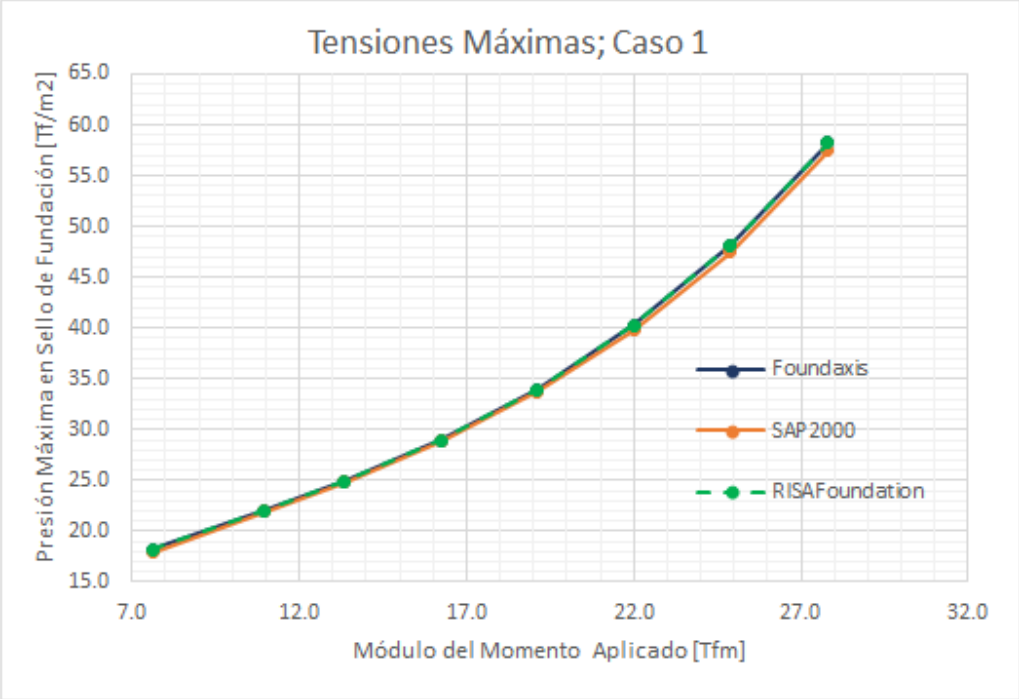


Figura III-5: Gráfica, Comparación de Resultados para Caso 1. [Fuente: Del Autor]

Tabla III-2: Errores Relativos Para Comparación de Tensiones Máximas Obtenidas en Estados de Carga CASO 1. [Fuente: Del Autor]

Estado de Carga	Tensión Máxima en Sello Fundación [Tm/m2]			Error Relativo Respecto a SAP2000	Error Relativo Respecto a RISAFoundation
	Foundaxis	SAP2000	RISA Foundation		
1	18.24	17.95	18.24	1.59%	0.00%
2	22.01	21.94	22.01	0.31%	0.00%
3	24.89	24.81	24.89	0.34%	0.00%
4	28.97	28.85	28.97	0.42%	0.00%
5	33.99	33.75	33.99	0.71%	0.00%
6	40.25	39.82	40.25	1.07%	0.00%
7	48.12	47.43	48.12	1.46%	0.00%
8	58.18	57.42	58.18	1.32%	0.00%

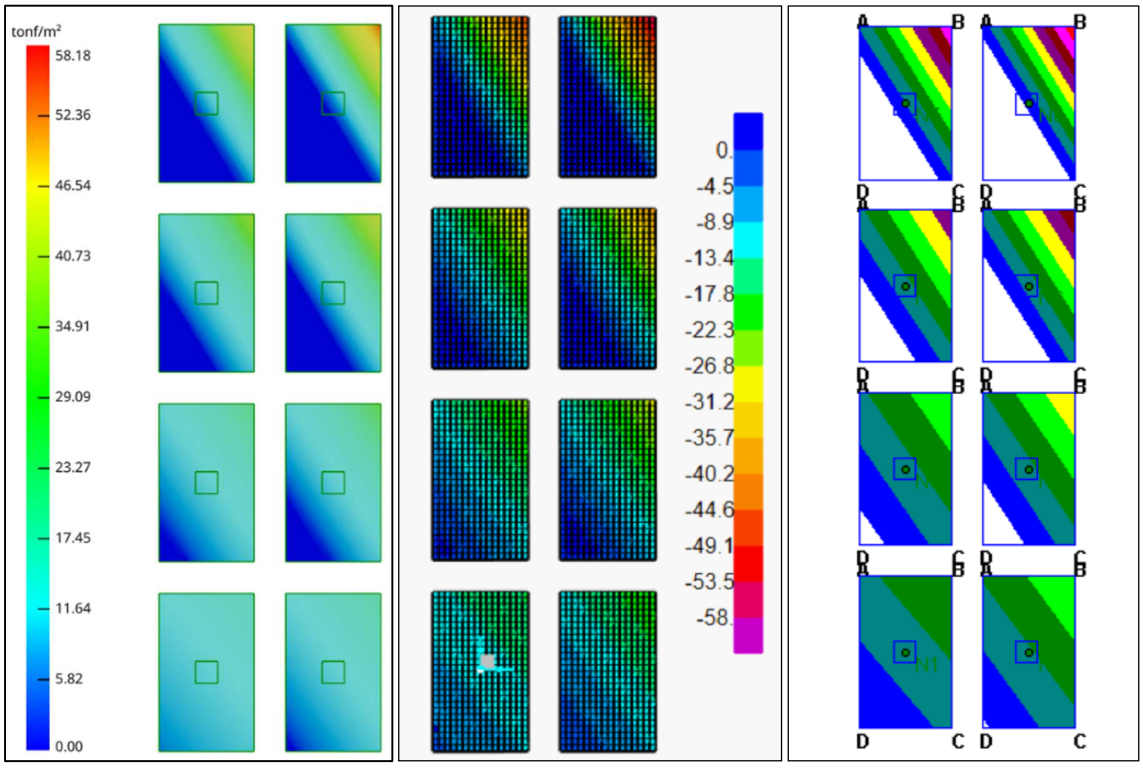


Figura III-6: Comparación de Resultados, Mapas de Tensiones para Caso 1. De izquierda a Derecha: a)Foundaxis, b)SAP2000, c)RISAFoundation. [Fuente: SAP2000; RISAFoundation; Del Autor]

III.1.6.2 Caso 2

A continuación, se aprecia la comparación de los resultados obtenidos para el set de 8 cargas del CASO 2 de manera gráfica y tabular, incluyéndose en esta última el cálculo del error relativo respecto a los dos softwares utilizados para validar.

Se aprecia que el error relativo respecto de RISAFoundation es de 0% para las cargas de baja excentricidad y de alrededor del 1% para cargas de alta excentricidad, con respecto a SAP2000 el error relativo también es de alrededor del 1%. Se infiere entonces que las soluciones analíticas de la aplicación desarrollada y RISAFoundation no son las mismas, sin embargo, sus resultados son similares. Se considera entonces validada la solución para cargas que generan situaciones no lineales correspondientes al CASO 2.

Se muestran finalmente los mapas de tensiones en la interfaz suelo estructura obtenidos de los tres modelos, donde se aprecia una idéntica ubicación de los ejes neutros.

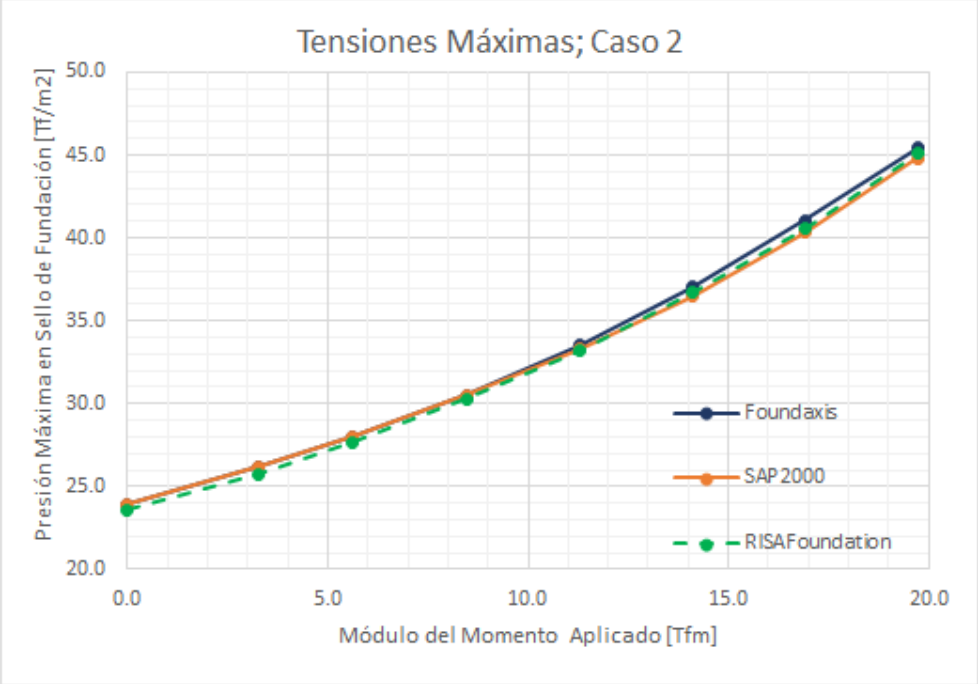


Figura III-7: Gráfica, Comparación de Resultados para Caso 2. [Fuente: Del Autor]

Tabla III-3: Errores Relativos Para Comparación de Tensiones Máximas Obtenidas en Estados de Carga CASO 2. [Fuente: Del Autor]

Estado de Carga	Tensión Máxima en Sello Fundación [Tm/m2]			Error Relativo Respecto a SAP2000	Error Relativo Respecto a RISAFoundation
	Foundaxis	SAP2000	RISA Foundation		
1	23.92	23.92	23.62	0%	-1.27%
2	26.20	26.20	25.78	-0.01%	-1.63%
3	28.03	28.03	27.70	0.00%	-1.19%
4	30.50	30.49	30.28	0.04%	-0.73%
5	33.52	33.28	33.20	0.72%	-0.96%
6	37.05	36.49	36.70	1.55%	-0.95%
7	41.06	40.31	40.56	1.85%	-1.23%
8	45.41	44.83	45.10	1.31%	-0.69%

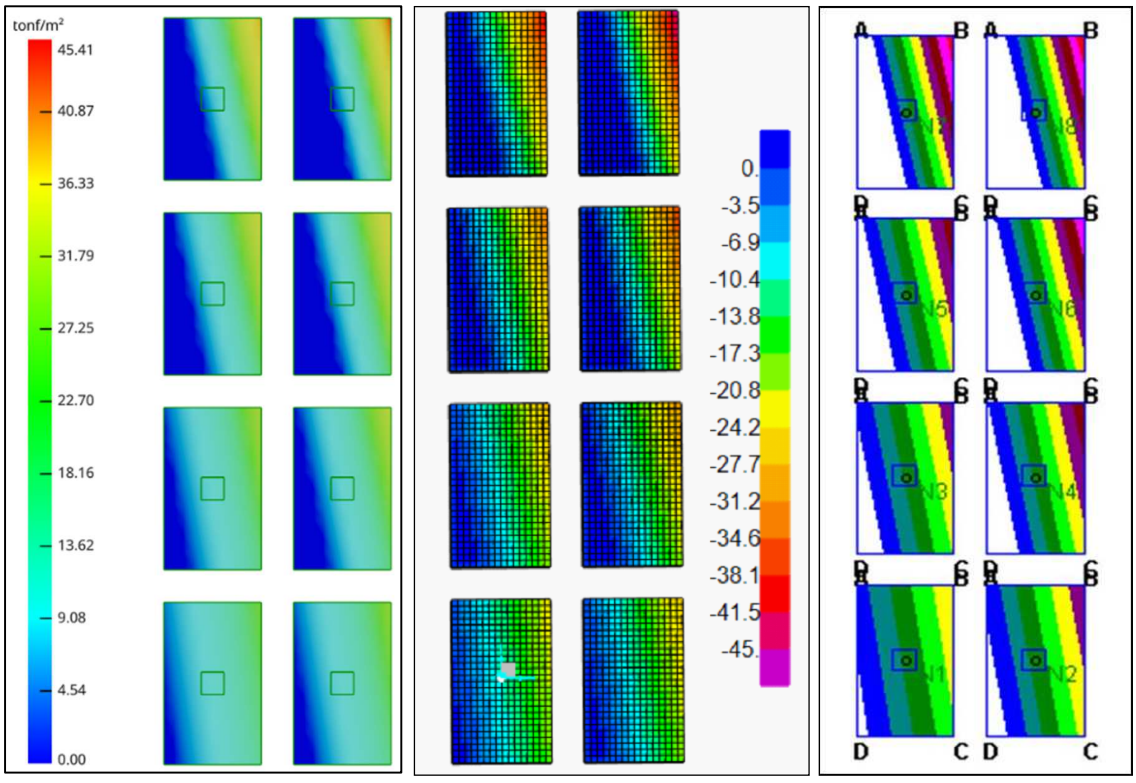


Figura III-8: Comparación de Resultados, Mapas de Tensiones para Caso 2. De izquierda a Derecha: a)Foundaxis, b)SAP2000, c)RISAFoundation. [Fuente: SAP2000; RISAFoundation; Del Autor]

III.1.6.3 Caso 3

A continuación, se aprecia la comparación de los resultados obtenidos para el set de 8 cargas del CASO 3 de manera gráfica y tabular, incluyéndose en esta última el cálculo del error relativo respecto a los dos softwares utilizados para validar.

Se aprecia que el error relativo respecto de RISAFoundation es de 0% para todas las cargas, con respecto a SAP2000 el error relativo es de alrededor del 1% como en los otros casos. Se considera entonces validada la solución para cargas que generan situaciones no lineales correspondientes al CASO 3.

Se muestran finalmente los mapas de tensiones en la interfaz suelo estructura obtenidos de los tres modelos, donde se aprecia una idéntica ubicación de los ejes neutros.

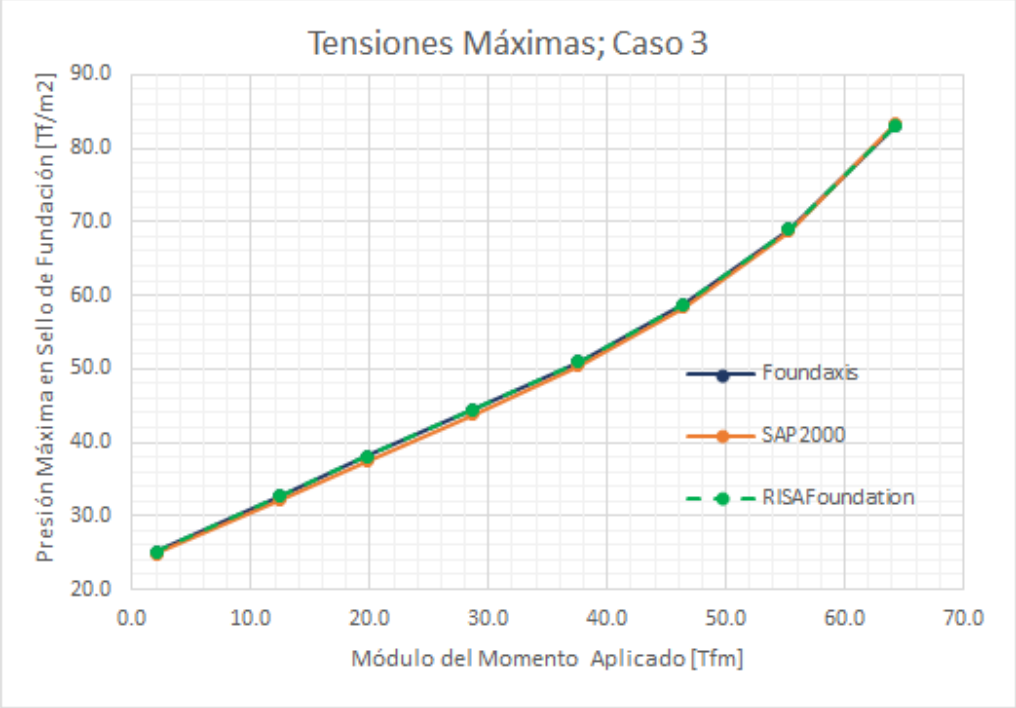


Figura III-9: Gráfica, Comparación de Resultados para Caso 3. [Fuente: Del Autor]

Tabla III-4: Errores Relativos Para Comparación de Tensiones Máximas Obtenidas en Estados de Carga CASO 3. [Fuente: Del Autor]

Estado de Carga	Tensión Máxima en Sello Fundación [Tm/m2]			Error Relativo Respecto a SAP2000	Error Relativo Respecto a RISAFoundation
	Foundaxis	SAP2000	RISA Foundation		
1	25.17	24.83	25.17	1.36%	0.00%
2	32.67	32.08	32.67	1.84%	-0.02%
3	38.03	37.43	38.03	1.60%	0.00%
4	44.46	43.85	44.46	1.39%	-0.01%
5	50.97	50.35	50.97	1.23%	0.01%
6	58.76	58.31	58.76	0.76%	0.00%
7	68.99	68.74	68.99	0.36%	0.00%
8	83.02	83.32	83.02	-0.37%	0.00%

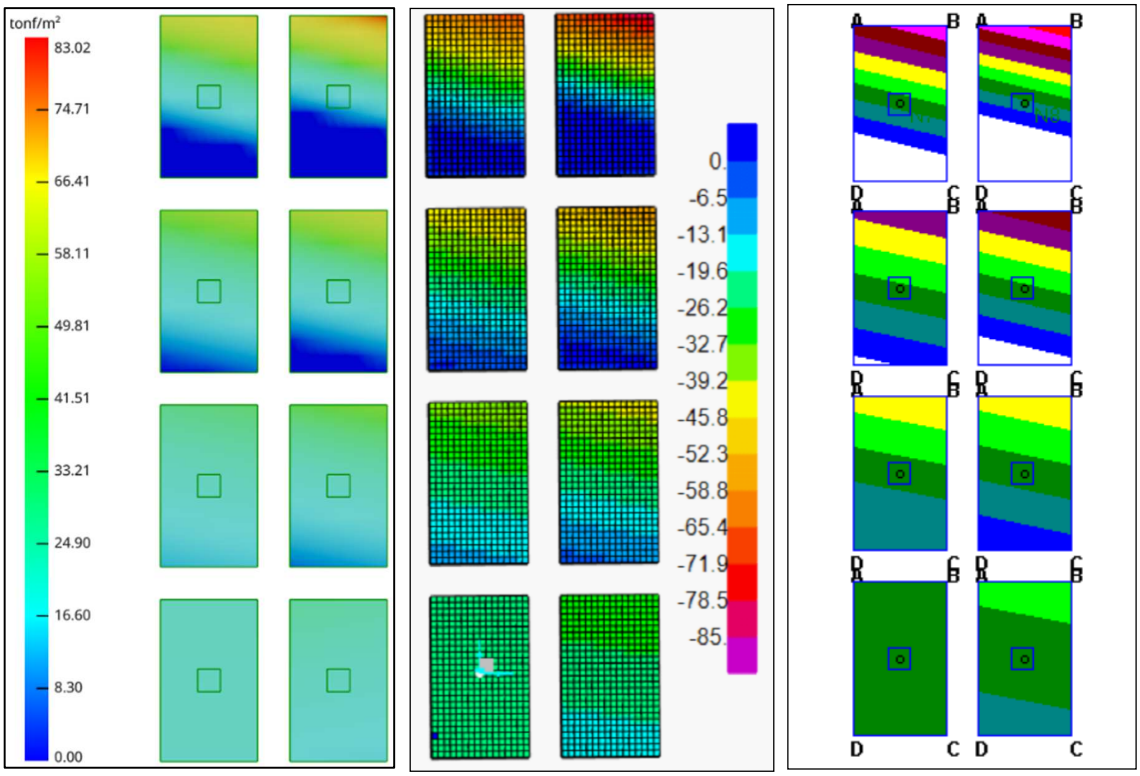


Figura III-10: Comparación de Resultados, Mapas de Tensiones para Caso 3. De izquierda a Derecha: a)Foundaxis, b)SAP2000, c)RISAFoundation. [Fuente: SAP2000; RISAFoundation; Del Autor]

III.1.6.4 Caso 4

A continuación, se aprecia la comparación de los resultados obtenidos para el set de 8 cargas del CASO 4 de manera gráfica y tabular, incluyéndose en esta última el cálculo del error relativo respecto a los dos softwares utilizados para validar.

Se aprecia que el error relativo respecto de RISAFoundation es de 0% para todas las cargas, con respecto a SAP2000 el error relativo para excentricidad alta alcanza alrededor del 4%. Se infiere entonces que las soluciones analíticas coinciden entre sí, pero difieren de la solución numérica de SAP2000 para excentricidades altas. El resultado recién descrito es predecible ya que el CASO 4 es el caso de menor linealidad, con porcentajes de área en compresión menores al 50% y que nunca son permisibles bajo los códigos normativos. Se considera entonces validada la solución para cargas que generan situaciones no lineales correspondientes al CASO 4, tomando en cuenta el error relativo de 0% respecto a RISAFoundation, sin embargo, es de interés futuro determinar cuál de las dos metodologías, numérica o analítica, es más cercana a la realidad para excentricidades altas del CASO 4.

Se muestran finalmente los mapas de tensiones en la interfaz suelo estructura obtenidos de los tres modelos, donde se aprecia una idéntica ubicación de los ejes neutros.

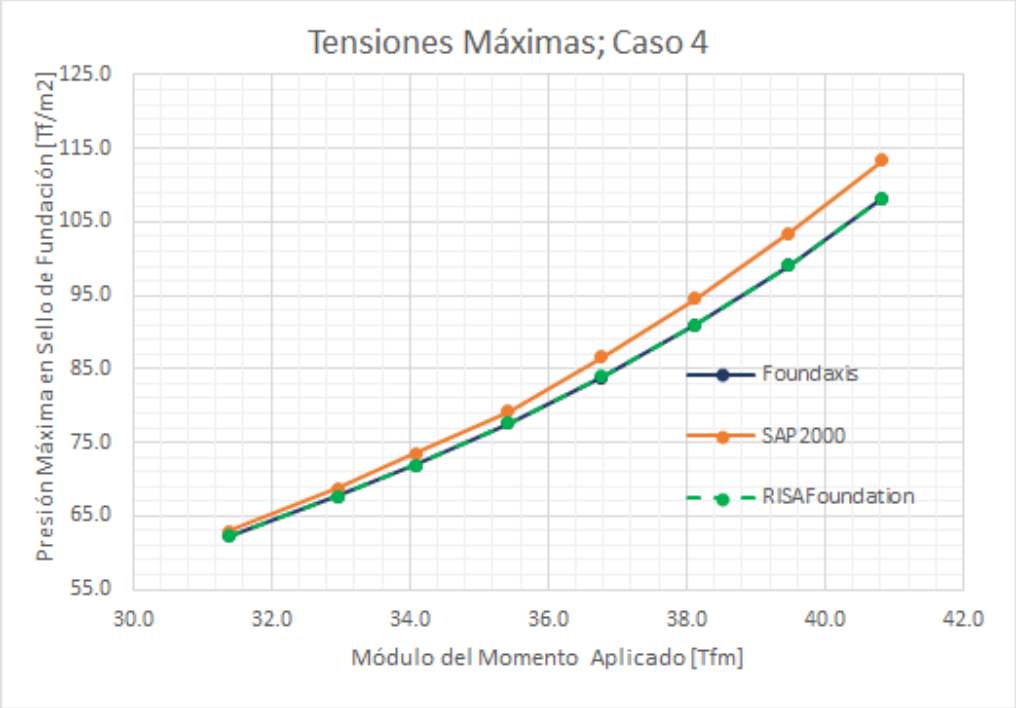


Figura III-11: Gráfica, Comparación de Resultados para Caso 4. [Fuente: Del Autor]

Tabla III-5: Errores Relativos Para Comparación de Tensiones Máximas Obtenidas en Estados de Carga CASO 4. [Fuente: Del Autor]

Estado de Carga	Tensión Máxima en Sello Fundación [Tm/m2]			Error Relativo Respecto a SAP2000	Error Relativo Respecto a RISAFoundation
	Foundaxis	SAP2000	RISA Foundation		
1	62.27	62.92	62.27	-1.04%	0.00%
2	67.68	68.77	67.66	-1.59%	-0.03%
3	71.94	73.45	71.96	-2.05%	0.02%
4	77.58	79.26	77.57	-2.12%	-0.01%
5	83.89	86.57	83.90	-3.09%	0.01%
6	91.02	94.60	90.99	-3.79%	-0.02%
7	99.08	103.48	99.12	-4.25%	0.04%
8	108.27	113.40	108.27	-4.52%	0.00%

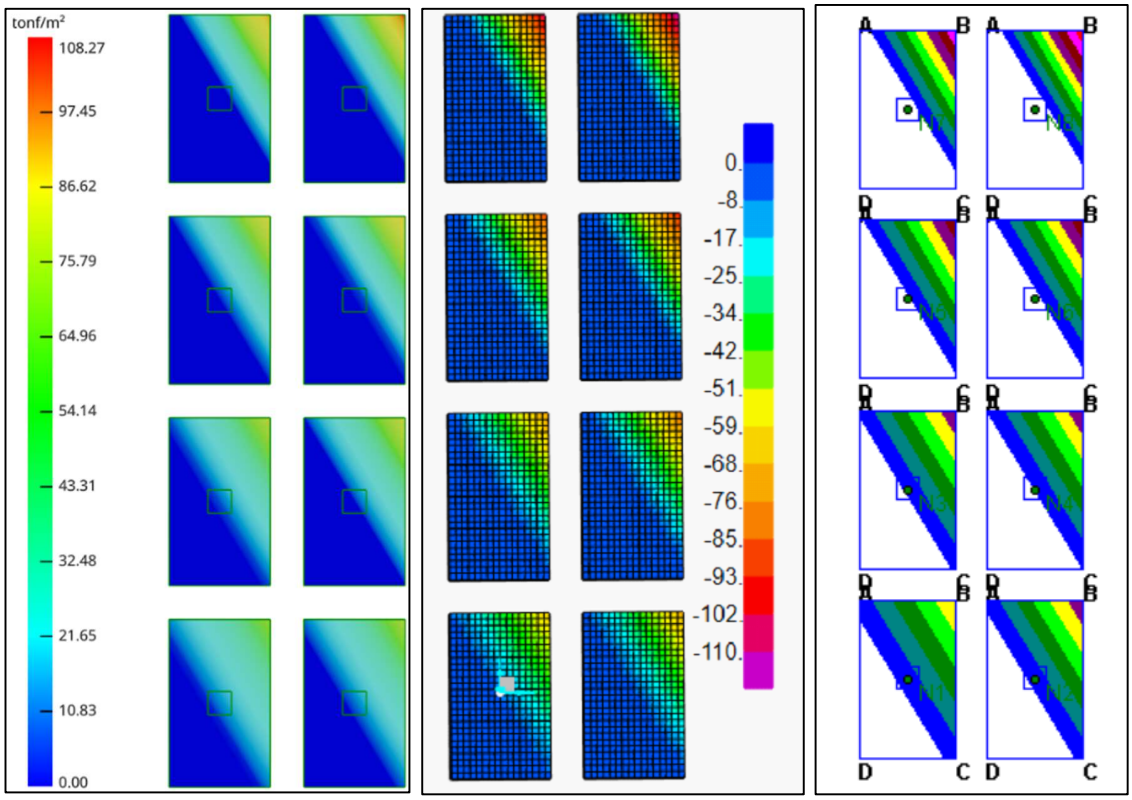


Figura III-12: Comparación de Resultados, Mapas de Tensiones para Caso 4. De izquierda a Derecha: a)Foundaxis, b)SAP2000, c)RISAFoundation. [Fuente: SAP2000; RISAFoundation; Del Autor]

III.2 Fundaciones Irregulares

III.2.1 Fundación en L Bajo Set de Cargas Biaxiales Altas

III.2.1.1 Metodología de Validación

La metodología a utilizar consiste en la comparación de los resultados obtenidos, en una serie de casos, mediante los algoritmos implementados y los resultados obtenidos al modelar los mismos casos en el software comercial ya validado RFEM6, el cual fue escogido por su capacidad de modelar geometrías irregulares.

Los casos escogidos, presentan levantamiento de la fundación en 3 esquinas distintas de la misma a modo de testear la solución al caso no lineal. Dos de los casos no presentan levantamiento para así también validar la solución al caso lineal.

Se generó entonces un set de 9 estados de carga con momento biaxial y carga axial con modulo creciente en 3 distintas direcciones, 3 casos para cada dirección. Los momentos fueron esta vez indirectamente aplicados mediante fuerzas horizontales, testeando así de paso la correcta transformación de estas en momentos equivalentes en el sello de fundación.

III.2.1.2 Descripción del Caso de Validación

La fundación sometida al set de carga posee forma de L y tiene las siguientes características geométricas:

- Altura: 1.5m
- Profundidad (Hp): 0.5m.
- Largo lados de la L 4 y 5m.
- Ancho 2m.
- 3 pedestales cuadrados de 0.4x04m que sobresalen 0.3m sobre el terreno y centrados en el ancho, los pedestales extremos a 1m de los extremos de la fundación.

En la figura a continuación se aprecia una isométrica con las dimensiones principales de la fundación en L.

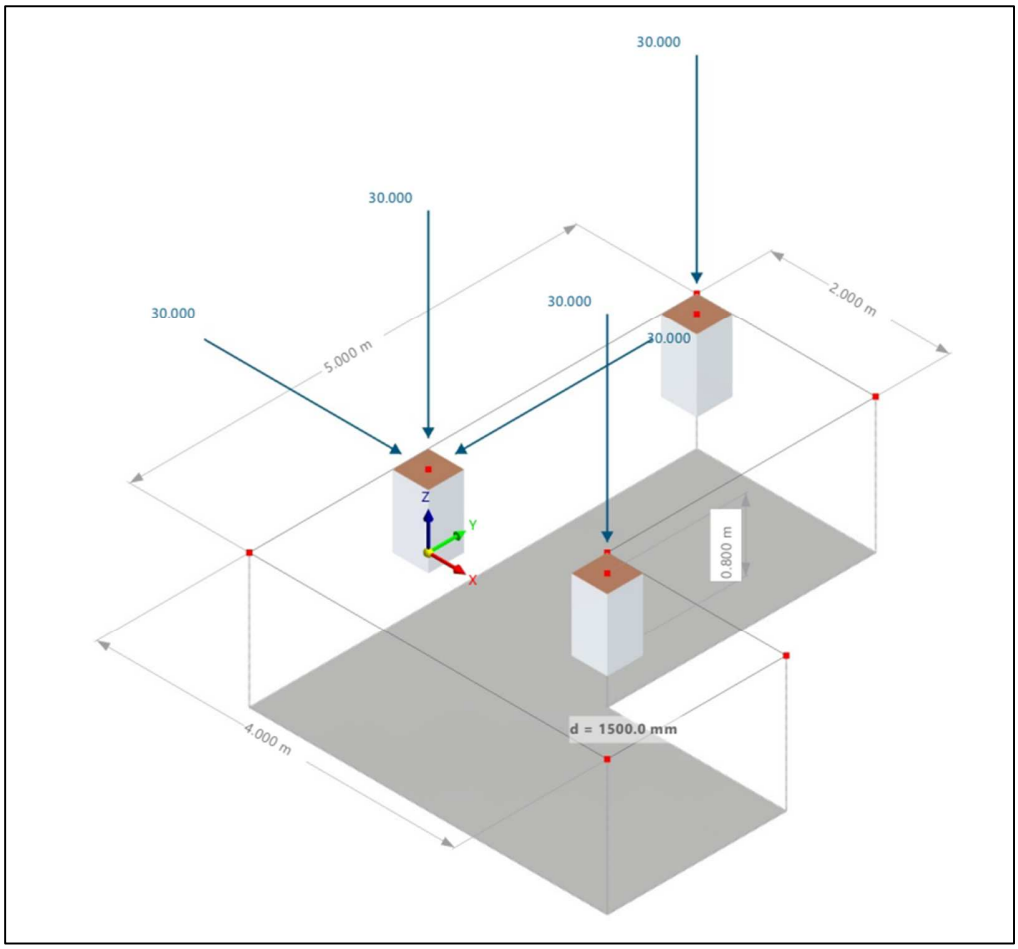


Figura III-13: Geometría de la fundación en L utilizada [Fuente: Del Autor]

Las densidades de hormigón y sulo son las siguientes:

- Fc = 250 [Kg/cm2]
- Fs = 180 [Kg/cm2]

Para la modelación de los resortes de apoyo en la formulación de elementos finitos se utilizó una constante elástica de 1800 Tf/m^2.

La fundación fue sometida a un set de 9 cargas, por lo que se realizaron modelos con la fundación replicada 9 veces para la visualización simultanea de las presiones en sello

de fundación, a cada replica se le asigno una lista numérica y a cada nodo cargado del pedestal otra lista numérica, a modo de tabular las cargas de los 9 casos.

A continuación, se aprecia una figura con las numeraciones para fundaciones y pedestales, y luego una tabla con los valores de carga en los pedestales para los 9 casos.

Finalmente, a modo ilustrativo se muestra una figura en isométrica con la representación gráfica de las fundaciones cargadas.

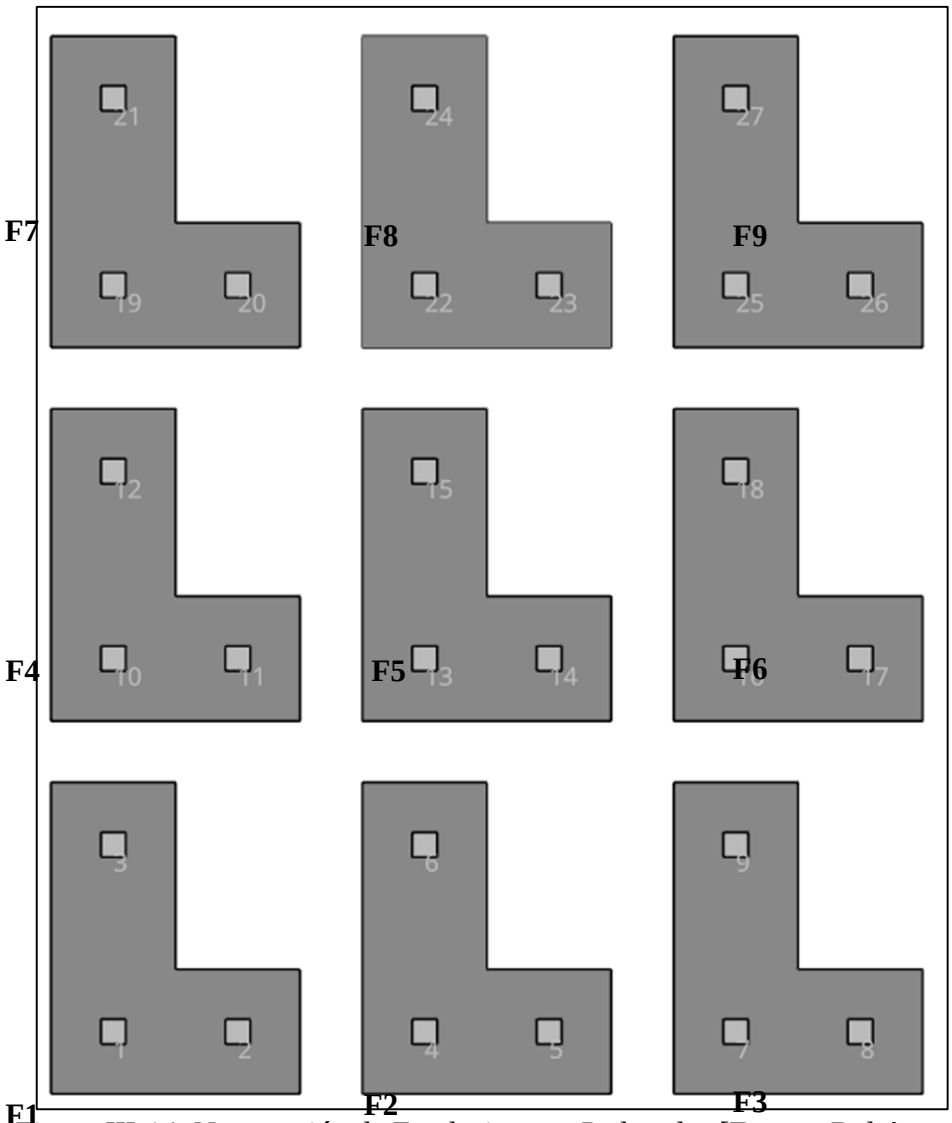


Figura III-14: Numeración de Fundaciones y Pedestales [Fuente: Del Autor]

Tabla III-6: Fuerzas en Pedestales (como reacciones)

Pedestal	FX [Tf]	FY [Tf]	FY [Tf]	MX [Tfm]	MY [Tfm]
1	-30	30	30	0	0
2	0	0	30	0	0
3	0	0	30	0	0
4	-40	40	30	0	0
5	0	0	30	0	0
6	0	0	30	0	0
7	-50	50	30	0	0
8	0	0	30	0	0
9	0	0	30	0	0
10	0	-15	30	0	0
11	0	-15	30	0	0
12	0	0	30	0	0
13	0	-30	30	0	0
14	0	-30	30	0	0
15	0	0	30	0	0
16	0	-35	30	0	0
17	0	-35	30	0	0
18	0	0	30	0	0
19	20	0	30	0	0
20	0	0	30	0	0
21	20	0	30	0	0
22	30	0	30	0	0
23	0	0	30	0	0
24	30	0	30	0	0
25	50	0	30	0	0
26	0	0	30	0	0
27	20	0	30	0	0

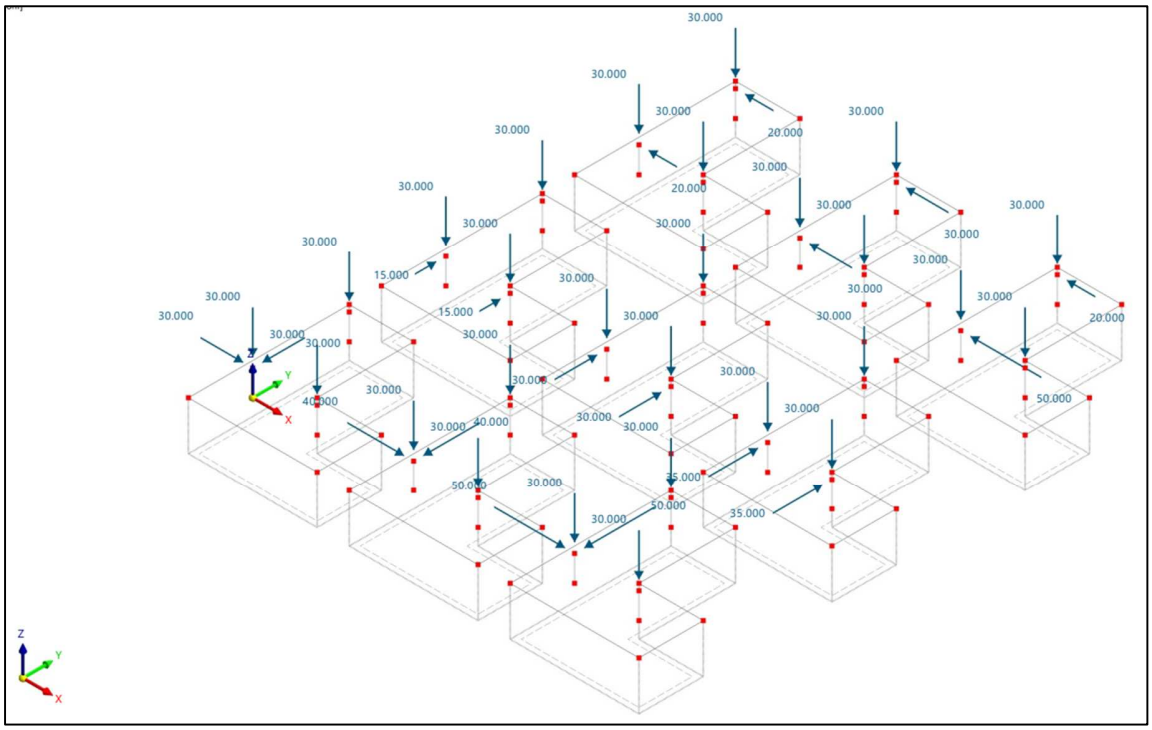


Figura III-15: Vista en isométrica de cargas en fundaciones [Fuente: Del Autor]

III.2.1.3 Modelo RFEM

El software RFEM6 es un paquete de elementos finitos para calculo estructural que incorpora un modelo de Winkler para placas apoyadas sobre resortes. Dicha formulación, considera el caso no lineal en que se produce levantamiento de la placa.

Se utilizo un mallado triangular y un tamaño de elemento de 0.1m.

A continuación, se aprecia una isométrica del modelo realizado en RFEM6 y luego un detalle de la malla.

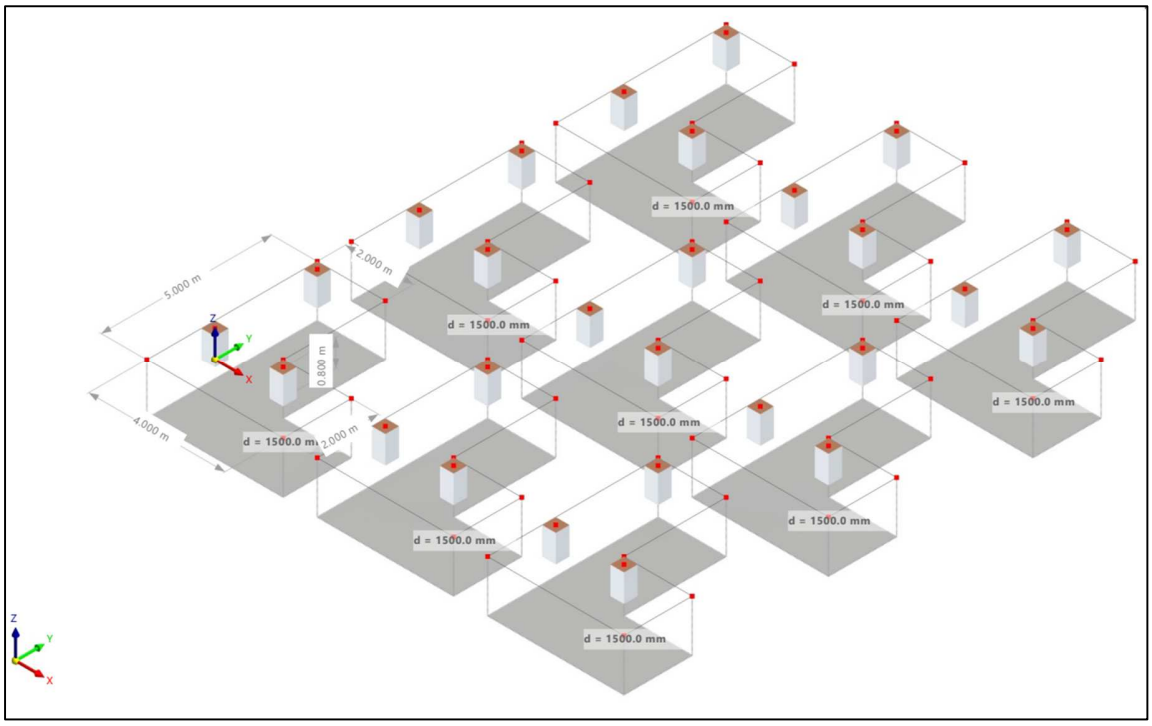


Figura III-16: Vista en isométrica de modelo RFEM6 [Fuente: Del Autor ; RFEM6]

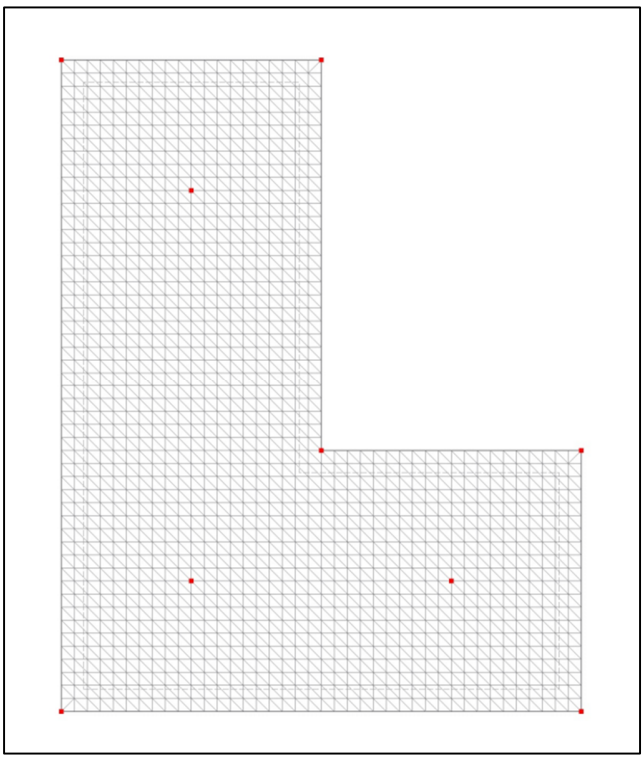


Figura III-17: Mallado utilizado [Fuente: Del Autor ; RFEM6]

III.2.1.4 Modelo Foundaxis

Para lograr coherencia con el modelo realizado en el software de validación, se utilizo un tamaño de elemento 0.1m. El software Foundaxis por defecto utiliza un mallado con elementos triangulares. A continuación, se aprecia una vista en isométrica del modelo realizado en Foundaxis y luego un detalle de la malla.

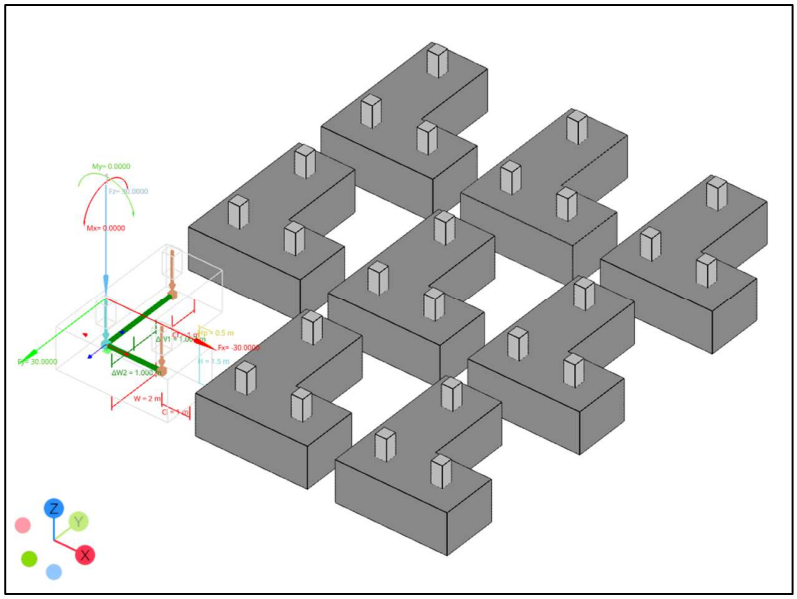


Figura III-18: Vista en isométrica de modelo FOUNDAXIS [Fuente: Del Autor]

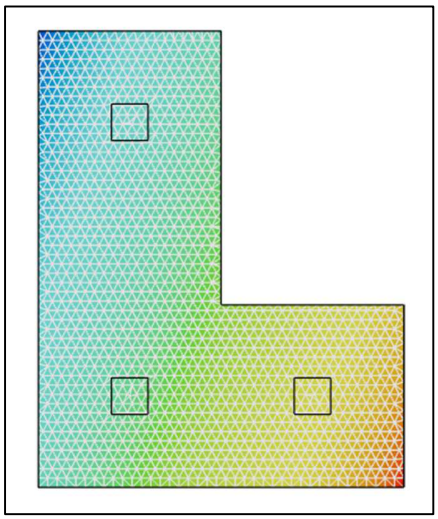


Figura III-19: Mallado utilizado [Fuente: Del Autor]

III.2.1.5 Comparación de Resultados

A continuación, se aprecia la comparación de los resultados obtenidos para el set de 8 cargas de manera gráfica y tabular, incluyéndose en esta última el cálculo del error relativo respecto a los dos softwares utilizados para validar.

Se aprecia que el error relativo respecto de RFEM6 es menor al 1% en 6 de los nueve casos y 1.1 y 2.48% para los otros 2. El caso con mayor porcentaje de error relativo corresponde al caso con mayor comportamiento no lineal.

Se muestran finalmente los mapas de tensiones en la interfaz suelo estructura obtenidos de los tres modelos, donde se aprecia una idéntica ubicación de los ejes neutros para los casos no lineales.

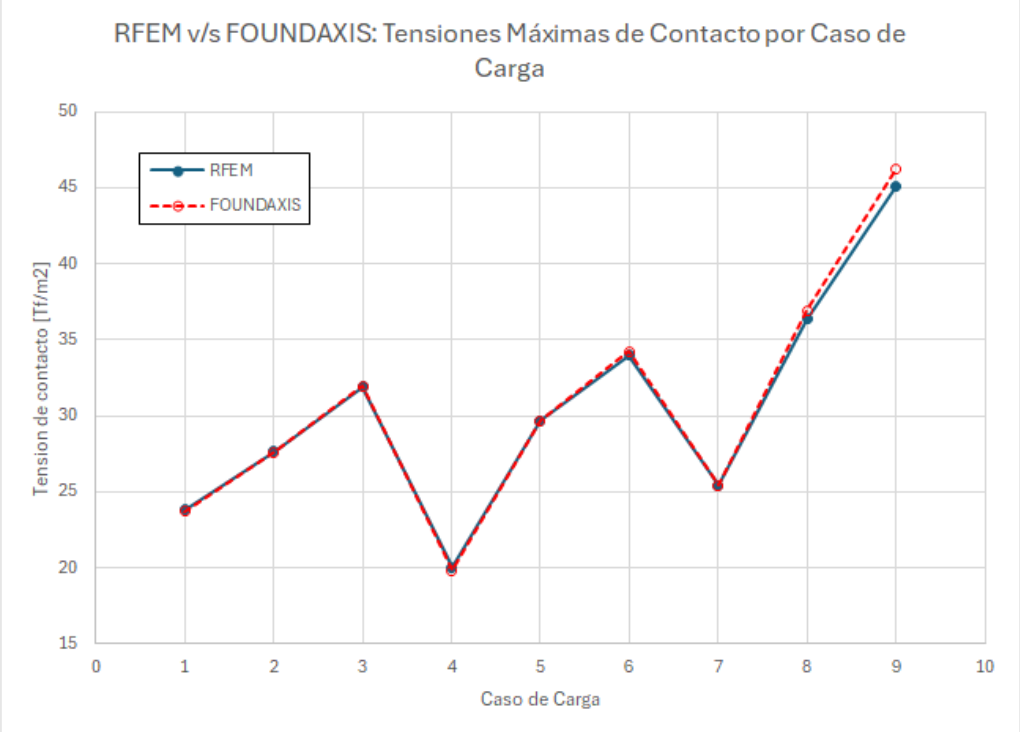
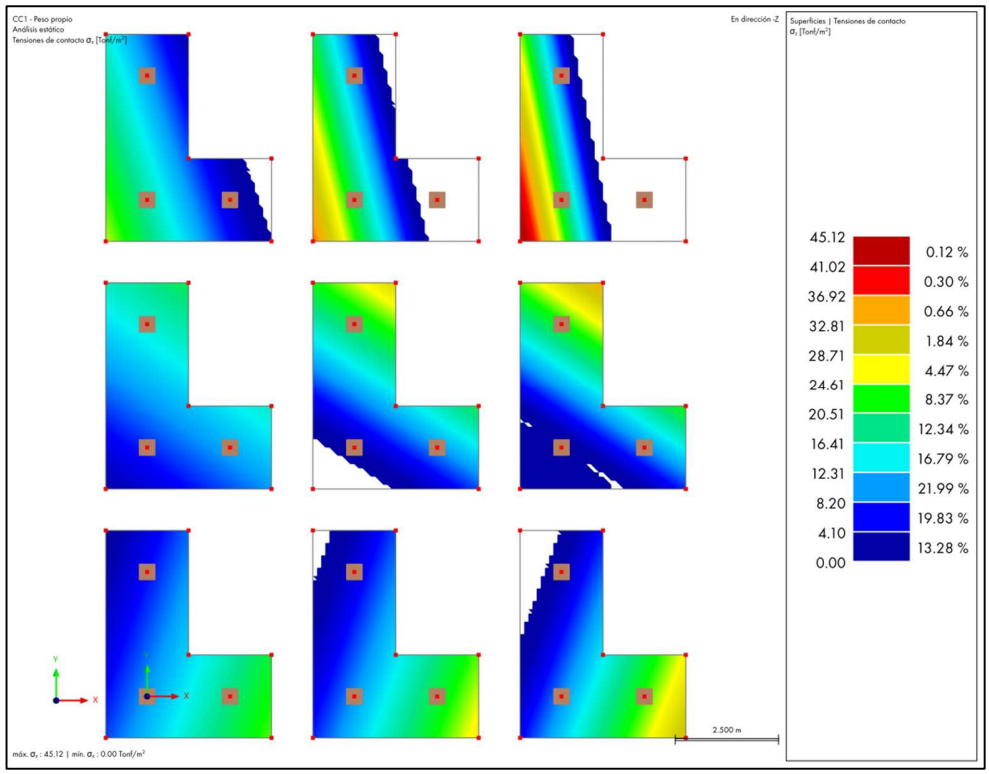


Figura III-20: Comparación gráfica de tensiones máximas por caso de carga en modelos RFEM y FOUNDAXIS [Fuente: Del Autor]

Tabla III-7: Comparación de Tensiones Máximas [Tf/m^2]

Fundación	RFEM	FOUNDAXIS	Error Relativo
1	23.85	23.72	0.55%
2	27.67	27.63	0.14%
3	31.9	31.96	0.19%
4	20.04	19.82	1.10%
5	29.66	29.7	0.13%
6	33.97	34.22	0.74%
7	25.41	25.42	0.04%
8	36.35	36.93	1.60%
9	45.12	46.24	2.48%

a)



b)

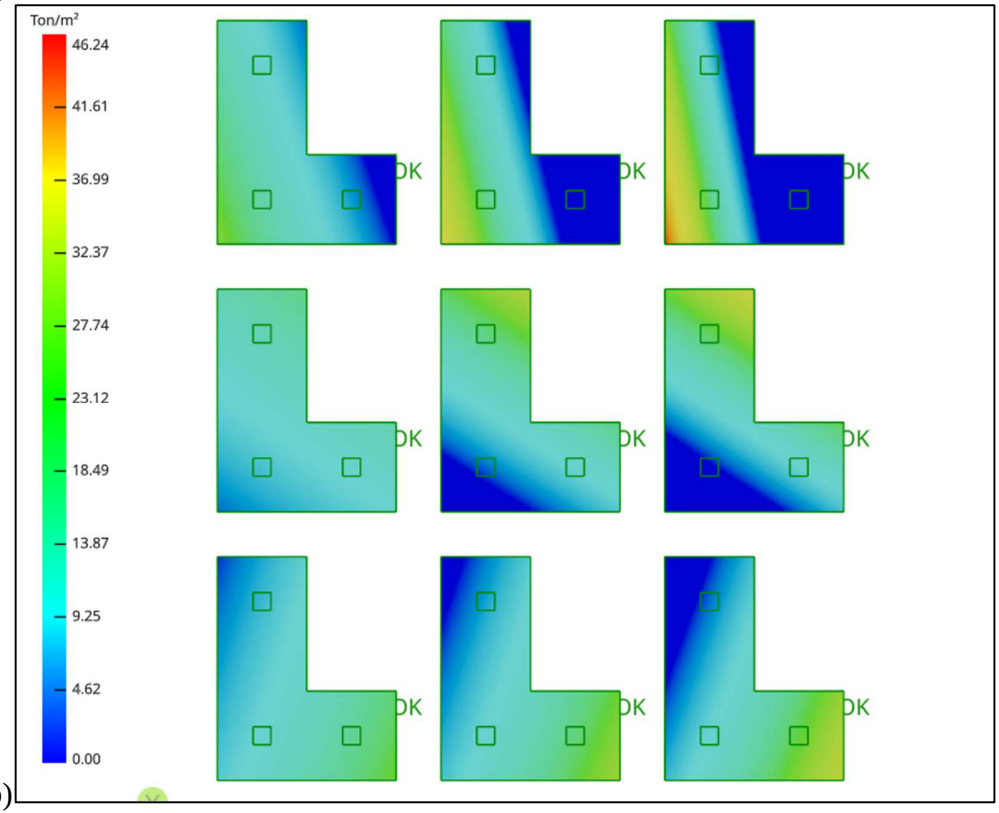


Figura III-21: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

III.2.2 Restricción Lateral del Terreno en Fundaciones Irregulares

III.2.2.1 Metodología de Validación

En este apartado, se realizará la validación de la formulación para elementos finitos desarrollada a modo de contemplar la restricción del terreno en fundaciones irregulares.

La implementación realizada en Foundaxis para la consideración de restricción lateral del terreno en el caso de fundaciones rectangulares, corresponde a la aplicación directa de la expresión analítica para presión pasiva de Rankine sugerida por Dunham (Dunham C., 1968) para fundaciones rectangulares, detallada en el subcapítulo II.1.2.

Considerando que ninguno de los softwares disponibles para este trabajo implementa una formulación para la consideración de la restricción lateral del terreno, para validar la formulación de desarrollo propio que se implementó en el esquema de elementos finitos en Foundaxis, se compararan los resultados obtenidos de la formulación analítica implementada para fundaciones rectangulares con los resultados para la formulación numérica implementada en el método de elementos finitos.

Es decir, se forzará en Foundaxis a la modelación de una fundación rectangular mediante elementos finitos utilizando una fundación corrida con un solo pedestal, equivalente a otra fundación modelada como fundación aislada mediante la formulación analítica, para compararlas entre sí.

III.2.2.2 Descripción del Caso de Validación

La fundación sometida a los sets de cargas tiene las siguientes características geométricas, que además son mostradas en la figura a continuación:

- B=150 [cm]
- L=250 [cm]
- H=80 [cm]
- Hp=30 [cm]
- H’p=10 [cm]
- Bp=35 [cm]
- Lp=35 [cm]

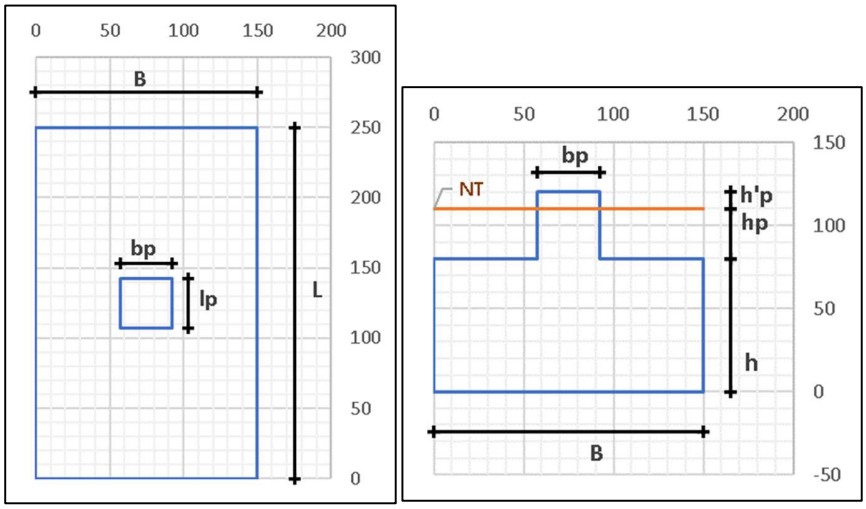


Figura III-22: Geometría de Fundación a Testear para Validación. [Fuente: Del Autor]

Las densidades de hormigón y suelo son las siguientes:

- Fc = 250 [Kg/cm2]
- Fs = 180 [Kg/cm2]

Se testeo el comportamiento de los cuatro casos de carga de mayor excentricidad de los cuatro casos definidos en la validación del algoritmo para cálculo de fundaciones rectangulares. En la tabla a continuación se aprecian los cuatro casos considerados.

Tabla III-8: Sets de Cargas por Caso [Tf ; Tfm] [Fuente: Del Autor]

CASO 1			CASO 2			CASO 3			CASO 4		
Fz	Mxx	Myy	Fz	Mxx	Myy	Fz	Mxx	Myy	Fz	Mxx	Myy
30.00	24.00	14.00	30.00	10.00	17.00	80.00	64.00	5.00	39.00	35.00	21.00

III.2.2.3 Modelo Analítico

El modelo analítico, fue implementado modelando como fundación aislada, ya que dichas fundaciones son resueltas en Foundaxis mediante la formulación descrita en el subcapítulo II.2.1. En la figura a continuación se aprecia el modelo de la fundación aislada.

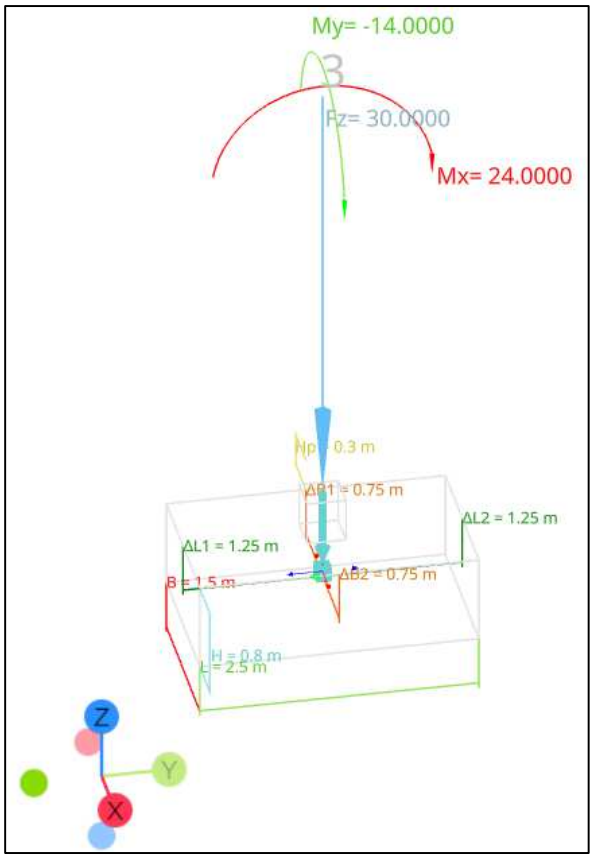


Figura III-23: Modelo de Fundación Aislada a Testear para Validación. [Fuente: Del Autor]

III.2.2.4 Modelo Numérico

Para lograr que Foundaxis resuelva una fundación aislada mediante el método de elementos finitos implementado se modelo la fundación como una fundación corrida, donde mediante la eliminación de un pedestal y el control de las distancias brde-puntos extremos se logra una geometría equivalente a la fundación a testear. En la figura a continuación se aprecia el modelo de la fundación corrida equivalente.

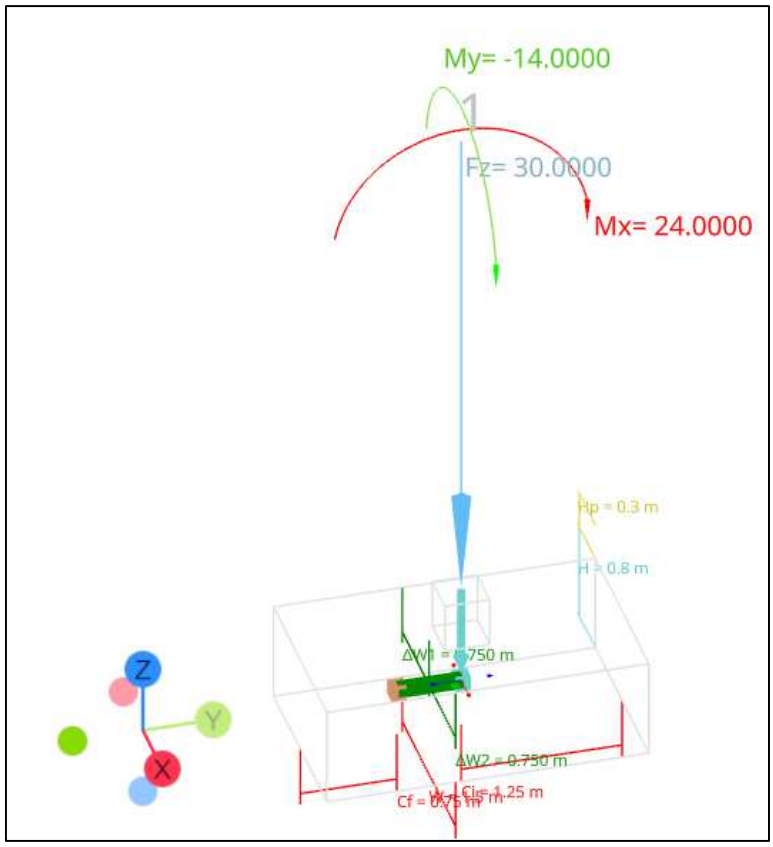


Figura III-24: Modelo de Fundación Corrida a Testear para Validación. [Fuente: Del Autor]

III.2.2.5 Comparación de Resultados

A continuación, se aprecia una comparación grafica de los resultados obtenidos en los modelos analítico y de elementos finitos, donde se comparan las tensiones máximas y los porcentajes de área comprimida para los cuatro casos de carga utilizados. Mas abajo, se muestran los valores exactos tabulados y el error relativo del modelo MEF respecto al modelo analítico. Luego, se muestran los mapas de presiones obtenidos en ambos modelos, donde también se incluyeron los mapas sin considerar restricción lateral a modo de visualizar además el efecto de esta en el comportamiento de las tensiones de contacto.

Es posible apreciar que la formulación implementada en el método de elementos finitos entrega resultados equivalentes a la formulación analítica original, con errores relativos menores al 1% en los dos parámetros comparados. Se puede apreciar además que la distribución de tensiones en los sellos de fundación es equivalente.

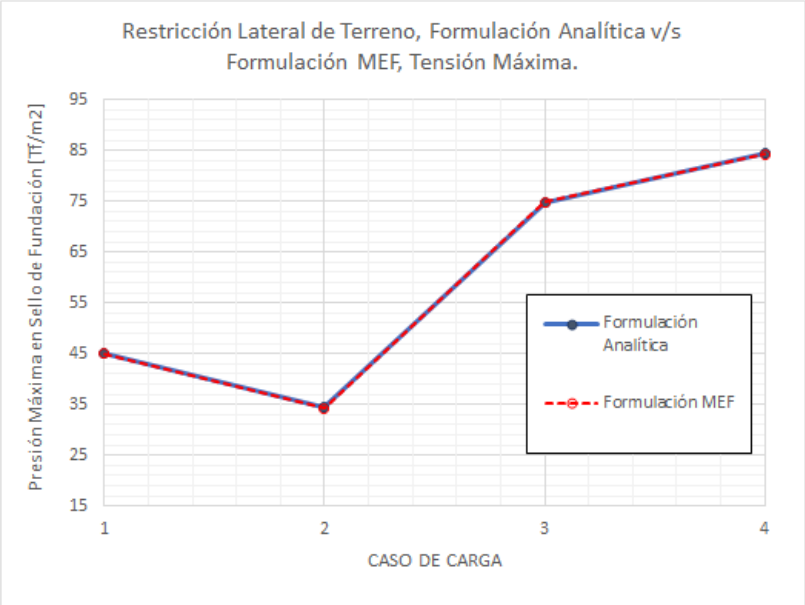


Figura III-25: Comparación Tensiones máximas para los cuatro casos testeados formulación analítica v/s formulación MEF. [Fuente: Del Autor]

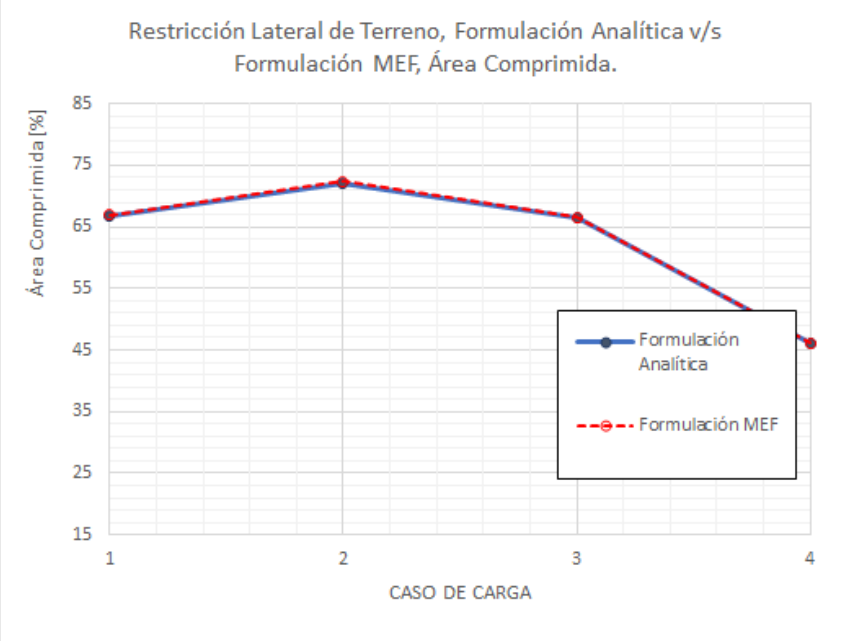


Figura III-26: Comparación porcentaje de área comprimida para los cuatro casos testeados formulación analítica v/s formulación MEF. [Fuente: Del Autor]

Tabla III-9: Resultados obtenidos de modelo analítico y modelo MEF y su error relativo [Fuente: Del Autor]

Caso Carga	σ [Tf/m2]			Área Comprimida [%]		
	F. Analítica	F. MEF	Error Relativo	F. Analítica	F. MEF	Error Relativo
1	45.2	44.96	0.531%	66.72	66.94	0.330%
2	34.35	34.14	0.611%	72.16	72.4	0.333%
3	74.84	74.77	0.094%	66.61	66.6	0.015%
4	84.57	84.2	0.438%	45.95	46.08	0.283%

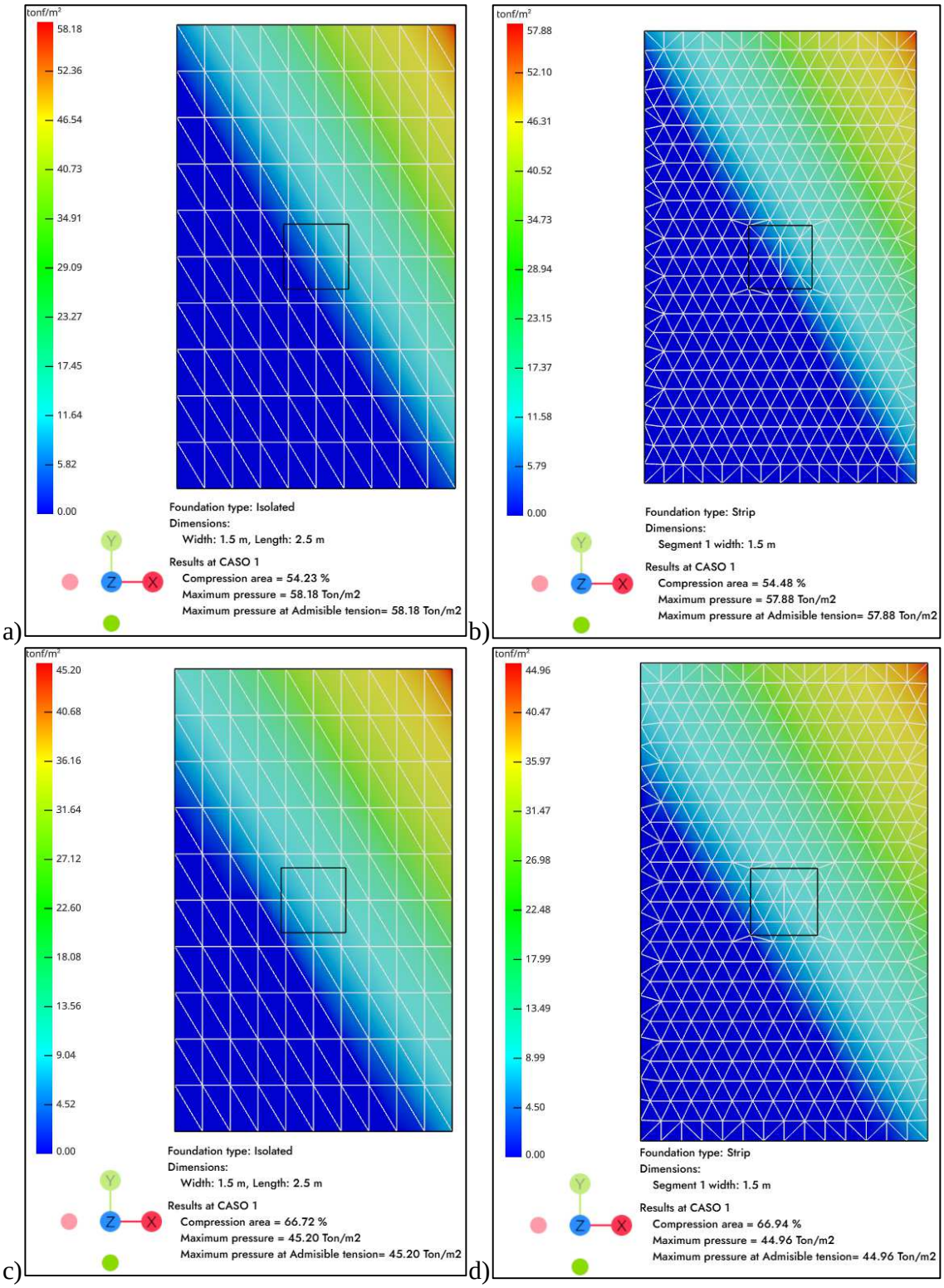


Figura III-27: Comparación CASO 1, (a) Formulación Analítica s/R-L, (b) Formulación MEF s/R-L(c) Formulación Analítica c/R-L, (d) Formulación MEF c/R-L. [Fuente: Del Autor]

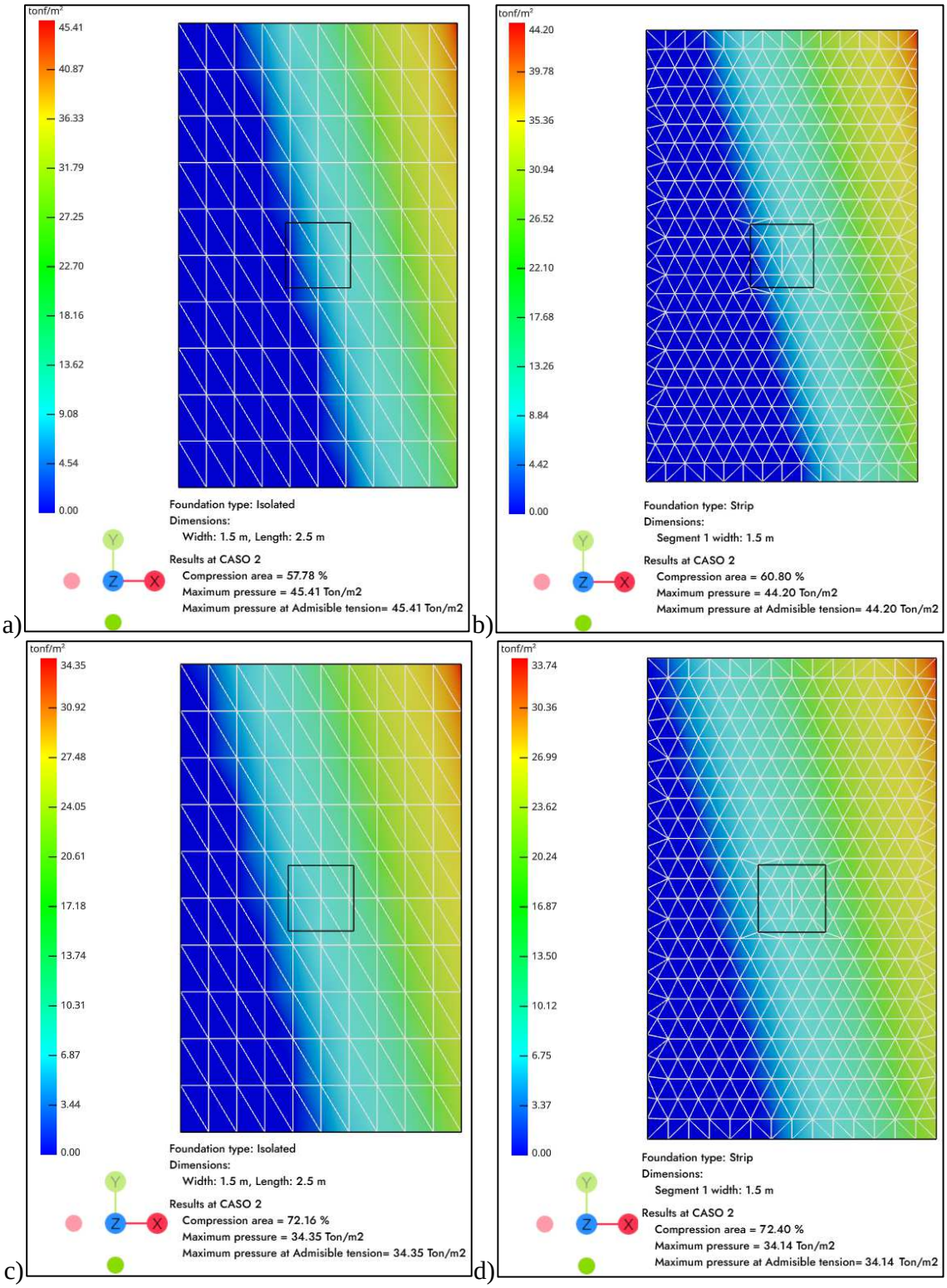


Figura III-28: Comparación CASO 2, (a) Formulación Analítica s/R-L, (b) Formulación MEF s/R-L(c) Formulación Analítica c/R-L, (d) Formulación MEF c/R-L. [Fuente: Del Autor]

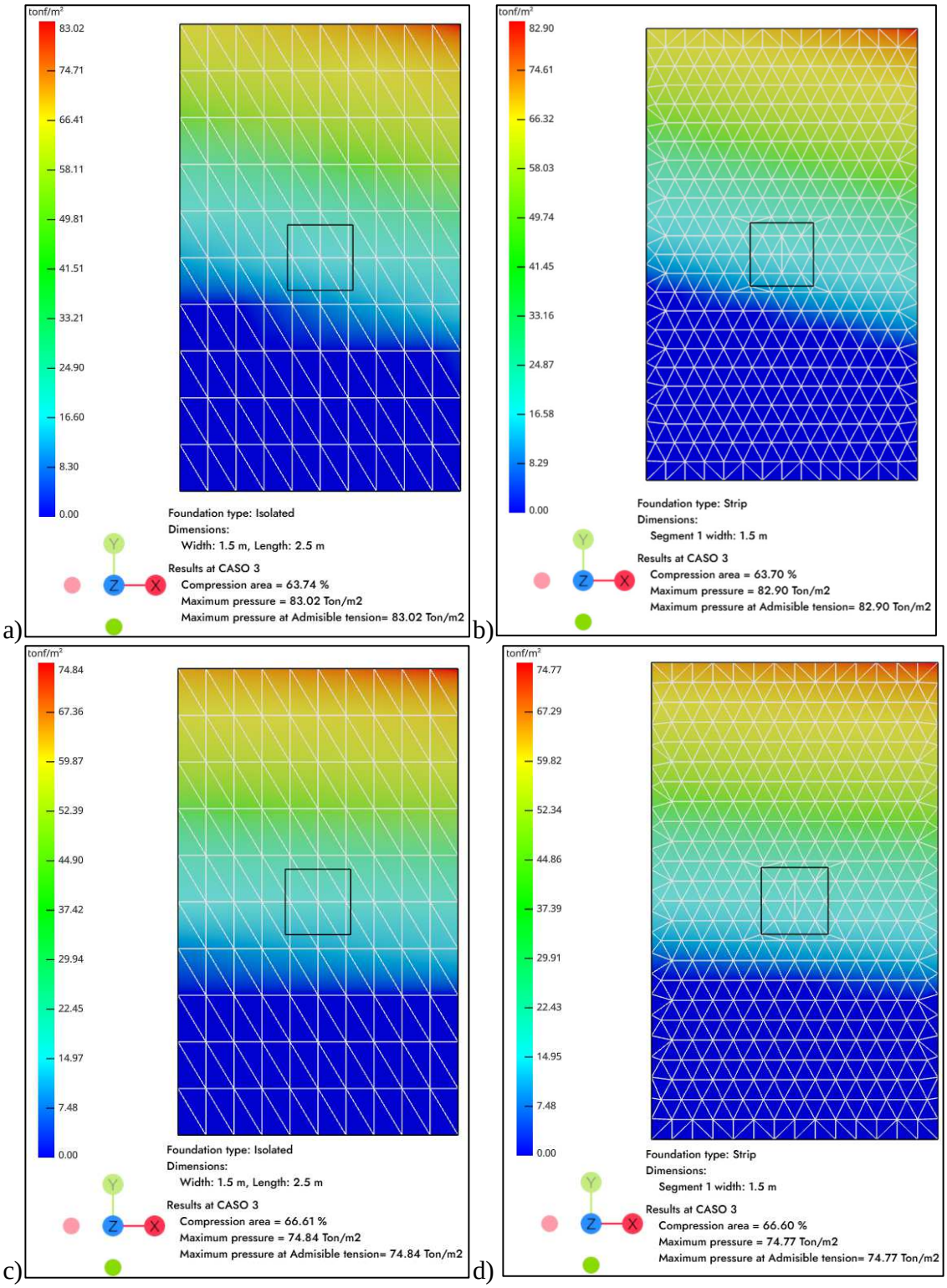


Figura III-29: Comparación CASO 3, (a) Formulación Analítica s/R-L, (b) Formulación MEF s/R-L(c) Formulación Analítica c/R-L, (d) Formulación MEF c/R-L. [Fuente: Del Autor]

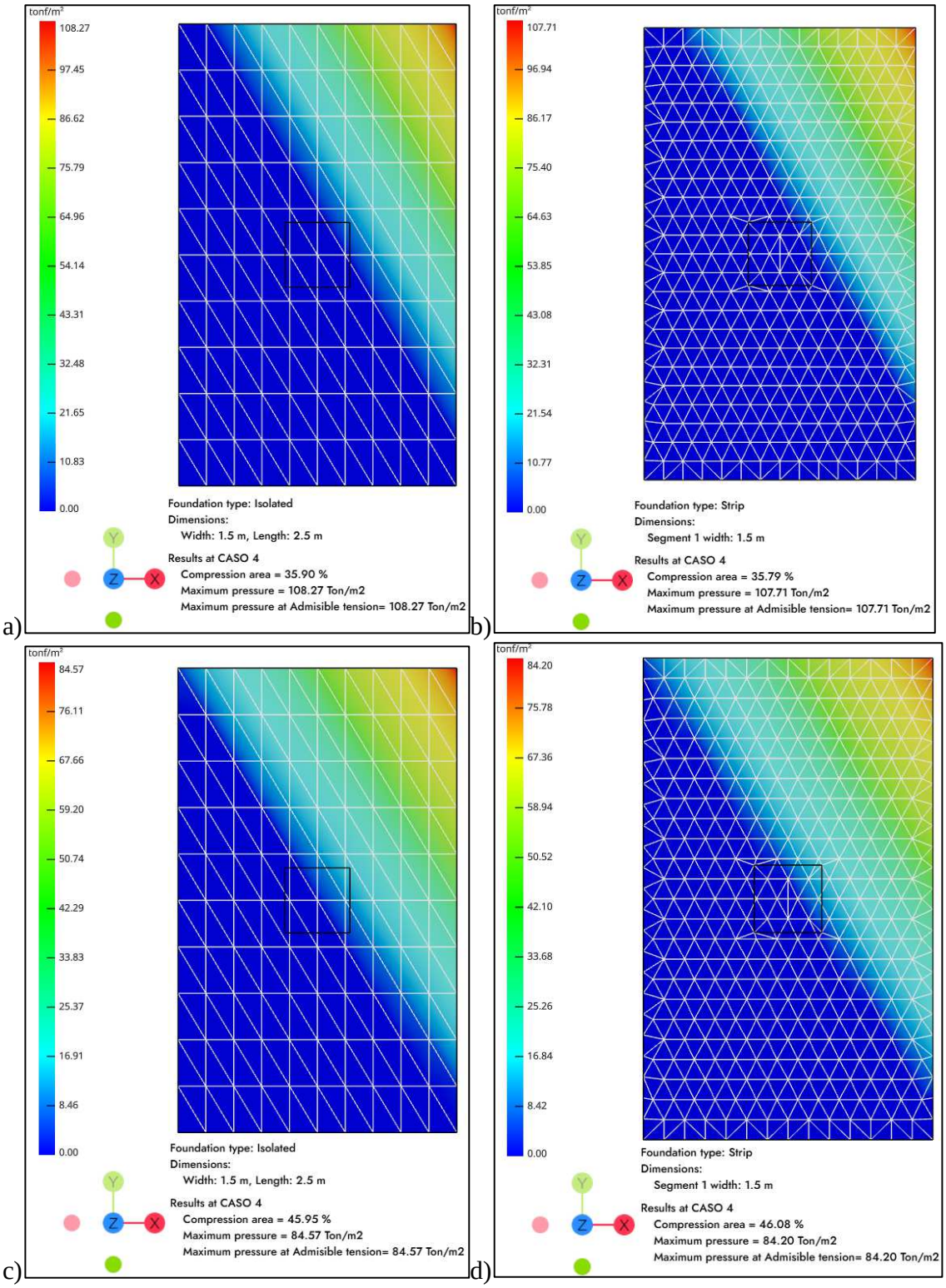


Figura III-30: Comparación CASO 4, (a) Formulación Analítica s/R-L, (b) Formulación MEF s/R-L(c) Formulación Analítica c/R-L, (d) Formulación MEF c/R-L. [Fuente: Del Autor]

III.3 Caso Mixto: Edificio Hormigón Armado 6 Pisos Muros Curvos

III.3.1 Metodología de Validación

En el presente apartado, se pretende validar los resultados generales obtenidos al modelar un diseño de un sistema de fundaciones completo de una edificación. Esto, con el fin de validar que los algoritmos anteriormente testeados de manera individual son capaces de trabajar correctamente de manera simultánea en un sistema de fundaciones completo.

Para ello, se modelo un edificio de hormigón de 6 pisos en el software RFEM, que fue sometido a cargas propias y sísmicas. Luego de calcular dicho modelo, se utilizaron las reacciones obtenidas en los nodos restringidos para realizar el diseño automático en Foundaxis del sistema de fundaciones.

Las fundaciones resultantes fueron modeladas luego en el software RFEM mediante elementos de placa con apoyos elásticos no lineales y los resultados obtenidos fueron comparados con los resultados arrojados por Foundaxis.

III.3.2 Descripción del Caso de Validación

Se utilizó un modelo realizado mediante el método de los elementos finitos en el software RFEM 6, correspondiente a un edificio de hormigón armado de seis pisos, donde se utilizaron elementos de barra para vigas y pilares y área para muros.

Se aprecia que los elementos en la base del edificio corresponden a muros curvos, rectos, en L y pilares en el contorno, mientras que en el interior hay 12 pilares.

En las figuras a continuación se muestran vistas isométricas desde arriba y abajo del modelo realizado.

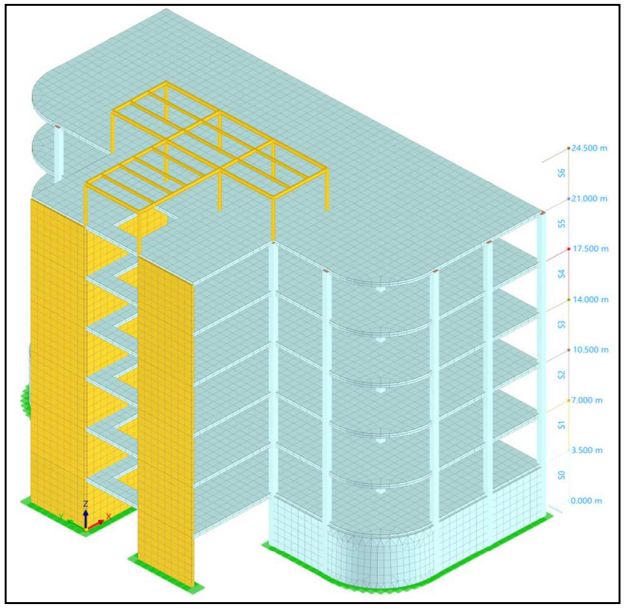


Figura III-31: Modelo Elementos Finitos Edificio Hormigón Armado 6 Pisos, Isometrica Superior. [Fuente: Del Autor]

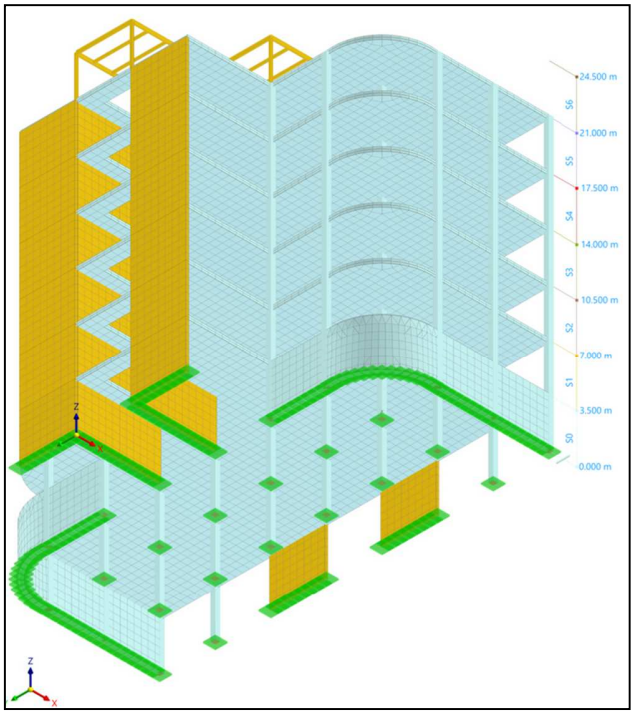


Figura III-32: Modelo Elementos Finitos Edificio Hormigón Armado 6 Pisos, Isometrica Inferior. [Fuente: Del Autor]

Se consideraron: el peso propio del edificio, cargas vivas de 200 Kg/m2 y sismo en ambas direcciones para un coeficiente sísmico de 0.11 mediante análisis estático (se utilizó un análisis estático calibrado a la deformación máxima del análisis modal espectral para evitar la pérdida de signos en las reacciones), la denominación de dichos estados de cargas es:

PP: PESO PROPIO

SC: SOBRECARGA DE PISO

SX: SISMO EN X

SY: SISMO Y

A continuación, se aprecia una vista de las cargas de sobrecarga aplicadas.

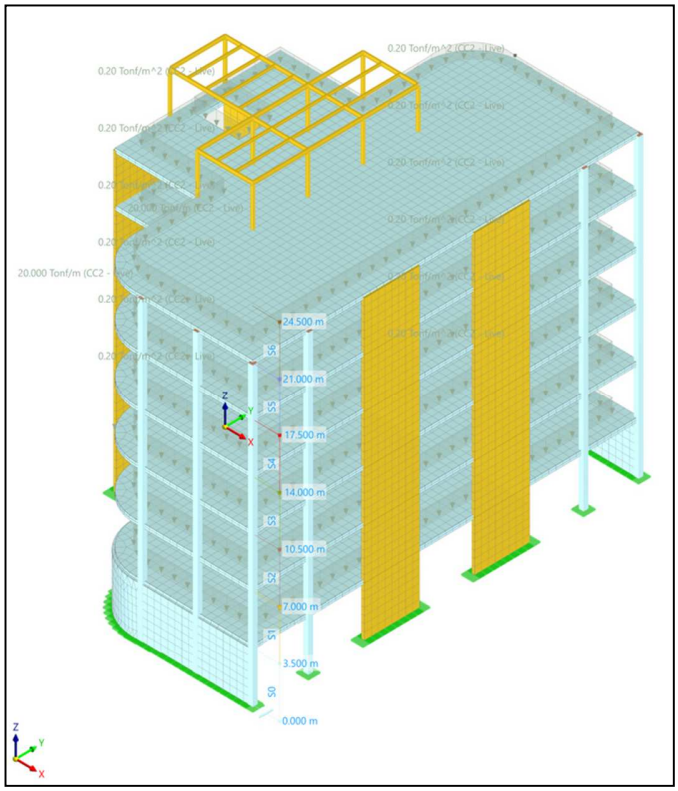


Figura III-33: Modelo MEF Edificio hormigón armado 6 pisos, cargas vivas y sus reacciones. [Fuente: Del Autor]

Para el diseño de fundaciones se consideraron 5 combinaciones de cargas, representativas de las combinaciones de cargas gravitacionales y cargas sísmicas en ambos sentidos. A continuación, la definición de las combinaciones de cargas calculadas:

CO1: PP+SC

CO2: PP+SC+SX

CO3: PP+SC-SX

CO4: PP+SC+SZ

CO5: PP+SC-SZ

En la figura a continuación, a modo ilustrativo, se muestran las deformaciones resultantes para cada combinación de cargas considerada de manera gráfica.

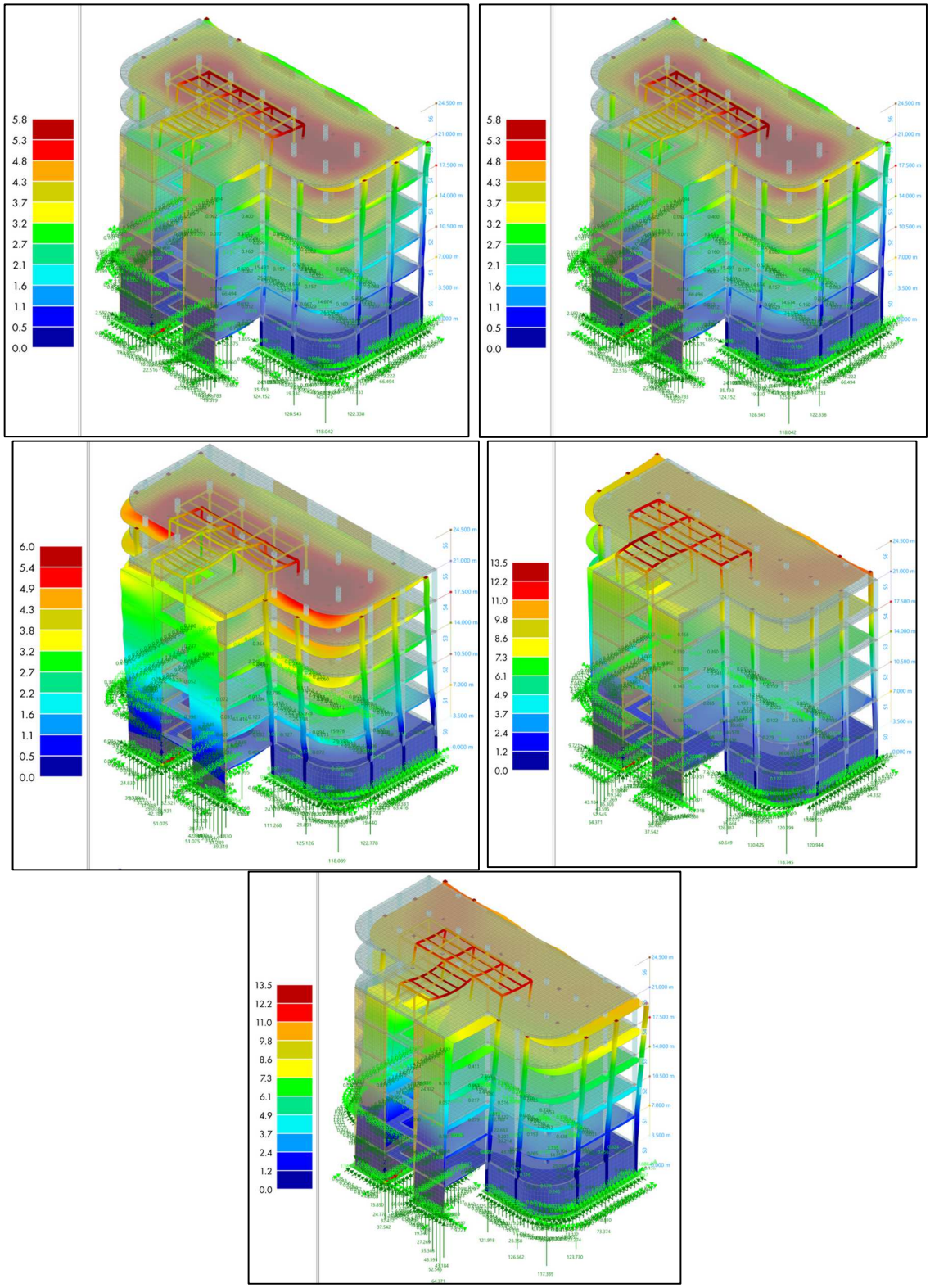


Figura III-34: Modelo MEF Edificio hormigón armado 6 pisos, deformaciones para las combinaciones de cargas consideradas. [Fuente: Del Autor]

Del Modelo RFEM6, se importaron los tres archivos necesarios para el diseño de fundaciones, en formato Excel:

- Cargas nodales para combinaciones de servicio.
- Cargas nodales para combinaciones ultimas (en este caso iguales a las de servicio)
- Coordenadas nodales.

Se realizo el diseño de fundaciones en Foundaxis, donde se consideraron las siguientes condiciones:

- Profundidad del sello Fundaciones 2m.
- Altura de las Fundaciones 1.5m.
- Altura pedestales sobre el terreno 0.3m.
- Coeficiente de Balasto 1800 Tf/m^3

En la figura a continuación se muestran las dimensiones de las fundaciones diseñadas, las cuales se modelarán en RFEM y Foundaxis por separado a fin de comparar los resultados obtenidos.

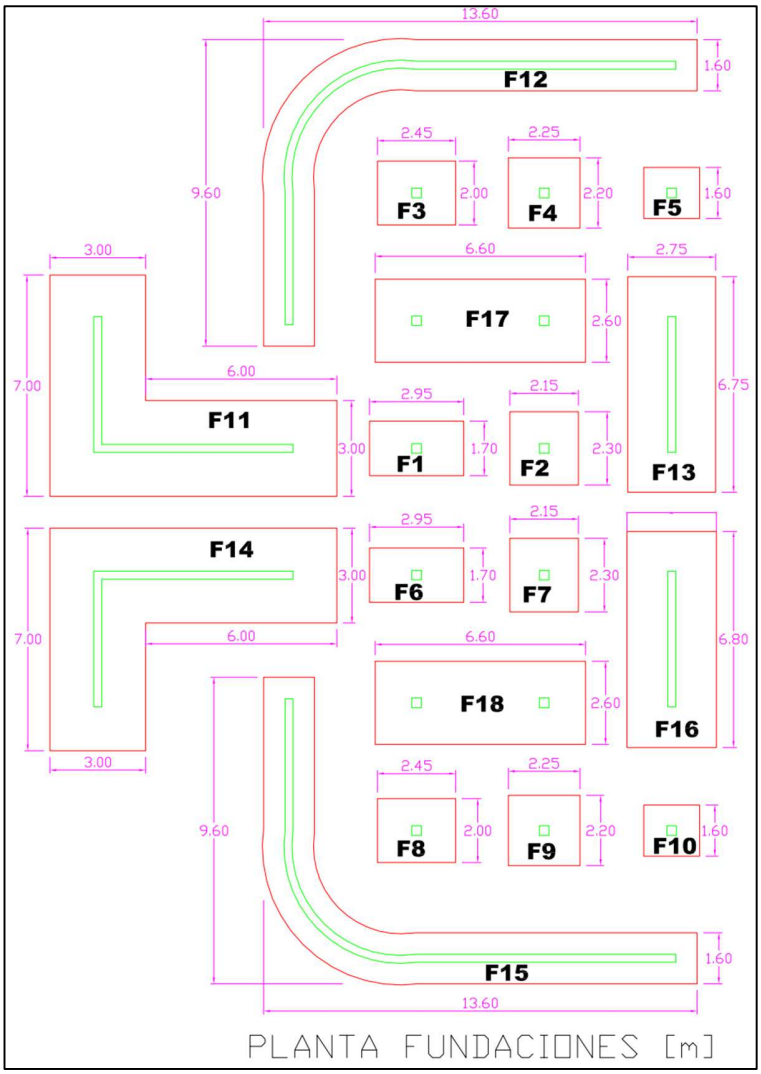


Figura III-35: Planta de Fundaciones a Modelar, Profundidad Sellos de Fundación 2m, Altura de Fundaciones 1.5m, Altura Pedestales Sobre Terreno 0.3m. [Fuente: Del Autor]

III.3.3 Modelo RFEM

Se modelo el sistema de fundaciones en el software RFEM6, utilizando elementos de placa triangulares y la formulación no lineal del solver, a modo contemplar el levantamiento de las fundaciones.

El peso del terreno fue ingresado mediante cargas de área y las cargas de reacciones en los nodos restringidos del modelo del edificio se ingresaron directamente en nodos sobre las superficies con la excentricidad correspondiente a la altura de los pedestales. En las figuras a continuación se aprecia una isométrica del modelo, otra con las cargas de área para el terreno y finalmente el detalle de una de las fundaciones del sistema y sus cargas en una de las combinaciones consideradas.

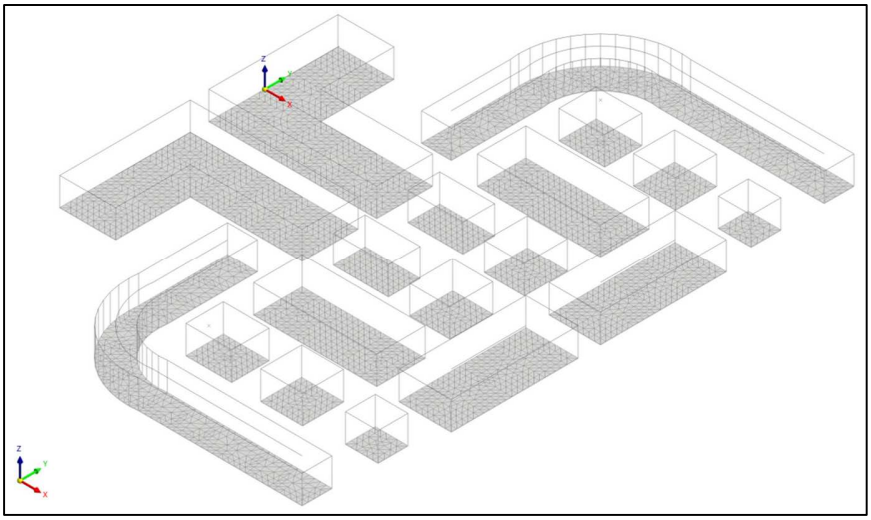


Figura III-36: Vista Isométrica de modelo de sistema de fundaciones en RFEM6. [Fuente: Del Autor ; RFEM6]

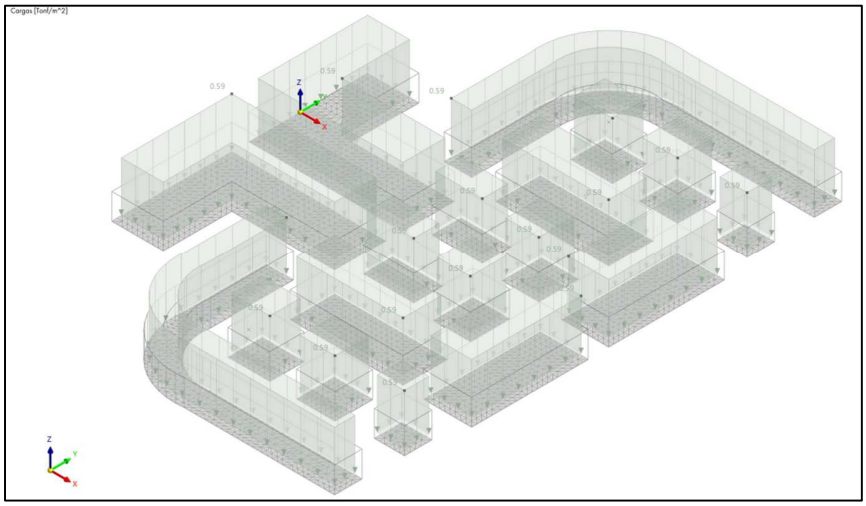


Figura III-37: Vista Isométrica de modelo de sistema de fundaciones con cargas de área en RFEM6. [Fuente: Del Autor ; RFEM6]

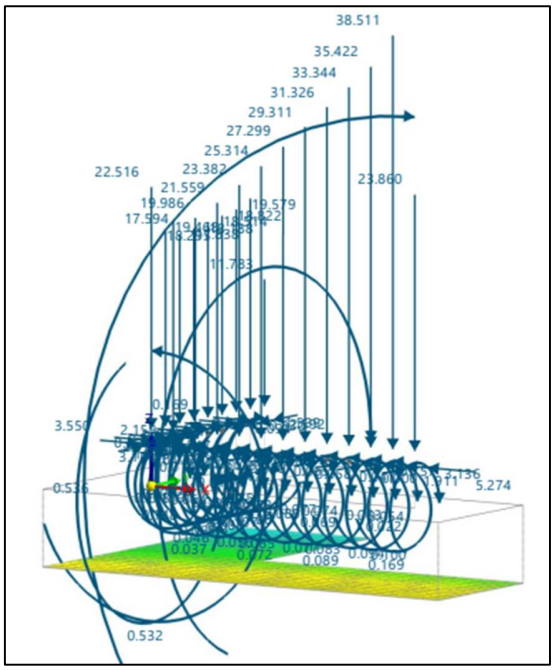


Figura III-38: Vista Isométrica de una fundación cargada del sistema de fundaciones en RFEM6. [Fuente: Del Autor ; RFEM6]

III.3.4 Modelo Foundaxis

El modelo en Foundaxis fue el resultante del proceso de diseño, se combinan los métodos analíticos y numéricos para resolver la respuesta a las combinaciones de carga en función del tipo de fundación, lo cual es realizado por el software de manera interna. En las figuras a continuación se aprecia una isométrica del modelo en Foundaxis y luego el detalle de una de las fundaciones del sistema y sus cargas para una combinación.

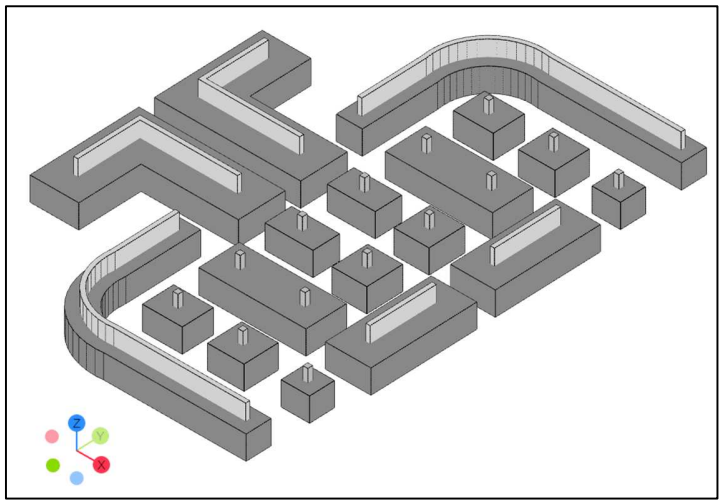


Figura III-39: Vista Isométrica de modelo de sistema de fundaciones en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

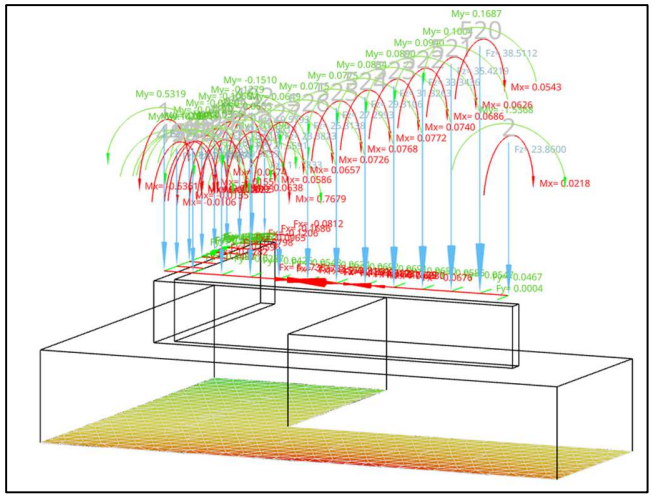


Figura III-40: Vista Isométrica de una fundación cargada del sistema de fundaciones en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

III.3.5 Comparación de Resultados

A continuación, se muestran las comparaciones de los resultados para ambos modelos, donde se compara la tensión máxima por fundación para cada uno de los 5 estados de carga considerados.

En primera instancia, se muestran los valores de manera gráfica, luego los valores exactos incluyendo el error relativo respecto a RFEM6 y finalmente los mapas de tensiones para cada combinación de cargas.

Se aprecia al analizar los resultados que los errores relativos se mantienen en todos los casos alrededor del 1%, lo cual es esperable por factores como el distinto mallado o diferencias de solver.

Por otra parte, si bien no es posible obtener directamente de RFEM6 los porcentajes de apoyo para los casos no lineales, al observar los mapas de contornos se aprecia equivalencia en las posiciones de los ejes neutros en ambos modelos. Nótese que las escalas de colores no son de igual distribución y que RFEM no grafica en las zonas de levantamiento, mientras Foundaxis grafica presión 0 en dichas zonas.

Figura III-41: Comparación Tensiones máximas 18 Fundaciones, Combinación de carga S1 RFEM6 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

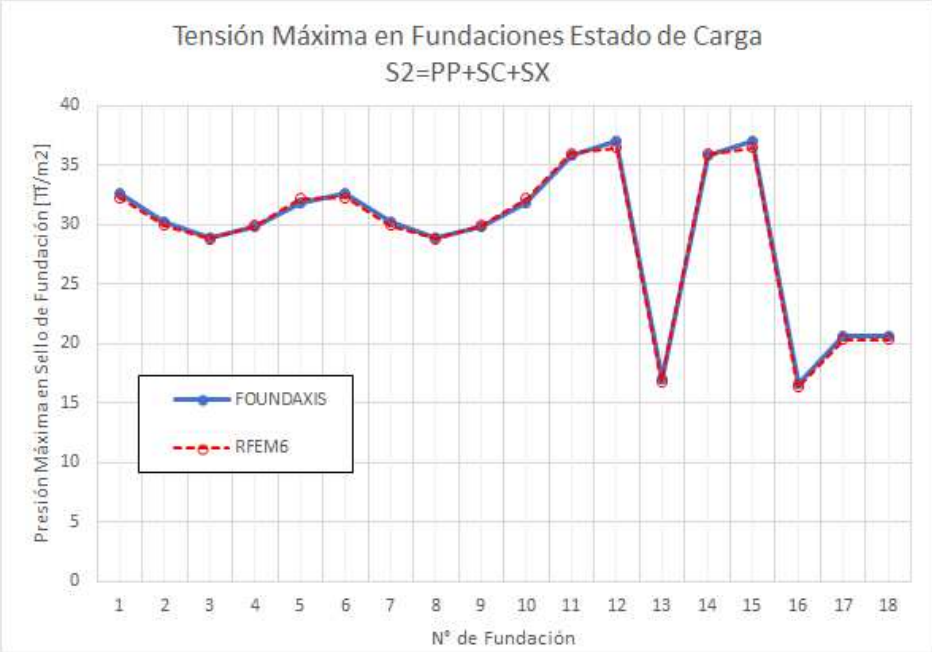


Figura III-42: Comparación Tensiones máximas 18 Fundaciones, Combinación de carga S2 RFEM6 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

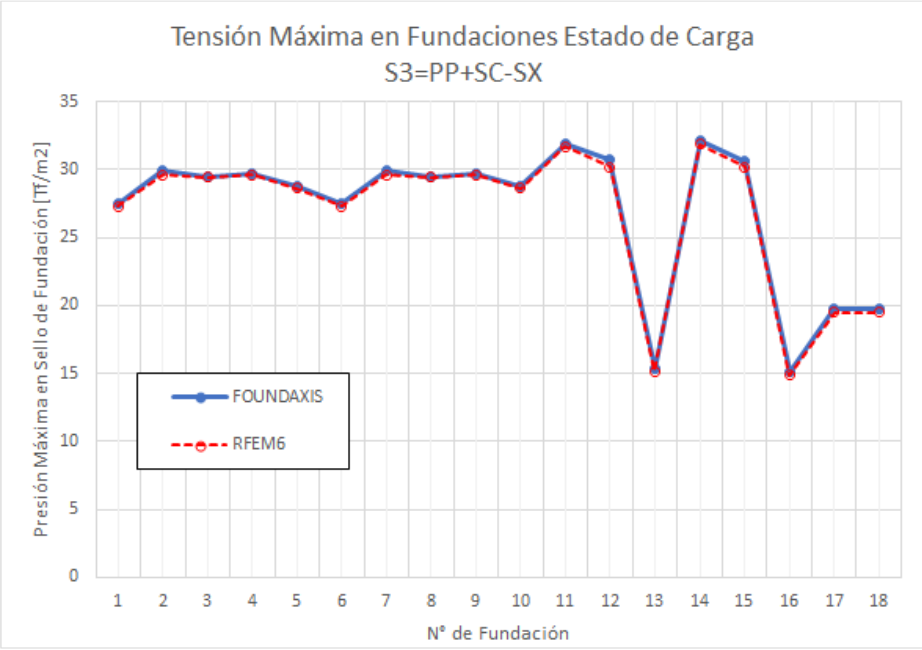


Figura III-43: Comparación Tensiones máximas 18 Fundaciones, Combinación de carga S3 RFEM6 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

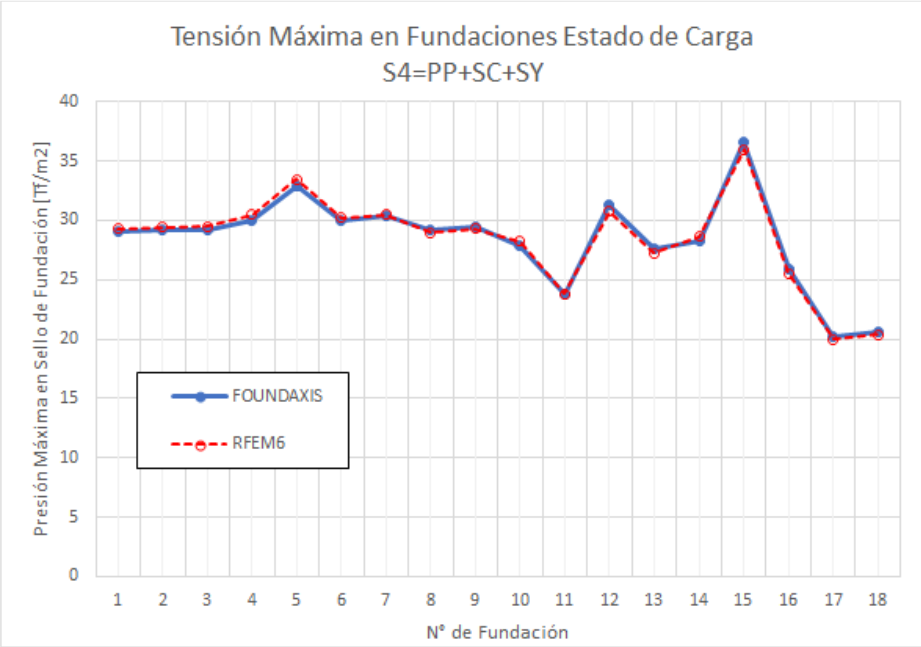


Figura III-44: Comparación Tensiones máximas 18 Fundaciones, Combinación de carga S4 RFEM6 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

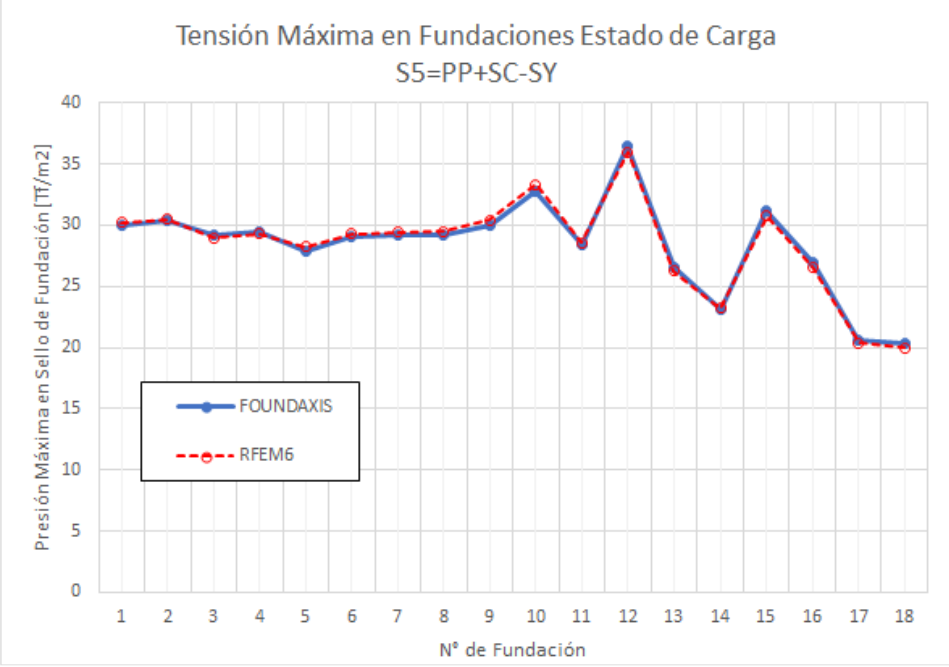
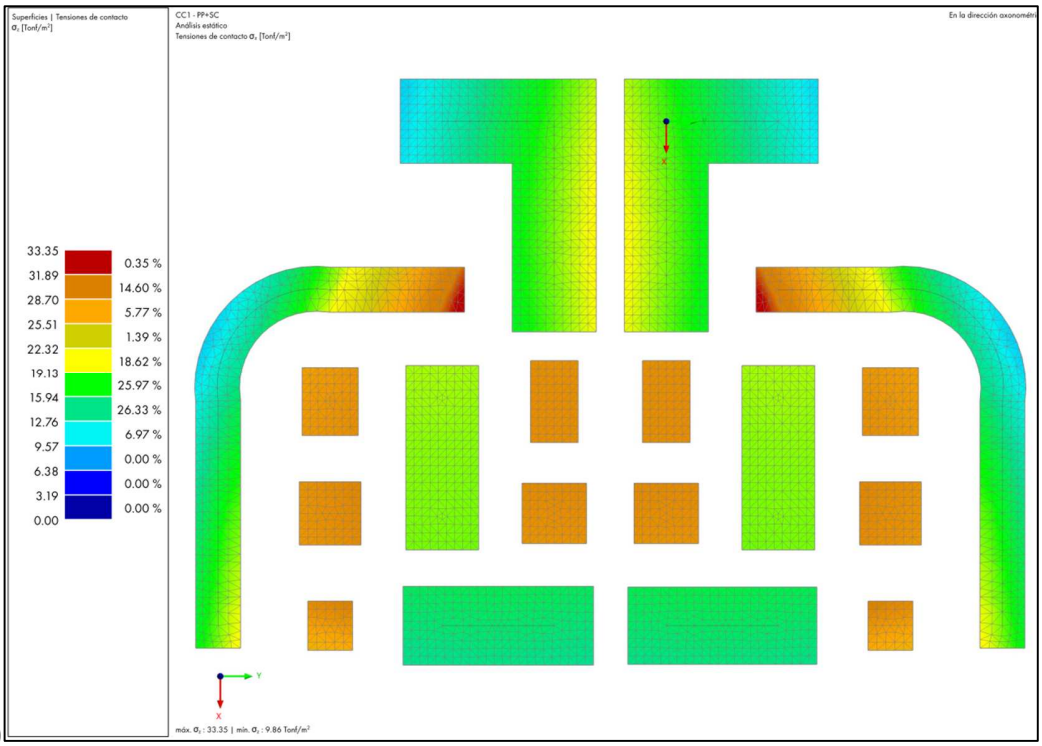


Figura III-45: Comparación Tensiones máximas 18 Fundaciones, Combinación de carga S5 RFEM6 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

Tabla III-10: Resultados obtenidos de modelo RFEM6 y modelo Foundaxis y su error relativo [Fuente: Del Autor]

Fundación	Foundaxis [Tf/m2]					RFEM6 [Tf/m2]					Error Relativo				
	S1	S2	S3	S4	S5	S1	S2	S3	S4	S5	S1	S2	S3	S4	S5
F1	29.48	32.6	27.54	29.06	29.96	29.22	32.3	27.28	29.26	30.21	**0.89%**	**0.93%**	**0.95%**	**0.68%**	**0.83%**
F2	29.76	30.23	29.92	29.21	30.34	29.5	29.96	29.64	29.4	30.48	**0.88%**	**0.90%**	**0.94%**	**0.65%**	**0.46%**
F3	29.21	28.97	29.52	29.16	29.25	29.13	28.83	29.44	29.5	28.98	**0.27%**	**0.49%**	**0.27%**	**1.15%**	**0.93%**
F4	29.68	29.9	29.72	29.94	29.42	29.64	29.93	29.6	30.45	29.26	**0.13%**	**0.10%**	**0.41%**	**1.67%**	**0.55%**
F5	30.29	31.79	28.79	32.86	27.82	30.14	32.19	28.62	33.42	28.23	**0.50%**	**1.24%**	**0.59%**	**1.68%**	**1.45%**
F6	29.48	32.6	27.54	29.96	29.06	29.22	32.29	27.28	30.21	29.28	**0.89%**	**0.96%**	**0.95%**	**0.83%**	**0.75%**
F7	29.76	30.23	29.92	30.34	29.21	29.49	29.94	29.64	30.48	29.4	**0.92%**	**0.97%**	**0.94%**	**0.46%**	**0.65%**
F8	29.21	28.97	29.52	29.25	29.16	29.13	28.83	29.44	28.98	29.5	**0.27%**	**0.49%**	**0.27%**	**0.93%**	**1.15%**
F9	29.68	29.9	29.72	29.42	29.94	29.64	29.92	29.6	29.26	30.42	**0.13%**	**0.07%**	**0.41%**	**0.55%**	**1.58%**
F10	30.29	31.79	28.79	27.82	32.76	30.14	32.19	28.62	28.23	33.32	**0.50%**	**1.24%**	**0.59%**	**1.45%**	**1.68%**
F11	20.98	35.79	31.89	23.76	28.38	20.87	35.98	31.71	23.81	28.58	**0.53%**	**0.53%**	**0.57%**	**0.21%**	**0.70%**
F12	34.08	37.1	30.75	31.31	36.44	33.55	36.5	30.21	30.72	35.99	**1.58%**	**1.64%**	**1.79%**	**1.92%**	**1.25%**
F13	16.14	17.04	15.37	27.58	26.57	15.87	16.8	15.15	27.23	26.22	**1.70%**	**1.43%**	**1.45%**	**1.29%**	**1.33%**
F14	21.25	35.83	32.09	28.32	23.11	20.95	35.97	31.89	28.61	23.18	**1.43%**	**0.39%**	**0.63%**	**1.01%**	**0.30%**
F15	34.09	37.11	30.67	36.56	31.22	33.5	36.5	30.21	35.99	30.72	**1.76%**	**1.67%**	**1.52%**	**1.58%**	**1.63%**
F16	15.85	16.63	15.1	25.92	26.91	15.58	16.37	14.87	25.55	26.59	**1.73%**	**1.59%**	**1.55%**	**1.45%**	**1.20%**
F17	19.88	20.61	19.77	20.26	20.64	19.61	20.32	19.49	19.98	20.34	**1.38%**	**1.43%**	**1.44%**	**1.40%**	**1.47%**
F18	19.88	20.6	19.77	20.64	20.27	19.61	20.32	19.49	20.34	19.98	**1.38%**	**1.38%**	**1.44%**	**1.47%**	**1.45%**

(a)



(b)

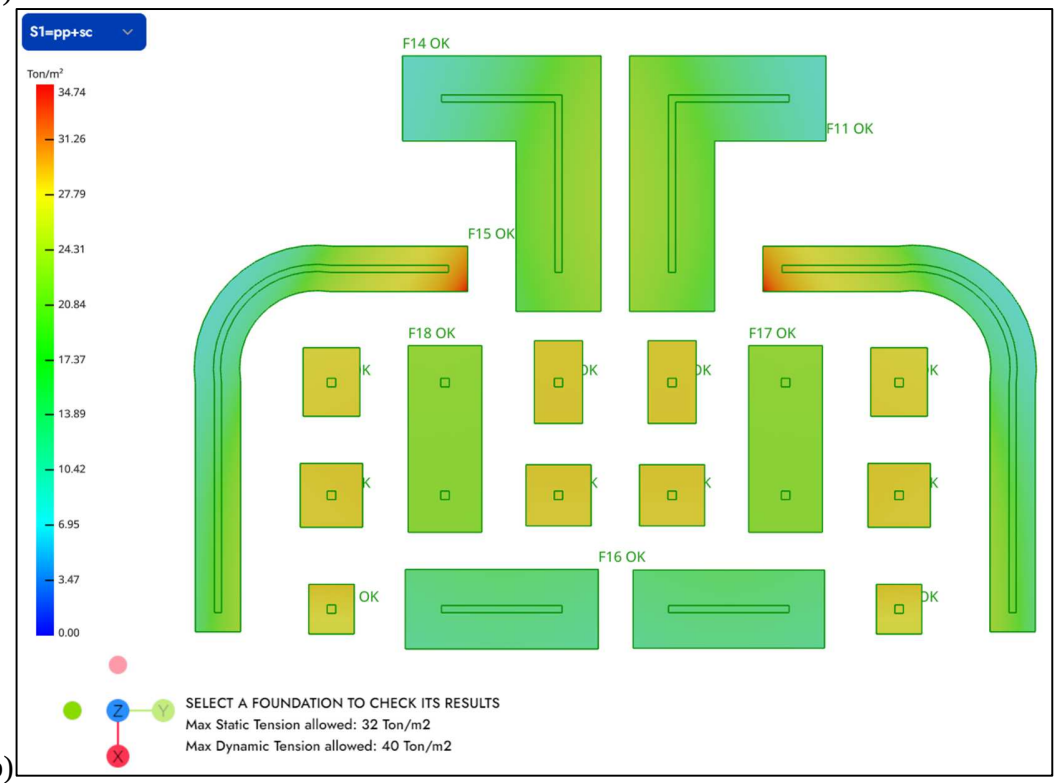
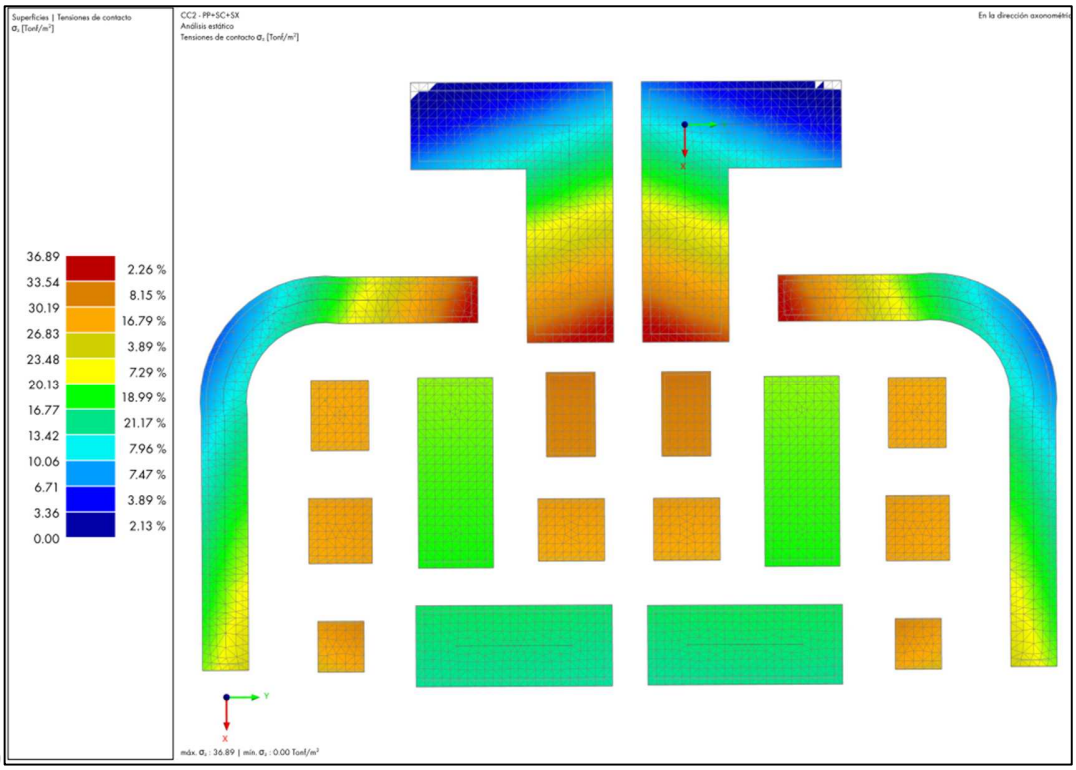


Figura III-46: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis, PP+SC. [Fuente: Del Autor]

(a)



(b)

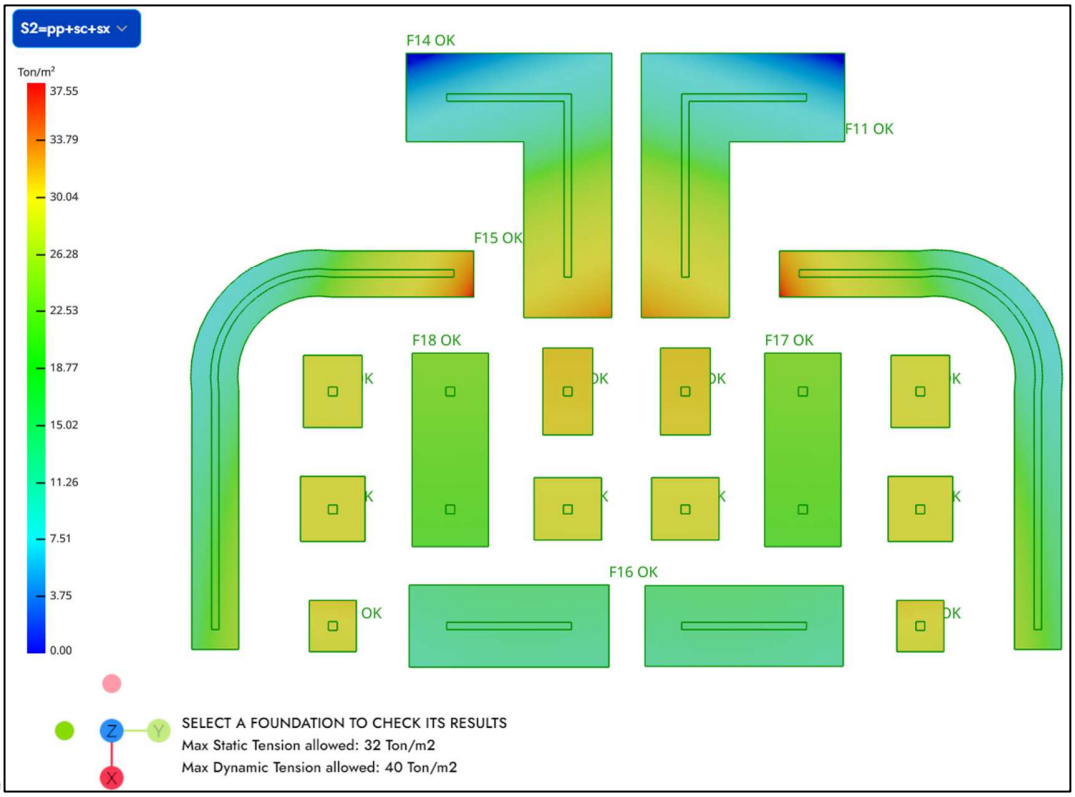
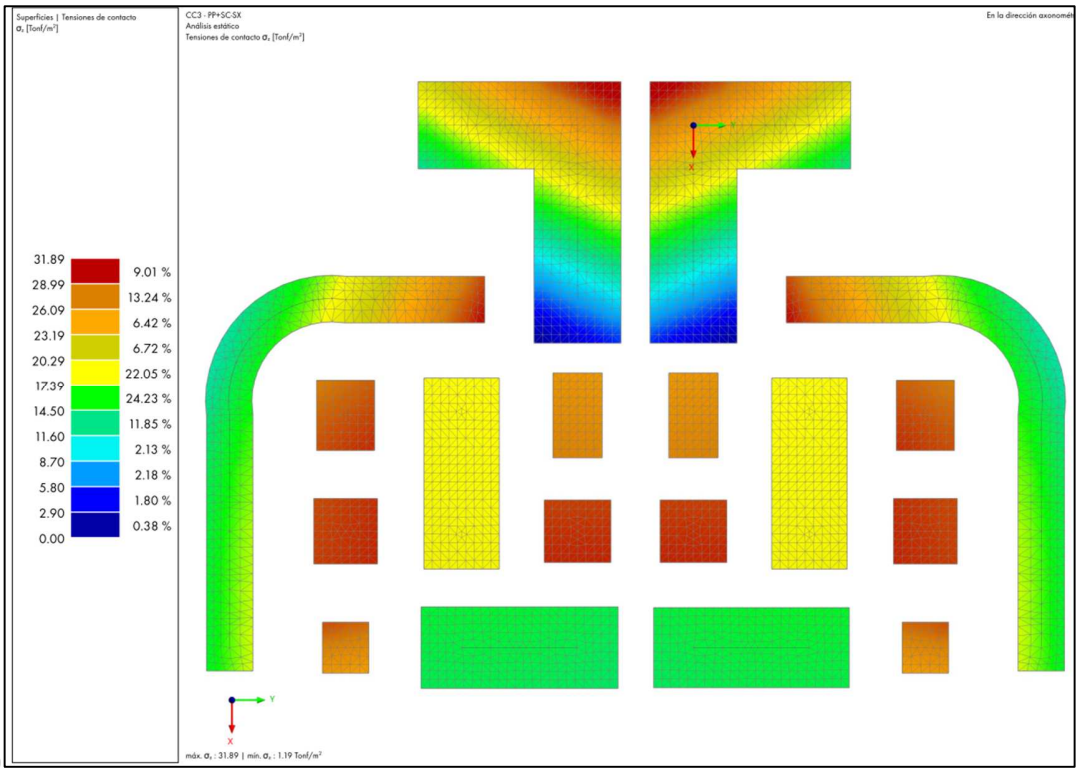


Figura III-47: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis, PP+SC. [Fuente: Del Autor]

(a)



(b)

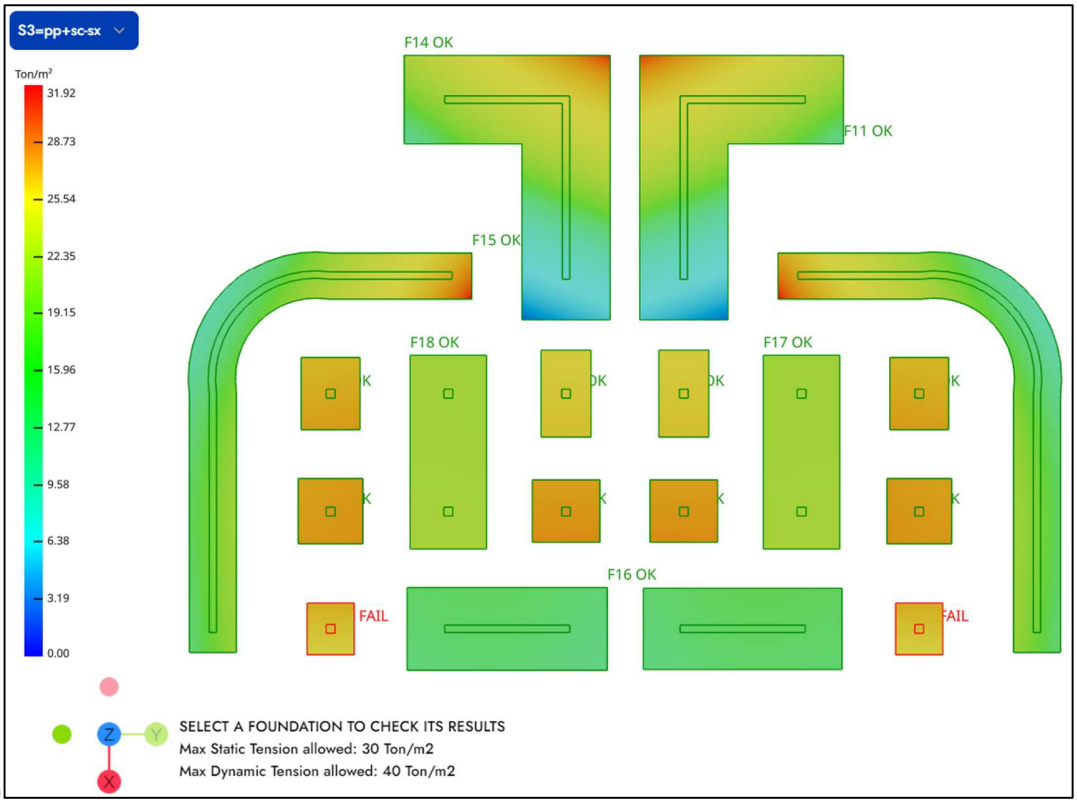
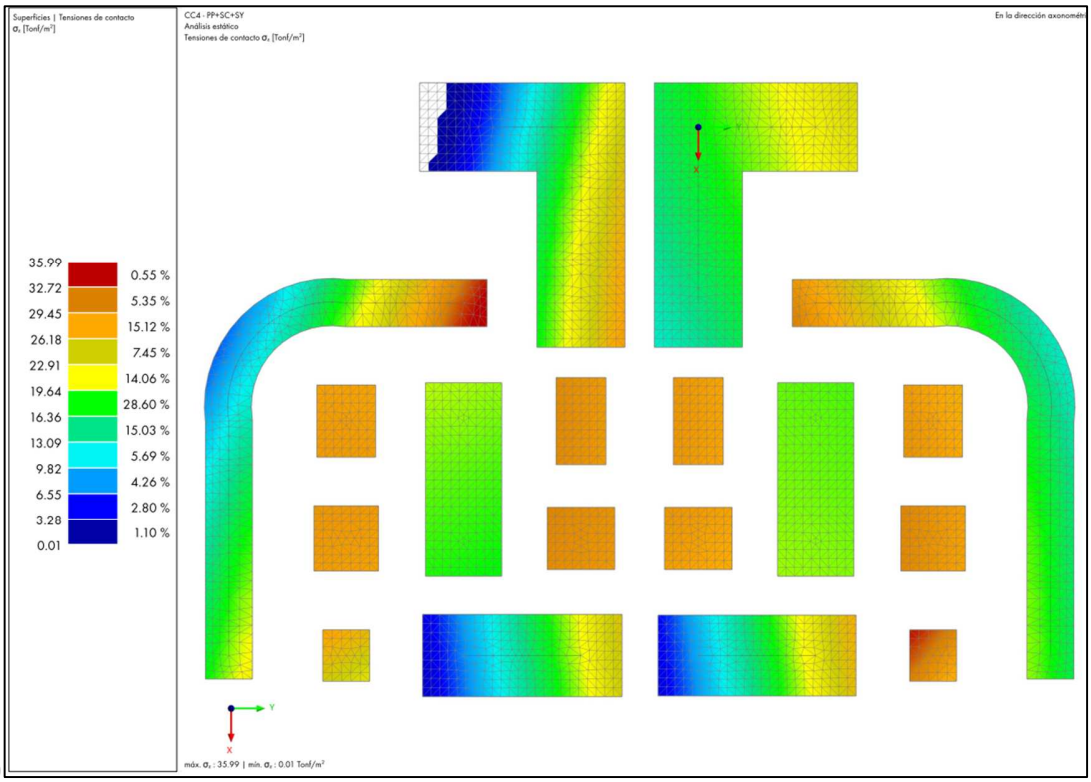


Figura III-48: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis, PP+SC. [Fuente: Del Autor]

(a)



(b)

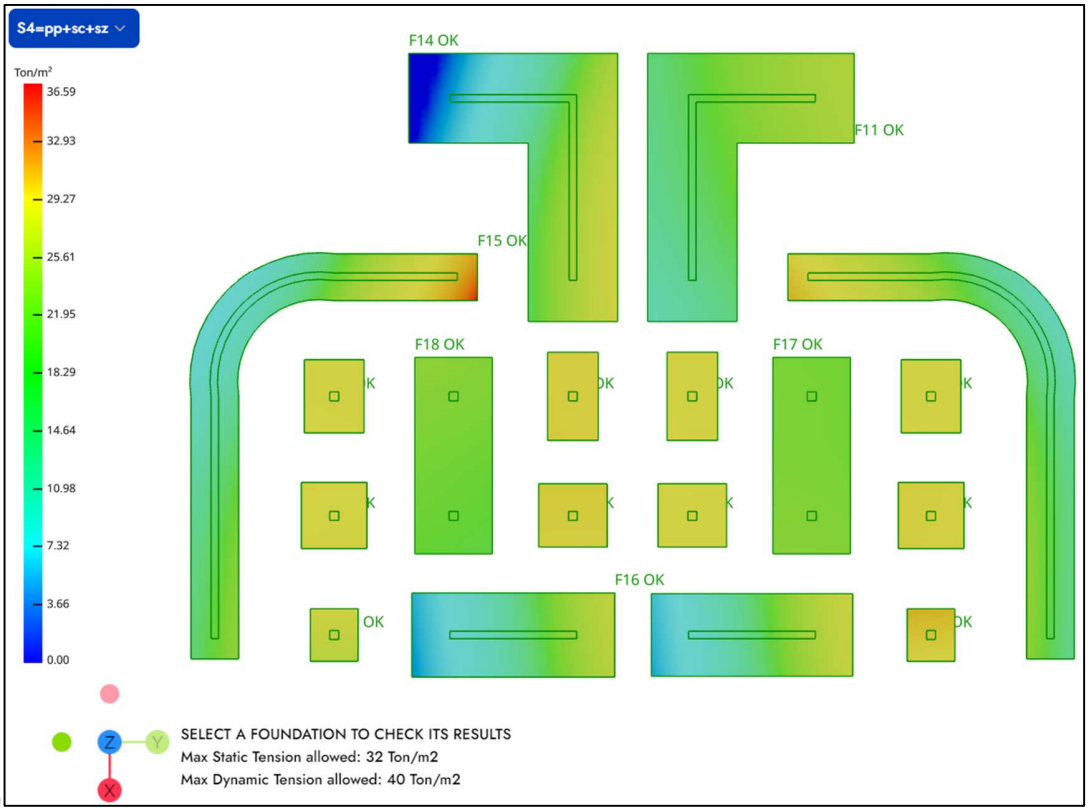
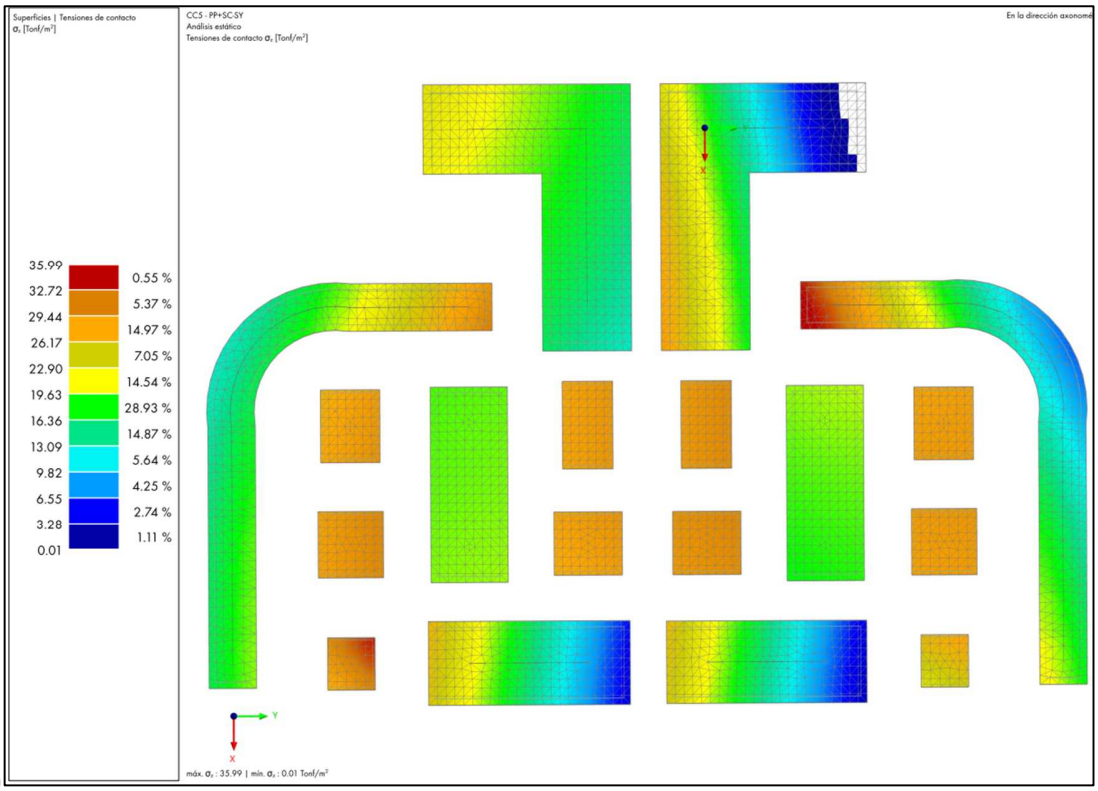
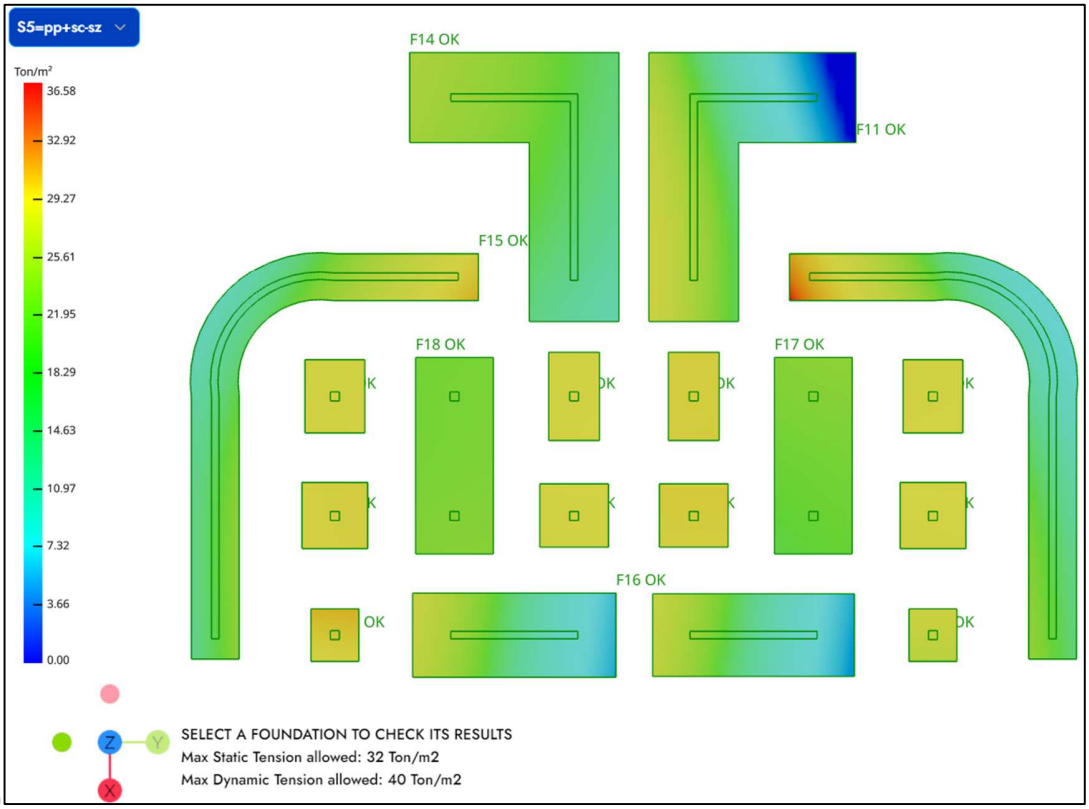


Figura III-49: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis, PP+SC. [Fuente: Del Autor]



(a)



(b)

Figura III-50: Comparación Planta, (a) RFEM, (b) Foundaxis, PP+SC. [Fuente: Del Autor]

IV VALIDACION DE ALGORITMOS PARA COMPORTAMIENTO DEL TERRENO BAJO EL SELLO DE FUNDACIÓN.

IV.1 Bulbos de Presión Bajo Fundación Rectangular

IV.1.1 Metodología de Validación

La primera validación a realizar respecto de los algoritmos de comportamiento del terreno bajo el sello de fundación corresponde a la comparación de la formulación numérica desarrollada para el cálculo de presiones bajo el terreno debidas a las presiones en sello de fundación, con la formulación analítica basada en la integración de la ecuación de Boussinesq para el cálculo del esfuerzo vertical debajo del centro de un área rectangular.

Dicha expresión fue implementada en una planilla Excel y los resultados obtenidos fueron comparados con los obtenidos para el mismo caso en el software Foundaxis.

Se comparo un total de 35 puntos distribuidos cada 0.25m en una profundidad desde 0.5m a 9m bajo el centro de una fundación rectangular.

IV.1.2 Descripción del Caso de Validación

La fundación a testear fue sometida a una carga vertical de 250 Tonf en el pedestal y tiene las siguientes características geométricas, que además son mostradas en la figura a continuación:

- B=150 [cm]
- L=250 [cm]
- H=80 [cm]
- Hp=5 [cm]

- Hpp=10 [cm]
- Bp=35 [cm]
- Lp=35 [cm]

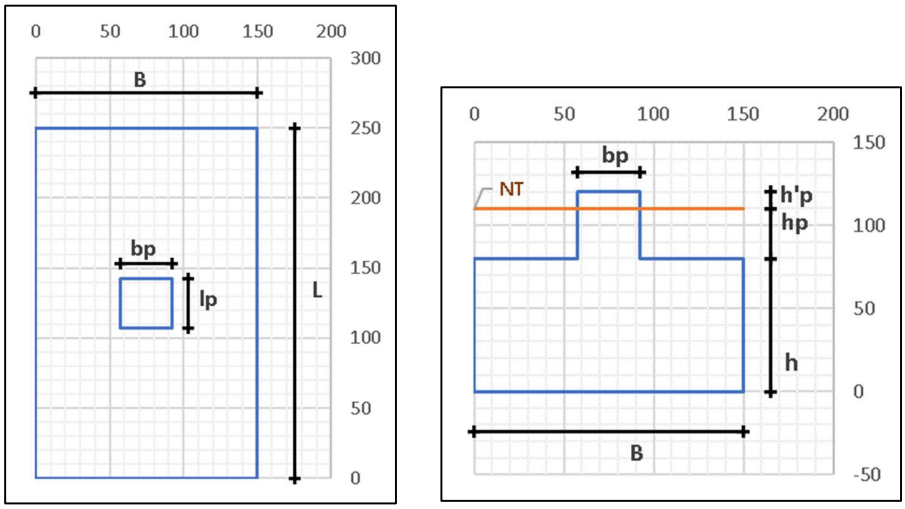


Figura IV-1: Geometría de Fundación a Testear para Validación. [Fuente: Del Autor]

Las densidades de hormigón y suelo son las siguientes:

Fh = 2.5 [Tonf/m^2]

Fs = 1.8 [Tonf/m^2]

IV.1.3 Formulación de Boussinesq

Se utilizará la formulación presentada en Braja M & León (2012), para el esfuerzo vertical debajo del centro de un área rectangular, dada por las relaciones a continuación.

$$\Delta\sigma = q_0 I_c \qquad \text{(IV.1.1)}$$

Donde

$$I_c = \frac{2}{\pi}\left[\frac{mn}{\sqrt{1+m^2+n^2}}\frac{1+m^2+2n^2}{(1+n^2)(m^2+n^2)} + \sin^{-1}\left(\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}\sqrt{1+n^2}}\right)\right] \qquad \text{(IV.1.2)}$$

$$m = \frac{L}{B} \qquad \text{(IV.1.3)}$$

$$n = \frac{z}{\left(\frac{B}{2}\right)} \qquad \text{(IV.1.4)}$$

En la figura a continuación se observan gráficamente las variables involucradas.

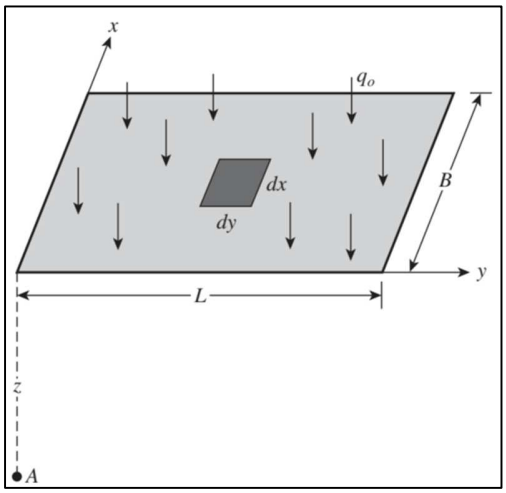


Figura IV-2: Variables para determinación del esfuerzo debajo de un área rectangular cargada. [Fuente:Braja M & León (2012)]

IV.1.4 Modelo Foundaxis

Se realizo un modelo de la fundación en Foundaxis, el cual resulto en una presión distribuida de 70.15 Tonf/m^2, como se aprecia en la figura a continuación. Dicho valor fue utilizado como q_0 en la formulación de Boussinesq.

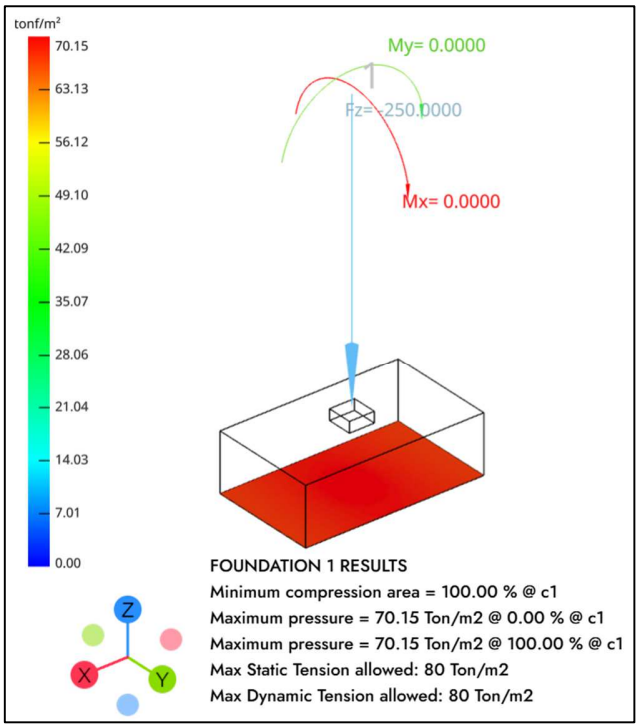


Figura IV-3: Presiones en sello de fundación para caso a comparar. [Fuente: del autor]

IV.1.5 Comparación de Resultados

La comparación de los valores obtenidos en Excel con los valores resultantes al aplicar el método discretizado de Foundaxis se aprecian mas abajo en forma gráfica y tabular, constatándose que el error relativo es menor al 1% en los 35 puntos, con lo que se verifica que el algoritmo para el cálculo de presiones bajo el terreno debidas a áreas cargadas funciona correctamente. Luego de las comparaciones se pueden observar los bulbos de presión resultantes.

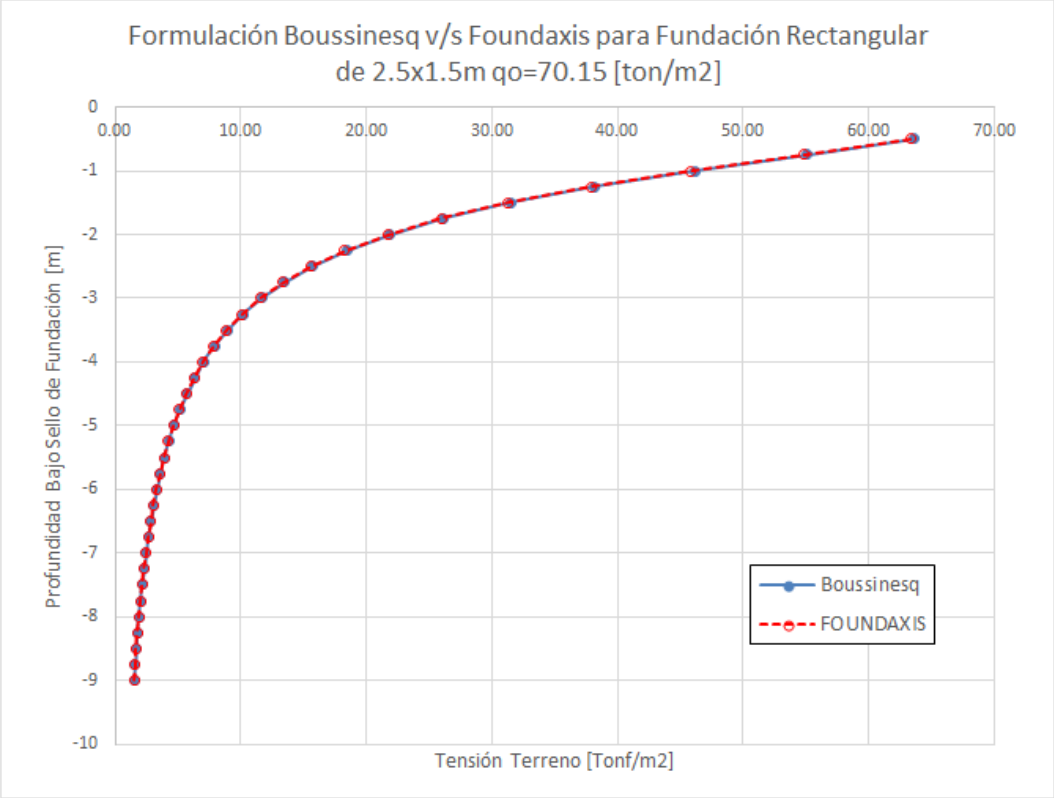
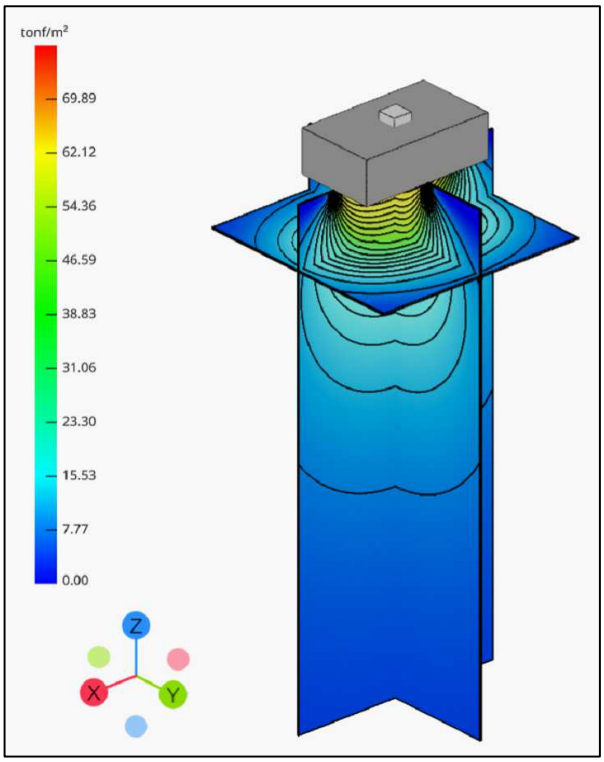


Figura IV-4: Comparación gráfica de resultados para formula analítica de Boussinesq v/s algoritmo discretizado de Foundaxis para 35 puntos bajo el centro de área rectangular con carga uniformemente distribuida. [Fuente: del autor]

Tabla IV-1: Comparación de resultados para formula analítica de Boussinesq v/s algoritmo discretizado de Foundaxis para 35 puntos bajo el centro de área rectangular con carga uniformemente distribuida.

Profundidad Z [m]	Formula de Boussinesq				Foundaxis σ [Tonf/m2]	Error Relativo
	m	n	I	σ [Tonf/m2]		
0.5	0.6	0.4	0.907	63.63	63.33	-0.47%
0.75	0.6	0.6	0.786	55.13	54.8	-0.60%
1	0.6	0.8	0.658	46.17	45.87	-0.65%
1.25	0.6	1	0.544	38.17	37.9	-0.71%
1.5	0.6	1.2	0.449	31.51	31.28	-0.73%
1.75	0.6	1.4	0.373	26.14	25.95	-0.73%
2	0.6	1.6	0.312	21.85	21.69	-0.73%
2.25	0.6	1.8	0.263	18.43	18.29	-0.76%
2.5	0.6	2	0.224	15.69	15.57	-0.76%
2.75	0.6	2.2	0.192	13.47	13.37	-0.74%
3	0.6	2.4	0.166	11.67	11.58	-0.77%
3.25	0.6	2.6	0.145	10.19	10.11	-0.79%
3.5	0.6	2.8	0.128	8.96	8.89	-0.78%
3.75	0.6	3	0.113	7.93	7.87	-0.76%
4	0.6	3.2	0.101	7.07	7.01	-0.85%
4.25	0.6	3.4	0.090	6.33	6.28	-0.79%
4.5	0.6	3.6	0.081	5.70	5.66	-0.70%
4.75	0.6	3.8	0.074	5.16	5.12	-0.78%
5	0.6	4	0.067	4.69	4.65	-0.85%
5.25	0.6	4.2	0.061	4.28	4.25	-0.70%
5.5	0.6	4.4	0.056	3.92	3.89	-0.77%
5.75	0.6	4.6	0.051	3.60	3.58	-0.56%
6	0.6	4.8	0.047	3.32	3.3	-0.60%
6.25	0.6	5	0.044	3.07	3.05	-0.65%
6.5	0.6	5.2	0.041	2.85	2.83	-0.70%
6.75	0.6	5.4	0.038	2.65	2.63	-0.75%
7	0.6	5.6	0.035	2.47	2.45	-0.81%
7.25	0.6	5.8	0.033	2.31	2.29	-0.87%
7.5	0.6	6	0.031	2.16	2.15	-0.46%
7.75	0.6	6.2	0.029	2.03	2.01	-0.99%
8	0.6	6.4	0.027	1.90	1.89	-0.53%
8.25	0.6	6.6	0.026	1.79	1.78	-0.56%
8.5	0.6	6.8	0.024	1.69	1.68	-0.59%
8.75	0.6	7	0.023	1.60	1.59	-0.63%
9	0.6	7.2	0.022	1.51	1.51	0.00%

a)



b)

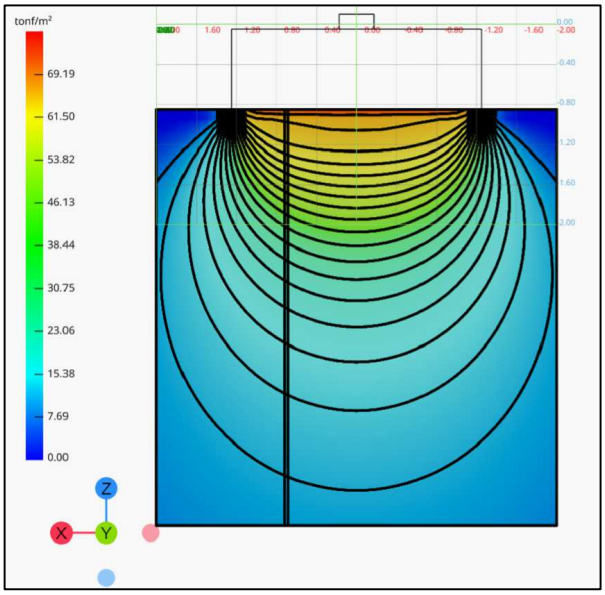


Figura IV-5: Bulbos de Presión obtenidos en Foundaxis. a) Vista Isométrica, b) Vista Lateral.

IV.2 Presiones Efectivas Totales y Asentamientos Bajo Fundación Irregular en Terreno con Capas

IV.2.1 Metodología de Validación

Para validar los algoritmos de presiones bajo el terreno y asentamientos bajo una geometría irregular, se utilizará una fundación en L bajo cargas que resulten en una distribución no homogénea de tensiones en el sello.

Se realizará una comparación con el software comercial Seetle3, de los asentamientos instantáneos y por consolidación primaria en un terreno multicapa con presencia de napa.

Se compararán los valores obtenidos a distintas profundidades en un punto bajo la fundación y los mapas de contorno resultantes de manera análoga a la comparación realizada en el apartado anterior.

Cabe destacar que al estar los modelos implementados para ambos softwares basados en una discretización del medio se trabajara con resoluciones similares.

IV.2.2 Descripción del Caso de Validación

Se trata de una fundación en L definida por tres pedestales como se muestra en la figura a continuación.

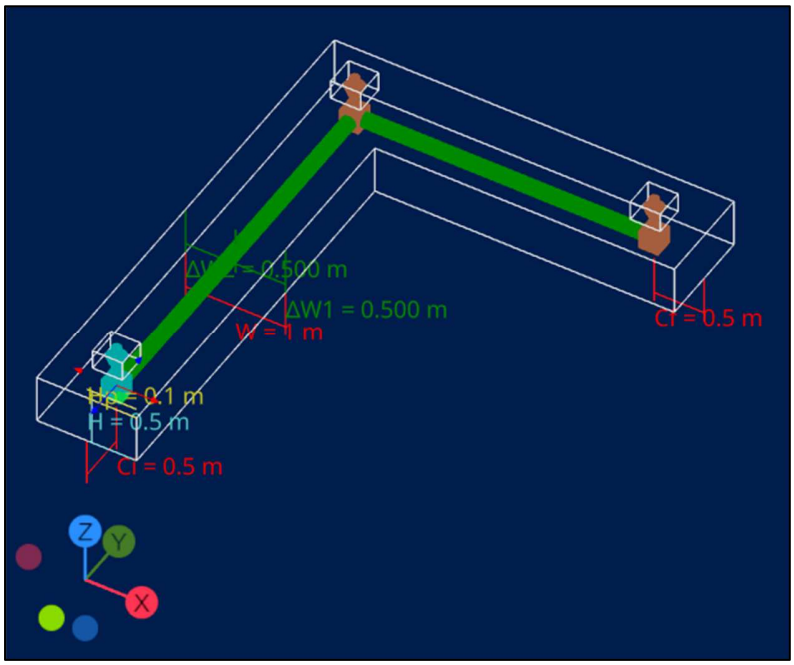


Figura IV-6: Fundación en L a utilizar [Fuente: Del Autor].

Las coordenadas de los pedestales en metros son:

- Pedestal 1 (x,y,z): (0,0,0).
- Pedestal 2 (x,y,z): (0,4,0).
- Pedestal 3 (x,y,z): (3,4,0).

La distancia de los bordes de ambos extremos a los puntos de los pedestales más cercanos es 0.5m, el ancho de la fundación es 1m, la altura de la fundación es 0.5m, los pedestales, que son de 0.3x0.3m, se encuentran enterrados 0.1m y sobresalen del terreno 0.1m, cada uno está sujeto a una fuerza vertical de 80Tf. Se considero una densidad de hormigón de 2.5Tf.

En la figura a continuación se aprecia la distribución de tensiones resultante, que es también dato de entrada para el problema y se considera como tipo de carga Flexible.

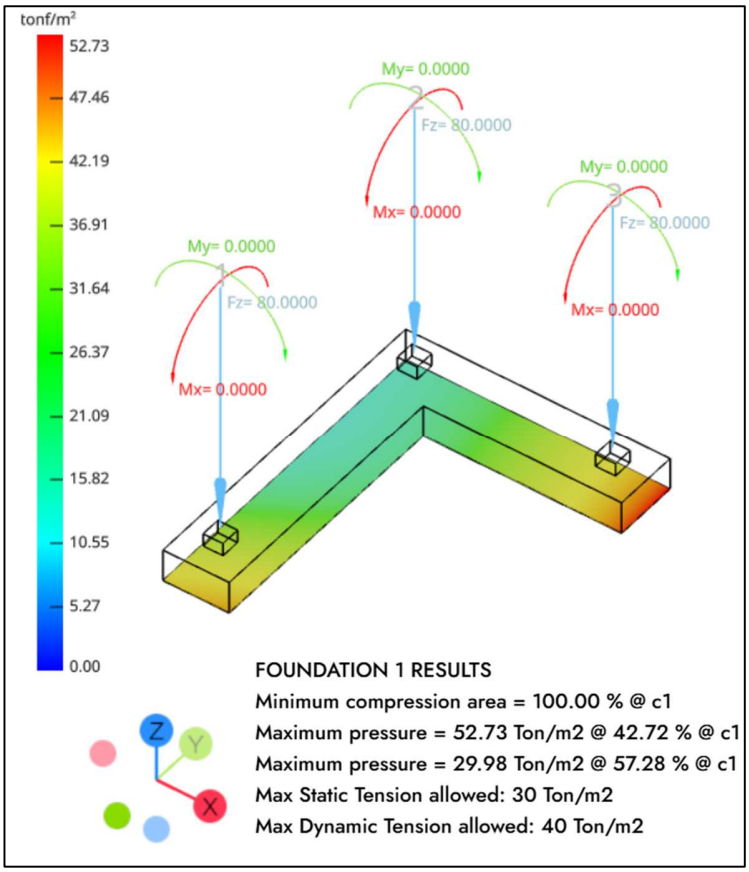


Figura IV-7: Presiones de contacto a utilizar, obtenidas en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

El terreno, está configurado por tres capas con las siguientes características (capas desde arriba hacia abajo):

- CAPA 1, espesor 2m:
    - Nombre: Clay, médium;
    - Peso unitario=1.6[Tf/m^3];
    - Peso unitario saturado=2[Tf/m^3];
    - Razón de Vacío e_o=0.7;
    - Índice de Compresibilidad Cc=0.292;
    - Es=740[Tf/m^2];

- CAPA 2, espesor 4m:
    - Nombre: Sand, Dense;
    - Peso unitario=2[Tf/m^3];
    - Peso unitario saturado=2.25[Tf/m^3];
    - Razón de Vacío e_o=0.8;
    - Índice de Compresibilidad Cc=0.04;
    - Es=6272[Tf/m^2];
- CAPA 3, espesor 4m:
    - Nombre: Sand, Gravel loose;
    - Peso unitario=1.45[Tf/m^3];
    - Peso unitario saturado=1.8[Tf/m^3];
    - Razón de Vacío e_o=0.3;
    - Índice de Compresibilidad Cc=0.03;
    - Es=9534[Tf/m^2];

Se considero una profundidad de napa de agua de 3m.

Se considera además de la comparación de mapas de contorno, la comparación de valores exactos en función de la profundidad del terreno para un punto ubicado en las coordenadas X=3m, Y=4m. En la figura a continuación se aprecia dicho punto sobre la planta de la fundación.

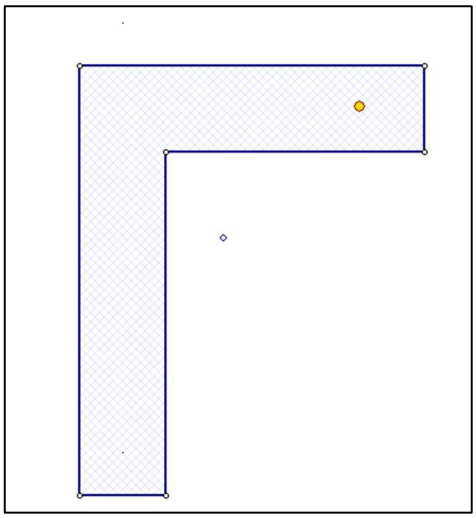


Figura IV-8: Punto de testeo para resultados bajo el terreno (en amarillo). [Fuente: Del Autor]

IV.2.3 Modelo Settle3

Se introdujeron los datos de carga como una carga flexible definida por polígono, con tensiones variables en los puntos esquina de este y ubicada a 0.6m de profundidad.

Se considero una división vertical de 70 puntos igualmente espaciados.

El método de calculo de presiones seleccionado fue Boussinesq.

Se ingresaron las capas de terreno en acuerdo a lo especificado en la definición del caso.

A continuación, se aprecia una vista isométrica del modelo Seetle3.

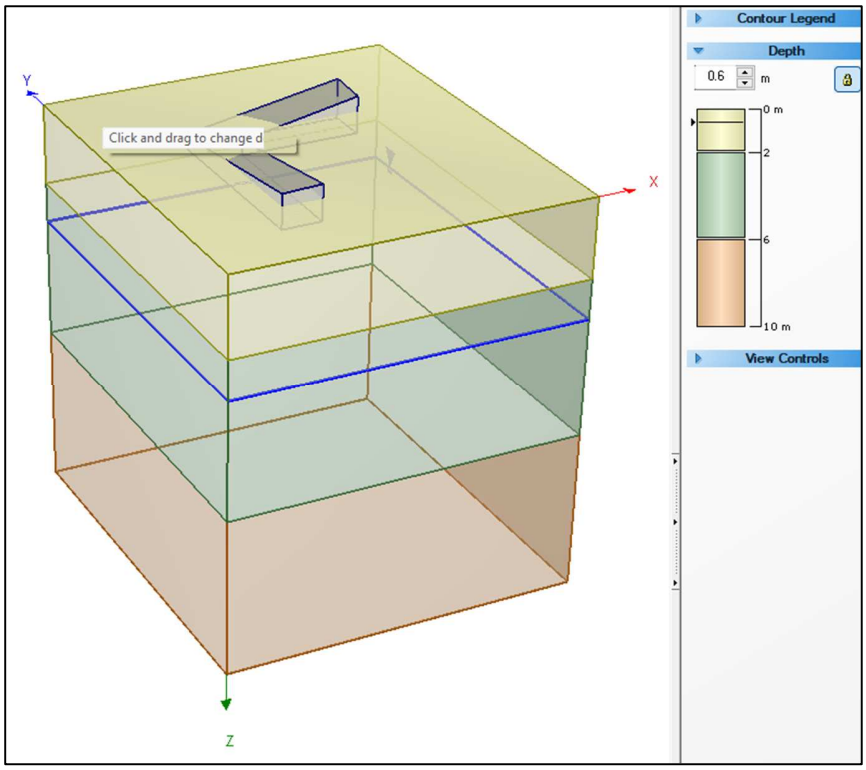


Figura IV-9: Vista isométrica de modelo en Settle3. [Fuente: Settle3]

IV.2.4 Modelo Foundaxis

Las tensiones en sello de fundación fueron las calculadas directamente de la definición de la fundación mediante elementos finitos, idénticas a las mostradas en la definición del caso.

Se ingresaron los espesores y características correspondientes de las capas de terreno además de la profundidad de la napa de agua. El modelo resultante se aprecia en la figura a continuación.

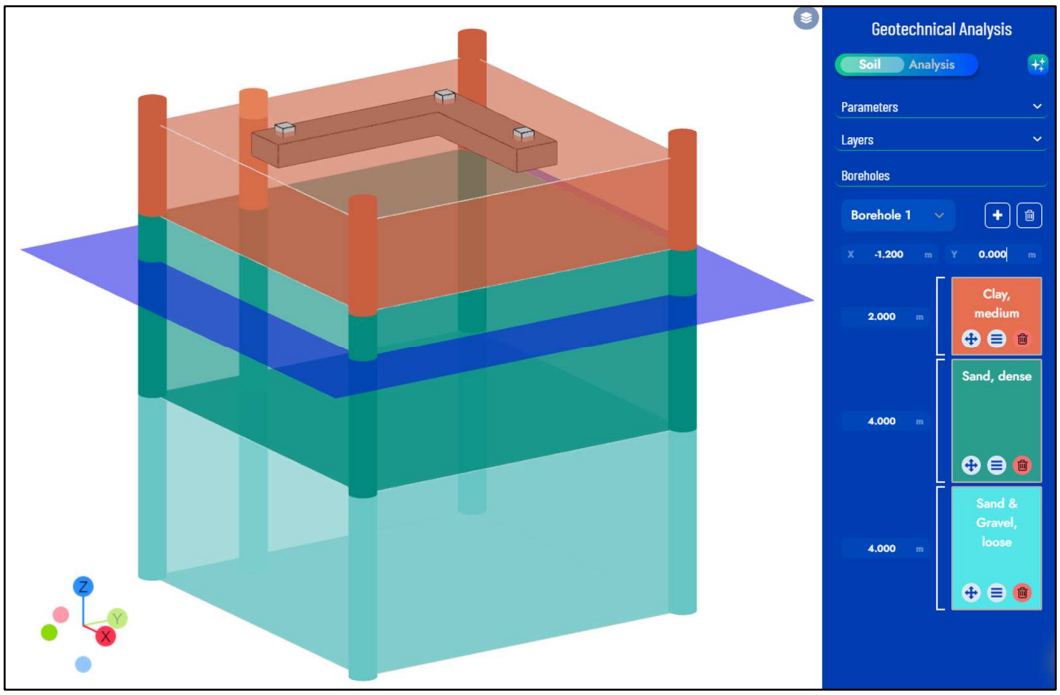


Figura IV-10: Vista isométrica de modelo en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

IV.2.5 Comparación de Resultados

En las figuras a continuación se aprecian las gráficas comparativas para: presión directa, presión efectiva total, asentamientos instantáneos y asentamientos por consolidación primaria y asentamientos totales. Siguiendo a las figuras se muestran los valores tabulares junto con los errores relativos o las diferencias (para asentamientos, ya que son magnitudes pequeñas) entre los resultados de ambos softwares. Finalmente, se muestran los mapas de contornos comparados de ambos softwares para cada uno de los resultados.

Como comentario inicial global al observar valores resultantes y mapas de contorno, se puede observar que los resultados obtenidos de ambos softwares son muy similares.

Se produce una diferencia de magnitud menor en el tratamiento numérico de las presiones que puede deberse, según se aprecia en los valores cercanos al sello de fundación, a que el ingreso del campo de tensiones en Seetle3 es una interpolación de los valores en los puntos esquina de la fundación, lo que arroja valores de presión 2Tf/m2 aprox menores en el punto de testeo. Al margen de esto, los valores de presión mas abajo en el terreno no presentan diferencias mayores a 1 Tf/m2 y los valores de asentamientos presentan diferencias menores a 1cm.

Se puede apreciar de las comparaciones de mapas de contornos que las distribuciones de presiones y asentamientos presentan gran similitud en ambos softwares.

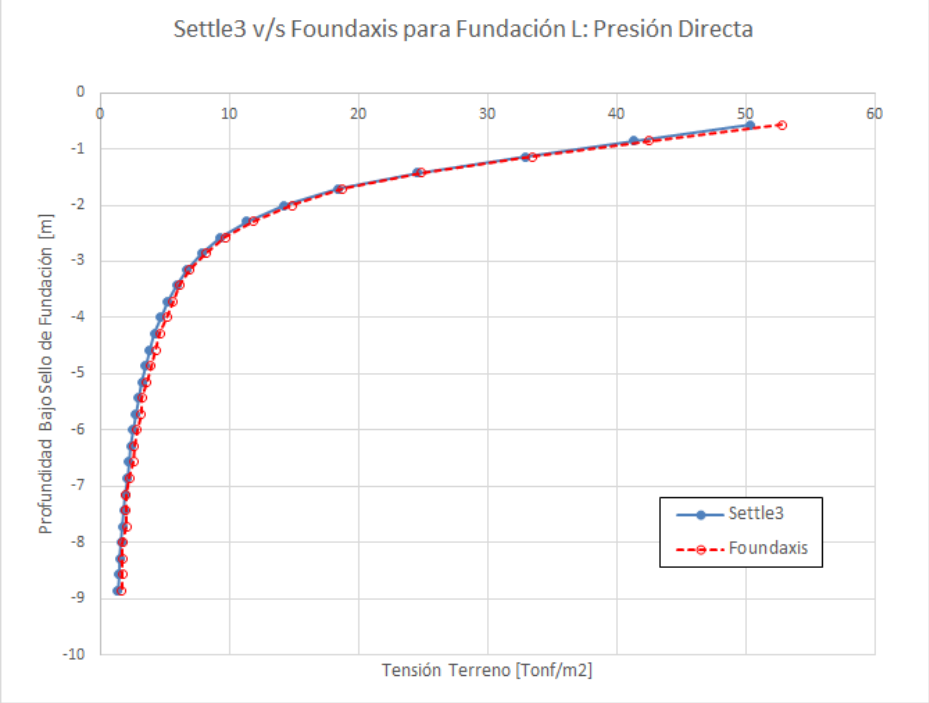


Figura IV-11: Comparación Presión directa bajo punto de testeo , SETTLE3 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

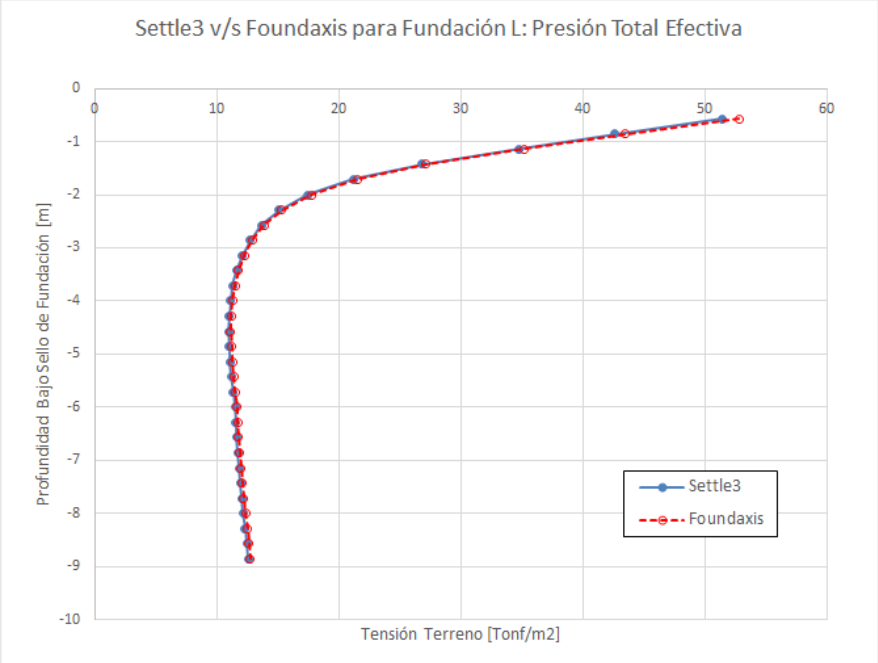


Figura IV-12: Comparación Presión total efectiva bajo punto de testeo , SETTLE3 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

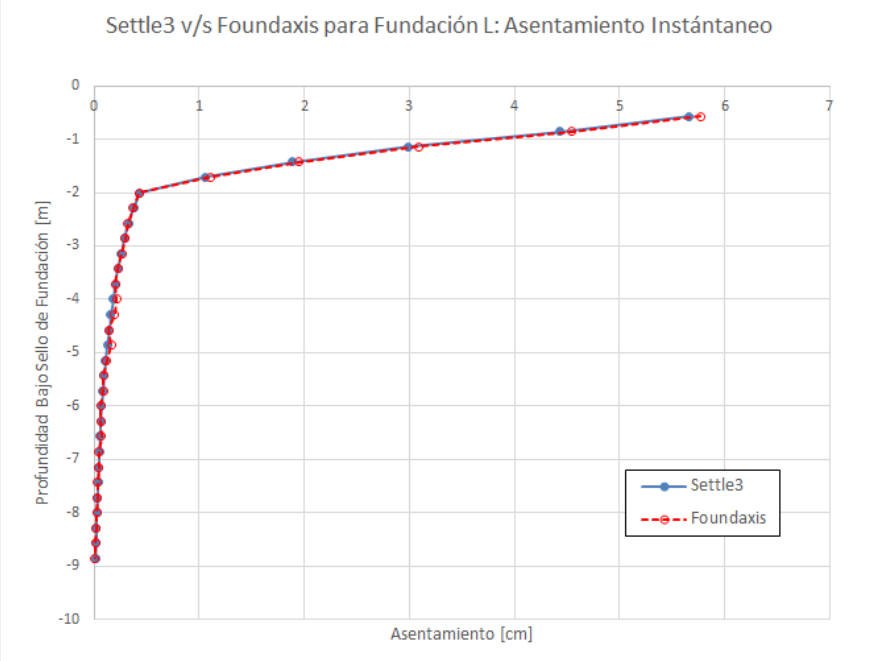


Figura IV-13: Comparación Asentamiento instantáneo bajo punto de testeo, SETTLE3 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

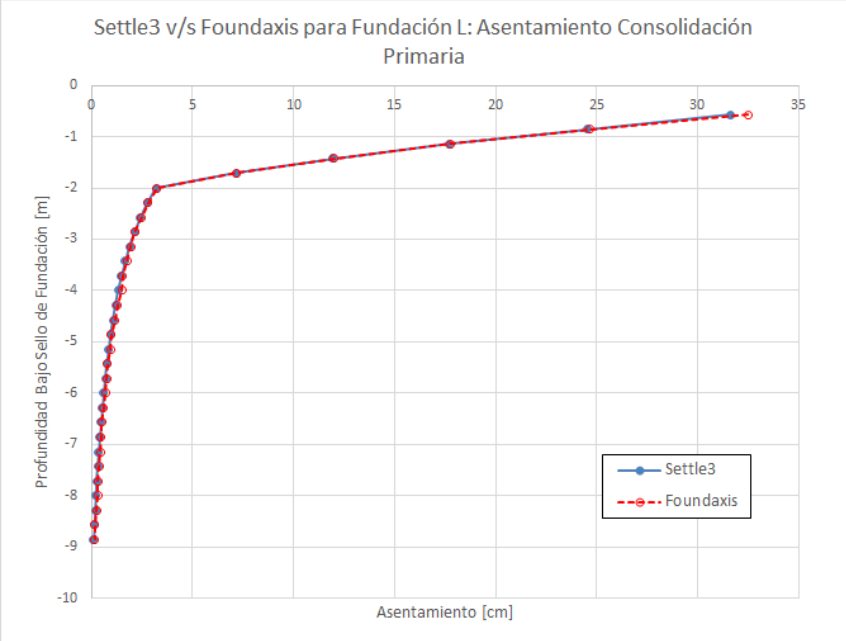


Figura IV-14: Comparación Asentamiento por consolidación primaria bajo punto de testeo, SETTLE3 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

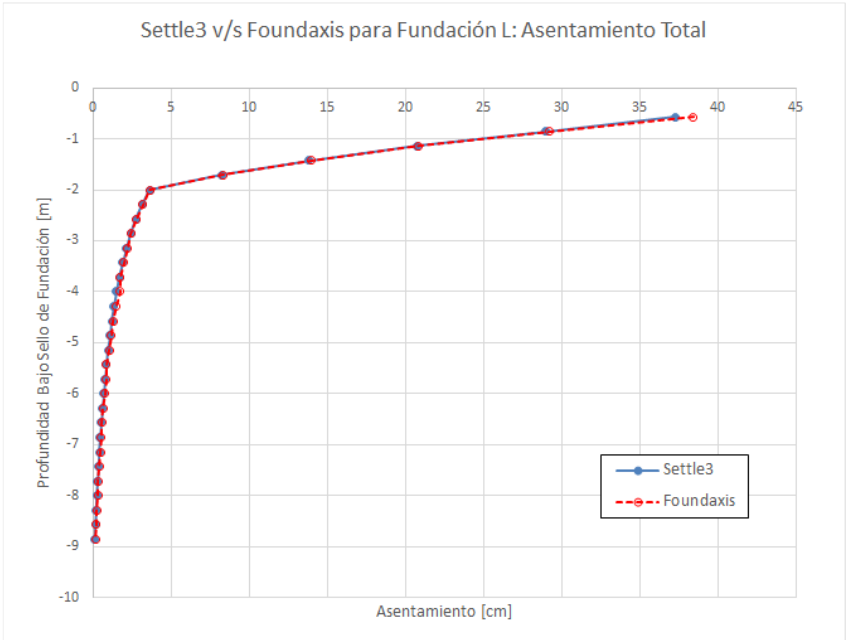
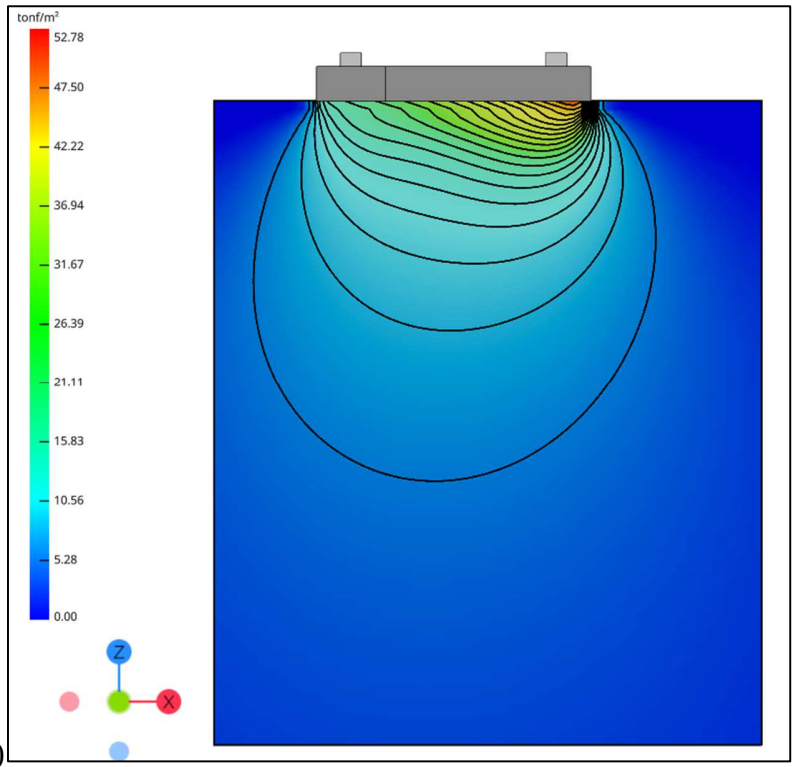


Figura IV-15: Comparación Asentamiento total bajo punto de testeo, SETTLE3 v/s FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

Tabla IV-2: Comparación de resultados Settle3 v/ Foundaxis para 30 puntos bajo coordenada (3.4).

Depth [m]	Seetle3					Foundaxis					Diferencia				
	σfund [Tf/m2]	σtotal [Tf/m2]	δinst [cm]	δcons [cm]	δtot [cm]	σfund [Tf/m2]	σtotal [Tf/m2]	δinst [cm]	δcons [cm]	δtot [cm]	σfund [%]	σtotal [%]	δinst [cm]	δcons [cm]	δtot [cm]
0.57	50.4	51.4	5.666	31.6	37.26	52.780	52.780	5.770	32.480	38.440	2.38	1.38	0.104	0.881	1.176
0.86	41.286	42.657	4.434	24.53	28.96	42.541	43.491	4.542	24.649	29.191	1.26	0.83	0.108	0.120	0.228
1.14	32.972	34.801	2.992	17.72	20.72	33.422	35.148	3.084	17.764	20.848	0.45	0.35	0.092	0.040	0.132
1.43	24.558	26.844	1.887	11.96	13.85	24.853	27.124	1.954	12.014	13.968	0.29	0.28	0.067	0.050	0.117
1.71	18.429	21.171	1.062	7.169	8.232	18.779	21.554	1.113	7.199	8.312	0.35	0.38	0.051	0.030	0.081
2.00	14.242	17.442	0.435	3.193	3.628	14.859	17.772	0.425	3.233	3.658	0.62	0.33	0.010	0.040	0.030
2.29	11.366	15.137	0.377	2.769	3.146	11.841	15.311	0.369	2.809	3.178	0.48	0.17	0.008	0.040	0.032
2.57	9.3372	13.68	0.331	2.42	2.75	9.687	13.858	0.321	2.490	2.810	0.35	0.18	0.010	0.070	0.060
2.86	7.862	12.776	0.291	2.131	2.422	8.212	12.936	0.299	2.151	2.450	0.35	0.16	0.008	0.020	0.028
3.14	6.756	12.135	0.258	1.888	2.147	6.956	12.275	0.268	1.968	2.236	0.20	0.14	0.010	0.080	0.090
3.43	5.9025	11.638	0.229	1.679	1.908	6.153	11.798	0.225	1.779	2.004	0.25	0.16	0.004	0.100	0.096
3.71	5.2265	11.319	0.204	1.496	1.7	5.677	11.519	0.202	1.556	1.758	0.45	0.20	0.003	0.060	0.057
4.00	4.6784	11.128	0.182	1.336	1.518	5.178	11.328	0.215	1.516	1.731	0.50	0.20	0.034	0.180	0.214
4.29	4.2247	11.032	0.161	1.194	1.356	4.625	11.192	0.197	1.294	1.491	0.40	0.16	0.036	0.100	0.136
4.57	3.8424	11.006	0.143	1.069	1.212	4.342	11.126	0.142	1.169	1.310	0.50	0.12	0.002	0.100	0.099
4.86	3.5154	11.036	0.126	0.957	1.083	3.965	11.276	0.167	0.997	1.164	0.45	0.24	0.041	0.040	0.081
5.14	3.2321	11.11	0.111	0.857	0.968	3.632	11.290	0.119	0.947	1.066	0.40	0.18	0.008	0.090	0.098
5.43	2.9839	11.219	0.097	0.767	0.864	3.234	11.419	0.092	0.787	0.879	0.25	0.20	0.005	0.020	0.016
5.71	2.7646	11.357	0.084	0.686	0.769	3.165	11.497	0.091	0.766	0.857	0.40	0.14	0.007	0.080	0.087
6.00	2.5693	11.518	0.072	0.613	0.684	2.869	11.698	0.067	0.703	0.770	0.30	0.18	0.005	0.090	0.086
6.29	2.3942	11.572	0.064	0.543	0.607	2.644	11.732	0.068	0.603	0.671	0.25	0.16	0.004	0.060	0.063
6.57	2.2364	11.642	0.057	0.48	0.537	2.586	11.762	0.073	0.520	0.593	0.35	0.12	0.016	0.040	0.056
6.86	2.0935	11.728	0.051	0.421	0.472	2.293	11.888	0.048	0.481	0.529	0.20	0.16	0.003	0.060	0.057
7.14	1.9636	11.827	0.045	0.367	0.411	2.014	12.027	0.044	0.457	0.501	0.05	0.20	0.001	0.090	0.090
7.43	1.8451	11.937	0.039	0.317	0.356	1.995	12.117	0.035	0.387	0.422	0.15	0.18	0.004	0.070	0.066
7.71	1.7367	12.057	0.034	0.271	0.304	2.037	12.217	0.032	0.311	0.342	0.30	0.16	0.002	0.040	0.038
8.00	1.6372	12.186	0.028	0.228	0.256	1.737	12.376	0.026	0.308	0.334	0.10	0.19	0.002	0.080	0.078
8.29	1.5457	12.323	0.024	0.188	0.212	1.746	12.543	0.021	0.251	0.272	0.20	0.22	0.003	0.063	0.060
8.57	1.4613	12.467	0.019	0.151	0.17	1.711	12.627	0.015	0.181	0.195	0.25	0.16	0.005	0.030	0.026
8.86	1.3834	12.617	0.015	0.116	0.131	1.683	12.777	0.010	0.166	0.177	0.30	0.16	0.005	0.050	0.046

a)



b)

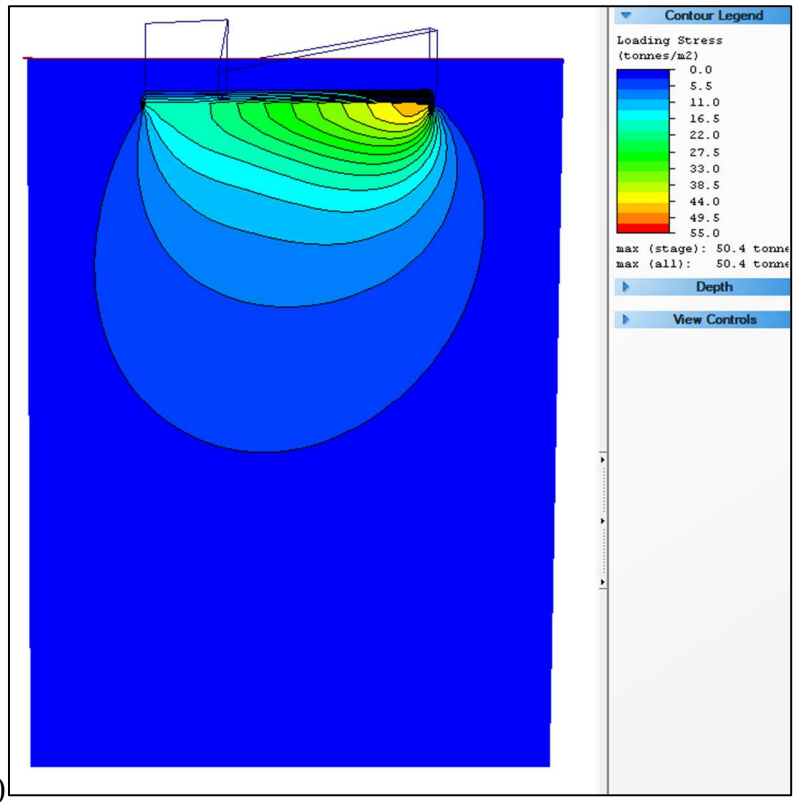
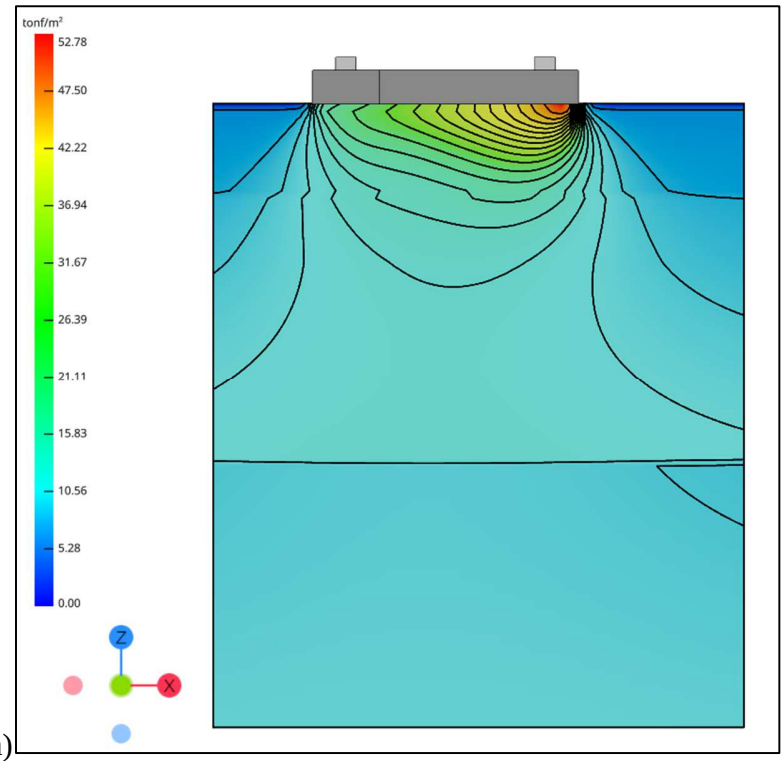


Figura IV-16: Comparación presión directa bajo punto de testeo, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor]

a)



b)

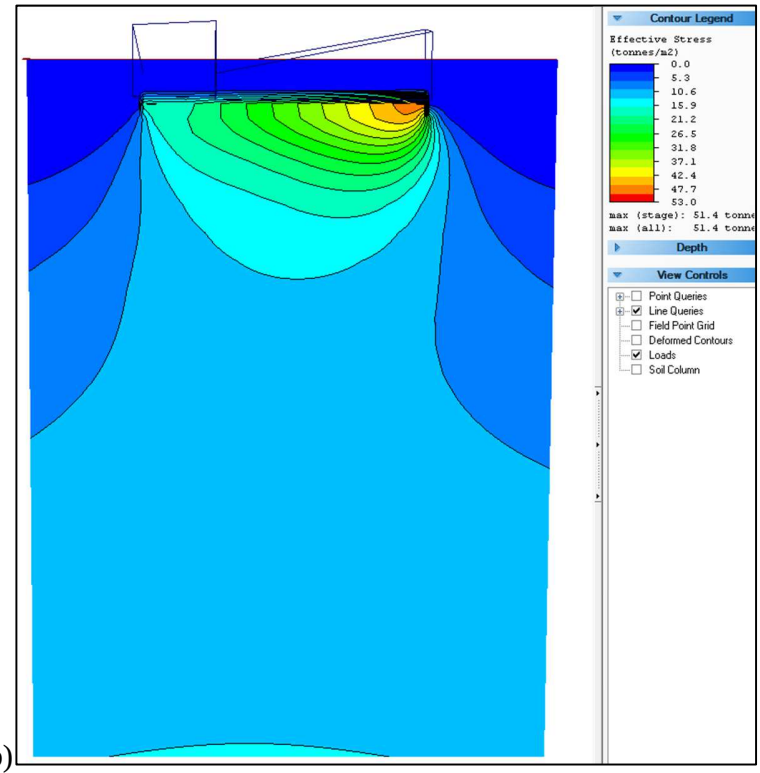
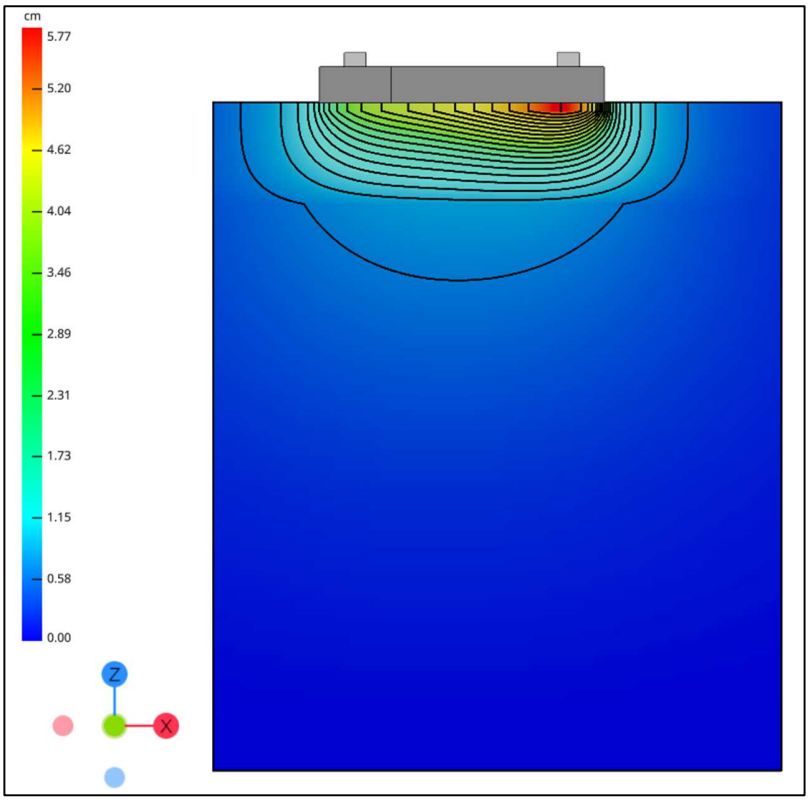


Figura IV-17: Comparación presión efectiva total bajo punto de testeo, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor]

a)



b)

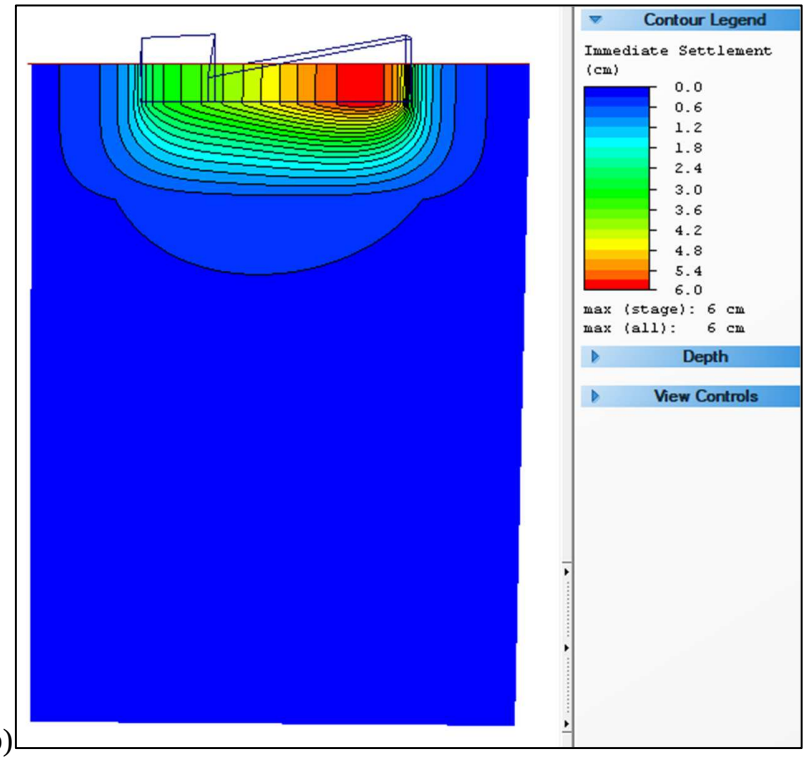
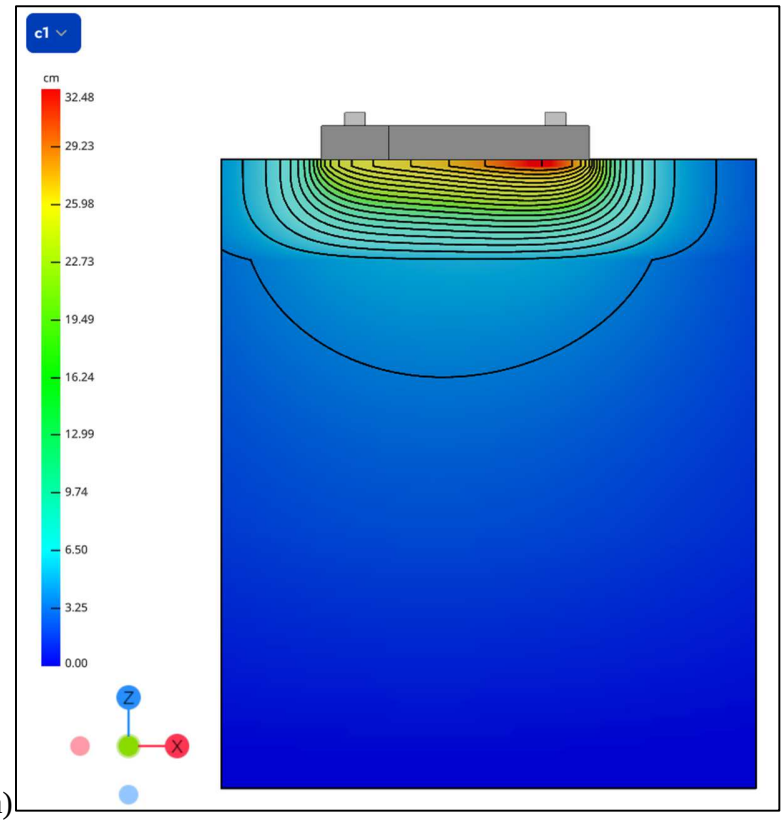


Figura IV-18: Comparación asentamiento instantaneo bajo punto de testeo, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor]

a)



b)

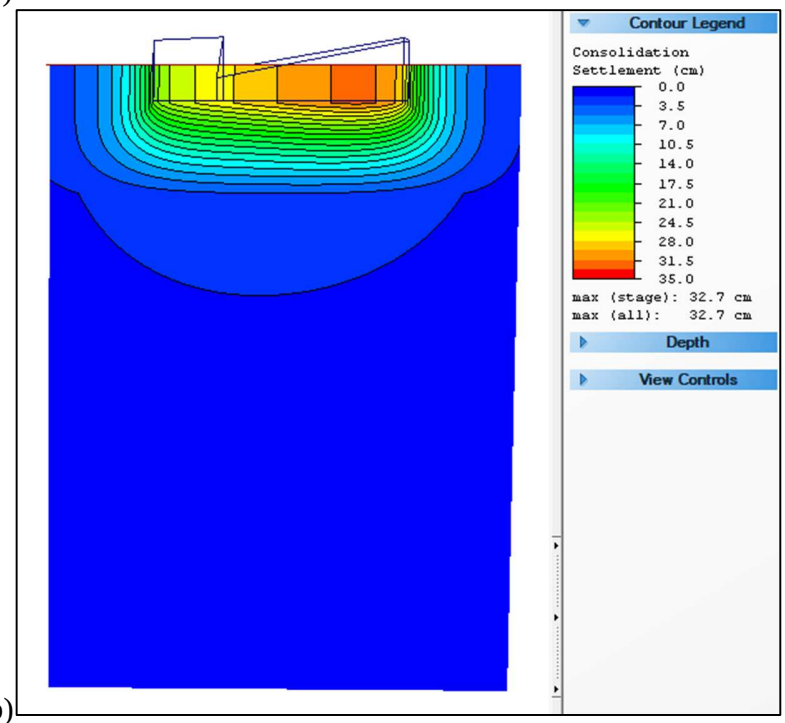
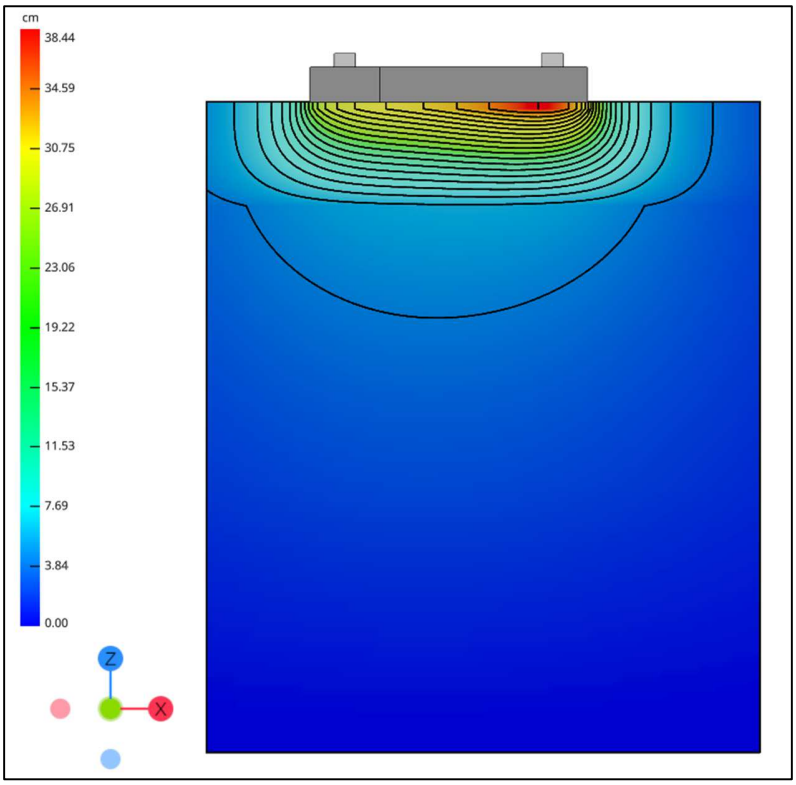


Figura IV-19: Comparación asentamiento por consolidación primaria bajo punto de testeo, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor]

a)



b)

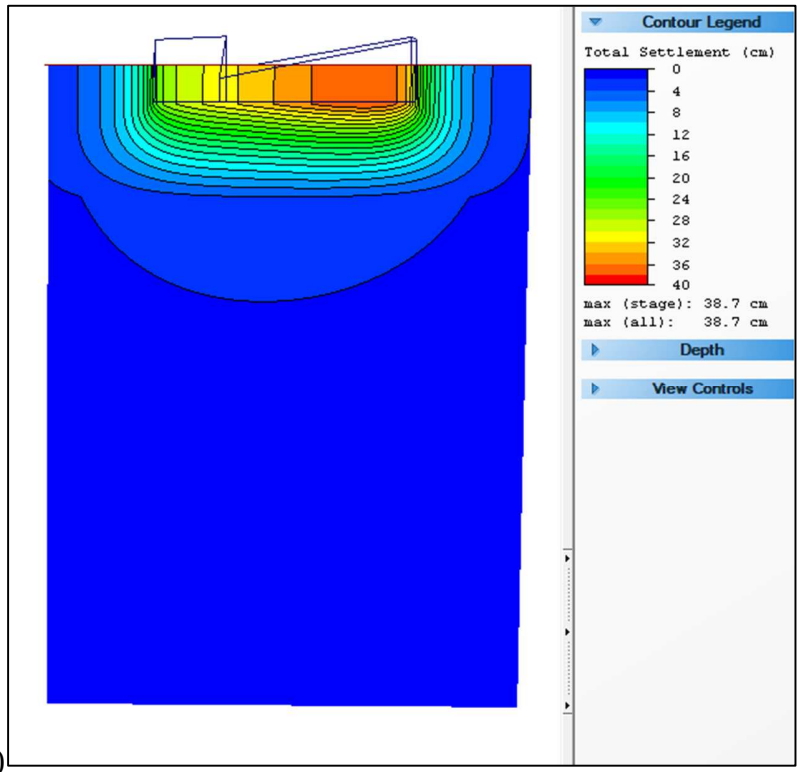
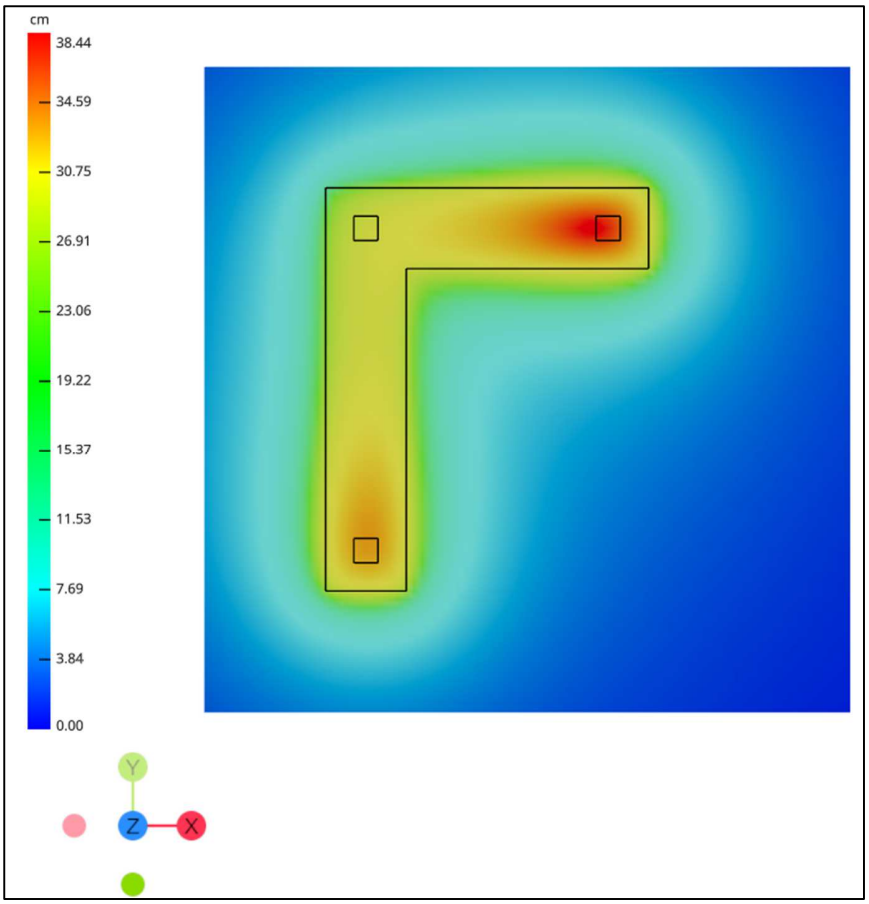


Figura IV-20: Comparación asentamiento total bajo punto de testeo, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor]

a)



b)

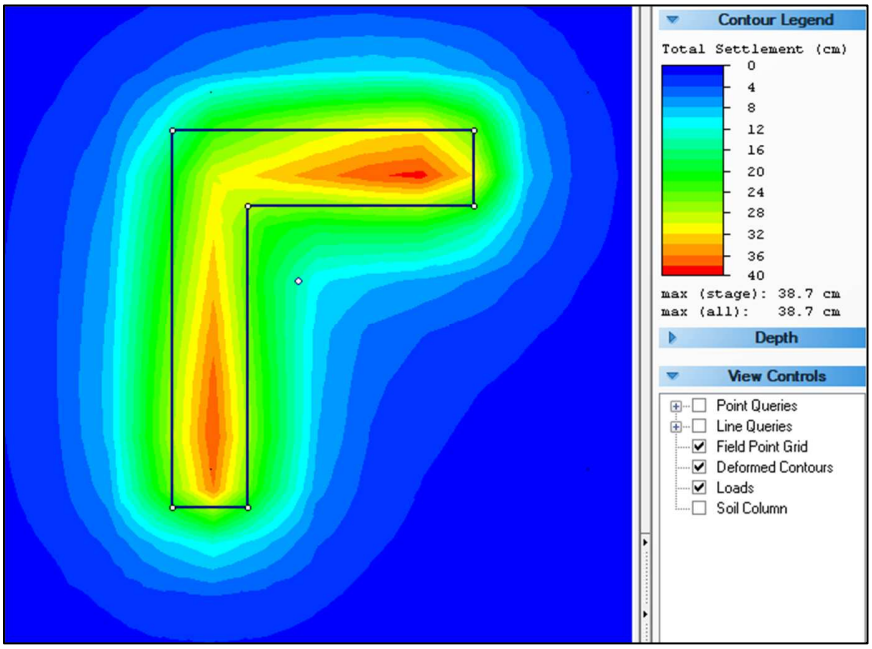


Figura IV-21: Comparación asentamiento total en punto de testeo, vista en planta, a) FOUNDAXIS, b) SETTLE3. [Fuente: Del Autor]

IV.3 Valores Máximos de Presiones Efectivas Totales y Asentamientos en Caso Mixto

IV.3.1 Metodología de Validación

A fin de comparar el desempeño de los algoritmos bajo un caso más complejo, que involucre interacción de bulbos de presión de distintas fundaciones se contempló el caso de un sistema de 18 fundaciones correspondiente al edificio utilizado en la validación mixta para presiones en sello de fundación.

Se compara el comportamiento de presiones y asentamientos mediante la comparación de valores máximos y mapas de contorno.

IV.3.2 Descripción del Caso de Validación

Se considero un diseño de sistema de fundaciones logrado mediante el modulo de diseño en Foundaxis para el mismo edificio y casos de carga detallado en el subcapítulo II.3.2, correspondiente al edificio de 6 pisos, con la diferencia que en esta ocasión se consideró la restricción lateral del terreno en el diseño, con lo cual resultaron fundaciones de menor tamaño. En la figura a continuación se muestran las dimensiones globales del sistema de fundaciones en metros.

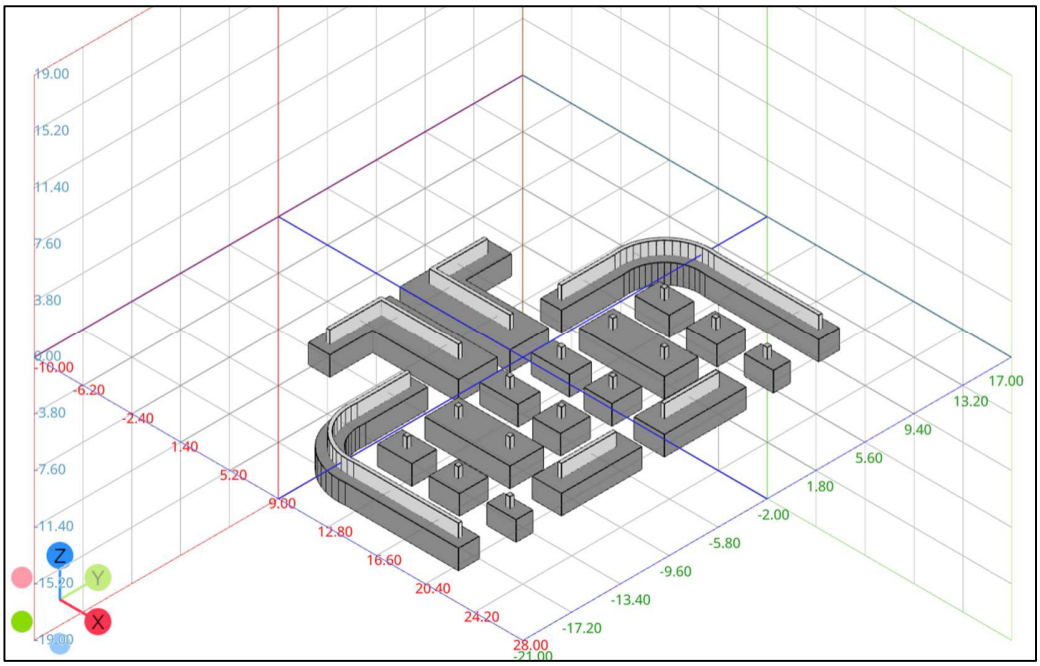


Figura IV-22: Dimensiones globales del sistema de fundaciones a modelar. [Fuente: Del Autor]

Las capas de terreno y profundidad de la napa, así como las condiciones de modelación son las mismas que las utilizadas para el caso de la fundación en L, detalladas en el subcapítulo IV.2.2.

Las tensiones en sello de fundación utilizadas corresponden a las obtenidas en la combinación de carga S1=PP+SC, y se aprecian en la figura a continuación.

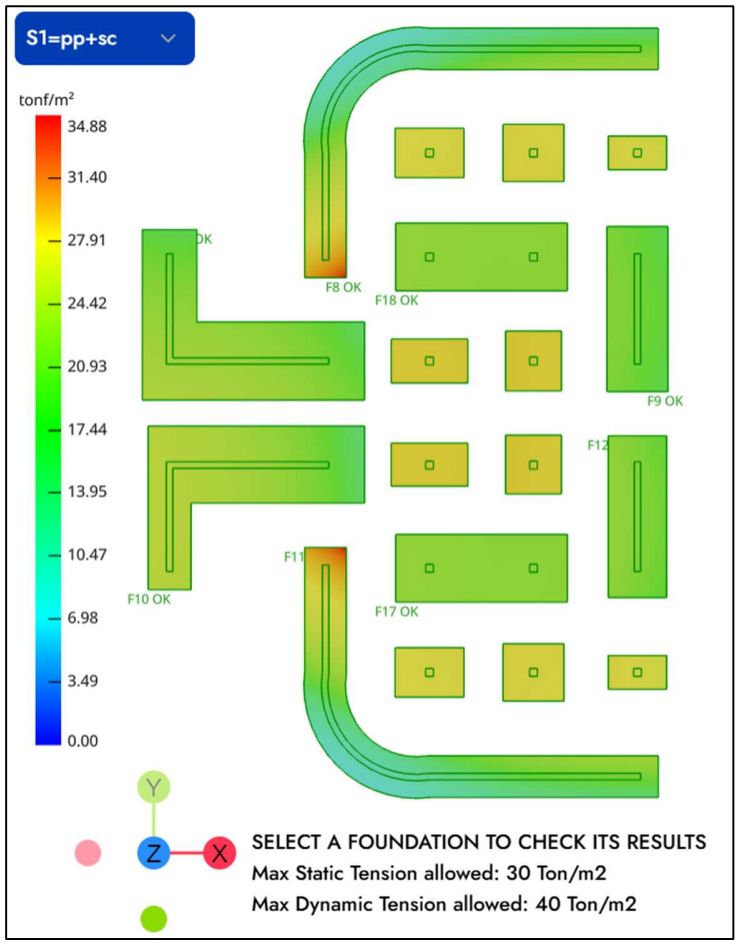


Figura IV-23: Tensiones en sellos de fundación a utilizar. [Fuente: Del Autor]

IV.3.3 Modelo Seetle3

IV.3.4 Modelo Seetle3

Se introdujeron los datos de carga como cargas flexibles definidas por polígonos, con tensiones variables en los nodos que definen las fundaciones y ubicadas a 1.5m de profundidad.

Se considero una división vertical de 70 puntos igualmente espaciados.

El método de cálculo de presiones seleccionado fue Boussinesq.

Se ingresaron las capas de terreno en acuerdo a lo especificado en la definición del caso.

A continuación, se aprecia una vista isométrica del modelo Seetle3.

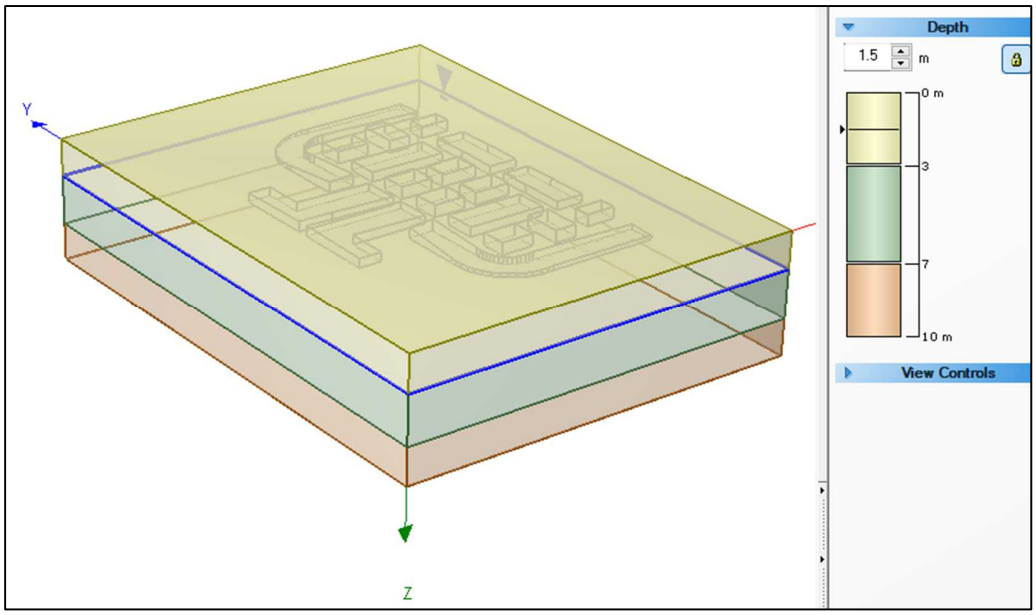


Figura IV-24: Vista isométrica de modelo en Settle3. [Fuente: Settle3]

IV.3.5 Modelo Foundaxis

Las tensiones en sello de fundación fueron las calculadas directamente de la definición de la fundación mediante elementos finitos, idénticas a las mostradas en la definición del caso.

Se ingresaron los espesores y características correspondientes de las capas de terreno además de la profundidad de la napa de agua. El modelo resultante se aprecia en la figura a continuación.

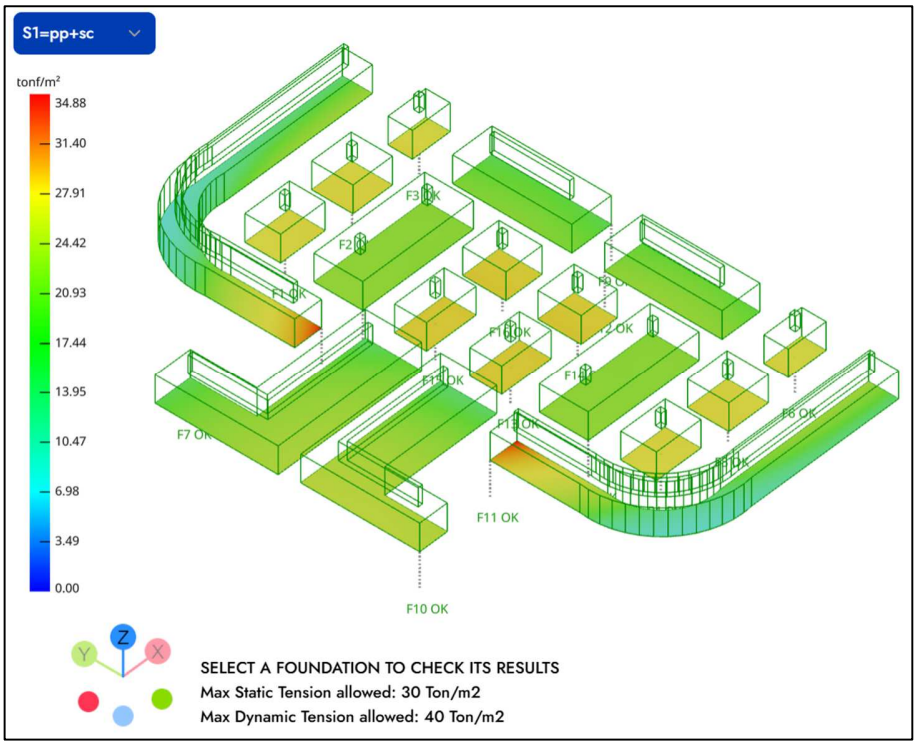


Figura IV-25: Vista isométrica de modelo en Foundaxis. [Fuente: Del Autor]

IV.3.6 Comparación de Resultados

Mas abajo se muestran tabulados los valores máximos obtenidos para cada respuesta y luego los mapas de contorno correspondientes, donde para las presiones se muestran en un corte en el plano Y que pasa por el máximo y para los asentamientos en planta.

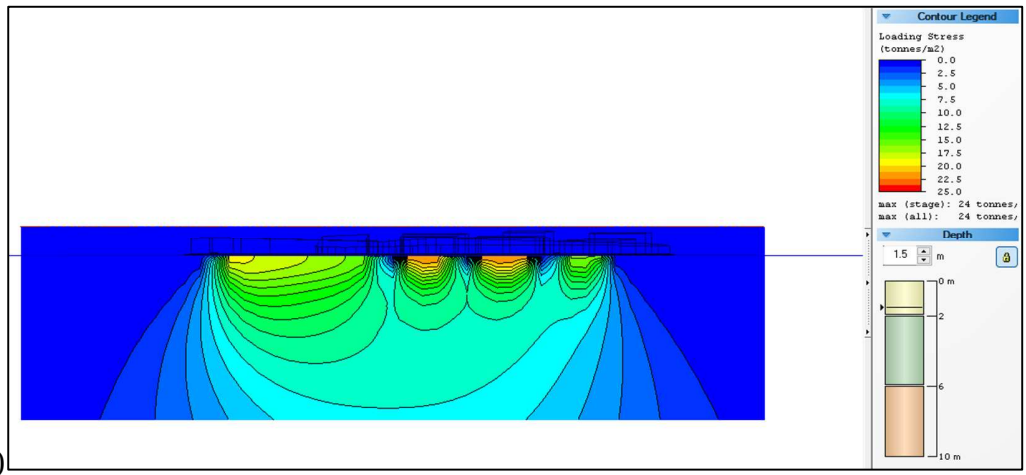
Se puede apreciar que los bulbos de presión combinados están trabajando correctamente observando las presiones directas y que las capas de terreno son correctamente consideradas al comparar las presiones efectivas totales.

En general, se observan resultados de gran similitud, tanto en valores máximos como en mapas de contorno, con las diferencias esperables dado el ingreso más aproximado de datos de carga en Settle3.

Tabla IV-3: Comparación de resultados Settle3 v/ Foundaxis para valores máximos.

Resultado	Valores Máximos		Diferencia
	Settle3	Foundaxis	
Tensiones Directas [Tf/m2]	24	24.64	0.64
Tensiones Totales Efectivas [Tf/m2]	26.5	26.47	0.03
Asentamiento Instantáneo [cm]	2.55	2.21	0.34
Asentamiento Consolidación Primaria [cm]	13.4	12.84	0.56
Asentamiento Total [cm]	15.9	15.05	0.85

a)



b)

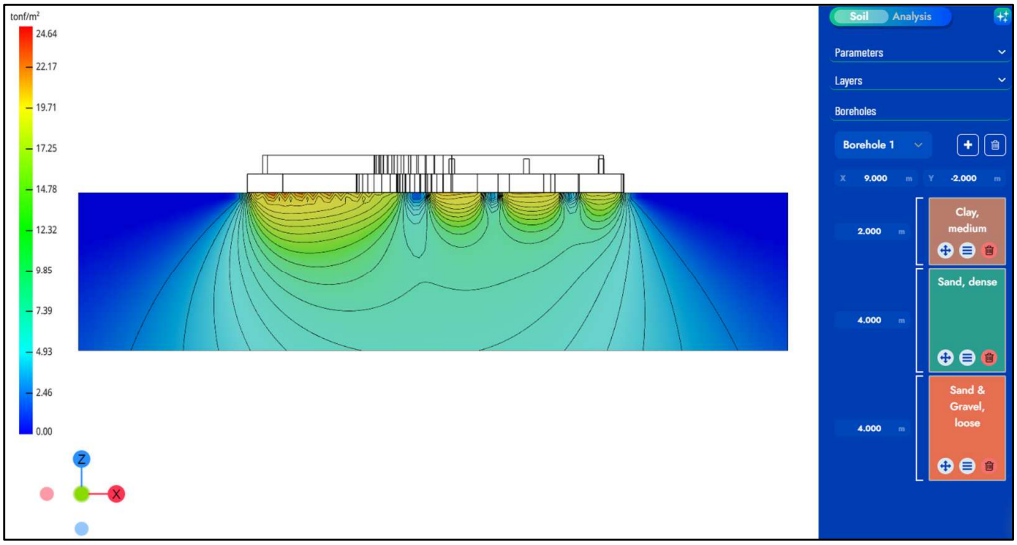
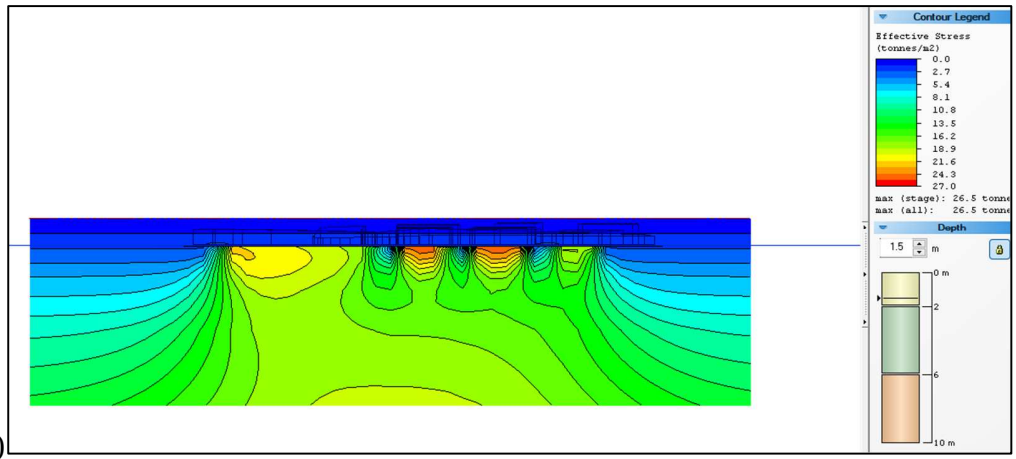


Figura IV-26: Comparación presión directa en plano Y, a) SETTLE3, b) FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

a)



b)

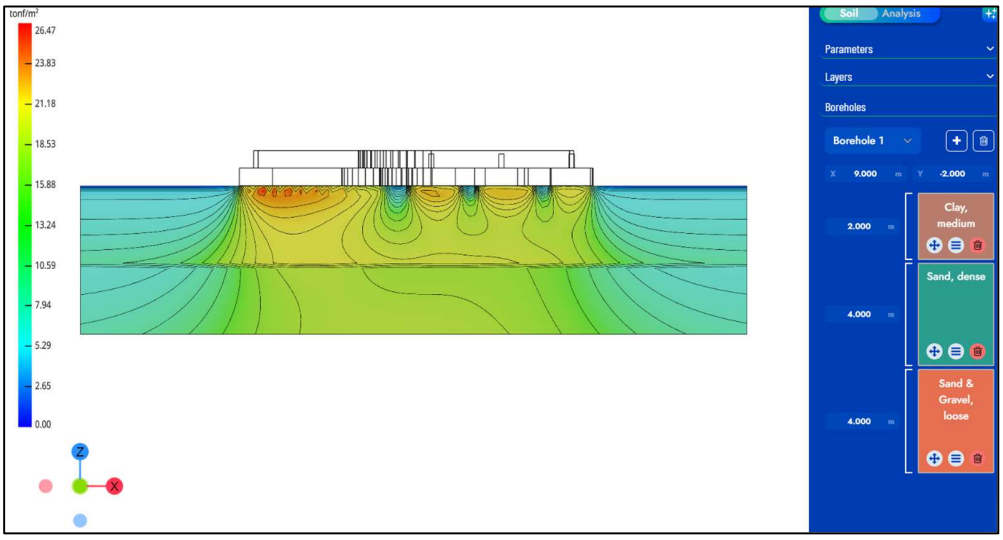
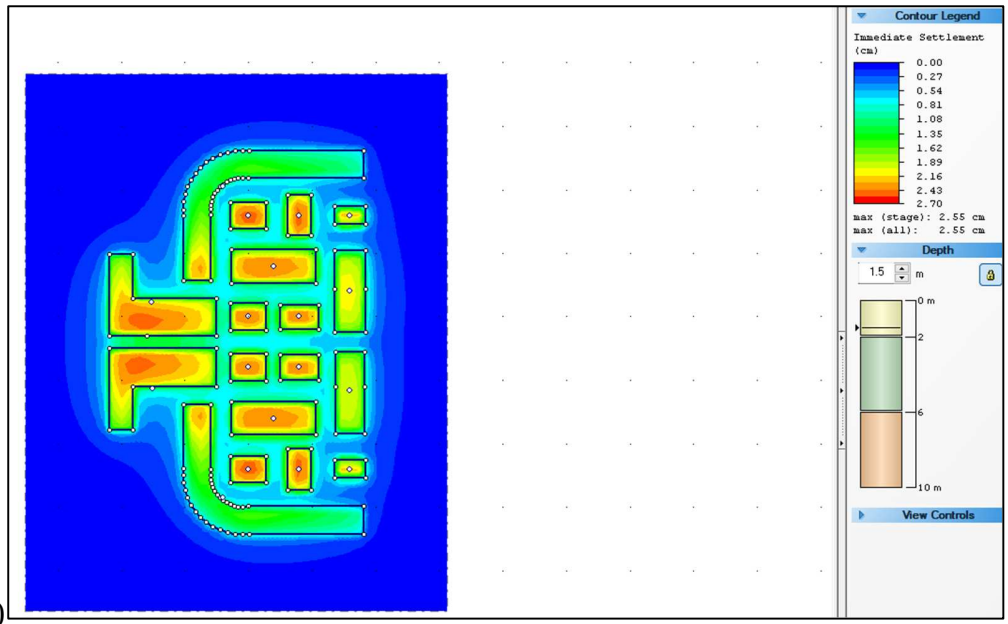


Figura IV-27: Comparación presión efectiva total en plano Y, a) SETTLE3, b) FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

a)



b)

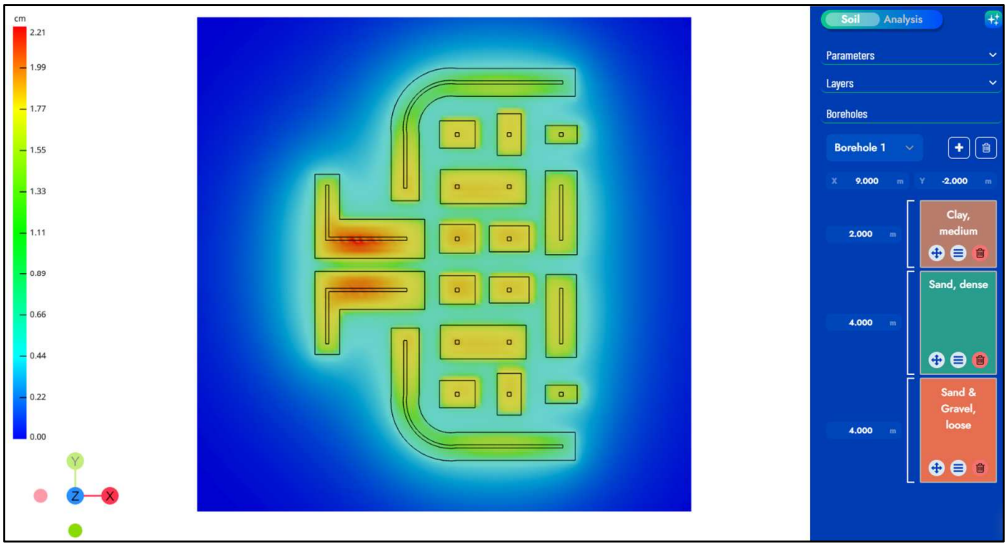
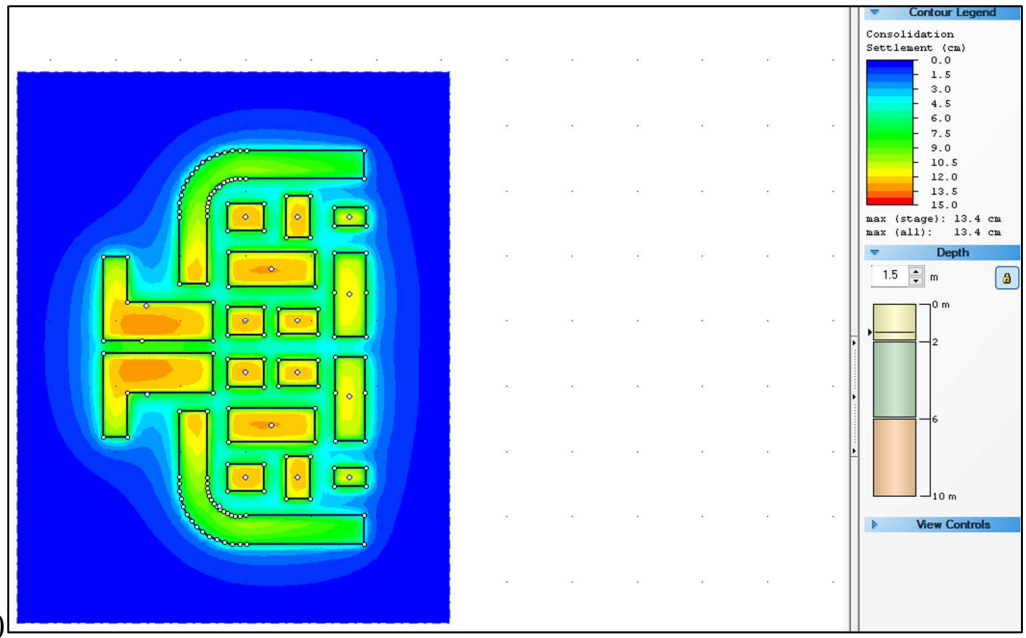


Figura IV-28: Comparación Asentamiento instantáneo en planta, a) SETTLE3, b) FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

a)



b)

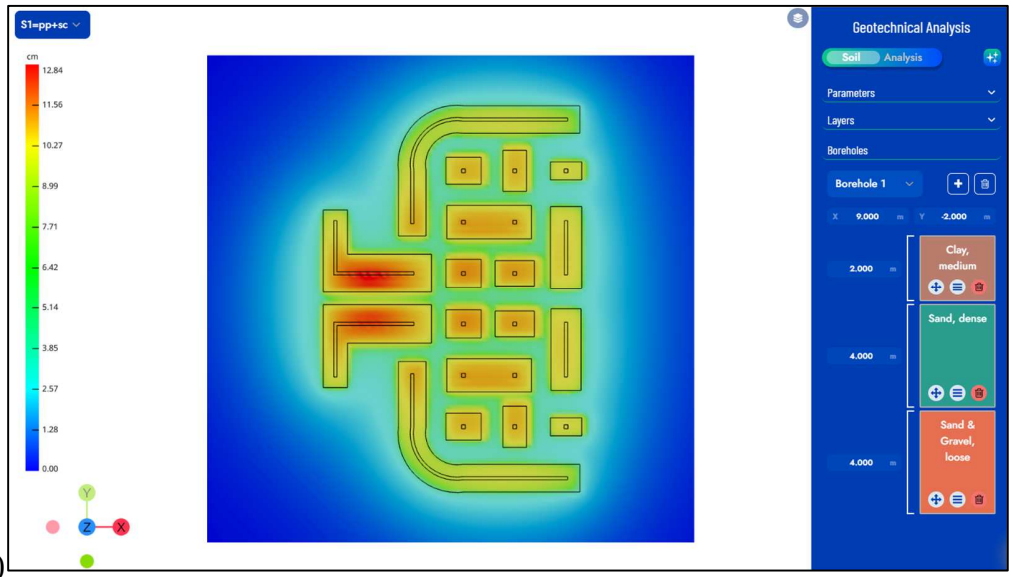
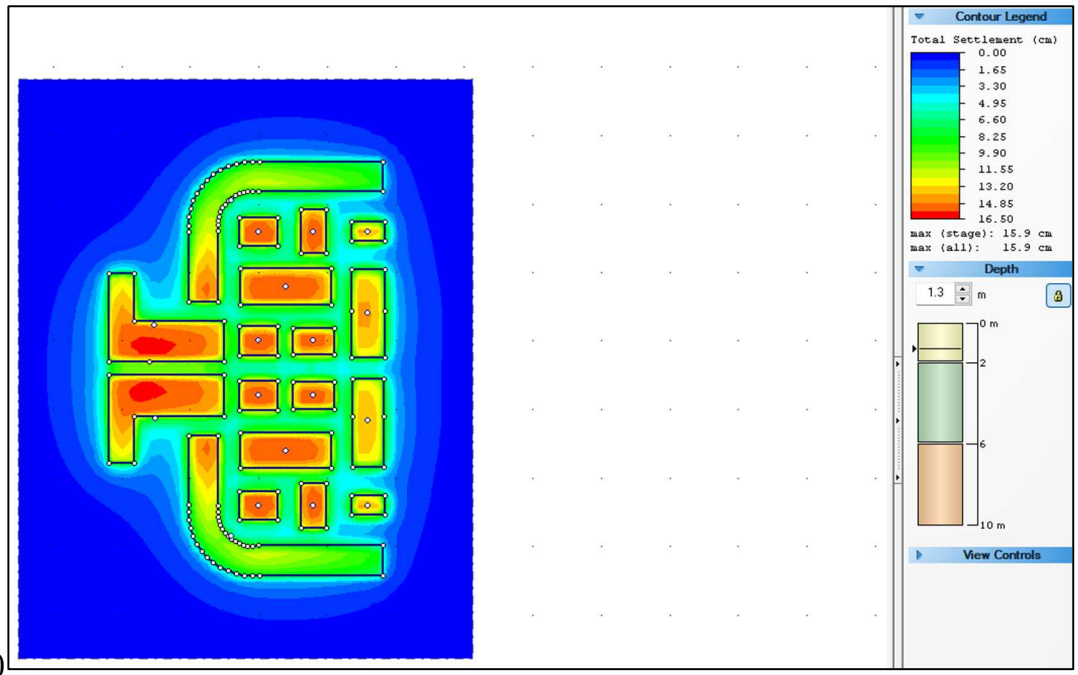


Figura IV-29: Comparación Asentamiento por consolidación en planta, a) SETTLE3, b) FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

a)



b)

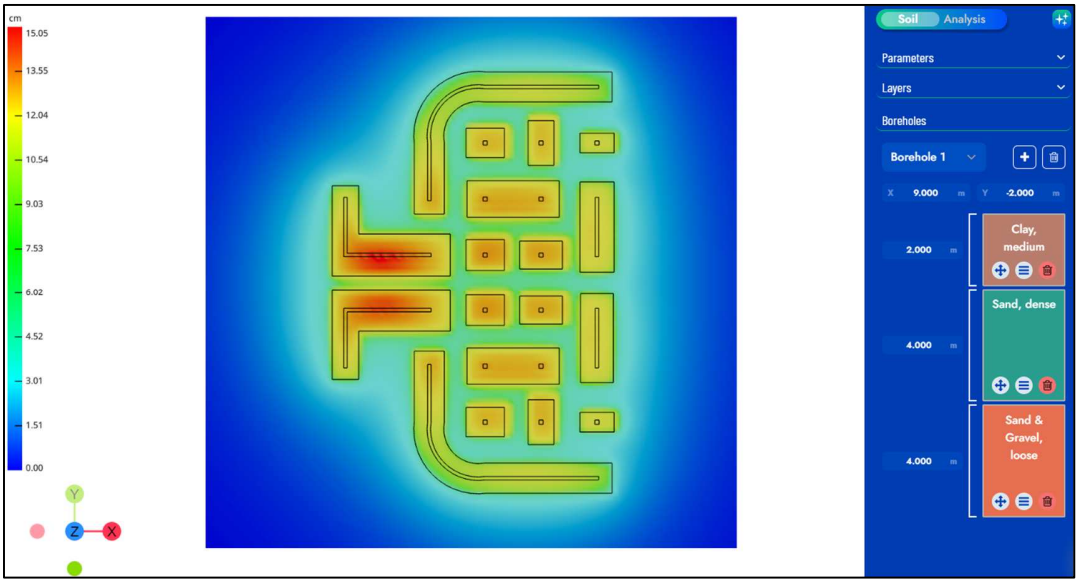


Figura IV-30: Comparación Asentamiento total en planta, a) SETTLE3, b) FOUNDAXIS. [Fuente: Del Autor]

V CONCLUSIONES.

Del presente trabajo, se concluye en primera instancia que todos los algoritmos testeados presentan un desempeño coherente con los resultados obtenidos de las diversas metodologías de comparación empleadas.

Lo anterior presenta gran importancia en el desarrollo de la aplicación validada, ya que es posible orientar ahora esfuerzos a ampliar la versatilidad y rapidez de los algoritmos.

De los trabajos de validación realizados, que conllevaron la utilización de diversos softwares relacionados, fueron detectadas múltiples adiciones importantes y prioritarias que se deben contemplar en los algoritmos, se mencionan específicamente los más importantes:

- Algoritmos basados en elementos finitos: Mejoras en el mallado. Integración con algoritmos de geotecnia para obtención directa de modulo de balasto y qultimo desde el modelo de suelo de capas irregulares.
- Algoritmos para presiones bajo el terreno: Permitir terrenos con superficie irregular.
- Algoritmos para asentamientos: Implementar una formulación para considerar las fuentes de presiones como rígidas. Implementar para terrenos pre consolidados. Implementar consolidación secundaria.

Por otra parte, durante la realización de los diversos modelos empleados, se hizo notorio que, al emplear modelos numéricos, especialmente cuando involucran discretización de dominios, se debe ser muy cuidadoso en la elección de todos los parámetros. Se pudo constatar por ejemplo que la variación en la modelación de asentamientos puede ser alta dependiendo de la resolución vertical empleada.

Lo anterior, motiva profundamente al autor a encaminar futuros esfuerzos de validación, hacia la comparación y eventual calibración de los modelos directamente con mediciones en terreno o laboratorio.

VI BIBLIOGRAFIA

Bezmalinovic, A. (2016). Fórmulas Analíticas para la Presión de Contacto Lineal en Fundaciones Rectangulares Altamente Excéntricas. In *IX Congreso Chileno de Ingeniería Geotécnica*.

Braja M, D., & León, J. C. (2012). Fundamentos de ingeniería de cimentaciones. México D. F DF: Cengage Learning. In *Principios de Ingeniería de Cimentaciones*.

Das, B. M. (2012). *Fundamentos ingeniería cimentaciones*. Cengage Learning Editores.

Dunham, C. (1968). *Cimentaciones de Estructuras*.

Dunham C. (1968). *Cimentaciones De Estructuras* (2°). McGraw-Hill Book Company.

Guiloff G. (2021). *"Automatización del Diseño Estructural para un Conjunto de Fundaciones Rectangulares Unidas por Vigas de Amarre"* . Universidad Central.

Oñate E. (2009). *Structural Analysis with the Finite Element Method Linear Statics Volume 1. Basis and Solids*.

Potts, D. M., Zdravkovid, L., Addenbrooke, T. I., & Higgins, K. G. (n.d.). *Finite element analysis in geotechnical engineering Application With contributions from*.

Rao, K. (2017). *Foundation Design - Theory and Practice.*

Rocscience Inc. (2021). *Settle3D Theory Manual*.

Terzaghi, K., & Peck, R. (1978). *Mecanica de suelos en la ingeniería practica*.

Thomas J. R. Hughes. (1987). *The Finite Element Method*.

Villalaz, C. (2020). *Problemas Resueltos de Mecánica de Suelos y Cimentaciones*.